1 Formalismus der QM

- mathematisches Handwerkszeug bereitstellen
  - lin. Algebra
  - später: Analysis, Funktionentheorie

  Grundelemente: Vektoren

1.1 Vektoren und Hilbertraum

- Grundelemente: Vektoren
- Schreibweise: Dirac-Notation -> Ket-Symbol: $|\_ >$

  Bsp.: $|0>, |1>, |n>, |nlm>, |Pfeilnachoben>$
- Vektorraum: Ket-Vektoren sind Elemente eines linearen komplexen Vektorraumes V, auf dem Addition und Multiplikation mit komplexen Zahlen def.
- Eigenschaften:
  - Multiplikation:
    * Abgeschlossenheit: $|\alpha> + |\beta> \in V$
    * Distributivität:
      1. $c(|\alpha> + |beta>) = c|\alpha> + c|\beta>, c, d \in V$
- Dimension des Vektorraums V

  maximale Zahl lin. unabh. Vektoren
- Satz von n lin. unabh. Vektoren in einem Vektorraum der Dim. n.
- Basisentwicklung:

  Jeder Vektor $|\alpha>$ eines n-dim. Vektorraumes lässt sich eindeutig durch eine Lin.komb. von n Basisvektoren $\{|1>, ...|n>\}$ mit Koeff. $C_1, ..., C_n$ darstellen:

$$|\alpha>= \sum_{i=1}^{n} C_i|i> \tag{1}$$

1.1.1 Skalarprodukt und Hilbertraum

- Skalarprodukt ordnet zwei Vektoren $|\alpha>, |\beta>$ eine komplexe Zahl zu.

  typische Schreibweisen:

  ab

  In Dirac-Notation:

  $< \alpha|\beta >=< \alpha||\beta >$

- Eigenschaften
  - Schief-Symmetrie: $<\alpha|\beta>=(<\beta|\alpha>)^* =<\beta|\alpha>^*$
  - Positiv Semidefinit: $<\alpha|\alpha>>=0$

    (wobei: $<\alpha|\alpha>=0 <=> |\alpha>=|0>$)
  - Linearität im Ket: $<\alpha|(C|\beta>+D|\gamma>)=C<\alpha|\beta>+D<\alpha|\gamma>$