

# PELP1 - wykład 1

## Modele elementów

dr inż. Łukasz Maślikowski

Instytut Systemów Elektronicznych  
Politechnika Warszawska

6 października 2021

# Spis treści

- 1 Założenia wstępne
- 2 Klasyfikacja elementów
- 3 Źródła idealne
- 4 Dwójniki bierne
- 5 Źródła rzeczywiste
- 6 Czwórniki

# Teoria pola elektromagnetycznego

Równania Maxwella dokładnie opisują właściwości pola elektrycznego i magnetycznego oraz zależności między tymi polami w czasie i przestrzeni:

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \end{array} \right.$$

Ale są dość skomplikowane ...

# Teoria obwodów

- Zakładamy, że pole elektromagnetyczne jest **quasi-stacjonarne**
  - natychmiastowość zmian
- Modelujemy obwód za pomocą elementów **skupionych**
  - pojedynczą właściwość/zjawisko reprezentujemy w postaci idealizowanego elementu
  - właściwości elementu są w nim zamknięte
  - element kontaktuje się z innymi za pomocą zacisków
  - zależności między wielkościami na zaciskach opisane równaniem elementu
  - nie rozpatrujemy położenia tylko sposób połączenia elementów

Przybliżenie dobrze się sprawdza, gdy rozmiar układu jest dużo mniejszy od długości fali. W przeciwnym wypadku należy wykorzystać model **o stałych rozłożonych**.

# Podstawowe wielkości

- natężenie prądu (prąd)  $i$  [A]
- napięcie  $u$  [V]
- ładunek  $q$  [C]
- magnetyczny strumień skojarzony  $\psi$  [Wb]

Prąd i napięcie są wielkościami skierowanymi

- strzałka napięcia **dodatniego** wskazuje punkt o wyższym potencjale
- strzałka prądu **dodatniego** wskazuje kierunek ruchu umownych ładunków dodatnich

# Konwencja oznaczeń

- przebieg zmienny oznaczamy małą literą  $u = u(t)$
- wartość stałą oznaczamy wielką literą  $I = \text{const}$
- stały parametr przebiegu zmiennego oznaczamy wielką literą  $u = U \cos(\omega t + \phi)$

# Elementy - klasyfikacja

- elementy o dwóch zaciskach to **dwójniki**
  - istnieją elementy o większej liczbie zacisków
- elementy **stacjonarne** opisane są równaniami o stałych współczynnikach
- elementy **liniowe** opisane są równaniami liniowymi
  - niektóre metody upraszczania obwodów nie działają jeśli w obwodzie występują elementy nieliniowe
- elementy **aktywne** mogą dostarczać energię do obwodu a **pasywne** nie
  - chyba, że element pasywny zgromadził wcześniej energię
- elementy **beźródłowe** mogą przyjmować stan  $u = 0, i = 0$ 
  - nawet jeśli w ich wnętrzu występują źródła

# Równania elementów

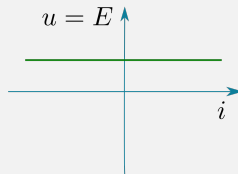
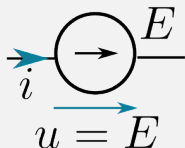
Różne rodzaje elementów opisane są równaniami (charakterystykami) odpowiednich zmiennych.

- elementy **rezystancyjne**:  $f(u, i) = 0$ 
  - opór
  - źródło napięciowe (idealne, rzeczywiste)
  - źródło prądowe (idealne, rzeczywiste)
  - zwarcie, rozwarcie
  - dioda (idealna, rzeczywista)
- elementy **pojemnościowe**:  $f(u, q) = 0$ 
  - pojemność
- elementy **indukcyjne**:  $f(i, \psi) = 0$ 
  - indukcyjność



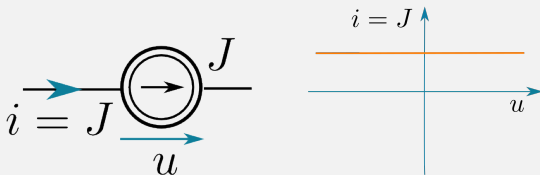
# Idealne źródło napięciowe (niezależne)

- element modelujący dostarczanie energii elektrycznej
- opisany charakterystyką  $u = E$  lub  $u = u(t)$
- napięcie na źródle **nie zależy** od prądu przez nie płynącego
  - na źródle jest napięcie  $E$  pomimo zerowego bądź ujemnego prądu
- prąd źródła dostosowuje się do obwodu
- prąd i napięcie źródła strzałkujemy w tę samą stronę
- nie można zwierać ani łączyć równolegle i.ż.n. o innych wartościach



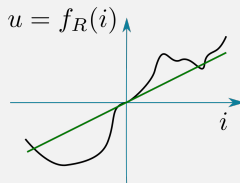
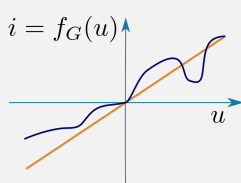
# Idealne źródło prądowe (niezależne)

- element modelujący dostarczanie energii elektrycznej
- opisany charakterystyką  $i = J$  lub  $i = i(t)$
- prąd źródła **nie zależy** od napięcia na jego zaciskach
  - przez źródło płynie prąd  $J$  pomimo zerowego bądź ujemnego napięcia
- napięcie źródła dostosowuje się do obwodu
- prąd i napięcie źródła strzałkujemy w tę samą stronę
- nie można rozwierać ani łączyć szeregowo i.ż.p. o innych wartościach



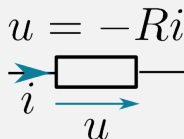
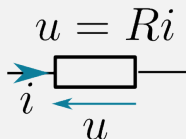
# Opór

- element modelujący wydzielanie ciepła pod wpływem prądu
- opisany charakterystyką  $u = f_R(i)$  lub  $i = f_G(u)$  taką, że:
  - funkcja  $f$  ciągła w całej dziedzinie
  - $ui \geq 0$  gdy prąd zastrzałkowany przeciwnie do napięcia
  - $ui = 0 \iff u = 0 \wedge i = 0$



# Opór liniowy

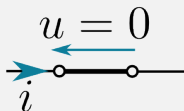
- Opór liniowy jest opisany **prawem Ohma** w postaci:
  - $u = Ri$  bądź równoważnie:
  - $i = Gu$  gdzie  $G = 1/R$
- $R$  to opór (rezystancja), wyrażany w ohmach  $[\Omega]$
- $G$  to przewodność (konduktancja), wyrażana w siemensach  $[S]$
- równania są prawdziwe dla konwencji strzałkowania napięcia przeciwnie do prądu
  - jeśli strzałki są zgodne, w równaniu występuje w znak minus



# Zwarcie i rozwarcie

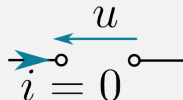
## zwarcie

- $U = 0$
- prąd dostosowany do reszty obwodu
- można zastąpić:
  - źródłem napięciowym  
 $E = 0$
  - oporem  $R \rightarrow 0$
  - przewodnością  $G \rightarrow \infty$



## rozwarcie

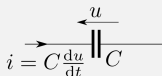
- $I = 0$
- napięcie dostosowane do reszty obwodu
- można zastąpić:
  - źródłem prądowym  
 $J = 0$
  - oporem  $R \rightarrow \infty$
  - przewodnością  $G \rightarrow 0$



# Pojemność i indukcyjność (liniowe)

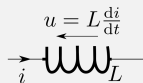
## pojemność

- opisuje gromadzenie energii w polu elektrycznym
- opisana równaniami:
  - $q = Cu$
  - $i = C \frac{du(t)}{dt}$
- dla prądu stałego:
  - jest **rozwarciem**
  - gromadzi energię  
 $w_C = \frac{1}{2}CU^2$



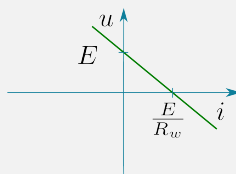
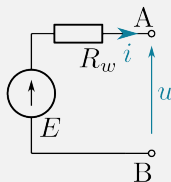
## indukcyjność

- opisuje gromadzenie energii w polu magnetycznym
- opisana równaniami:
  - $\psi = Li$
  - $u = L \frac{di(t)}{dt}$
- dla prądu stałego:
  - jest **zwarcie**
  - gromadzi energię  
 $w_L = \frac{1}{2}LI^2$



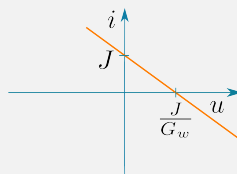
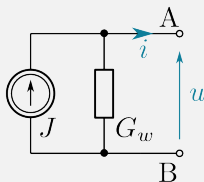
# Rzeczywiste źródło napięciowe

- element modeluje zachowanie fizycznego źródła dostarczającego ograniczoną moc
- opisany charakterystyką  $u = e - R_w i$
- wraz ze wzrostem pobieranego prądu spada napięcie na zaciskach
- można przedstawić jako szeregowe połączenie idealnego źródła napięciowego  $E$  i oporu wewnętrznego  $R_w$



# Rzeczywiste źródło prądowe

- element modeluje zachowanie fizycznego źródła dostarczającego ograniczoną moc
- opisany charakterystyką  $i = j - G_w u$
- wraz ze wzrostem napięcia na zaciskach spada pobierany prąd
- można przedstawić jako równoległe połączenie idealnego źródła prądowego  $J$  i przewodności wewnętrznej  $G_w$





-