Laboratorium kontrolne

MAT 2, IIR 202 - Zima 2021/22, Wt. 18:15-20:00

Zadanie 1(4p.)

Szymon i Żegota wybrali się w góry. Trasa wybrana przez Szymona może być opisana wzorem x(t) = (t-10,t^2,t+1), gdzie t zmienia się od 0 do 3. Trasa Żegoty opisana jest wzorem y(t) = (t^2-1,10-t,t^2+t-10), gdzie t zmienia się również od 0 do 3. W jakich miejscach (na swoich trasach) muszą stanąć Szymon i Żegota, aby odległość między nimi była najmniejsza?

Uwaga: Zauważmy, że zamiast analizować odległość pomiędzy Szymonem a Żegotą można analizować kwadrat tej odległości - da to taki sam rezultat.

1. Zdefiniuj funkcję dkw(t1,t2) opisującą kwadrat odległości pomiędzy Szymonem i Żegotą. Podaj dziedzinę tej funkcji na podstawie zmienności parametrów t.
2. Znajdź ekstrema lokalne leżące wewnątrz dziedziny.
3. Wyznacz minimum globalne (pamiętaj o dziedzinie). Wynik sprawdź funkcją Minimize.

Zadanie 2 (2p)

Niech h(x) = Sin(x) oraz g(x) = Cos(x). Napisz funkcje, które będą zwracały rozwinięcia funkcji g(x) i h(x) w szereg Taylora o n wyrazach (rozwiniecie wokół 0). Co można powiedzieć o wynikowych szeregach Taylora dla każdej z tych funkcji? Dla wybranej funkcji (g lub h) zademonstruj, że wraz ze wzrostem liczby wyrazów w szeregu Taylora przybliżenie funkcji jest coraz bardziej dokładne.

Zadanie 3 (3p)

Niech dana będzie funkcja: f(z) = z^2/(Exp(z)-1).
1) Zdefiniuj funkcję f(z) oraz wyznacz jej dziedzinę.
2) Znajdź wszystkie punkty dziedziny, w których funkcja jest holomorficzna.
3) Policz pochodną zespoloną funkcji przynajmniej dwoma sposobami.