Kombinatorická analýza, 2. písomka, opravný termín A

1. Nájdite explicitné vyjadrenie a_n , ak $a_0=a_{10}=0$ a

$$a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2} - 1$$
 pre každé $n \ge 1$.

2. Nájdite explicitné vyjadrenie $b_n,$ ak $b_0=1$ a

$$b_{n+1} = \sum_{k=0}^{n} (n-k)b_k$$
 pre každé $n \ge 0$.

3. Nájdite uzavretý tvar pre

$$\sum_{k} (-1)^k \binom{m}{k} \binom{m}{n-k}.$$

4. Odhadnite s relatívnou chybou $\mathcal{O}(n^{-2})$ hodnotu

$$\left(\frac{n+1}{n+2}\right)^{n+3}.$$

5. Odhadnite s absolútnou chybou $O(n^{-3})$ hodnotu

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{n^2 + 2k + 1}.$$