

#### **Projektarbeit**

# PostgresSQL - Rekursion auf Basis generischer Stored Procedures

Fachbereich Informatik Referent: Prof. Dr. Harm Knolle

eingereicht von:

Rolf Kimmelmann, Jennifer Wittling, Jan Löffelsender

Sankt Augustin, den 12.11.2018

#### Zusammenfassung

#### Problemstellung und Erkenntnisinteresse

In den letzten Jahren haben Graphdatenbanken an Bedeutung gewonnen, da sich mit diesen bestimmte Fragestellungen besonders schnell lösen lassen. Graphdatenbanken haben den Vorteil, dass sich insbesondere Beziehungen zwischen Objekten gut abbilden und sehr performant abfragen lassen. Bei relationalen Datenbanken ist es zur Darstellung von Beziehungen zwischen Objekten erforderlich die verschiedenen Tabellen mittes des JOIN Operators zu verknüpfen. Diese Verknüpfungen können schnell zu einem großen Rechenaufwand und langen Laufzeiten führen. Es soll am Beispiel von Postgres untersucht werden, ob und wie sich Graphen in relationalen Datenbanken abbilden lassen. Weiterhin soll analysiert werden, ob und für welche Problemstellungen es sinnvoller ist Graphen in einer relationale Datenbank statt einer Graphdatenbank abzubilden. Ist es zukünftig notwendig für die performante Verarbeitung steigender Datenmengen auf neue Technologien, wie Graphdatenbanken zu schwenken oder lassen sich die klassischen relationalen Datenbanken so erweitern, dass diese Problemstellungen ähnlich effizient lösen können.

#### **Aktueller Forschungsstand**

NoSQL Datenbanken und insbesondere Graphdatenbanken sind im Gegensatz zu den relationalen Datenbanken flexibler und bei der Lösung bestimmter Probleme weniger rechen- und speicherintensiv. Insbesonder wenn es um die Auflösung von Beziehungen bzw. um die Traversierung über einen Graphen geht, bieten Graphdatenbanken Vorteile gegenüber den herkömmlichen relationalen Datenbanken. In der Praxis wurde jedoch auch die Beobachtung gemacht, dass durch die Verwendung von Stored Procedures die Traversierung über einen Graphen mittels einer relationalen Datenbank ähnlich schnell umgesetzt werden kann, wie mit einer Graphdatenbank.

#### **Zielsetzung**

Es soll das Modell als grundlegender technologische Aspekt von Graphdatenbanken kurz erläutert werden. Zielsetzung dieser Arbeit ist es einen Graphen in der relationalen Datenbank Postgres abzubilden und zu vergleichen, wie sich die Traversierung über diesen Graphen effizient umsetzen lässt. Zunächst soll die Umsetzung mittels klassischer SQL Operationen erfolgen. Anschließend sollen die Problemstellungen mittels Stored Procedures, sowie der Rekursion mittels PL/SQL gelöst werden. Die Ergebnisse der verschiedenen Vorgehensweisen sollen miteinander verglichen werden.

# Inhaltsverzeichnis

Zι	ısam	menfas	sung	Ш
1				3
	1.1			
		1.1.1	Graph	
		1.1.2	Reguläre Graphen	
		1.1.3	Planare Graphen	
		1.1.4	Property Graphen	
		1.1.5	k-Partite Graphen	
		1.1.6	Hypegraphen	6
2	Graph-Datenbanken und -Frameworks - Ausgewählte Systeme			
	2.1	Postgr	reSQL	8
		2.1.1	Visitenkarte des Systems	8
		2.1.2	Architektur	
		2.1.3	Datenmodell	11
		2.1.4	Konsistenz	12
		2.1.5	Indexe	12
		2.1.6	Anfragemethoden	12
		2.1.7	Konsistenz	12
3	Gra		enbanken im praktischen Einsatz: OLTP	13
	3.1	Postgi	resSQL: OLTP	13
		3.1.1	Ausgewählte Use Cases	13
		3.1.2	CSV-Import	13
		3.1.3	Beurteilung	13
4	Gra	ph-Dat	enbanken im praktischen Einsatz: OLAP	14
			reSQL: OLAP	14
		4.1.1	Benchmark	14
		4.1.2	Standard SQL	15
		4.1.3	Stored Procedures	15
		4.1.4	PL/SQL-Recursion	15
		4.1.5	Datenbankzugriffe	15
		4.1.6	Zugriffsart Aggregation	15
		4.1.7	Zugriffsart Traversierung	15
		4.1.8	Interpretation der Ergebnisse	15
1 :4	to wat		ichnic	16

# 1 Graph-Datenbanken - Grundlegende technologische Aspekte

#### 1.1 Modell

#### 1.1.1 Graph

Ein Graph ist mathematisch folgendermaßen definiert:

**Definition.** Ein  $GraphG = (V, E, \gamma)$  ist ein Tripel bestehend aus:

- V, einer nicht leeren Menge von Knoten(vertices)
- E, einer Menge von Kanten (edges) und
- $\gamma$ , einer Inzidenzabbildung (incidence relation), mit  $\gamma: E \longrightarrow \{X | X \subseteq V, 1 \le |X| \le 2\}$

Ein Knoten  $a \in V$  und eine Kante  $e \in E$  heißen inzident (incident) genau dann wenn a entweder Anfangs- oder Endecke von e ist. Es gilt  $a \in \gamma(e)$ . Zwei Knoten  $a, b \in V$  heißen adjazent(adjacent) genau dann wenn es eine Kante e gibt die zu a und b inzident ist. Es gilt  $\exists e \in E : \gamma(e) = \{a, b\}$ .

Die Kanten stellen die Beziehung zwischen den einzelnen Knoten her. In einem einfachen Graphen kann eine Kante immer nur jeweils zwei Knoten miteinander verbinden. Graphen können gerichtet oder ungerichtet sein. Gerichtete Graphen zeichnen sich dardurch aus, dass die Kanten eine zugewiesen Richtung besitzen. Um die Beziehung zwischen zwei Knoten genauer zu definieren lassen sich die Kanten gewichten. In diesem Fall werden den Kannten in der Regel nummerische Werte zugeordnet und man bezeichnet diese Graphen als Gewichtete Graphen.

Hat eine Kante als Start- und Endknoten den selben Knoten, verbindet also den Knoten mit sich selber, spricht man von einer Schlinge. Liegen zwischen zwei Knoten

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>[Bec18, Seite 21]

eines Graphen mehr als eine Kante, nennt man diese Multikante. Schlingen und Multikanten dürfen in einem einfachen Graphen nicht auftauchen. [SF05]

Werden Kanten und Knoten eines Graphs vertauscht entsteht der Kantengraph bzw. Line-Graph des jeweiligen Graphen L(G). Zwei Graphen können isomorph sein.

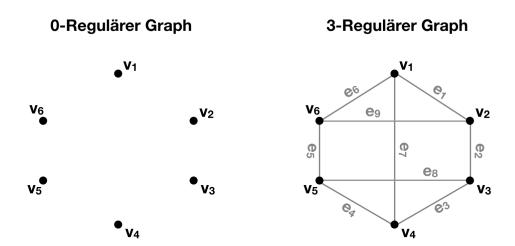
Der Grad eines Knoten bezeichnet die Anzahl der inzidenten Kanten des Knoten. Dabei werden Schleifen doppelt gezählt.<sup>2</sup>

Sind bei einem Graphen alle Knoten mit allen übrigen Knoten verbunden spricht man von einem vollständigen Graphen:

$$K_n = \left( [n], \binom{[n]}{2} \right)$$

#### 1.1.2 Reguläre Graphen

Bei Reguläre Graphen haben alle Knoten den selben Knotengrad. Als Knotengrad wir die Anzahl direkter Nachbarn, also alle Knoten die über eine Kante direkt mit dem betrachteten Knoten verbunden sind, bezeichnet. [Fel03]



#### 1.1.3 Planare Graphen

Planare Graphen lassen sich in der Ebene ohne Überschneidung der Kanten zeichnen.<sup>3</sup> Eine Darstellung eines Graphen G in der Ebene ohne Kantenuberkreuzungen wird planare Einbettetung von G genannt.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Vgl. [Rah17, Seite 13]

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>[TT16]

Ein ungerichteter Graph heißt zusammenhängend, falls zwischen zwei beliebigen Knoten a und b aus V einen ungerichteten Weg mit a als Startknoten und b als Endknoten gibt.<sup>4</sup>

K<sub>4</sub>: Planar

K<sub>5</sub>: nicht Planar

V<sub>1</sub>

V<sub>2</sub>

V<sub>3</sub>

V<sub>4</sub>

V<sub>1</sub>

V<sub>1</sub>

V<sub>2</sub>

V<sub>3</sub>

V<sub>4</sub>

V<sub>1</sub>

V<sub>4</sub>

V<sub>1</sub>

V<sub>4</sub>

V<sub>1</sub>

V<sub>1</sub>

V<sub>1</sub>

V<sub>2</sub>

V<sub>3</sub>

V<sub>4</sub>

V<sub>1</sub>

V<sub>4</sub>

V<sub>1</sub>

V<sub>1</sub>

V<sub>1</sub>

V<sub>2</sub>

V<sub>3</sub>

V<sub>4</sub>

V<sub>4</sub>

V<sub>4</sub>

V<sub>5</sub>

V<sub>1</sub>

V<sub>4</sub>

V<sub>1</sub>

V<sub>4</sub>

V<sub>4</sub>

V<sub>5</sub>

V<sub>1</sub>

V<sub>4</sub>

V<sub>4</sub>

V<sub>4</sub>

V<sub>5</sub>

V<sub>4</sub>

V<sub>5</sub>

V<sub>7</sub>

V<sub>8</sub>

V<sub></sub>

#### **Eulerscher Polyedersatz**

Für zusammenhängende planare Graphen besagt der Eulersche Polyedersatz, dass die Anzahl der Knoten minus die Anzahl der Kanten plus die Anzahl der Gebiete zwei ergibt:

$$n - m + f = 2$$

#### 1.1.4 Property Graphen

Property Graphen zeichnen sich durch ihre den Kanten und Knoten zugewiesenen Eigenschaften aus.

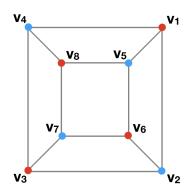
#### 1.1.5 k-Partite Graphen

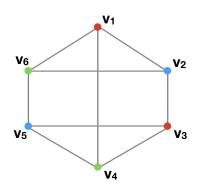
Die Knoten können in k Partitionen unterteilt werden, sodass die Knoten in einer Gruppe keine direkten Nachbarn sind. Für k=2 werden diese Graphen Bipartite Graphen genammt. Das folgende Bild zeigt zwei k-Partite Graphen, wobei die Partitionen durch die unterschiedlichen Farben der Knoten gekennzeichnet sind. Die Darstellung verdeutlicht auch, dass die Anzahl der Knoten eines Graphs keinen direkten Einfluss auf die Anzahl der Partitionen hat.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>[KN12, 36-38]

#### **Bipartiter Graph**

#### 3-Partiter Graph





#### 1.1.6 Hypegraphen

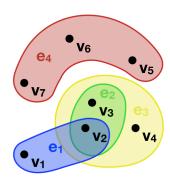
Hypergraphen haben die Eigenschaft, dass Kanten im Gegensatz zu klassischen Graphen mehr als zwei Knoten miteinander verbinden können. Mathematisch ist ein Hypergraph ist folgendermaßen definiert:

**Definition.** Let  $X = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$  be a finite set, and let  $E = \{e_1, e_2, ..., e_m\}$  be a family of subsets of X such that

$$e_i \neq \emptyset (i = 1, 2, ..., m) \cup_{i=1}^m e_i = X.$$

The pair H = (X, E) is called a hypergraph with vertex set X and hyperedge set E. The elements  $v_1, v_2, ..., v_n$  of X are vertices of hypergraph H, and the sets  $e_1, e_2, ..., e_m$  are hyperedges of hypergraph H.<sup>5</sup>

Das folgende Bild zeigt einen Hypergraphen:



Im Vergleich zum normale Graphen können die Kanten eines Hypergraphen eine beliebige Kardinalität haben (siehe Definition Definition Graph Kapitel 1.2.1). Beim

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Vgl. [ZSHZ18, Seite 2]

normalen Graphen können die Kanten nur die Kardinalität  $1 \le |X| \le 2$  haben. Die Hyperedges in einem Hypergraphen sind somit eine beliebige Menge von Knoten. In einem normale Graphen sind die Kanten, eine in einem Intervall festgelegte Menge von Knoten:

$$X=\{v_1,v_2,v_3,v_4,v_5,v_6,v_7\} \text{ Knoten}$$
 
$$E=\{e_1,e_2,e_3,e_4\} \text{ Kanten}$$
 
$$E=\{e_1,e_2,e_3,e_4\}=\{\{v_1,v_2,v_3\},\{v_2,v_3\},\{v_3,v_5,v_6\},\{v_4\}\}$$

# 2 Graph-Datenbanken und -Frameworks - Ausgewählte Systeme

### 2.1 PostgreSQL

#### 2.1.1 Visitenkarte des Systems

- Allgemein
  - Name: PostgreSQL, umgangssprachlich Postgres
  - Kategorie / Modell: PostgreSQL ist ein Relationales Datenbank System
  - Version: 11.1
  - Historie: PostgreSQL ist aus dem POSTGRES projekt der University of California at Berkeley entstanden, welches unter der Leitung von Professor Michael Stonebraker im Jahre 1986 began.
  - Hersteller: PostgreSQL Global Development Group
  - Lizenz: Open-Source
  - Referenzen / Quellenangaben: [Fro18], [Pos18], [Groa], [Eis03]

#### Architektur

- Programmiersprache: C
- Systemarchitektur: ACID
- Betriebsart: Stand Alone, Cluster Betrieb für Replikation der Datenbank
- Protokoll der Schnittstelle: TCP/IP
- API: libpq, psycopg, psqlODBC, pq, pgtclng, Npgsql, node-postgres

#### • Datenmodell

- Standardsprache: PL/pgSQL
- Sichten (Views): Ja
- Externe Dateien (BLOBs): Ja
- Schlüssel: Ja, in Postgres gibt es Primärschlüssel und Fremdschlüssel

#### • Indexe

- Gespeicherte Prozeduren: Ja
- Triggermechanismen: Ja, Prozeduren, die als Trigger aufgerufen werden
- Versionierung: Ja, Versionierung mit Hilfe von Transaktions-ID(XID)

#### $\bullet$ Anfragemethoden

- Kommunikation, Protokoll(HTTP/REST): TCP/IP
- CRUD-Operationen: Ja
- Ad-hoc-Anfragen: Ja

#### • Konsistenz

- ACID/BASE: Ja
- Transaktionen: Ja
- Nebenläufigkeit (Synchronisation): Ja, durch Transaktionen

#### • Administration

- Werkzeuge: pgAdmin
- Massendatenimport: Ja
- Datensicherung:
- Recovery: Ja

PostgreSQL ist eine Objektrelationale Datenbank. Weiterentwicklungen wird von der PostgreSQL Global Development Group durchgeführt. PostgreSQL steht unter der PostgreSQL-Lizenz, welche sehr stark der GNU-Lizenz ähnelt. Auf Basis von PostgreSQL gibt es mehrere, zum Teil auch kommerzielle, Forks wie zum Beispiel Amazon Redshift oder EnterpriseDB.

#### 2.1.2 Architektur

- Programmiersprache des Systems
- Systemkomponenten, Systemarchitektur

client / server Architektur

• Betriebsart

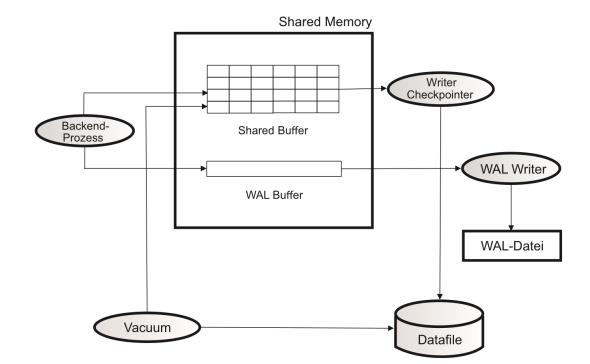
Cluster - Menge an Datenbanken, die von PostSQL-Server verwaltet werden [Fro18]

• Protokoll der Schnittstelle

TCP/IP

• API

Die Architektur von PostgresSQL ist in folgendem Bild gegeben:



Diese Architektur ergibt sich aus der Gegebenheit, dass alle Daten normalerweise nicht in den Shared Buffer passen. Ein Teil der Datenbank befindet sich im Datafile, aus dem bei Bedarf gelesen werden kann, der andere Teil im Shared Buffer. Die Hauptaufgabe des Shared Buffer ist es, Input Output Operationen (I/O Operationen) auf das Datafile zu minimieren und möglichst viele Operationen im Speicher durchzuführen. Die Motivation möglichst viele Operation im Speicher durchzuführen besteht darin, dass Operationen im Speicher schneller ausgeführt werden. Werden Operationen im Speicher ausgeführt, so werden I/O Operationen auf das Datafile reduziert. Der Writer Prozess ist für die Synchronisation des Zustands des Shared Buffers und der Tablespaces verantwortlich. Dieser Prozess schreibt Datenblöcke aus dem Shared Buffer auf die Tablespaces innerhalb des Datafile. Neben diesem writer Prozess gibt es noch andere BackenProzesse, die in dem Bild unter Backend-Prozess zusammengefasst sind Der Writer Checkpoint ist dafür verantwortlich, dass alle geänderten Datenblöcke innerhalb des Shared Buffer in das Datafile geschrieben werden. Der WAL (Write-Ahead Log) Buffer, der WAL Writer sowie die WAL-Datei bilden das Transaktionslog des Clusters. Sie werden genauer im Kapitel Konsistenz beschrieben. <sup>1</sup> VACUUM beschreibt den Prozess, der Teil der Verwaltung mehrere Versionen von Datenbankblöcken ist. In Postgres werden verschiedene Versionen von Datensätzen in der Tabelle gespeichert. Ältere Versionen von den Datensätzen werden gelöscht, wenn sie nicht mehr benötigt werden. Dadurch entstehen Lücken in der Tabelle, die der Vacum Prozess als nicht mehr benötigt kennzeichnet. <sup>2</sup>

Eine PostgreSQL-Instanz wird als Server Prozess mit eigenem Datenverzeichnis und einer eigenen Konfigurationsdatei sowie einem eigenen Transaktionslog.

#### 2.1.3 Datenmodell

• Standardsprache: SQL

• Datentypen:

Sehr viele unterstützte Datentypen, es lassen sich aber auch eigene Datentypen mittesl des CREATE TYPE befehls erstellen.[Grob]

Daten werden in Form von Tabellen abgelegt. Im Filesystem legt PostgreSQL Dateien im sogenannten \$PGDATA-Verzeichnis ab, dieses wird beim Start von PostgreSQL festgelegt. Alle Date werden im Verzeichnis Base unterhalb von \$PGDATA abgelegt. Einzelne Tabellen oder Indices können in Tablespaces ausgelagert werden. Für einen Tablespace wird ein neuer Unterordner im \$PGDATA-Verzeichnis angelegt. Es ist auch möglich einzelne Spalten einer Tabelle in einen anderen Tablespace zu verschieben.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Vgl. [Fro18, Seite 26]

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Vgl. [Fro18, Seite 37]

#### 2.1.4 Konsistenz

PostgreSQL schreibt einen Transaktionslog (Write-Ahead Log, WAL). Dieser wird als WAL-Buffer im Arbeitsspeicher und als WAL-Dateien auf der Festplatte geführt. Bei jedem Commit einer Transaktion wird zunächst das WAL aktualisiert bevor die Bestätigung an den Client gesendet wird. Der walwriter-Prozess schreibt periodisch die WAL-Buffer auf die Festplatte.

- 2.1.5 Indexe
- 2.1.6 Anfragemethoden
- 2.1.7 Konsistenz

# 3 Graph-Datenbanken im praktischen Einsatz: OLTP

## 3.1 PostgresSQL: OLTP

#### 3.1.1 Ausgewählte Use Cases

#### 3.1.2 CSV-Import

Beim Import von (CSV)-Dateien wird zwischen import vom Clientsystem und Import vom Serversystem unterschieden. Für den Import vom Client wird das psql-Statement \copy verwendet. \copy liest Informationen aus einer Datei die vom psql-Client aus erreichbar sein muss. [Pos18]

Listing 3.1: CSV Input

```
\copy Beitraege
FROM './data/Beitraege.csv' DELIMITER ',' CSV HEADER;
```

#### 3.1.3 Beurteilung

# 4 Graph-Datenbanken im praktischen Einsatz: OLAP

### 4.1 PostgreSQL: OLAP

#### 4.1.1 Benchmark

Mit der Standardinstallation von PostgreSQL wird auch pgbench mitinstalliert. Bei pgbench handelt es sich um ein einfaches Tool zur Durchführung von Benchmark-Tests. Bei einem Benchmark-Test wird eine Menge von SQL-Statements beliebig oft wiederholt, dabei können auch mehrere parallele Sessions geöffnet werden. Beim durchführen des Tests berechnet pgbench die Anzahl der Transaktionen pro Sekunde.

#### Verwendung von pgbench

pgbench wird über die Kommandozeile gestartet. Dabei können eine Reihe von Parametern übergeben werden, mit denen das Verhalten von pgbench gesteuert werden kann.

#### • -c clients

Über das Flag -c wird die Anzahl der Clients bzw. die Anzahl der gleichzeitigen Datenbankverbindungen festgelegt. Wenn hier nichts angegeben ist wird nur ein Client verewendet.

#### • -t transactions

Über das Flag -t wird festgelegt wieviele Transaktionen jeder Client durchführt. Die Anzahl aller Transaktionen ergibt sich durch das Produkt von Clients und Transactions.

- 4.1.2 Standard SQL
- **4.1.3 Stored Procedures**
- 4.1.4 PL/SQL-Recursion
- 4.1.5 Datenbankzugriffe
- 4.1.6 Zugriffsart Aggregation
- 4.1.7 Zugriffsart Traversierung
- 4.1.8 Interpretation der Ergebnisse

### Literaturverzeichnis

- [Ang12] Angles, Renzo: A comparison of current graph database models. In: Data Engineering Workshops (ICDEW), 2012 IEEE 28th International Conference on IEEE, 2012, S. 171–177
- [APPDSLP13] Angles, Renzo; Prat-Pérez, Arnau; Dominguez-Sal, David; Larriba-Pey, Josep-Lluis: Benchmarking database systems for social network applications. In: First International Workshop on Graph Data Management Experiences and Systems ACM, 2013, S. 15
  - [AU95] Aho, Alfred V.; Ullman, Jeffrey D.: Foundations of computer science. USA: Computer Science Press, 1995 http://infolab.stanford.edu/~ullman/focs.html
  - [Bec18] BECKER, Peter: *Graphentheorie*. http://www2.inf.h-brs.de/~pbecke2m/graphentheorie/einfuehrung.pdf. Version: 2018
  - [Eis03] EISENTRAUT, Peter: PostgreSQL Das Offizielle Handbuch. mitp-Verlag GmbH/Bonn, 2003
  - [Fel03] Felsner, Stefan: Geometric graphs and arrangements: some chapters from combinatorial geometry. Springer Science & Business Media, 2003
  - [Fro18] Froehlich, Lutz: *PostgreSQL 10.* Carl Hanser Verlag München, 2018
  - [Groa] GROUP, The PostgreSQL Global D.: PostgreSQL 11.1 Documentation. https://www.postgresql.org/files/documentation/pdf/ 11/postgresql-11-A4.pdf
  - [Grob] GROUP, The PostgreSQL Global D.: PostgreSQL 8.4 Documentation. https://www.postgresql.org/docs/8.4/datatype.html
  - [Gru17] GRUCIA, Jelena: PostgreSQL and GraphQL. https://blog.cloudboost.io/postgresql-and-graphql-2da30c6cde26. Version: 2017
  - [KHA<sup>+</sup>16] Kucuk, Ahmet ; Hamdi, Shah M. ; Aydin, Berkay ; Schuh, Michael A. ; Angryk, Rafal A.: Pg-Trajectory: A PostgreSQL/Post-GIS based data model for spatiotemporal trajectories. In: 2016

- IEEE International Conferences on Big Data and Cloud Computing (BDCloud), Social Computing and Networking (SocialCom), Sustainable Computing and Communications (SustainCom)(BDCloud-SocialCom-SustainCom) IEEE, 2016, S. 81–88
- [KN12] Krumke, S.O.; Noltemeier, H.: Graphentheoretische Konzepte und Algorithmen. Vieweg+Teubner Verlag, 2012 (Leitfäden der Informatik). ISBN 9783834822642
- [Kud15] Kudrass, Thomas: *Taschenbuc Datenbanken*. Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, 2015
- [Pos18] POSTGRESQL GLOBAL DEVELOPMENT GROUP: PostgreS-QL 11.1 Documentation. https://www.postgresql.org/docs/11. Version: 2018
- [Rah17] RAHMAN, Saidur: Basic Graph Theory. Berlin, Heidelberg: Springer, 2017. ISBN 978-3-319-49475-3
- [Red12] REDMOND, Eric: Sieben Wochen, sieben Datenbanken. O'Reilly Verlag, 2012
- [Sas18] SASAKI, Bryce M.: Graph Databases for Beginners: The Basics of Data Modeling. https://neo4j.com/blog/data-modeling-basics/. Version: 2018
- [SF05] STEFAN FELSNER, Gesine K. Christine Puhl P. Christine Puhl: Graphentheorie. http://page.math.tu-berlin.de/~felsner/Lehre/ GrTh05/Graphentheorie.pdf. Version: 2005
- [TT16] In: Thorsten Theobald, Sadik I.: *Graphen*. Springer Fachmedien Wiesbaden, 2016
- [ZSHZ18] Zhang, Hongliang; Song, Lingyang; Han, Zhu; Zhang, Yingjun: Hypergraph Theory in Wireless Communication Networks. Springer, 2018

# Eidesstattliche Erklärung

Ich versichere an Eides Statt durch meine eigenhändige Unterschrift, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und ohne fremde Hilfe angefertigt habe. Alle Stellen, die wörtlich oder dem Sinn nach auf Publikationen oder Vorträgen anderer Autoren beruhen, sind als solche kenntlich gemacht. Ich versichere außerdem, dass ich keine andere als die angegebene Literatur verwendet habe. Diese Versicherung bezieht sich auch auf alle in der Arbeit enthaltenen Zeichnungen, Skizzen, bildlichen Darstellungen und dergleichen.

Die Arbeit wurde bisher keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegt und auch noch nicht veröffentlicht.

Sankt Augustin, den 4. Dezember 2018 Ort, Datum

Rolf Kimmelmann, Jennifer Wittling, Jan Löffelsender