

1. Uvažujme postupnosť $(a_n)_{n=0}^{\infty}$ s ogf $A(x)$. Nájdite ogf pre postupnosť $a_1, a_4, a_7, a_{10}, \dots$.
-

2. Pre postupnosť (y_n) platí

$$y_0 = 1 \quad \text{a} \quad y_{n+1} = 2y_n + b^n \quad \text{pre každé } n \geq 0$$

(b je reálna konštanta). Nájdite obyčajnú generujúcu funkciu (v uzavretom tvare) prislúchajúcu tejto postupnosti a určte všetky b , pre ktoré existuje kladné reálne číslo c tak, že $y_n = \Theta(c^n)$.

3. Pre každé kladné celé číslo m nájdite uzavretý tvar sumy

$$\sum_{k=0}^n 3^k \binom{n}{k} \binom{k}{m}.$$

4. Pre konštantné kladné celé číslo k odhadnite n^k/n^k s absolútnou chybou $o(n^{-2})$.
-

5. Odhadnite s absolútnou chybou $O(n^{-4})$ hodnotu

$$\sum_{k=0}^{2n} \frac{1}{n^3 + 2k + 1}.$$