

TITLE OF THE PAPER - IN ENGLISH

Ján Mikláš

Doctoral Degree Programme (1), FEEC BUT

E-mail: jan.miklas@vutbr.cz

Supervised by: Petr Procházka

E-mail: prochazkap@feec.vutbr.cz

Abstract: The abstract is placed here. It should be approximately 50-100 words long. The purpose of the abstract is to summarize the important ideas of the paper. It must be written in English. Please ask your supervisor to check the abstract. Below the abstract there are keywords there, also written in English.

Keywords: EEICT, template, guide

ABSTRAKT

<+blabla+> Modelom budú (sú) demonštrované základné javy vedenia prúdu cez PN prechod ako sú: driftový prúd, difúzny prúd, vytvorenie vyprázdnenej oblasti pri závernom pólovaní, injekcia minoritných nosičov do opačne dotovaných oblastí pri priepustnom pólovaní, volt-ampérová charakteristika a jej zodpovedajúce priestorové rozloženie elektrónov a dier.

1 ÚVOD

2 ROVNICE POLOVODIČOV

Význam použitých symbolov:

ϵ	permiivita prostredia (kremíku)
ψ	elektrický potenciál
\mathbf{E}	intenzita elektrického poľa
q	náboj elektrónu
p, n	koncentrácie dier a elektrónov
N_D, N_A	koncentrácie donorov a akceptorov ¹
$\mathbf{J}_n, \mathbf{J}_p$	prúdy elektrónov a dier jednotkou plochy
μ_n, μ_p	pohyblivosti nosičov
D_n, D_p	difúzne konštanty (Fickov zákon)
U_n, U_p	mera generácie a rekombinácie elektrónov a dier

Poissonova rovnica²:

$$\nabla \cdot (\epsilon \nabla \psi) = -q(p - n + N_D - N_A) \quad (1)$$

Prúdy:

$$\mathbf{J}_n = \overbrace{qn\mu_n\mathbf{E}}^{\text{drift}} + \overbrace{qD_n\nabla n}^{\text{difúzia}} \quad (2)$$

$$\mathbf{J}_p = qp\mu_p\mathbf{E} - qD_p\nabla p \quad (3)$$

¹Pre jednoduchosť stačí uvažovať prípad, kde všetky prímiesové atómy sú zionizované.

²Jedna z Maxwellových rovníc v diferenciálnom tvare $\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$, kde $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \implies \nabla \cdot (\epsilon \nabla \psi) = -\rho$

Rovnice kontinuity (zachovanie resp. časová spojitosť náboja):

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \nabla \cdot \mathbf{J}_n + U_n \quad (4)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{J}_p - U_p \quad (5)$$

Je dobré pripomenúť vzt'ah $\mathbf{E} = -\nabla\psi$. Prvý sčítanec na pravej strane rovníc (2) a (3) predstavuje drifto-
tový prúd (daný pohyblivosťou nábojov a intenzitou elektrického poľa), druhý sčítanec predstavuje
difúzny prúd podľa prvého Fickovho zákona, teda úmerný spádu koncentrácie nábojov a difúznej
konštanty.

Rovnice (1) až (5) tvoria sústavu vzájomne previazaných nelineárnych rovníc s 5 neznámymi ($\psi, \mathbf{J}_n, \mathbf{J}_p, n, p$).
Dosadením (2) do (4) a (3) do (5) je možné riešiť 3 rovnice s neznámymi (ψ, n, p). Tento postup bude
využitý v stati 4.1.

3 MKP, FENICS A STRATÉGIA RIEŠENIA

K numerickému riešeniu rovníc polovodičov použijeme diskretizáciu metódou konečných prvkov
(MKP) s využitím programových nástrojov akademicko - vedeckej výpočtovej platformy FEniCS
[?].

<+Variacna forma+> <+Mixed formy vs decoupling+> <+Casova diskretizacia+>

4 IMPLEMENTÁCIA

<++>

4.1 MATEMATICKÉ ÚPRAVY

<++> Dosadením (2) do (4) a (3) do (5) a vyžitím vzt'ahu $\mathbf{E} = -\nabla\psi$ dostávame nasledovnú sústavu
rovníc s 3 neznámymi (ψ, n, p) - tj. Poissonovu rovnicu a rovnice kontinuity elektónov a dier:

$$\nabla \cdot (\epsilon \nabla \psi) = -q(p - n + N_D - N_A) \quad (6)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \nabla \cdot (-n\mu_n \nabla \psi + D_n \nabla n) + U_n \quad (7)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \nabla \cdot (-p\mu_p \nabla \psi - D_p \nabla p) + U_p \quad (8)$$

<+stále sú vzájomne previazané+> To je dost' závažná nepríjemnosť.

<+Poissonova rovnica - varacna forma atd³+>

Časová diskretizácia rovnice (7):

$$\frac{n_i - n_{i-1}}{dt} = \nabla \cdot (-\mu_n n_{i-1} \nabla \psi_i) + \nabla \cdot (D_n \nabla n_i) + U_n \quad (9)$$

$$n_i - \nabla \cdot (dt D_n \nabla n_i) = n_{i-1} - \nabla \cdot (dt \mu_n n_{i-1} \nabla \psi_i) + dt U_n \quad (10)$$

³ dx predstavuje vektor takého rozmeru, ako je rozmer priestorových súradníc riešenej úlohy

Z toho bilinéarna a lineárna forma pre MKP $a(n, v) = L(v)$ (neznámu n_i budeme ďalej označovať jednoducho n) získaná vynásobením oboch strán (10) testovacou funkciou v a následným integrovaním podľa dx :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} n v dx + \int_{\Omega} dt D_n \nabla n \nabla v dx &= \\ = \int_{\Omega} n_{i-1} v dx - \int_{\Omega} dt \mu_n n_{i-1} \nabla \psi_i \nabla v dx + \int_{\Omega} dt U_n v dx \end{aligned} \quad (11)$$

(8)

4.2 OKRAJOVÉ PODMIENKY

<++>

4.3 SCALING

Pokiaľ majú výsledky - predovšetkým elektrických veličín ako potenciál či prúdové hustoty - kvantitatívne zodpovedať realistickým hodnotám, je nutné aplikovať realistické hodnoty materiálových i rozmerových konštánt. Tým však vzniknú obrovské rozdiely v rádoch jednotlivých veličín, čo má za následok jednak zbytočne vysokú výpočtovú cenu (resp. čas výpočtov), jednak možnú stratu numerickej riešiteľnosti. Preto sa rovnice násobia ešte pred výpočtom škálovacími konštantami [?] [?] a následne sa spätne „zrozmerňujú“ až výsledky.

Účelom tohto článku je odvodenie a zostavenie výpočtového modelu s následným kvalitatívnym overením jeho funkčnosti. Pre jednoduchosť bude preto tento model bezrozmerný, tj. konštanty budú jednotkové.

4.4 VÝPOČTOVÉ PREVEDNIE (PYTHON)

```
# Mesh and function space
nx = 100
ny = 1
mesh = RectangleMesh(Point(0.0, 0.0), Point(x_length, y_length) , nx, ny, '
    crossed')
V = FunctionSpace(mesh, "CG", 1)
Vn=V
Vp=V
```

```
#####
## Poisson
#####
rho = Expression("q * (p - n + Nd - Na)", q=q, p=p0, n=n0, Nd=Nd, Na=Na, degree
    =1)
Psi = TrialFunction(V)
v_psi = TestFunction(V)
a = -inner(grad(Psi), grad(v_psi)) * dx
L = -rho/eps_Si*v_psi*dx

Psi_result = Function(V)
#solve(a==L, Psi_result, [bc_psi1, bc_psi2])
```

```
#####
## n, p Continuity
#####
n_i1 = Function(Vn)
n_i1.assign(n0)
n = TrialFunction(Vn)
vn = TestFunction(Vn)
#an = n*vn*dx + dt*Dn*inner(grad(n), grad(vn))*dx
```

```

an = n*vn*dx + dt*D_n*inner(grad(n), grad(vn))*dx
Ln = n_il*vn*dx + dt*mob_n*n_il*inner(grad(Psi_result), grad(vn))*dx

n_result = Function(Vn)
#solve(an==Ln, n_result, [bc_n1, bc_n2])

p_il = Function(Vp)
p_il.assign(p0)
p = TrialFunction(Vp)
vp = TestFunction(Vp)
ap = p*vp*dx + dt*D_p*inner(grad(p), grad(vp))*dx
Lp = p_il*vp*dx - dt*mob_p*p_il*inner(grad(Psi_result), grad(vp))*dx

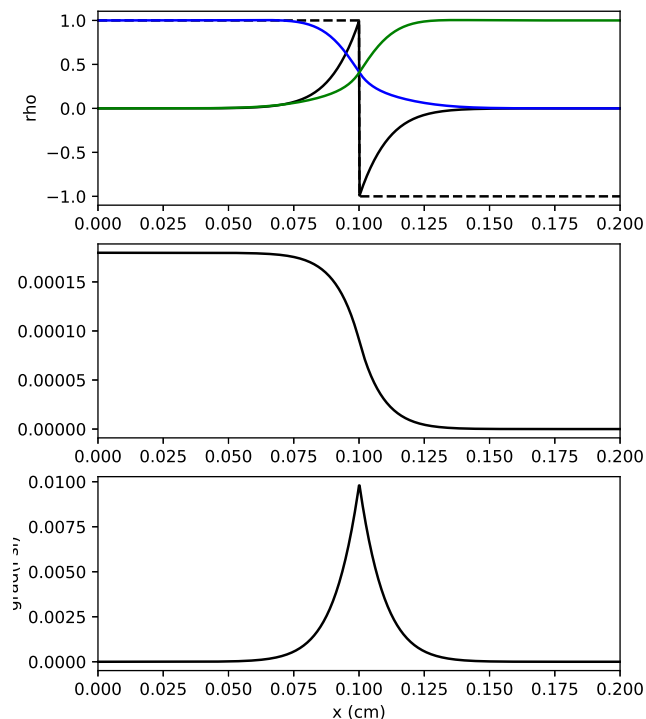
p_result = Function(Vp)
#solve(ap==Lp, p_result, [bc_p1, bc_p2])

Psi_result = Function(V)
n_result = Function(Vn)
p_result = Function(Vp)
#solve(a==L, Psi_result, [bc_psi1, bc_psi2])
#solve(an==Ln, n_result, [bc_n1, bc_n2])
#solve(ap==Lp, p_result, [bc_p1, bc_p2])

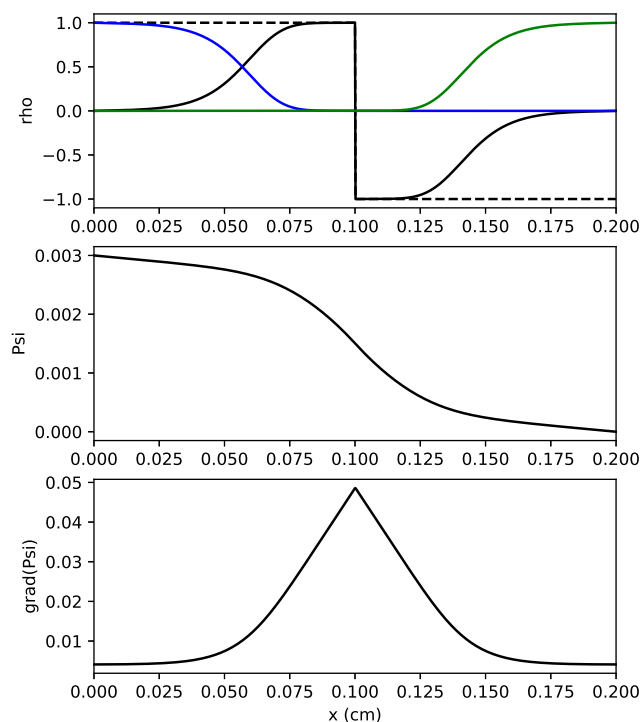
```

5 PRÍKLAD RIEŠENIA - PN PRECHOD; ROVNOVÁŽNY STAV, NAPÄŤOVÉ OKRAJOVÉ PODMIENKY

<++>



Obrázek 1:



Obrázek 2:

5.1 INTERPRETÁCIA VÝSLEDKOV

<++>

5.1.1 KONCENTRÁCIE VOL'NÝCH NOSIČOV

<++>

5.1.2 DRIFTOVÝ A DIFÚZNY PRÚD

<++>

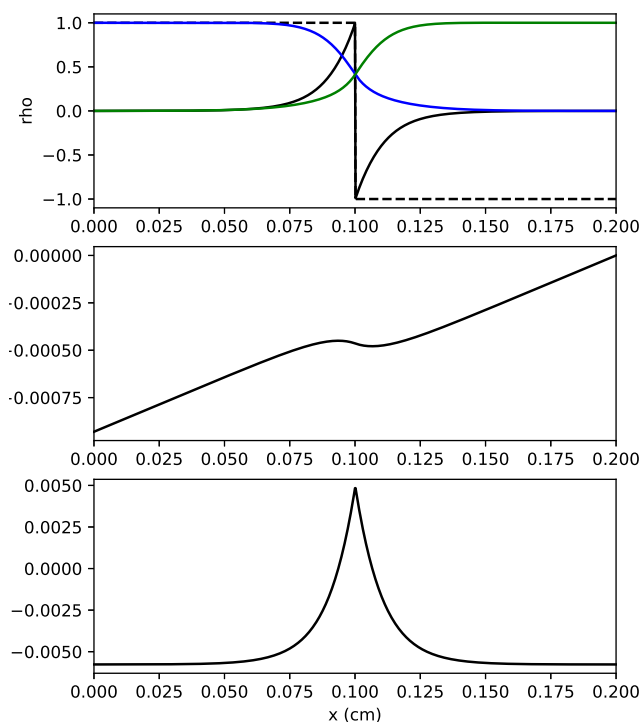
A ZDROJOVÝ KÓD (PYTHON)

<++>

B ÚVOD

Tady už se konečně můžete vyjádřit. Patrně bude vhodné nějaký úvod napsat, aby se čtenář lehce vpravil do problematiky. Rozhodně ale není vhodné se zde nějak příliš široce rozepisovat. Nezapomeňte, že pro každý příspěvek jsou ve sborníku vyhrazeny maximálně 3 stránky pro Bc. a Mgr. studenty, 5 stran pro studenty PhD.

Když už se nám zdá, že toho bylo dost, přejdeme k věci (v další kapitole).



Obrázek 3:

C POKYNY K PSANÍ TEXTU

Pokud ke psaní textu nevyužijete šablonu, pak dodržujte následující typografické zásady.

Velikost stránky je A4, okraje jsou 2,5 cm, pouze dolní okraj má 3,2 cm.

Hlavička se skládá z názvu příspěvku, jména autora, studijního programu, školy, emailu, jména školitele, emailu školitele, abstraktu a klíčových slov, a celá je psána anglicky!

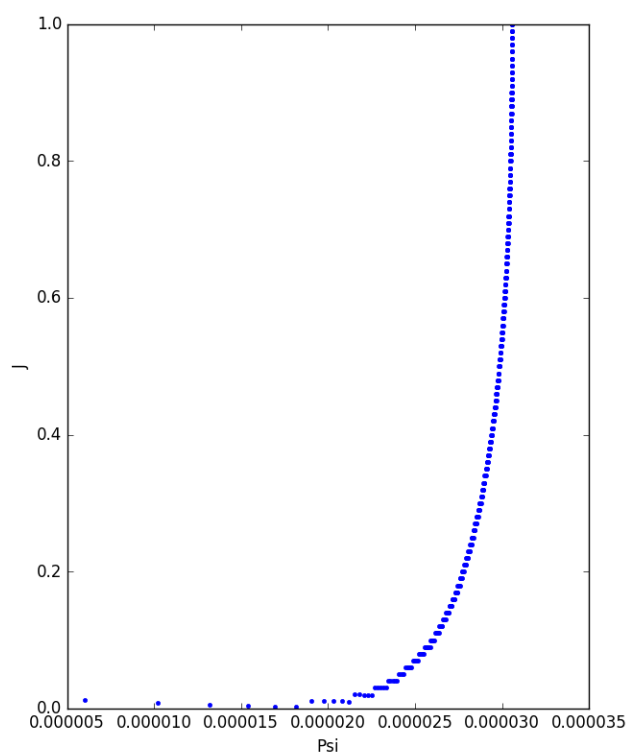
Název příspěvku: písmo Times New Roman, velikost 16 b., tučně, všechna písmena velká, mezera za odstavcem 24 b., zarovnat na střed.

Jméno autora: písmo Times New Roman, velikost 12 b., tučně, zarovnat na střed, mezera za odstavcem 6 b. **POZOR!** Jméno autora uvádějte **BEZ TITULŮ!!!**

Studijní program, škola, a email: písmo Times New Roman, velikost 9 b., zarovnat na střed, mezera za odstavcem 6 b. Studijní program je buď Bachelor Degree Programme, Master Degree Programme nebo Doctoral Degree Programme. Číslo v závorce udává ročník, který studujete. Za čárkou následuje **ANGLICKÁ** zkratka školy, kterou studujete (tedy FEEC BUT nebo FIT BUT). Studenti středních škol uvedou anglický název školy a do závorky ročník, který studují.

Jméno školitele: písmo Times New Roman, velikost 12 b., zarovnat na střed, mezera před odstavcem 18 b. **POZOR!** Jméno školitele uvádějte **BEZ TITULŮ!!!**

Abstrakt: písmo Times New Roman, velikost 11 b., zarovnat do bloku, odsazení odstavce 5 mm, mezera před odstavcem 18 b. a za odstavcem 6 b., první slovo je „Abstract“ a je psáno tučně, následuje abstrakt v angličtině.



Obrázek 4:

Klíčová slova: písmo Times New Roman, velikost 11 b., zarovnat do bloku, odsazení odstavce 5 mm, mezera za odstavcem 6 b., první slovo je „Keywords“ a je psáno tučně, následuje seznam klíčových slov v angličtině.

Text pište fontem Times New Roman, velikost 11 b., za odstavec vkládejte mezeru 6 b., odsazení odstavce je 5 mm, zarovnání do bloku, řádkování jednoduché a povolte dělení slov.

Nadpisy úrovně 1: písmo Times New Roman, velikost 11 b., tučné, všechna písmena velká, zarovnat doleva, mezera před odstavcem 24 b., za odstavcem 6 b.

Nadpisy úrovně 2: písmo Times New Roman, velikost 11 b., tučné, kapitálky, zarovnat doleva, mezera před odstavcem 12 b., za odstavcem 6 b.

C.1 UPOZORNĚNÍ

Není vhodné (a ani přípustné) pokoušet se o zanoření větší úrovně, než je tato. Příspěvky, které tuto (a další podmínky) nesplní, budou autorům vráceny k přepracování.

C.2 ROVNICE

Takto $y = ax + b$ vypadá rovnice v textu. Důležité rovnice je ovšem vhodné napsat na samostatný řádek:

$$y = px + q \tag{12}$$

V rovnici (12) jsme ukázali, že zítra nebude pršet.

C.3 TABULKY

Občas se může vyskytnout potřeba prezentovat nějaká data uspořádaná do tabulky. I to je samozřejmě možné.

X	Y
10	100,1
20	102,1
30	−103,5

Tabulka 1: Závislost veličiny X na veličině Y

V tabulce 1 je uvedena závislost veličiny X na veličině Y.

C.4 OBRÁZEK

No, a občas se může v textu samozřejmě také vyskytnout nějaký ten odkaz na obrázek. Obrázek 6 ukazuje něco, co jste ještě neviděli.

Obrázek 5: Obrázek Božetěchovy.

D ZÁVĚR

Těžko říct, co sem ještě tak asi napsat. Doufám, že tato šablanka někomu usnadní splnění zostřených požadavků, které jsou kladeny na příspěvky pro konferenci EEICT. Pokud bude mít někdo jakékoliv připomínky a náměty, necht' neváhá a pošle e-mail:

orsag@fit.vutbr.cz
drahan@fit.vutbr.cz

PODĚKOVÁNÍ (ANGLICKY = ACKNOWLEDGEMENT)

Tento příspěvek vznikl za podpory grantu GAČR 111/22/3333 a výzkumného záměru XXX: J55/66:12345678 (někdo samozřejmě nemusí řešit grant nebo něco takového, takže tuhle sekci nebudou mít ve svém příspěvku všichni.)

REFERENCE

- [1] Rybička, J.: \LaTeX pro začátečníky, Brno, Konvoj 1999, ISBN 80-85615-77-0
- [2] Orsag, F.: Vision für die Zukunft. Biometrie, Kreutztal, DE, b-Quadrat, 2004, s. 131-145, ISBN 3-933609-02-X
- [3] Drahanský, M., Orsag, F.: Biometric Security Systems: Robustness of the Finger-print and Speech Technologies. In: BT 2004 - International Workshop on Biometric Technologies, Calgary, CA, 2004, s. 99-103