

# PELP1 - wykład 5

## Sygnały okresowe i ich parametry

dr inż. Łukasz Maślikowski

Instytut Systemów Elektronicznych  
Politechnika Warszawska

24 marca 2021

# Spis treści

- 1 Sygnały okresowe
- 2 Podstawowe parametry sygnałów okresowych
- 3 Parametry amplitudowe

# Sygnał okresowy

Sygnał  $x(t)$  nazywamy okresowym, jeśli istnieje taka wartość  $T$ , że w każdej chwili czasu  $t$  spełniona jest zależność  $x(t) = x(t + T)$

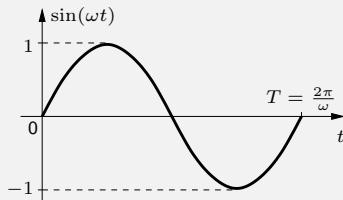
Przykładem jest sygnał sinusoidalny o okresie  $T$ :

$$x(t) = X_0 + X_m \sin(\omega t + \phi)$$

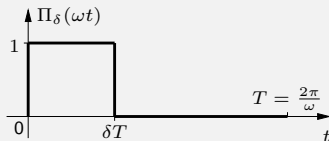
- $X_0$  - składowa stała
- $X_m$  - amplituda,  $X_m > 0$
- $\omega$  - pulsacja,  $\omega = 2\pi f$  [rad/s],  $f = 1/T$  [Hz]
- $\phi$  - faza początkowa

# Podstawowe sygnały okresowe

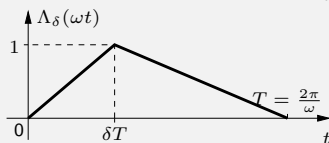
sinusoidalny  $\sin(\omega t)$



prostokątny  $\Pi_{\delta}(\omega t)$

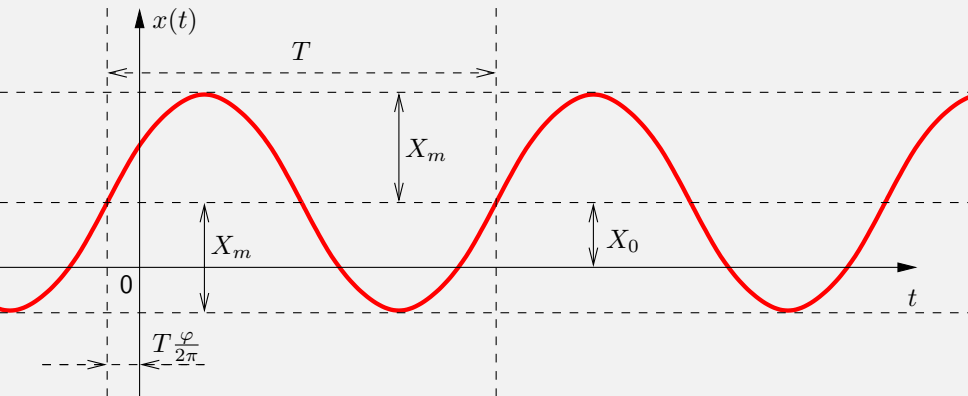


trójkątny  $\Lambda_{\delta}(\omega t)$



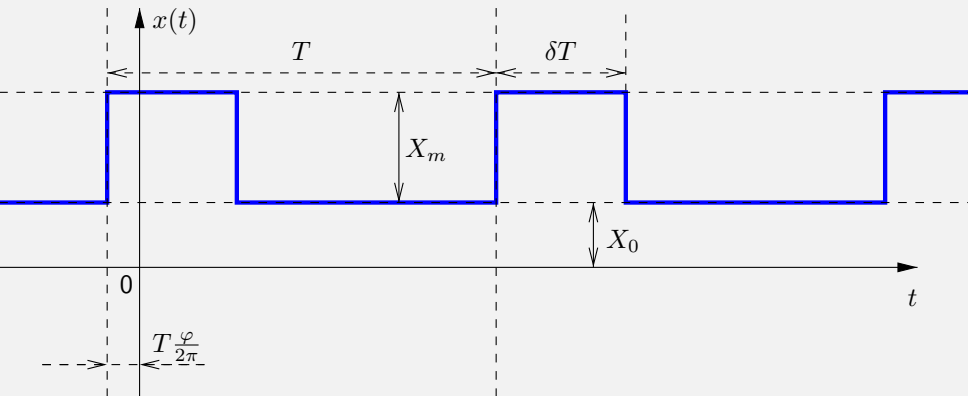
# Sygnał sinusoidalny

$$X_0 + X_m \sin(\omega t + \varphi)$$



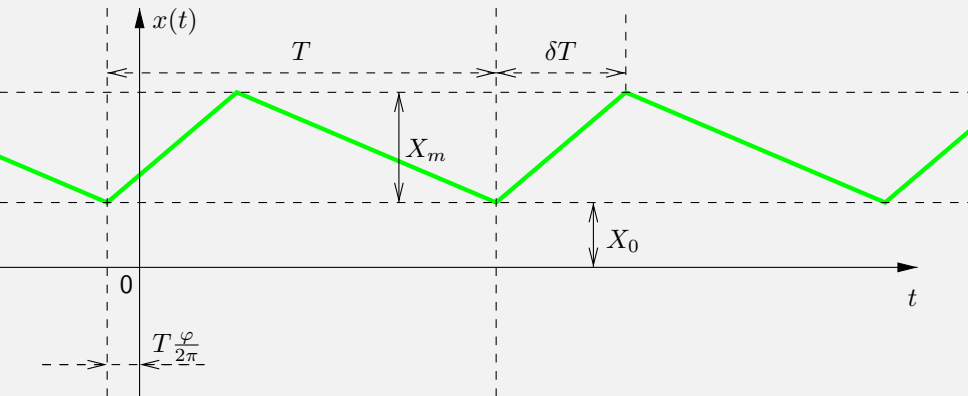
# Sygnał prostokątny

$$X_0 + X_m \Pi_{\delta}(\omega t + \varphi)$$

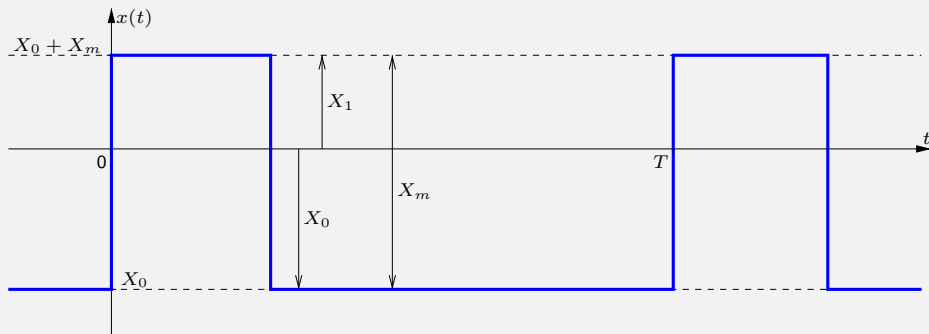


# Sygnał trójkątny

$$X_0 + X_m \Lambda_\delta(\omega t + \varphi)$$



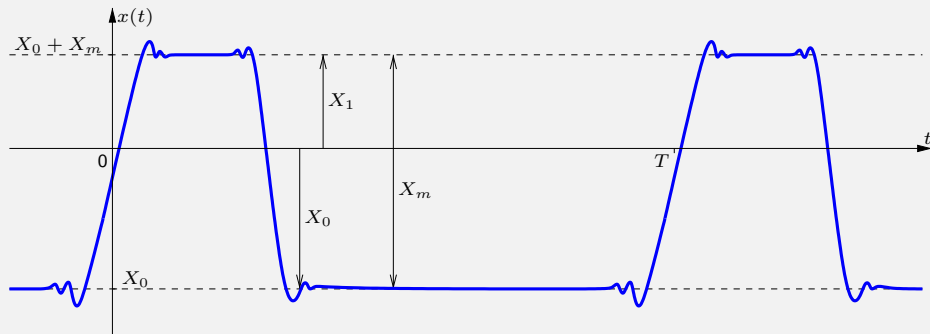
# Podstawowe parametry amplitudowe



- $X_0$  - poziom odniesienia (bazowy)
- $X_1$  - poziom wierzchołka impulsu
- $X_m$  - amplituda impulsu (maks. odchylenie od poziomu odniesienia)

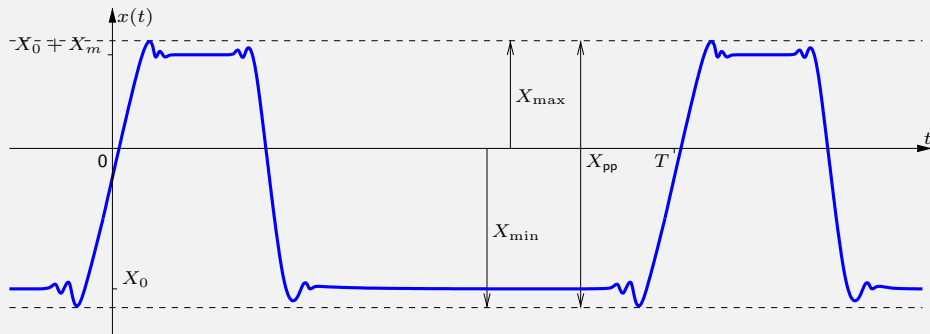


# Podstawowe parametry amplitudowe



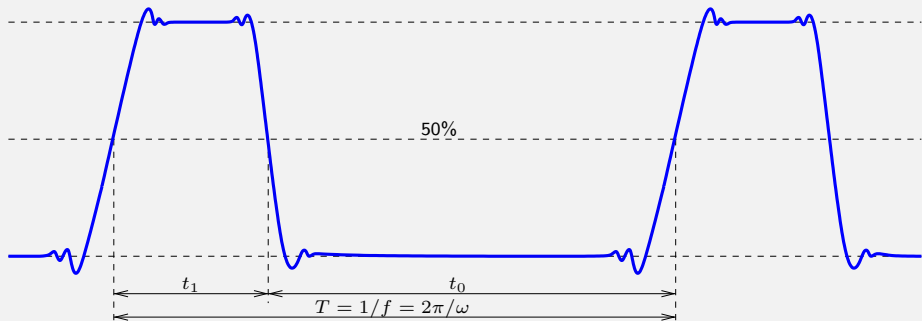
- $X_0$  - poziom odniesienia (bazowy)
- $X_1$  - poziom wierzchołka impulsu
- $X_m$  - amplituda impulsu (odchylenie poziomu wierzchołka od poziomu odniesienia)

# Sygnał nieidealny



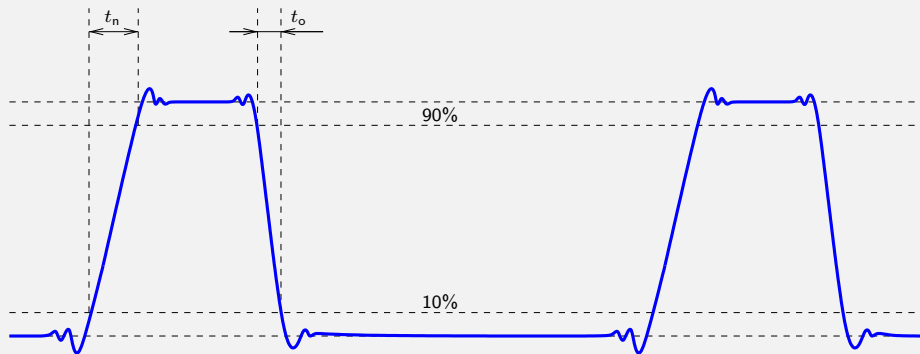
- $X_{min}$  - wartość minimalna
- $X_{max}$  - wartość maksymalna
- $X_{pp}$  - wartość międzyszczytowa (*peak-to-peak*)

# Podstawowe parametry czasowe



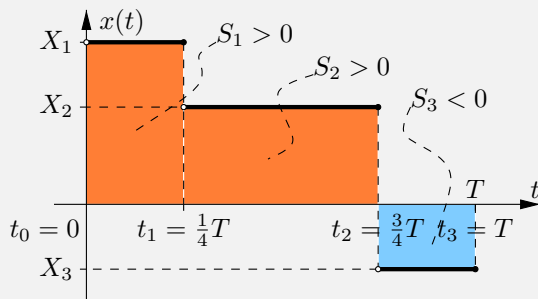
- $T$  - okres       $\delta$  - wypełnienie (*duty*)
- $t_1$  - szerokość impulsu dodatniego,  $t_1 = \delta T$
- $t_0$  - szerokość impulsu ujemnego,  $t_0 = (1 - \delta)T$

# Czas narastania i opadania



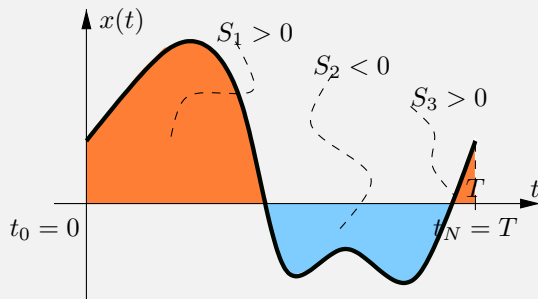
- $t_n$  - czas narastania (*rise*)
- $t_o$  - czas opadania (*fall*)

# Wartość średnia sygnału okresowego odcinkami stałego



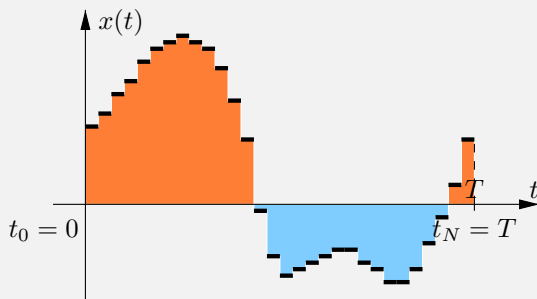
$$\begin{aligned}
 \bar{x} &= X_1 \frac{t_1 - t_0}{T} + X_2 \frac{t_2 - t_1}{T} + X_3 \frac{t_3 - t_2}{T} = \\
 &= \frac{1}{T} [X_1(t_1 - t_0) + X_2(t_2 - t_1) + X_3(t_3 - t_2)] = \\
 &= \frac{1}{T} (S_1 + S_2 + S_3) = \frac{1}{T} \sum_k S_k
 \end{aligned}$$

# Wartość średnia sygnału okresowego ciągłego



$$\bar{x} = \frac{1}{T}(S_1 + S_2 + S_3) = ?$$

# Wartość średnia sygnału okresowego ciągłego

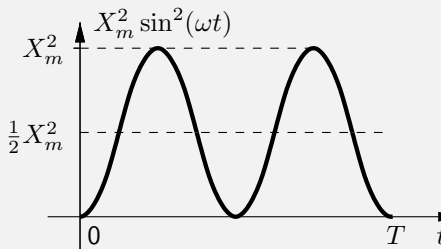
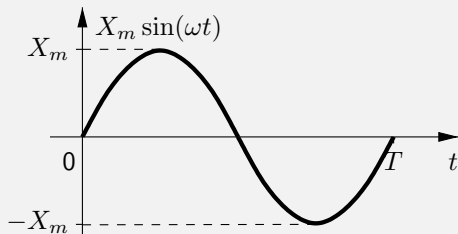


$$\begin{aligned}
 \bar{x} &\approx \sum_{i=1}^N x(t_k) \frac{\Delta t}{N \Delta t} = \sum_{i=1}^N x(t_k) \frac{\Delta t}{T} = \\
 &= \frac{1}{T} \sum_{i=1}^N x(t_i) \Delta t = \frac{1}{T} \sum_k S_k \xrightarrow{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{T} S = \bar{x}
 \end{aligned}$$

# Wartość skuteczna sygnału okresowego (RMS)

$$X_{sk} = \sqrt{\overline{(x^2)}}$$

Przykład: sygnał sinusoidalny bez składowej stałej



$$X_{sk} = \sqrt{\overline{X_m^2 \frac{1 - \cos(2\omega t)}{2}}} = \sqrt{\frac{X_m^2}{2}} = \frac{X_m}{\sqrt{2}} \approx 0,707 X_m$$



# Parametry amplitudowe sygnałów okresowych

## Wartość ...

średnia  $X_{\text{sr}} = \bar{x}$

skuteczna (*RMS*)  $X_{\text{sk}} = \sqrt{\overline{x^2}}$

średnia wyprostowana  $X_{\text{św}} = |\overline{x}|$

szczytowa (*peak*)  $X_{\text{p}} = \max_{t \in [t_0, t_0+T]} |x|$

międzyszczytowa  
(*peak-to-peak*)  $X_{\text{pp}} = \max_{t \in [t_0, t_0+T]} x - \min_{t \in [t_0, t_0+T]} x$

## Współczynniki opisujące sygnały okresowe:

współczynnik kształtu (*form factor*)  $k_k = X_{\text{sk}}/X_{\text{św}}$

współczynnik szczytu (*crest factor*)  $k_a = X_{\text{p}}/X_{\text{sk}}$