

Janne Tolppanen  
Antti Varvas  
Kim Koskinen  
Tino Aalto  
Joonas Harjula

21.11.2022

Tommi Veijalainen  
Juha Hyytiäinen

**Kaksivartinen vipu**

Kaksivartinen vipu on yksi perinteinen fysiikan ilmiö. Siispä päätimme tehdä tutkimusprojektin, jossa testasimme penkkipunnerrustangon kaatumista vasemmalle päin, kun levypainoja lisätään vain vasemmalle puolelle. Projektin sisältää hypoteesin laskemisen, sekä videoidun käytännön kokeen.

**Ryhmätyön itsearviointi**

Olimme kaikki tyytyväisiä aihevalintaan, työnjakoon, powerpoint-esitykseen, videoomme, laskemiimme tuloksiin, ryhmähenkeen, ja yleensäkin koko ryhmätyön toteutustapaan. Siispä jokainen päätti antaa jokaiselle 100% pisteistä. Koimme, että kaikki tekivät mitä pitikin, joten kaikki saivat 100% pisteistä. Pisteet siis jakautuvat seuraavasti:

Janne 100% Antti 100% Kim 100% Tino 100% Joonas 100%

**Johdanto vipuvoimien laskemiseen**

Vipu on tavallaan voiman ”jatke”, jonka ansiosta sama voima voi tehdä suuremman työn, mikäli vivun pituus kasvaa. Esimerkiksi pitkässä ruuvimeisselissä on enemmän voimaa kuin lyhyessä ruuvimeisselissä, rautakanki auttaa vääntämään irti painavia kiviä, tai vasara saa lisää iskuvoimaa varresta.

Kaksivartinen vipu on fysiikan ilmiö, jossa molemmille puolille vipua kohdistuu samansuuntainen voima, ja näitä kahta voimaa yhdistää yksi jaettu tukipiste voimia yhdistävien varren välissä.

Esimerkiksi, jos tiedetään, että tasapainossa olevalla kiikkulaudalla on vasemmalla puolella 20kg massaa, mutta tuntematon varren pituus, ja oikealla puolella on puolestaan 30kg massaa, ja 1.5 metrin varren pituus, voidaan tästä laskea tuntematon vasemman puolen varren pituus seuraavasti:

$\text{Voima} \cdot \text{voiman varsi} = \text{kuorma} \cdot \text{kuorman varsi}$ , jonka muunsimme seuraavaan muotoon:

Selvitetään ensiksi oikean puolen vipuvoima muuttamalla kilot newtoneiksi:  
 $30\text{kg} \cdot 9.81\text{m/s}^2 = 294.3 \text{ newtonia}$ . Tämän jälkeen muutetaan oikea puoli newtonmetreiksi:  $294.3\text{N} \cdot 1.5\text{m} = 441.45 \text{ newtonmetriä}$ . Ja tästä tiedetään, että koska oikealla on 441.45 newtonmetriä, vasemmalla pitää olla 441.45 newtonmetriä. Eli  $20\text{kg} \cdot 9.81\text{m/s}^2 \cdot X = 441.45$ , josta tulee  $X = 2.25\text{metriä}$ .

Janne Tolppanen  
Antti Varvas  
Kim Koskinen  
Tino Aalto  
Joonas Harjula

21.11.2022

- Ryhmätyömme projekti Päätimme ryhmässämme tutkia, kuinka hyvin kaksivartisen vivun kaava toimii tavalliseen penkkipunnerrustankoon tutkimalla, kuinka nopeasti tanko kaatuu pois penkkipunnerrustelineeltä, jos painoja lisää vain toiselle puolelle tankoa. Siispä koeasetelmamme on seuraava: Meillä on 220cm leveä ja 20kg painava penkkipunnerrustanko, joka makaa tavallisella penkkipunnerrustelineellä. Vasemmalle puolelle jää 51cm, oikealle puolelle  $220-51=169\text{cm}$  tankoa. Seuraavaksi lisäämme painoja vasemmalle puolelle, kunnes tanko kippaa vasemmalle.
- Ennen painojen lisäämistä on kuitenkin hyvä laskea ensiksi kaikki se, mitä laskea voidaan, ennen painojen lisäämistä: Koska tanko painaa 20kg, voidaan ensiksi helposti laskea (vähän yksinkertaistaen), että vasemmalle puolelle jäävän tangon paino on  $51\text{cm}/220\text{cm} \cdot 20\text{kg} = 4.64\text{kg}$ , ja oikealle puolelle jäävän tangon paino on puolestaan  $169\text{cm}/220\text{cm} \cdot 20\text{kg} = 15.4\text{kg}$ . Koska vipuvoima kasvaa lineaarisesti suhteessa etäisyyteen, voidaan luoda sellainen sellainen lineaarinen yhtälö, joka huomioi etäisyyden ja painon tuottaman vääntömomentti eli newtonmetrimäärä jokaisessa kohdassa vipuvartta, ja sen jälkeen lineaarin alle jäävä pinta-ala voidaan laskea integroimalla ja selvittää siitä keskiarvo. Toisaalta samaan tulokseen myös päästään huomioimalla geometrian säännöt, eli kolmion pinta-ala on puolet neliöstä, koska kyseessä on lineaarinen eikä paraabelinen yhtälö.
- Koska hyödynnämme geometriaa, laskemme kahden vipuvarren pituuden keskiarvot yhteen. Jos 15.4kg olisi äärettömän lähellä tukipistettä, vääntömomentti olisi 0nm. Toisaalta taas, jos 15.4kg on mahdollisimman kaukana tukipisteestä (joka siis on tangon pituus huomioiden 1.69m päässä tukipisteestä, tällöin vääntömomentti olisi:  $15.4\text{kg} \cdot 9.81\text{m/s}^2 = 151,074\text{ newtonia}$ , josta tulee  $151,074\text{N} \cdot 1.69\text{m} = 255.315\text{ newtonmetriä}$ . Tästä saadaan siis laskettua keskiarvoksi:  $(0\text{nm} + 255.315\text{nm})/2 = 127.658\text{nm}$ .
- Eli, nyt siis tiedetään, että pelkkä tanko tuottaa oikealle puolelle 127.658nm verran vääntömomenttia. Seuraavaksi selvitetään vielä vasemman puolen tangon aiheuttama vääntömomentti, ja sen jälkeen voidaankin jo laskea, paljonko vasemmalle puolelle pitää lisätä painoja, jotta tanko kippaa vasemmalle päin. Vasemmalla puolella on siis tällä hetkellä tangon vaikutuksesta:  $4.64\text{kg} \cdot 9.81\text{m/s}^2 = 45.5184\text{ newtonia}$ , joka tekee  $45.5184\text{N} \cdot 0.51\text{m} = 23.214\text{ newtonmetriä}$ . Tästä saadaan keskiarvoksi:  $(0\text{nm} + 23.214\text{nm})/2 = \text{keskimäärin } 11.607\text{nm}$
- Eli nyt tiedetään jo, että tanko itsessään tuottaa oikealle puolelle 127.7nm ja vasemmalle puolelle vain 11.6nm. Toisin sanoen, jos vasemmalle puolelle lisätään vääntömomenttia vähän yli  $127.7\text{nm} - 11.6\text{nm} = \text{vähän yli } 116.1\text{nm}$ , niin tällöin tanko ainakin teoriassa kippaa vasemmalle. Levypainojen kohdalla on tärkeitä arvioida, mihin kohtaan levyjen paino keskimäärin kohdistuu vahvimmin, koska vipuvarren pituus vaikuttaa jokaisen levyn tuottamaan vääntömomenttiin erillisesti. Toisaalta, asiaa voi myös lähestyä käytännönläheisemmin. Eli ei lähdetä mittaamaan jokaista levyn sijaintia ja laskemaan jokaista vääntömomenttia erillisesti, vaan sen sijaan tehdään karkea arvio, mihin kohtaan tankoa keskimäärin

Janne Tolppanen  
Antti Varvas  
Kim Koskinen  
Tino Aalto  
Joonas Harjula

21.11.2022

lisätyt levypainot tuottavat suurimman painon. Ja sitten päätetään myös, tehdäänkö arvio vähän yläkanttiin vai vähän alakanttiin.

Päätimme tehdä arviot siten, että arvioimme matematiikan keinoin vähimmäiskilomäärän. Eli liioittelemme vähän vipuvartta, ja pyöristämme vaadittua vääntömomenttia vähän alaspäin, jotta turvallisuussyistä tanko ei kaatuaisi ainakaan ennen kuin vähintään tämä minimipainomäärä on lisätty. Vaadittu vääntömomentti on siis  $116.4 \text{ Nm} = 115 \text{ Nm}$ . Vipuvarren pituus varman päälle 30cm. Seuraavaksi siis laskemme, paljonko tarvitaan lisää kilogrammoja vasemmalle, jotta vasemman puolen vääntömomenttiin tulee 115Nm lisää newtonmetrejä vipuvarrella 30cm. Tästä tulee  $\rightarrow 115 = X \cdot 9.81 \cdot 0.30 \rightarrow 2.943 \cdot X = 115 \rightarrow X = 39 \text{ kg}$ . Eli, hypotesimme on, että vaaditaan vähintään 39kg, jotta tanko kaatuu.

#### Käytännön testi

Seuraavaksi linkki youtube-videoon, jossa näkyy käytännön testi:

<https://www.youtube.com/watch?v=KV-7nvf04oI&t=4s>

Kuten videolta näkyy, hypotesimme osui riittävän lähelle. Oikeasti vaadittiin 46.25kg, ennen kuin tanko kaatui, ja me arvioimme, että vaaditaan vähintään 39kg, ennen kuin tanko kaatuu. Laskutapamme tuntui siis ihan toimivalta.

Samalla kuitenkin todettakoon, että vipuvarren laskennassa mitaamisen pitää olla todella tarkkaa, jos se halutaan tehdä tarkasti, koska jokaiseen levypainoon kohdistuu vähän eri mittainen vipuvarsi, jne.

Lopputuloksena olemme kuitenkin tyytyväisiä tutkimusprojektiimme, ja siihen, että hypotesimme osui riittävän lähelle totuutta.

Terveisin,  
Janne, Antti, Kim, Tino ja Joonas