

Laboratorium kontrolne

Jan Czechowski

Zadanie 1

Statek - współrzędne :

```
In[*]:= x[t_] := t  
        y[t_] := t^2 - 1
```

Latarnia - współrzędne:

```
In[*]:= px := 1  
        py := 1
```

Odległość statku od latarni

```
In[*]:= odl[t_] := Sqrt[(x[t] - px)^2 + (y[t] - py)^2]
```

```
In[*]:= d[t_] := (x[t] - px)^2 + (y[t] - py)^2
```

```
In[*]:= d'[t]
```

Out[*]=

$$2(-1 + t) + 4t(-2 + t^2)$$

```
In[*]:= tMin = Solve[d'[t] == 0, t]
```

[\[rozwiąż równanie\]](#)

Out[*]=

$$\left\{ \{t \rightarrow -1\}, \left\{ t \rightarrow \frac{1}{2} (1 - \sqrt{3}) \right\}, \left\{ t \rightarrow \frac{1}{2} (1 + \sqrt{3}) \right\} \right\}$$

Dziedzina to $[0, 2]$

Jedyną wartością w tym przedziale spośród tMini jest: $t \rightarrow \frac{1}{2} (1 + \sqrt{3})$

```
In[*]:= tNajmniejsza := 1/2 (1 + Sqrt[3])
```

xMin = tNajmniejsza;

yMin = y[xMin];

Najmniejsza odległość:

```
In[*]:= NajmniejszaOdl = Simplify[Sqrt[d[tNajmniejsza]]]
```

[\[uprość\]](#)

Out[*]=

$$\frac{1}{2} \sqrt{11 - 6\sqrt{3}}$$

Odp: Najmniejsza odległość to: $\frac{1}{2} \sqrt{11 - 6\sqrt{3}}$

```
In[ ]:= wspolrzedneStatku = {x[tNajmniejsza], y[tNajmniejsza]}
```

```
Out[ ]:=
```

$$\left\{ \frac{1}{2} (1 + \sqrt{3}), -1 + \frac{1}{4} (1 + \sqrt{3})^2 \right\}$$

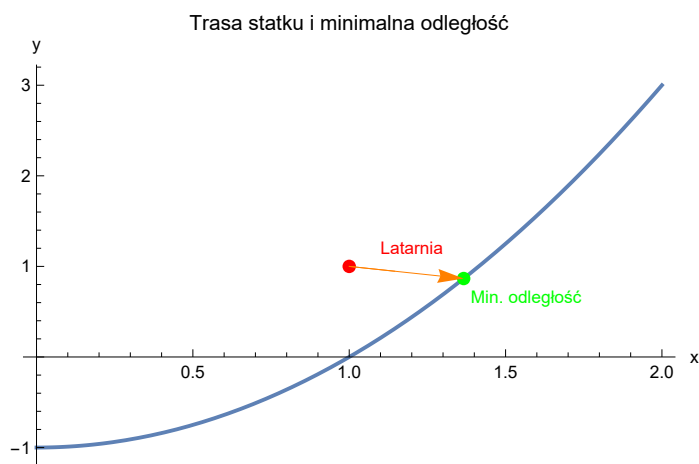
```
In[ ]:= wektor = wspolrzedneStatku - {px, py}
```

```
Out[ ]:=
```

$$\left\{ -1 + \frac{1}{2} (1 + \sqrt{3}), -2 + \frac{1}{4} (1 + \sqrt{3})^2 \right\}$$

```
In[ ]:= Plot[y[x], {x, 0, 2}, AxesLabel → {"x", "y"},
  wykres
  PlotLabel → "Trasa statku i minimalna odległość",
  etykieta grafiki
  Epilog → {Red, PointSize[Large], Point[{px, py}],
  dopracow... cz... rozmiar kro... duży punkt
    Text["Latarnia", {px + 0.2, py + 0.2}], Green, PointSize[Large],
    tekst zielony rozmiar kro... duży
    Point[{xMin, yMin}], Text["Min. odległość", {xMin + 0.2, yMin - 0.2}],
    punkt tekst minimum
    Orange, Arrow[{px, py}, {xMin, yMin}]}]}
  pomara... strzałka
```

```
Out[ ]:=
```

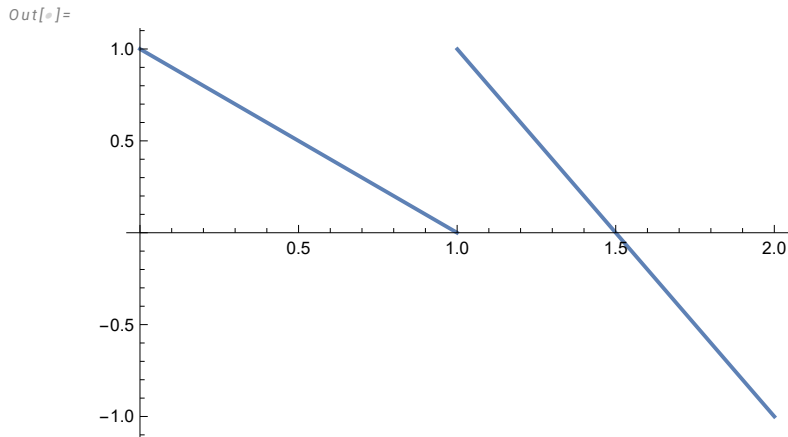


Zadanie 2

```
In[ ]:= g[x_] := Piecewise[{{1 - x, 0 < x < 1}, {3 - 2 x, 1 < x < 2}}]
  funkcja odcinkowa
```

```
In[ ]:= Plot[g[x], {x, 0, 2}]
  wykres
```

Wykres funkcji g(x)



a) Przybliżenie samymi sinusami rzędu 9

In[*]:= **sin9 = FourierSinSeries[g[x], x, 9, FourierParameters → {1, Pi / 2}]**
|sinusowy szereg Fouriera |parametry transformacji Fouriera |pi

Out[*]=

$$\frac{4 \sin\left[\frac{\pi x}{2}\right]}{\pi^2} + \frac{\sin[\pi x]}{\pi} - \frac{4 \sin\left[\frac{3\pi x}{2}\right]}{9\pi^2} + \frac{3 \sin[2\pi x]}{2\pi} +$$

$$\frac{4 \sin\left[\frac{5\pi x}{2}\right]}{25\pi^2} + \frac{\sin[3\pi x]}{3\pi} - \frac{4 \sin\left[\frac{7\pi x}{2}\right]}{49\pi^2} + \frac{3 \sin[4\pi x]}{4\pi} + \frac{4 \sin\left[\frac{9\pi x}{2}\right]}{81\pi^2}$$

b) Przybliżenie samymi cosinusami rzędu 9

In[*]:= **cos9 = FourierCosSeries[g[x], x, 9, FourierParameters → {1, Pi / 2}]**
|cosinusowy szereg Fouriera |parametry transformacji Fouriera |pi

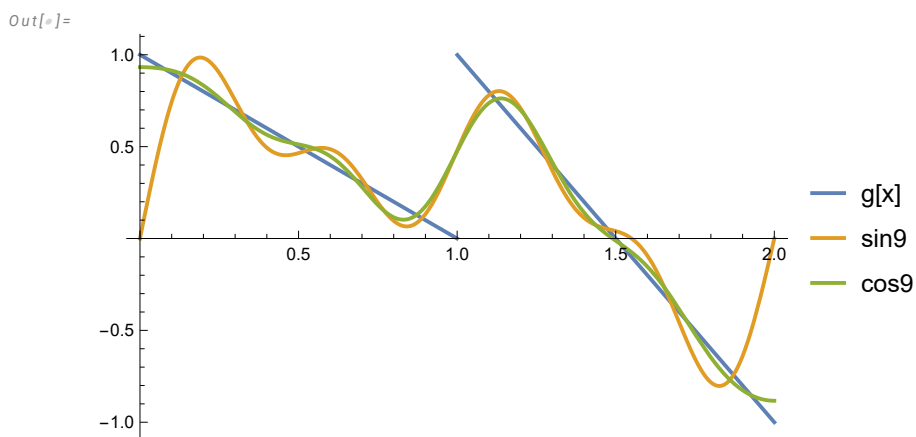
Out[*]=

$$\frac{1}{4} - \frac{2(-6 + \pi) \cos\left[\frac{\pi x}{2}\right]}{\pi^2} - \frac{2 \cos[\pi x]}{\pi^2} + \frac{2(2 + \pi) \cos\left[\frac{3\pi x}{2}\right]}{3\pi^2} -$$

$$\frac{2(-6 + 5\pi) \cos\left[\frac{5\pi x}{2}\right]}{25\pi^2} - \frac{2 \cos[3\pi x]}{9\pi^2} + \frac{2(6 + 7\pi) \cos\left[\frac{7\pi x}{2}\right]}{49\pi^2} + \frac{(4 - 6\pi) \cos\left[\frac{9\pi x}{2}\right]}{27\pi^2}$$

In[*]:= **Plot[{g[x], sin9, cos9}, {x, 0, 2}, PlotLegends → {"g[x]", "sin9", "cos9"}]**
|wykres |legenda dla grafik

Wykres o którego proszono w poleceniu - funkcji g(x) i jej przybliżeń



Odp: Lepszym przybliżeniem jest cosinusami rzędu 9, ponieważ lepiej dopasowuje się do funkcji $g(x)$ (np. patrzac na początek i koniec wykresu). Wynika to z faktu, że cosinus jest funkcją parzystą, a $g(x)$ ma charakter bardziej parzysty niż nieparzysty.

Zadanie 3

```
In[*]:= h[x_, y_] := x^2 + x * y^2 - 4 * x + y^3
```

Pierwsze pochodne:

```
In[*]:= hx = D[h[x, y], x]
```

[oblicz pochodną](#)

```
hy = D[h[x, y], y]
```

[oblicz pochodną](#)

```
Out[*]=
```

$-4 + 2x + y^2$

```
Out[*]=
```

$2xy + 3y^2$

Punkty stacjonarne:

```
In[*]:= Solve[D[h[x, y], x] == 0 && D[h[x, y], y] == 0]
```

[rozwi...](#) [oblicz pochodną](#)

[oblicz pochodną](#)

```
Out[*]=
```

$\left\{ \left\{ x \rightarrow \frac{3}{2}, y \rightarrow -1 \right\}, \{x \rightarrow 2, y \rightarrow 0\}, \{x \rightarrow -6, y \rightarrow 4\} \right\}$

```
In[*]:= D[h[x, y], {{x, y}, 2}] // MatrixForm
```

[oblicz pochodną](#)

[postać macierzy](#)

```
Out[*]//MatrixForm=
```

$\begin{pmatrix} 2 & 2y \\ 2y & 2x + 6y \end{pmatrix}$

```
In[*]:= % /. {x -> 2, y -> 0} // MatrixForm
```

[postać macierzy](#)

```
Out[*]//MatrixForm=
```

$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$

```
In[*]:= Det[%]
```

[wyznacznik](#)

```
Out[*]=
```

8

```
In[*]:= D[h[x, y], {x, 2}] /. {x -> 2, y -> 0}
```

[oblicz pochodną](#)

```
Out[*]=
```

2

```
In[*]:= h[2, 0]
```

```
Out[*]=
```

-4

$-4 > 0$, więc jest to maksimum lokalne