

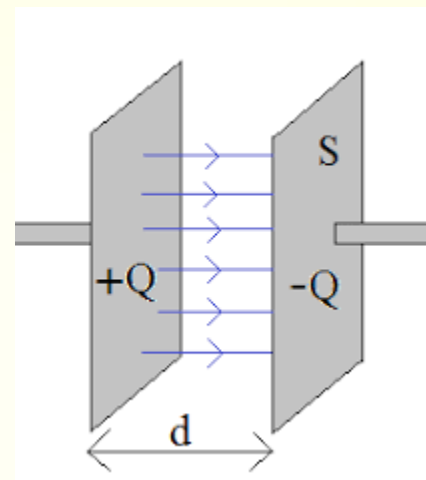
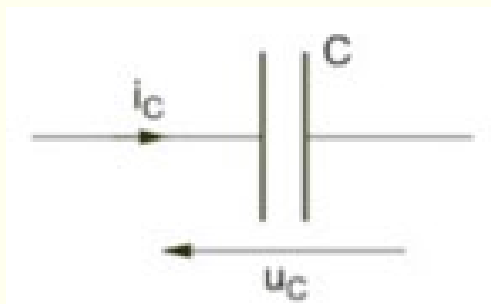


## Elementy i układy elektroniczne (UKEL)

Prowadzenie: dr inż. Daniel Gryglewski  
pok.549 i 533

Daniel.Gryglewski@pw.edu.pl lub D.Gryglewski@ire.pw.edu.pl

# INNE elementy idealne – kondensator (pojemność) element gromadzący energię w polu elektrycznym



$$q = Cu_C$$

$$i_C = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt}$$

$$C = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{S}{d}$$

Ładunek  
elektryczny [C]

Pojemność [F]

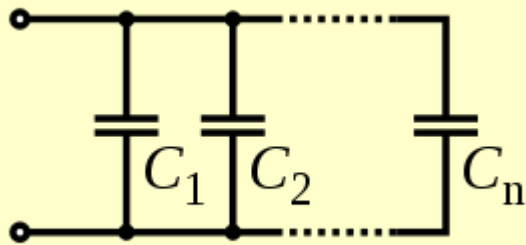
Jeśli  $u_C = \text{const}$  to  $i_C = 0$

Dla prądu stałego DC  
kondensator  
stanowi rozwarcie !!!

Kondensator dąży do utrzymania stałego napięcia !!!

# Szeregowe i równoległe łączenie KONDENSATORÓW

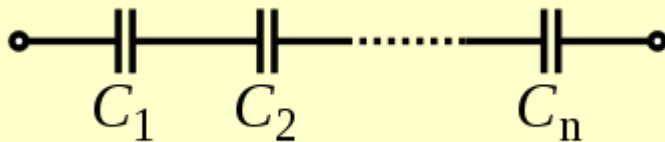
W przypadku połączenia równoległego - pojemności dodają się



Pojemność zastępcza

$$C_{zast} = C_1 + C_2 + \dots + C_N$$

W przypadku połączenia szeregowego, dodają się odwrotności pojemności



$$\frac{1}{C_{zast}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_N}$$

W wypadku tylko dwóch kondensatorów:

$$C_{zast} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

# Kondensatory

**Kondensator** – element elektryczny (elektroniczny), zbudowany z dwóch przewodników (okładek) rozdzielonych dielektrykiem. Doprowadzenie napięcia do okładek kondensatora powoduje zgromadzenie się na nich ładunku elektrycznego.

Kondensator charakteryzuje pojemność określająca zdolność kondensatora do gromadzenia ładunku:  $C=Q/U$  gdzie:

$C$  – pojemność, w faradach [F]

$Q$  – ładunek zgromadzony na jednej okładce, w kulombach [C]

$U$  – napięcie elektryczne między okładkami, w woltach [V].

Jeden farad to bardzo duża jednostka, dlatego w praktyce spotyka się kondensatory o pojemnościach piko-, nano-, mikro- i milifaradów (pF, nF, uF, mF).

**Podstawowe parametry:** pojemność, maksymalne napięcie

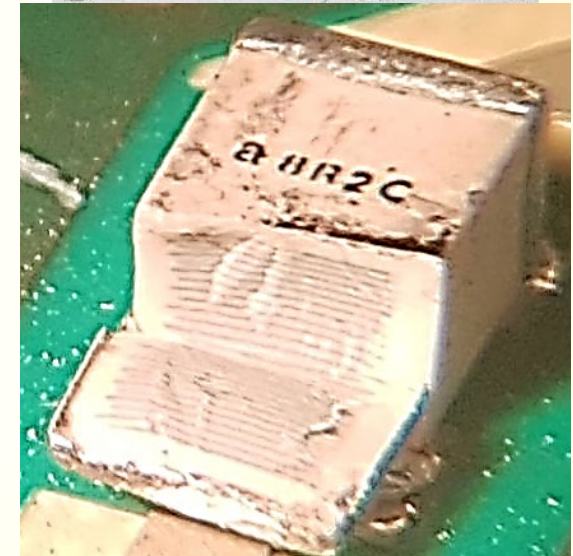
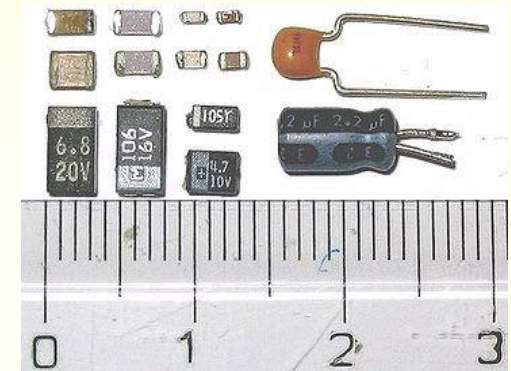
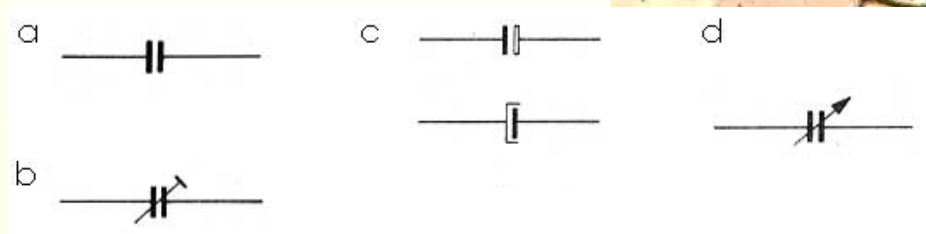
## Symbole kondensatorów

a – stały,

b – nastawczy/trymer,

c – elektrolityczne,

d – zmienne.



# Rodzaje kondensatorów

Podział kondensatorów:

➤ Ze względu na zastosowanie:

- stały
- zmienne
  - strojeniowe,
  - dostrojcze/trymery
- Ze względu na typ dielektryka:

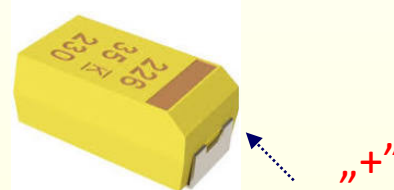
- Powietrzne,
- ceramiczne,
- foliowe,
- Papierowe
- elektrolityczne (dielektrykiem jest elektrolit – tlenek aluminium, tantal)

**Uwaga: kondensatory elektrolityczne mają określoną biegunowość +/-, co oznacza że dołączenie odwrotnego napięcia może go uszkodzić.**

Kond. elektrolityczny



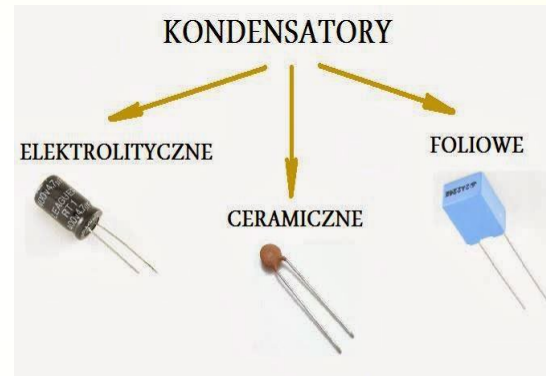
Kond. tantalowy



zmienny

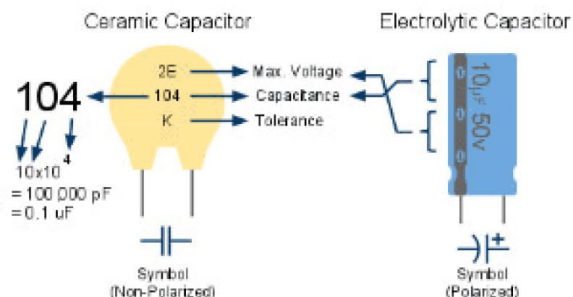


trymery





# Oznaczenia kodowe kondensatorów



Capacitance Conversion Values

Microfarads (µF)	Nanofarads (nF)	Picofarads (pF)
0.000001 µF	0.001 nF	1 pF
0.00001 µF	0.01 nF	10 pF
0.0001 µF	0.1 nF	100 pF
0.001 µF	1 nF	1,000 pF
0.01 µF	10 nF	10,000 pF
0.1 µF	100 nF	100,000 pF
1 µF	1,000 nF	1,000,000 pF
10 µF	10,000 nF	10,000,000 pF
100 µF	100,000 nF	100,000,000 pF

Max. Operating Voltage

Code	Max. Voltage
1H	50V
2A	100V
2T	150V
2D	200V
2E	250V
2G	400V
2J	630V

Tolerance

Code	Percentage
B	± 0.1 pF
C	±0.25 pF
D	±0.5 pF
F	±1%
G	±2%
H	±3%
J	±5%
K	±10%
M	±20%
Z	+80%, -20%

103 -  $10 \times 10^3 = 10,000 \text{ pF} = 10 \text{ nF}$   
 472 -  $47 \times 10^2 = 4700 \text{ pF} = 4.7 \text{ nF}$   
 684 -  $68 \times 10^4 = 680,000 \text{ pF} = 680 \text{ nF}$

kod	pojemność	pojemność
0,5	0,5pF	0,5pF
1,5	1,5pF	1,5pF
15	15pF	15pF
151	150pF	150pF
152	1500pF	1,5nF
103	10000pF	10nF
154	150000pF	150nF
155	1500000pF	1,5µF
156	15000000pF	15µF
157	150000000pF	150µF
158	1500000000pF	1,5mF
159	15000000000pF	15mF

# Kondensatory – Energia zgromadzona i Moc

Kondensator gromadzi energię w postaci pola elektrycznego:

$$E = \int_0^U q(u) du = \frac{1}{2} q \cdot u = \frac{1}{2} C \cdot u^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

Moc tracona w idealnym kondensatorze:

$$P = 0$$

Dla pobudzenia sinusoidalnego:

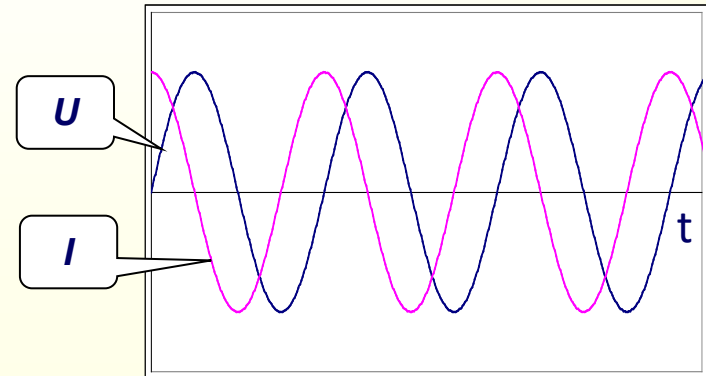
$$u(t) = U_0 \cdot \sin(\omega t) \longrightarrow \varphi = -90^\circ$$

$$i = C \cdot \frac{du}{dt} \Rightarrow i(t) = C \frac{du}{dt} = U_0 \omega C \cdot \cos(\omega t) = U_0 \omega C \cdot \sin(\omega t + 90^\circ)$$

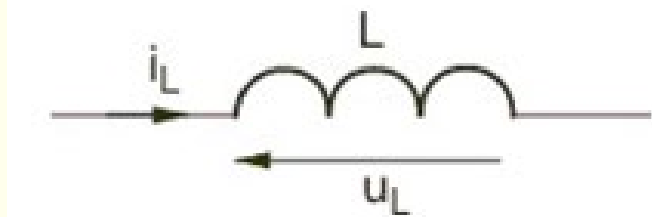
$$i(t) = I_0 \omega C \cdot \cos(\omega t) = I_0 \omega C \cdot \sin(\omega t + 90^\circ) \quad \frac{I_0}{U_0} = \omega C$$

$$P_{\text{śr}} = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{2} U_0 I_0 \cos(\varphi) = \frac{1}{2} U_0 I_0 \cos(-90^\circ) = 0$$

- Prąd wyprzedza napięcie o  $90^\circ$ .
- Amplitudy (tak samo jak wartości skuteczne) prądu i napięcia związane są zależnością:



# INNE elementy idealne – indukcyjność (cewka) element gromadzący energię w polu magnetycznym



cewka liniowa

$$\Psi = Li_L$$

$$u_L = \frac{d\Psi}{dt} = L \frac{di_L}{dt}$$

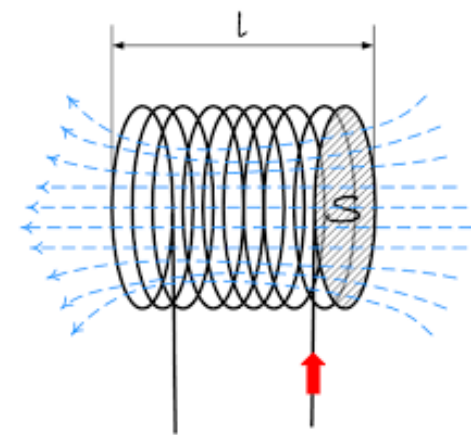
Strumień magnetyczny skojarzony ze wszystkimi zwojami cewki [Wb]

Indukcyjność (własna) [H]

Jeśli  $i_L = \text{const}$  to  $u_L = 0$

Dla prądu stałego DC indukcyjność stanowi zwarcie !!!

Indukcyjność dąży do utrzymania stałego prądu !!!

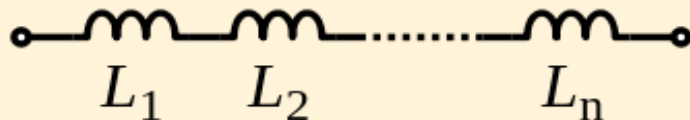


$$L = \frac{\mu_0 \mu_r n^2 S}{l}$$



## Szeregowe i równoległe łączenie CEWEK

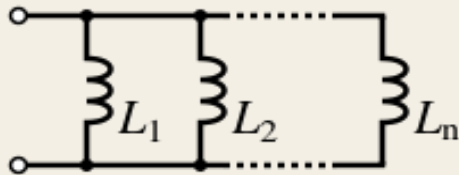
W przypadku połączenia szeregowego - indukcyjności dodają się



Indukcyjność zastępcza

$$L_{zast} = L_1 + L_2 + \dots + L_N$$

W przypadku połączenia równoległego, dodają się odwrotności indukcyjności



$$\frac{1}{L_{zast}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_N}$$

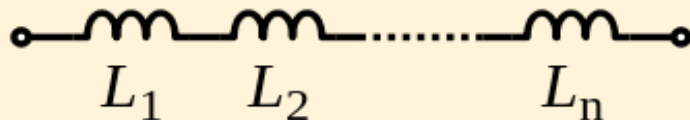
W wypadku tylko dwóch cewek:

$$L_{zast} = \frac{L_1 \cdot L_2}{L_1 + L_2}$$

**Uwaga: Powyższe zależności są prawdziwe, gdy pola magnetyczne cewek nie oddziałują na siebie**

## Szeregowe i równoległe łączenie CEWEK

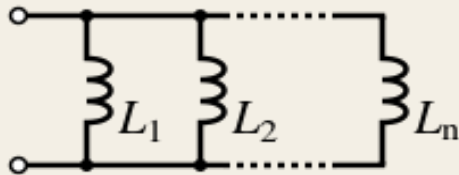
W przypadku połączenia szeregowego - indukcyjności dodają się



Indukcyjność zastępcza

$$L_{zast} = L_1 + L_2 + \dots + L_N$$

W przypadku połączenia równoległego, dodają się odwrotności indukcyjności



$$\frac{1}{L_{zast}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_N}$$

W wypadku tylko dwóch cewek:

$$L_{zast} = \frac{L_1 \cdot L_2}{L_1 + L_2}$$

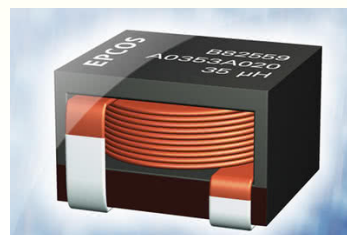
**Uwaga: Powyższe zależności są prawdziwe, gdy pola magnetyczne cewek nie oddziałują na siebie**

# Cewki

W układach elektronicznych cewki są stosowane w obwodach rezonansowych, filtrach i układach sprzęgających. Cewką nazywamy zwojnicę, której podstawowym parametrem jest indukcyjność.

Cewki dzielimy na:

- bezrdzeniowe (powietrzne)
- lub z rdzeniem ferromagnetycznym



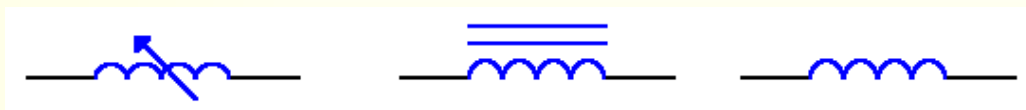
Cewki mogą być: jednowarstwowe, wielowarstwowe, cylindryczne, płaskie, toroidalne

Podstawowe parametry:

- indukcyjność – jednostką jest henr [H],
- maksymalny prąd.

Cewka gromadzi energię w postaci pola magnetycznego  $E = LI^2/2$

Symbol /rodzaj cewek: zmienna, z rdzeniem, stała



# Cewki – Energia zgromadzona i Moc

Cewka gromadzi energię w postaci pola magnetycznego:

$$E = \int_0^\psi i(\psi) d\psi = \int_0^i L \cdot i di = \frac{1}{2} L \cdot i^2$$

Moc tracona w idealnej cewce

$$P = 0$$

Dla pobudzenia sinusoidalnego:

$$i(t) = U_0 \cdot \sin(\omega t)$$

$$\longrightarrow \varphi = 90^\circ$$

$$u = L \cdot \frac{di}{dt}$$



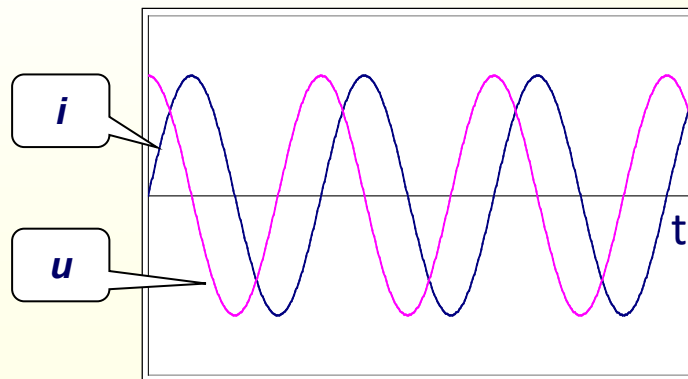
$$u(t) = L \frac{di}{dt} = I_m \omega L \cdot \cos(\omega t) = I_0 \omega L \cdot \sin(\omega t + 90^\circ)$$

$$u(t) = U_0 \cdot \cos(\omega t) = U_0 \cdot \sin(\omega t + 90^\circ)$$

$$\frac{U_0}{I_0} = \omega L$$

$$P_{sr} = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{2} U_0 I_0 \cos(\varphi) = \frac{1}{2} U_0 I_0 \cos(90^\circ) = 0$$

- Napięcie wyprzedza prąd o  $90^\circ$ .
- Amplitudy (tak samo jak wartości skuteczne) prądu i napięcia związane są zależnością:



# Indukcyjności sprzężone:

Strumień  $\psi_{11}$  występujący w cewce pierwszej pochodzi od prądu tej cewki, a strumień  $\psi_{21}$  jest wytworzony przez cewkę drugą i przenika przez cewkę pierwszą. Podobnie strumień  $\psi_{22}$  pojawiający się w cewce drugiej pochodzi od prądu tej cewki a strumień  $\psi_{12}$  pochodzący od prądu cewki pierwszej przenika przez cewkę drugą.

Indukcyjności własne:  $L_1 = \frac{\Psi_{11}}{i_1}, \quad L_2 = \frac{\Psi_{22}}{i_2}$

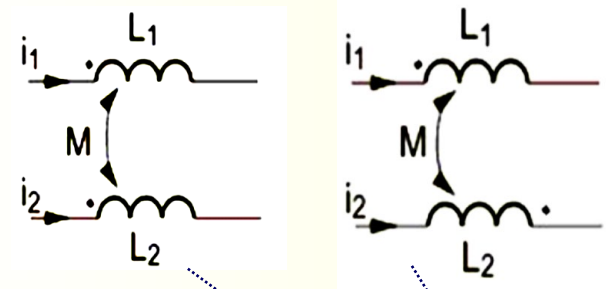
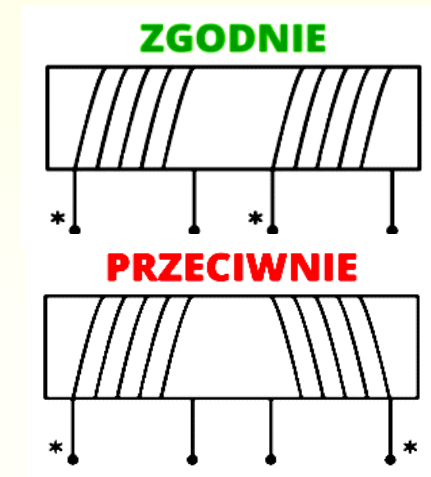
Indukcyjności wzajemne:  $M_{12} = \frac{\Psi_{12}}{i_2}, \quad M_{21} = \frac{\Psi_{21}}{i_1}$

$$M_{12} = M_{21}$$

Współczynnik sprzężenia:

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

$k = 0..1$



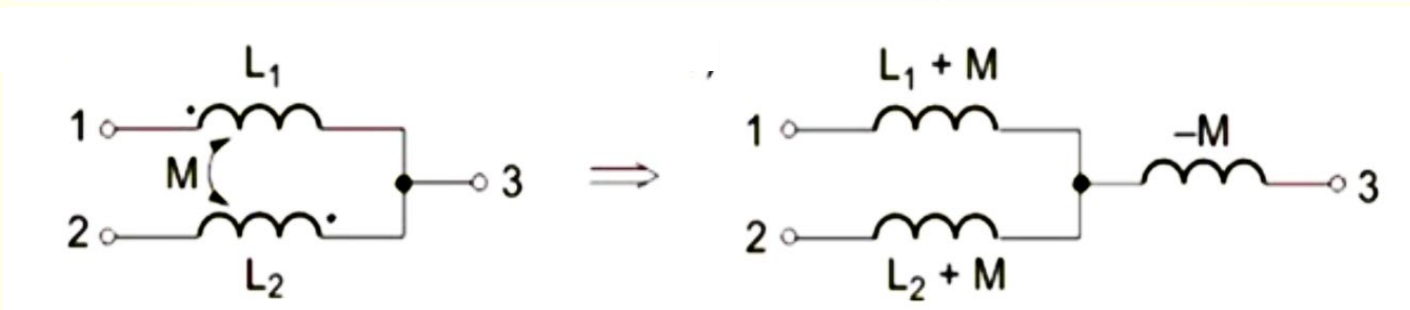
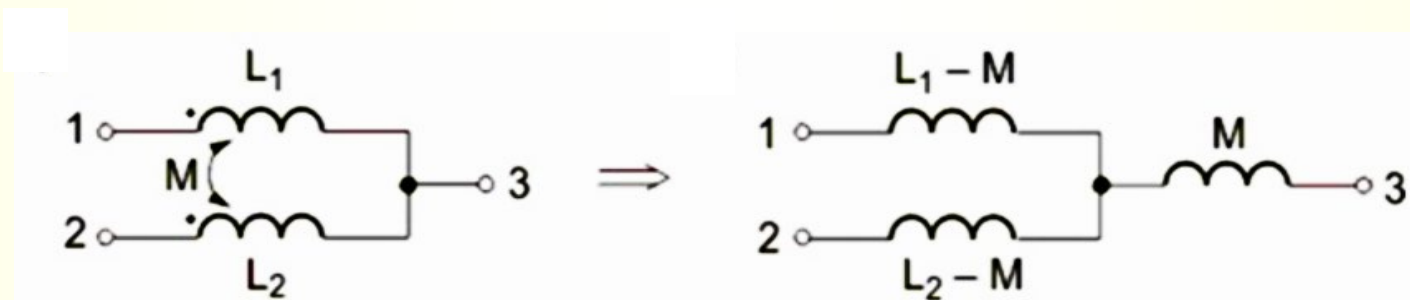
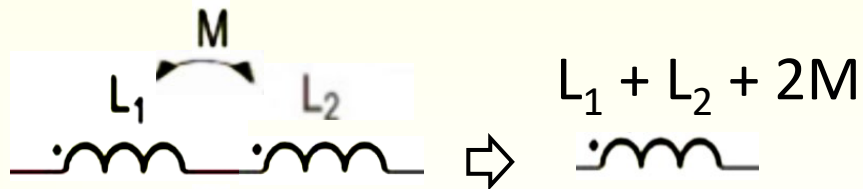
$$u_1 = \frac{d\Psi_1}{dt} = L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt}$$

$$u_2 = \frac{d\Psi_2}{dt} = L_2 \frac{di_2}{dt} \pm M \frac{di_1}{dt}$$



# Indukcyjności sprzężone:

## Podstawowe tożsamości:



# Transformator idealny

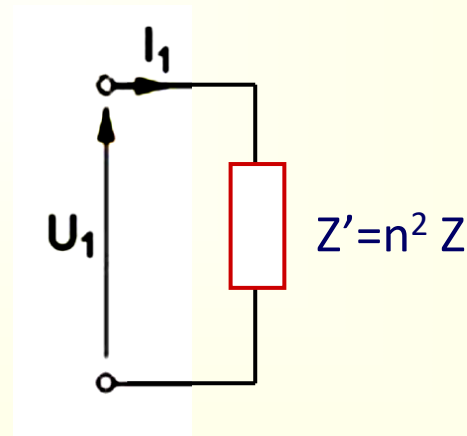
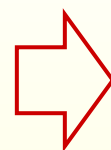
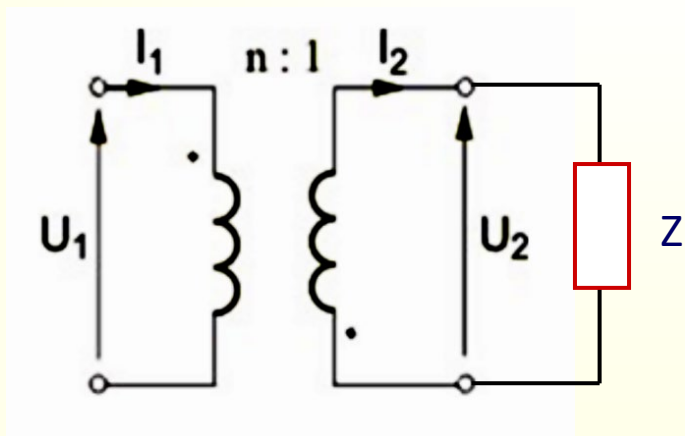
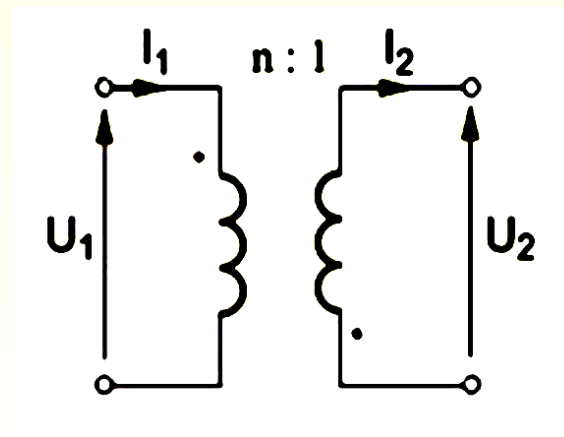
Przekładnia  $n$

$$\frac{u_1}{u_2} = n = \frac{i_2}{i_1}$$

Transformator idealny jest bezstratny:

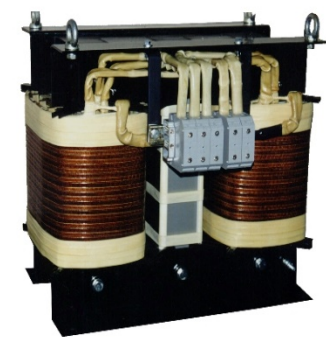
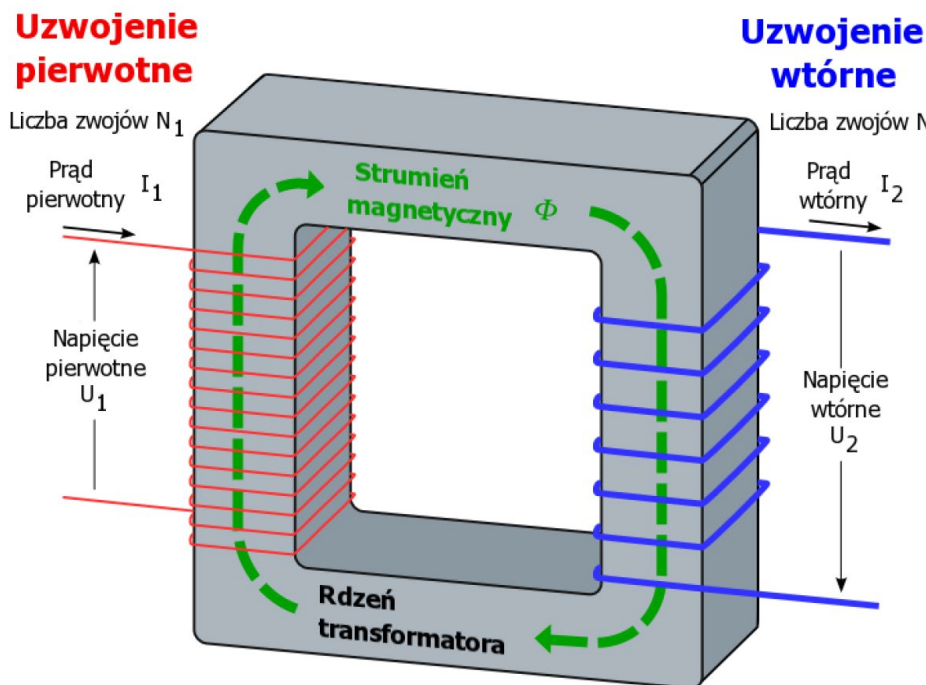
$$p_1(t) = u_1(t)i_1(t) = u_2(t)i_2(t) = p_2(t)$$

Transformacja obciążenia:



**Transformator** jest elementem biernym, o co najmniej dwóch uzwojeniach (pierwotnym i wtórnym), który zamienia energię elektryczną, na energię zgromadzoną w polu magnetycznym, aby znów przetworzyć ją na energię elektryczną.

Wskutek zmian strumienia w OBU uzwojeniach transformatora indukują się SEM o wartości proporcjonalnej do szybkości zmian strumienia i liczby zwojów danego uzwojenia.



$$\begin{cases} E_p = -z_p \frac{d\phi}{dt} \\ E_w = -z_w \frac{d\phi}{dt} \end{cases}$$



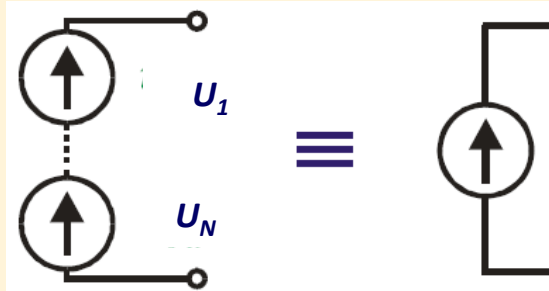
$$\frac{E_p}{E_w} = \frac{z_p}{z_w} = \frac{i_w(t)}{i_p(t)} = n$$

liczba zwojów

Przekładnia transformatora

## ZRÓDŁA:

*Idealne źródła napięciowe można łączyć szeregowo*

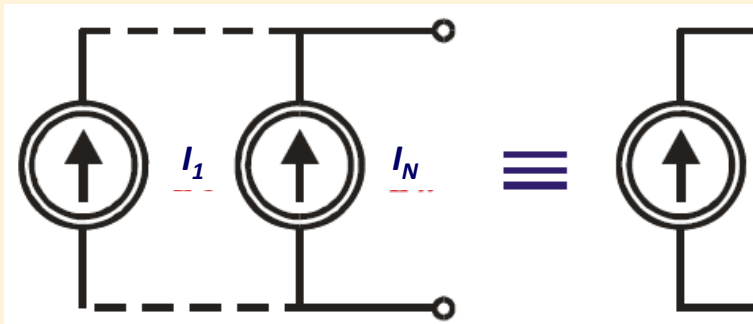


*Napięcie źródła zastępczego*

$$U_{zast} = U_1 + U_2 + \dots + U_N$$

**Łączyć równolegle można tylko w przypadku szczególnym – gdy napięcia źródeł są równe**

*Idealne źródła prądowe można łączyć równolegle*



*Prąd źródła zastępczego*

$$I_{zast} = I_1 + I_2 + \dots + I_N$$

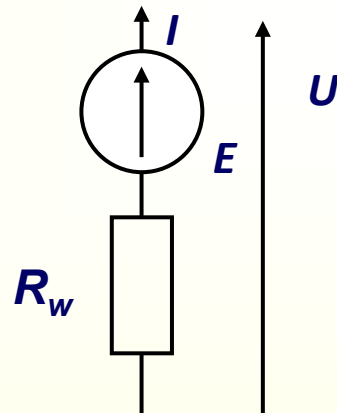
**Łączyć szeregowo można tylko w przypadku szczególnym – gdy prądy źródeł są równe**

## ZRÓDŁA RZECZYWISTE (NIE IDEALNE):

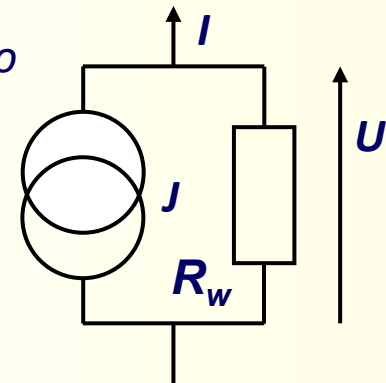
W praktyce źródła idealne (napięciowe i prądowe) nie istnieją.

Każde źródło posiada swoją rezystancję wewnętrzną (a dla prądu zmiennego – impedancję), którą można przedstawić jako dodatkowy rezystor podłączony do źródła.

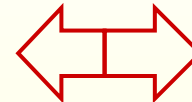
W przypadku źródła napięciowego, ten dodatkowy rezystor włączamy szeregowo ze źródłem.



W przypadku źródła prądowego włączamy go równolegle.



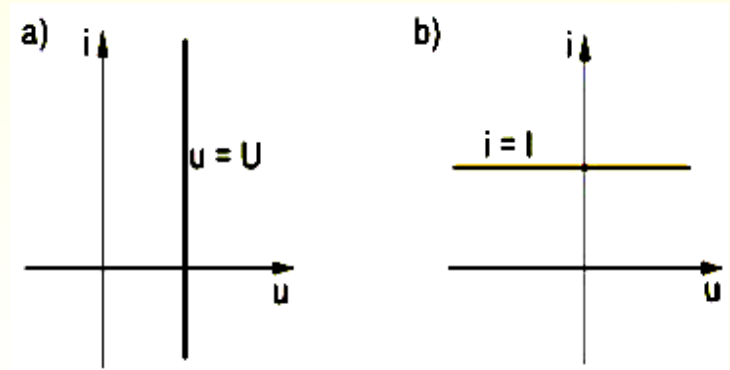
**ŹRÓDŁA NIE IDEALNE  
SĄ WYMIENNE**



$$E = R_w J$$

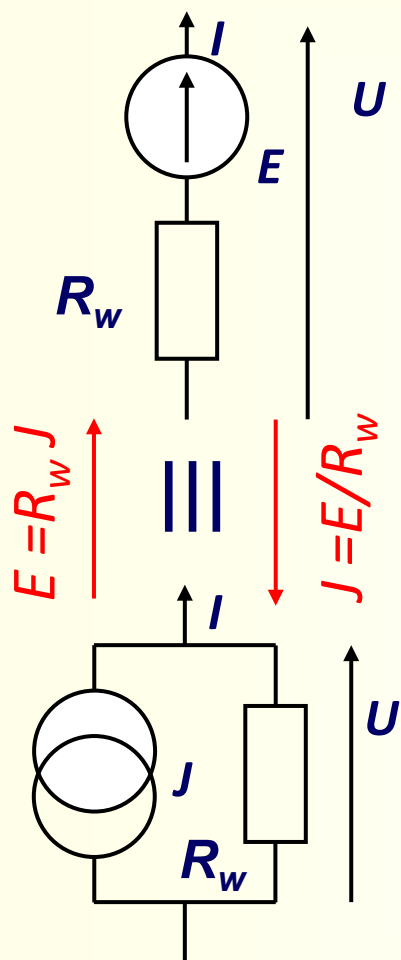
$$J = E / R_w$$

Jak wyglądają zależności  $U(I)$  w tych przypadkach?

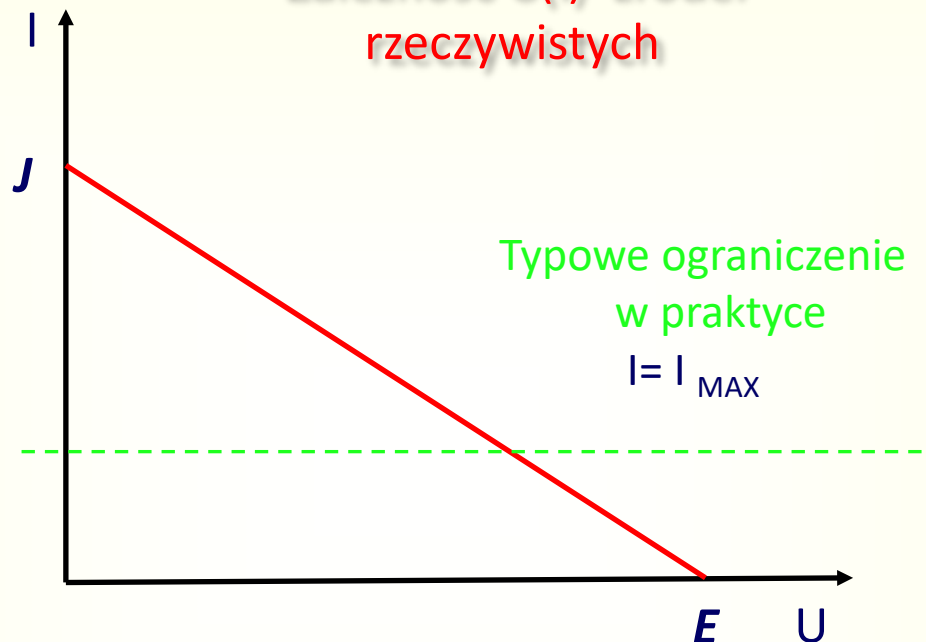




# ZRÓDŁA RZECZYWISTE (NIE IDEALNE):



Zależność  $U(I)$  źródeł rzeczywistych



Typowe ograniczenie w praktyce

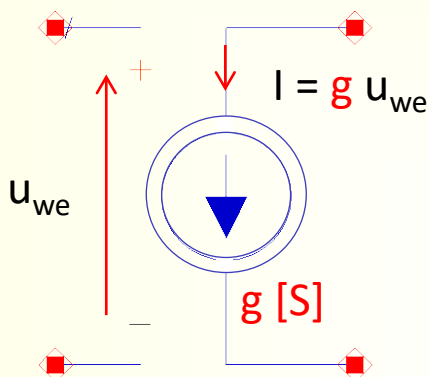
$$I = I_{MAX}$$



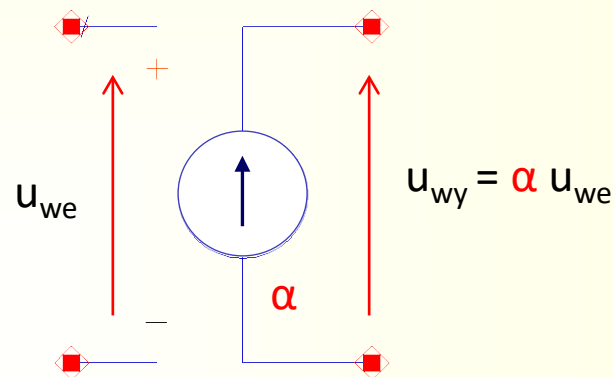
Parametry : napięcie znamionowe [V], rezystancja wyjściowa [ $\Omega$ ], pojemność [Ah], prąd zwarciový [A], /maksymalny dopuszczalny prąd obciążenia [A],

# LINIOWE ŹRÓDŁA STEROWANE

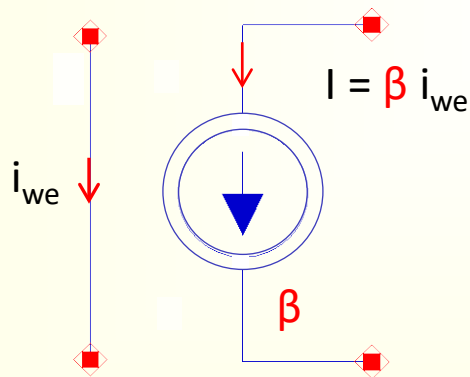
Źródło prądowe sterowane napięciem



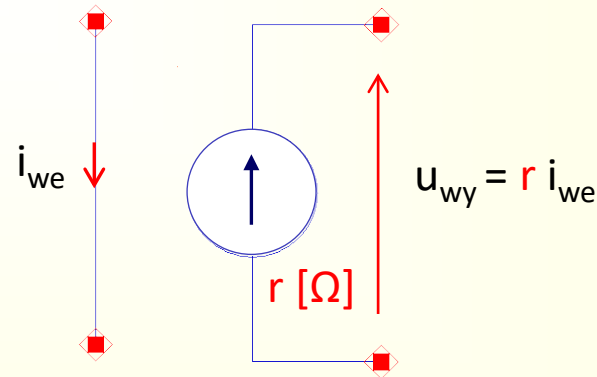
Źródło napięciowe sterowane napięciem



Źródło prądowe sterowane prądem

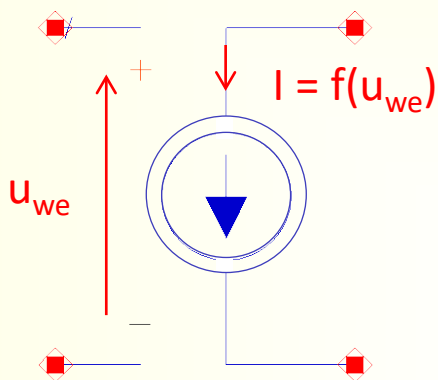


Źródło napięciowe sterowane prądem

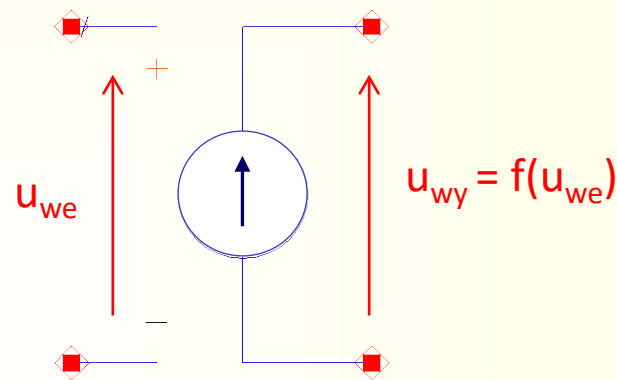


# NIELINIOWE ŹRÓDŁA STEROWANE

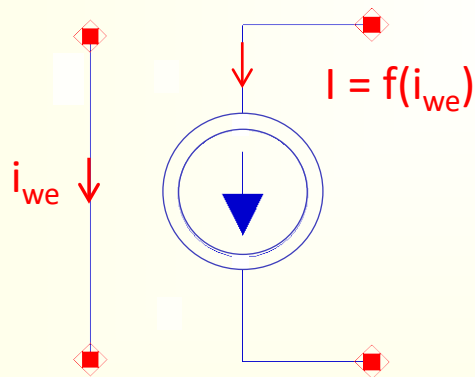
Źródło prądowe sterowane napięciem



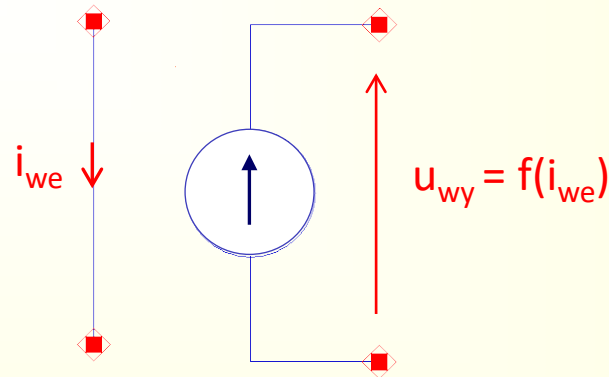
Źródło napięciowe sterowane napięciem



Źródło prądowe sterowane prądem



Źródło napięciowe sterowane prądem

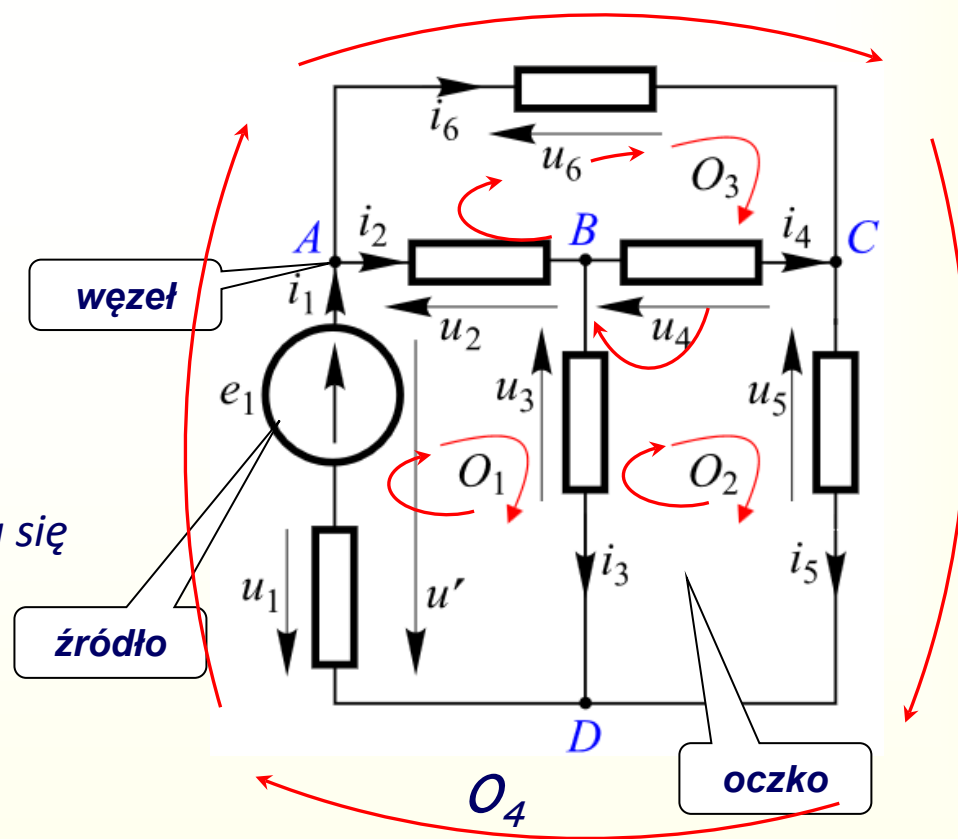


## Obwody elektryczne

- Prąd **zawsze** płynie w zamkniętym obwodzie (nawet jeśli nie płyną elektrony, to występuje *prąd przesunięcia* ....)

W każdym obwodzie można znaleźć:

- węzły, tj. miejsca w których spotykają się przewody
- oczka, tj. zamknięte pętelki



Aby „obliczyć” obwód (poznać wartości prądów płynących przez wszystkie elementy i występujące na nich spadki napięć) bardzo przydatne są dwa prawa Kirchoffa.

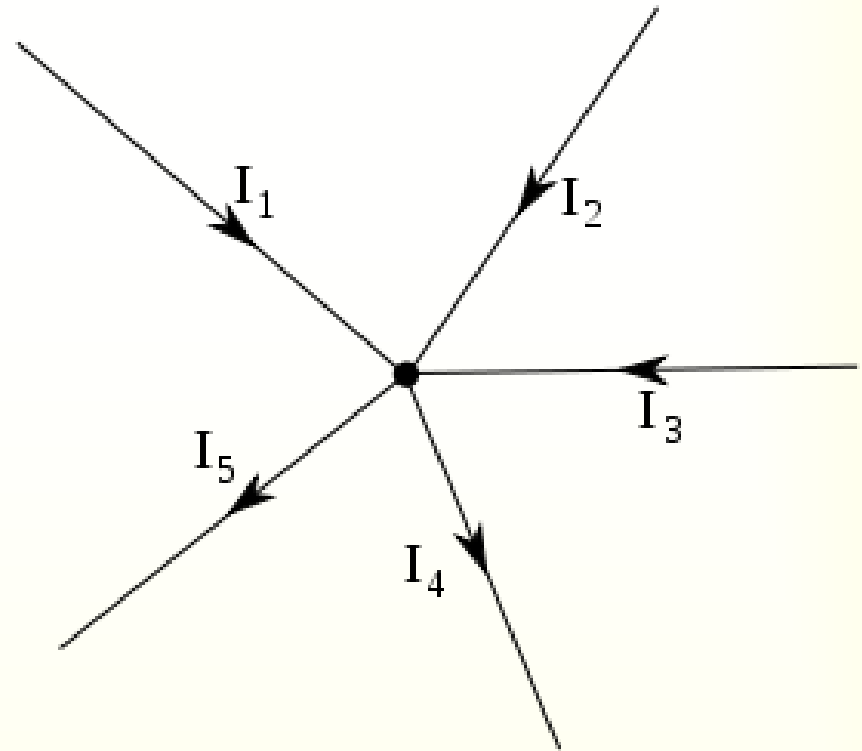
## Pierwsze prawo Kirchoffa

*Suma (natężeń) prądów wpływających do węzła jest równa sumie (natężeń) prądów zeń wypływających*

*Albo krócej –*

*Algebraiczna suma prądów w węźle jest równa zero.*

$$\sum I = 0$$



*Uwaga: aby skutecznie skorzystać z pierwszego prawa Kirchoffa należy uwzględnić strzałkowanie*

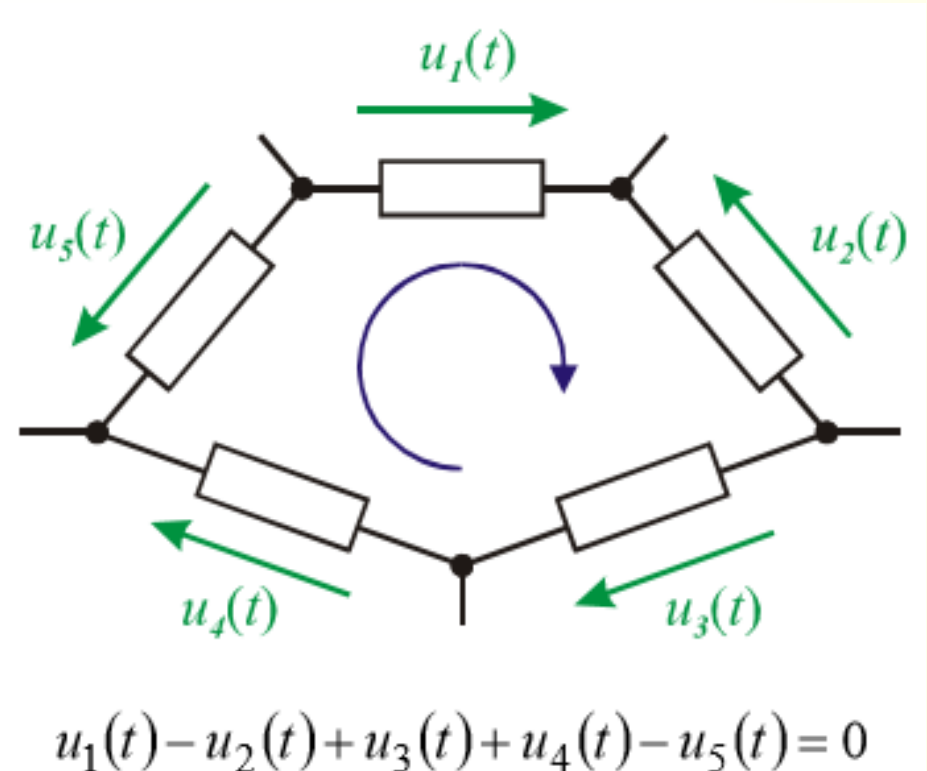


## Drugie prawo Kirchhoffa

W obwodzie zamkniętym suma napięć na wszystkich elementach tworzących dowolnie wybrane oczko obwodu jest (w każdej chwili czasu) równa zero

Albo krócej –

Algebraiczna suma napięć w oczku jest równa zero.



$$\sum U = 0$$

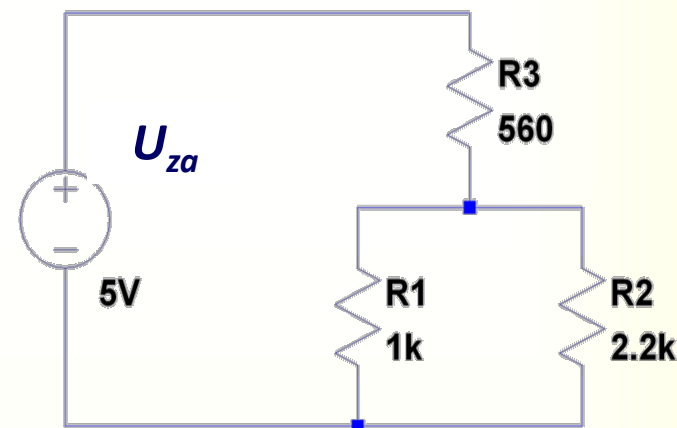
Uwaga: aby skutecznie skorzystać z drugiego prawa Kirchhoffa należy uwzględnić strzałkowanie

## Obliczanie prądów, napięć i .... w układach

Aby obliczyć napięcia i prądy poszczególnych elementów, mamy do dyspozycji **dwa prawa Kirchoffa i prawo Ohma**.

W większości przypadków da się taki obwód rozpracować „po kolei” tworząc obwody równoważne

Dwa układy są równoważne z punktu widzenia ich zacisków, jeżeli zależności między napięciami i prądami związanymi z tymi zaciskami są w obu obwodach identyczne



Np. w przypadku z rys. obliczymy najpierw rezystancję zastępczą  $R1$  i  $R2$  (nazwijmy ją  $R_{z1}$ ), a następnie rezystancję szeregowego połączenia  $R_{z1}$  i  $R3$ .

To nam pozwoli znaleźć prąd płynący przez źródło,  $R3$  i  $R_{z1}$ .

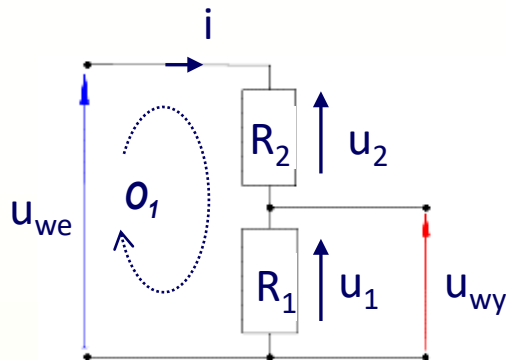
Z  $R3$  sprawa jest prosta (prawo Ohma), natomiast znając prąd  $R_{z1}$  obliczymy napięcie na tym rezystorze.

Ponieważ to samo napięcie istnieje na  $R1$  i  $R2$ , to z prawa Ohma wyznaczymy prądy płynące przez te rezystory.

**To jest tzw. Metoda redukcji obwodu, którą można wykorzystać również w bardziej złożonych obwodach**

## Obliczanie prądów, napięć i .... w układach

Przykład : dzielnik napięciowy



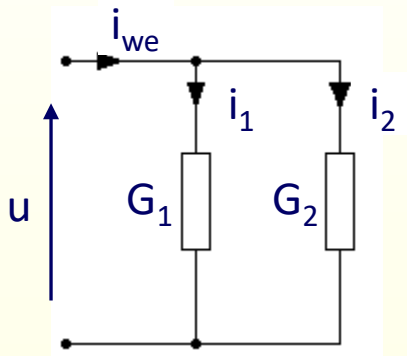
Z II prawa Kirchhoffa:

$$u_{we} - u_2 - u_1 = 0$$

$$u_{we} = u_1 + u_2 = i R_1 + i R_2 = i (R_1 + R_2) \Rightarrow i = \frac{u_{we}}{i(R_1 + R_2)}$$

$$u_{wy} = i R_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} u_{we} = \frac{G_2}{G_1 + G_2} u_{we}$$

Przykład : dzielnik prądowy



Z I prawa Kirchhoffa:

$$i_{we} - i_1 - i_2 = 0$$

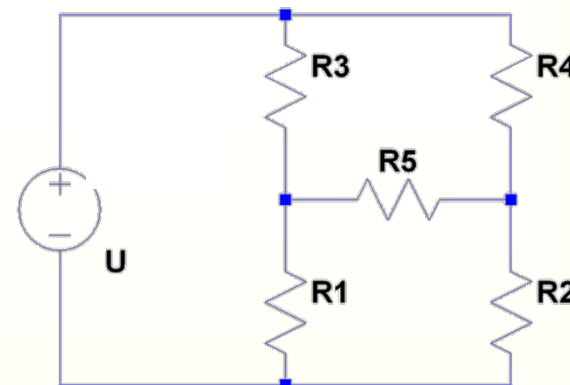
$$i_{we} = i_1 + i_2 = u G_1 + u G_2 = u (G_1 + G_2) \Rightarrow u = \frac{i_{we}}{(G_1 + G_2)}$$

$$i_1 = u G_1 = \frac{G_1}{G_1 + G_2} i_{we} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i_{we}$$

## Obliczanie prądów, napięć i .... w układach

Bywają również układy trudne (np. takie jak ten po prawej).

Czasami najlepszą metodą jest wtedy napisanie jak największej ilości równań dotyczących napięć w oczkach, prądów w węzłach i zależności  $U/I$ , a następnie próba rozwiązania takiego układu równań.



Ważne jest, żeby na początku „postrząskować” sobie prądy, tak by się nie pomylić w znakach.

W przypadku źródła strzałka prądu zgodna jest ze strzałką napięcia, zaś w przypadku rezystorów strzałki są przeciwne.

## Obliczanie prądów, napięć i .... w układach

$$U(R_3) + U(R_1) = U$$

$$U(R_4) + U(R_2) = U$$

$$U(R_3) + U(R_5) - U(R_4) = 0$$

$$U(R_1) - U(R_5) - U(R_2) = 0$$

$$I(R_3) + I(R_4) = I$$

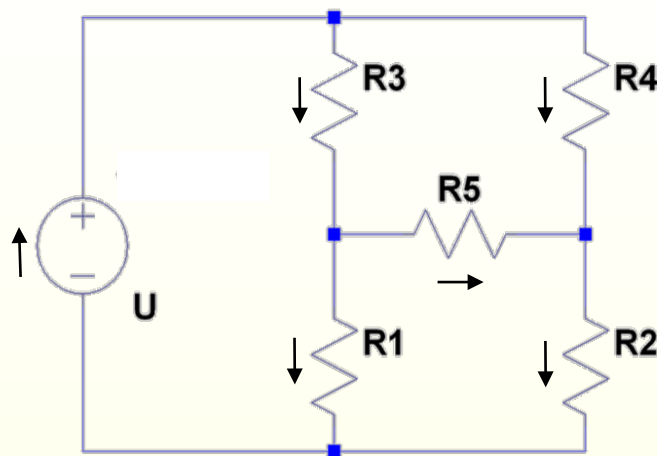
$$I(R_1) + I(R_2) = I$$

$$I(R_3) = I(R_1) + I(R_5)$$

$$I(R_4) + I(R_5) = I(R_2)$$

$$U(R_1) = I(R_1) \cdot R_1$$

itd.



$$U_3 + U_1 = U$$

$$U_4 + U_2 = U$$

$$U_3 + U_5 - U_4 = 0$$

$$U_1 - U_5 - U_2 = 0$$

$$I_3 + I_4 = I$$

$$I_1 + I_2 = I$$

$$I_3 = I_1 + I_5$$

$$I_4 + I_5 = I_2$$

$$U_1 = I_1 \cdot R_1$$

$$U_2 = I_2 \cdot R_2$$

$$U_3 = I_3 \cdot R_3$$

$$U_4 = I_4 \cdot R_4$$

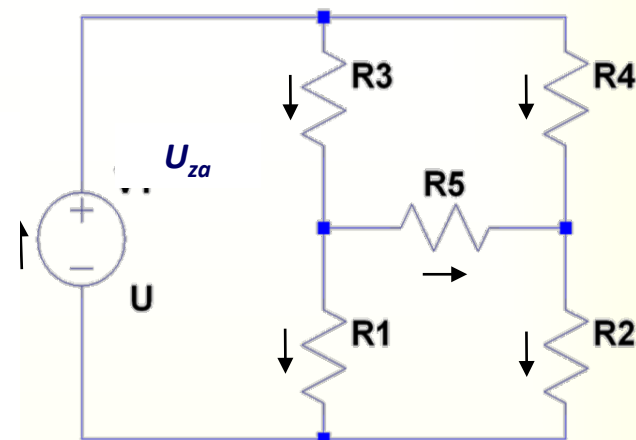
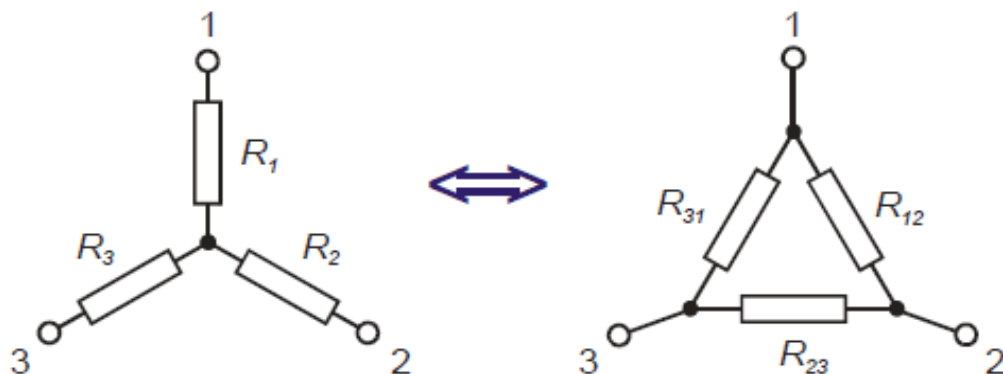
$$U_5 = I_5 \cdot R_5$$

A potem wystarczy rozwiązać ten układ, aby poznać wszystkie prądy i napięcia w obwodzie...



# Obliczanie prądów, napięć i .... w układach

Zawsze należy spróbować utworzyć układ równoważny o korzystniejszej strukturze, ogólnie:

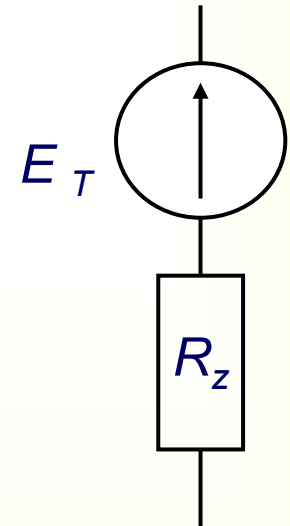


Dany trójkąt szukamy gwiazdy	Dana gwiazda szukamy trójkąta
$R_1 = \frac{R_{31} R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$	$R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3}$
$R_2 = \frac{R_{12} R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$	$R_{23} = R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1}$
$R_3 = \frac{R_{23} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$	$R_{31} = R_3 + R_1 + \frac{R_3 R_1}{R_2}$

## Obliczanie prądów, napięć i .... w układach

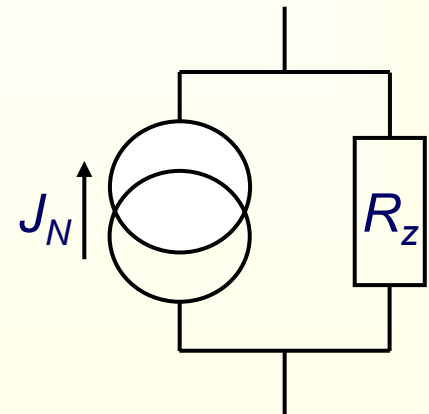
### Twierdzenie Thevenina:

*Każdy rzeczywisty liniowy obwód aktywny można zastąpić (z punktu widzenia wybranych zacisków) idealnym źródłem napięciowym z szeregowo włączoną rezystancją.*



### 2. Twierdzenie Nortona:

*Każdy rzeczywisty liniowy obwód aktywny można zastąpić (z punktu widzenia wybranych zacisków) idealnym źródłem prądowym z równolegle włączoną rezystancją.*



## Obliczanie prądów, napięć i .... w układach

### Zasada superpozycji

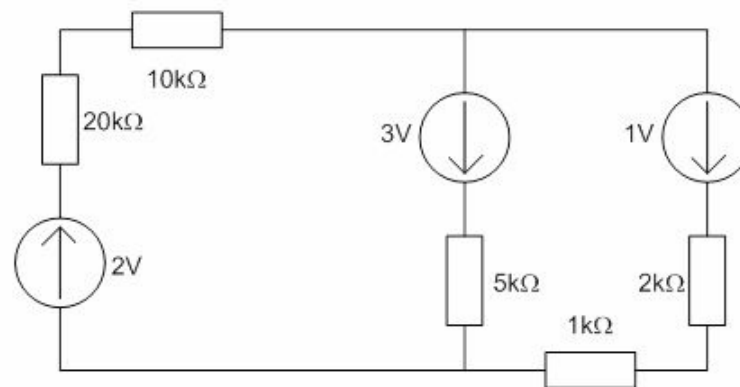
Jeśli w obwodzie mamy kilka źródeł, to prądy i napięcia na elementach obwodu pochodzące od poszczególnych źródeł sumują się.

*Odpowiedź obwodu elektrycznego lub jego gałęzi na kilka wymuszeń (pobudzeń) równa się sumie odpowiedzi (reakcji) na każde wymuszenie z osobna.*

Oznacza to, że taki obwód możemy rozwiązać „na raty”, za każdym razem usuwając z niego wszystkie źródła z wyjątkiem jednego, a na koniec dodając wyniki.

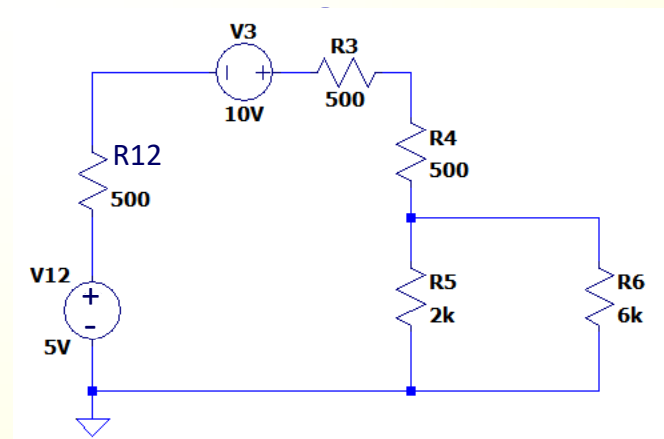
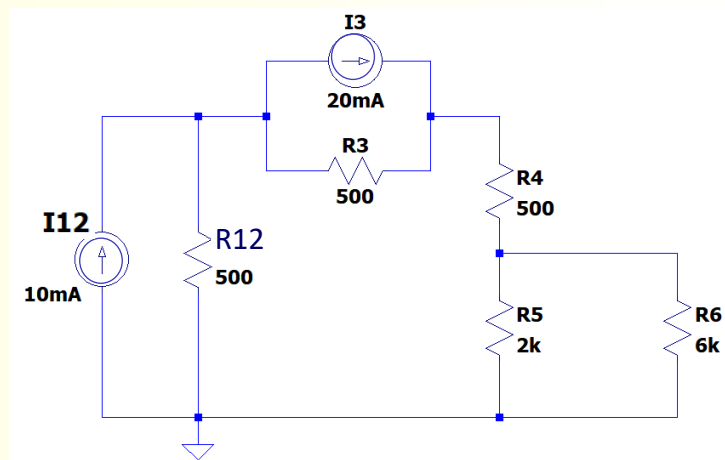
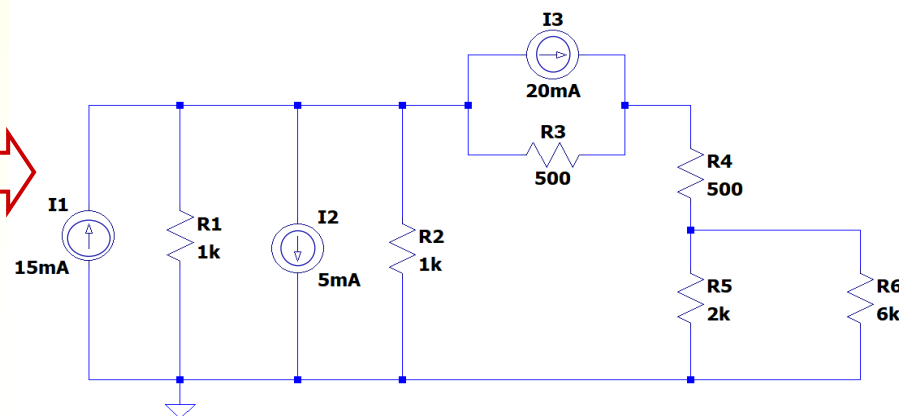
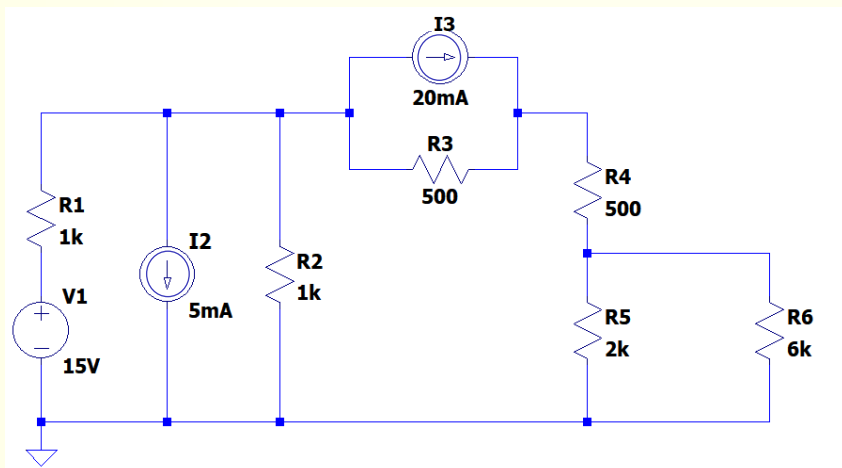
Naczelną zasadą jest to, że usunięte źródło napięciowe zastępujemy **zwarcie**m, a wyrzucone źródło prądowe **rozwarciem**.

**UWAGA! Zasada superpozycji obowiązuje tylko w przypadku obwodów liniowych.**



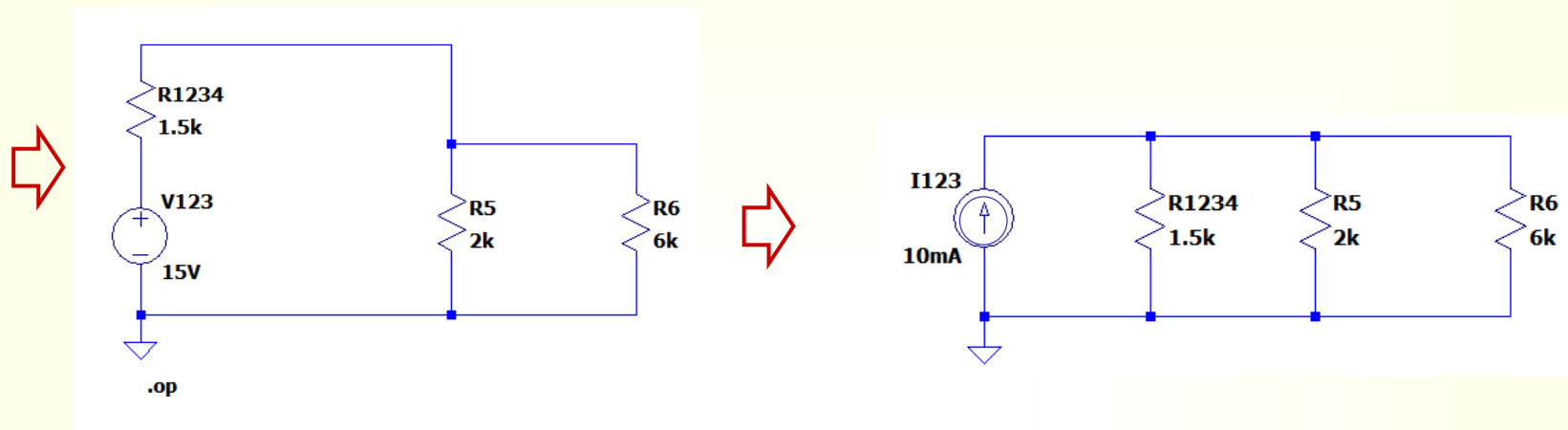
Przykład : Należy wyznaczyć napięcie na R6 i prąd R6

Metoda 1: Grupowanie źródeł



Przykład : Należy wyznaczyć napięcie na R6 i prąd R6

Metoda 1: Grupowanie źródeł



Obliczenia końcowe:

$$R_{1234} := 1.5 \text{ k}\Omega$$

$$R_5 := 2 \text{ k}\Omega$$

$$R_6 := 6 \text{ k}\Omega$$

$$G_{1234} := \frac{1}{R_{1234}}$$

$$G_5 := \frac{1}{R_5}$$

$$G_6 := \frac{1}{R_6}$$

$$G_{1234} = 0.667 \text{ mS}$$

$$G_5 = 0.5 \text{ mS}$$

$$G_6 = 0.167 \text{ mS}$$

$$G_{123456} := G_{1234} + G_5 + G_6$$

$$G_{123456} = 1.333 \text{ mS}$$

$$U_6 := \frac{I_{123}}{G_{123456}}$$

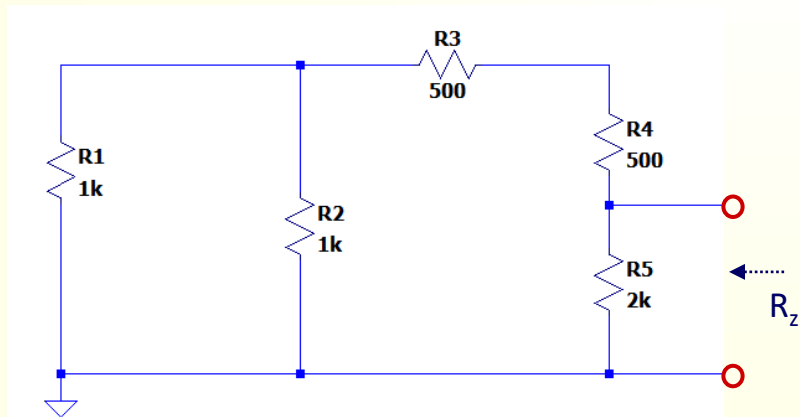
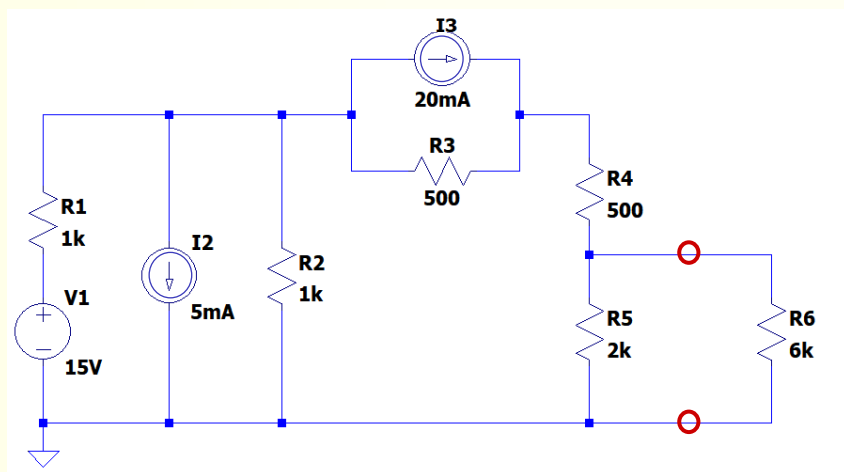
$$U_6 = 7.5 \text{ V}$$

$$I_6 := U_6 \cdot G_6$$

$$I_6 = 1.25 \text{ mA}$$

Przykład : Należy wyznaczyć napięcie na R6 i prąd R6

Metoda 2: Źródło zastępcze Tevenina/Notrona



**Krok 1:** Wyznaczanie  $R_z$  -> źródła napięciowe zastępujemy zwarciami, a prądowe rozwarciem

$$R1 || R2 \rightarrow R12 = 500\Omega$$

$$R12 + R3 + R4 \rightarrow R1234 = 1.5k\Omega$$

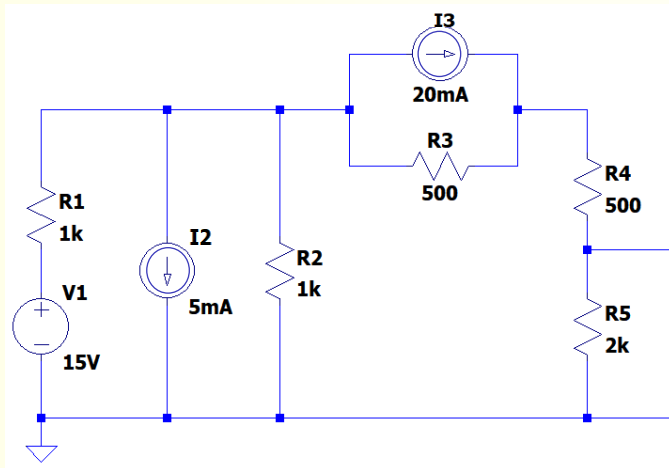
$$R1234 || R5 \rightarrow R_z = \frac{R1234 \cdot R5}{R1234 + R5} = 0.857 k\Omega$$



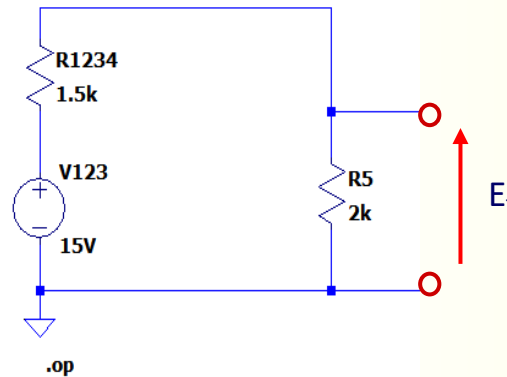
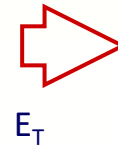
Przykład : Należy wyznaczyć napięcie na R6 i prąd R6

Metoda 2: Źródło zastępcze Tevenina/Notrona

Krok 2 -> Źródło zastępcze Tevenina -> Wyznaczanie  $E_T$



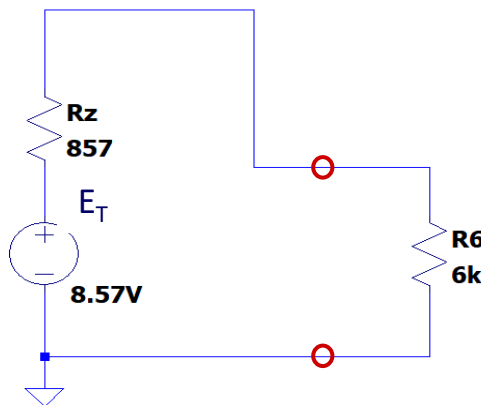
Np. metodą grupowania źródeł



$$E_T = \frac{R_5}{R_{1234} + R_5} V_{123}$$

$$E_T = 8.57V$$

Źródło zastępcze Tevenina



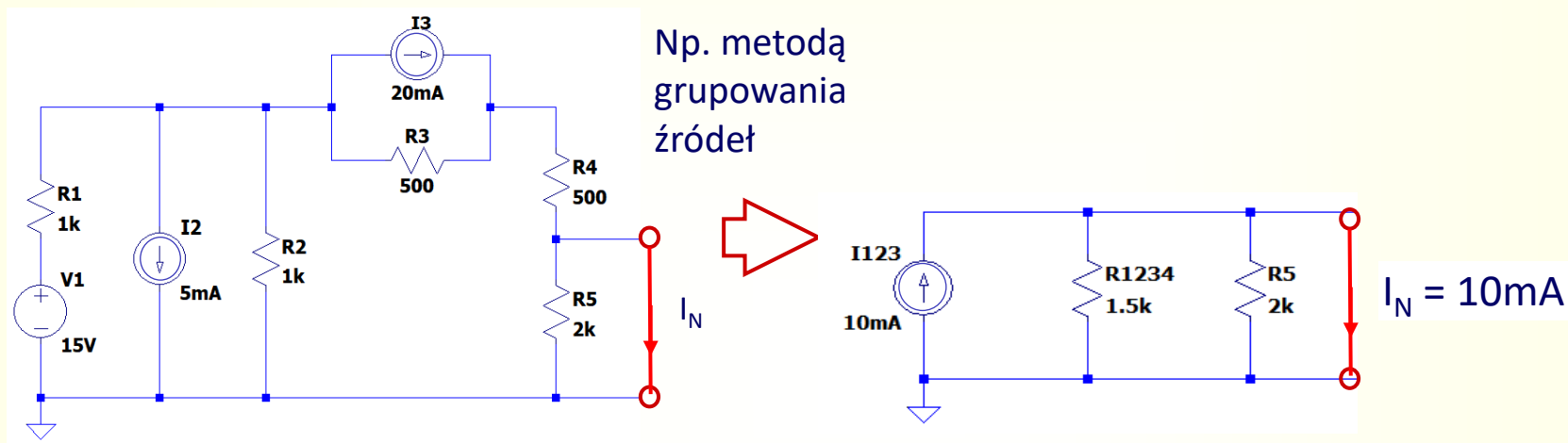
$$I_6 = \frac{E_T}{R_z + R_6} = 1.25 \text{ mA}$$

$$U_6 = R_6 I_6 = 7.5V$$

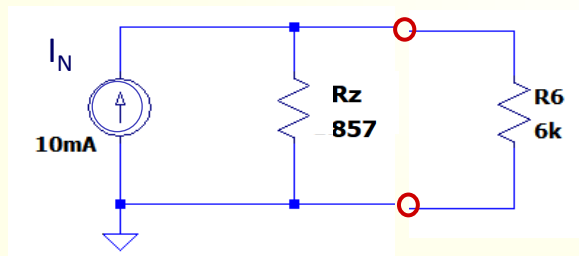
Przykład : Należy wyznaczyć napięcie na R6 i prąd R6

Metoda 2: Źródło zastępcze Tevenina/Notrona

Krok 2 -> Źródło zastępcze Nortona -> Wyznaczanie  $I_N$



Źródło zastępcze Notrona



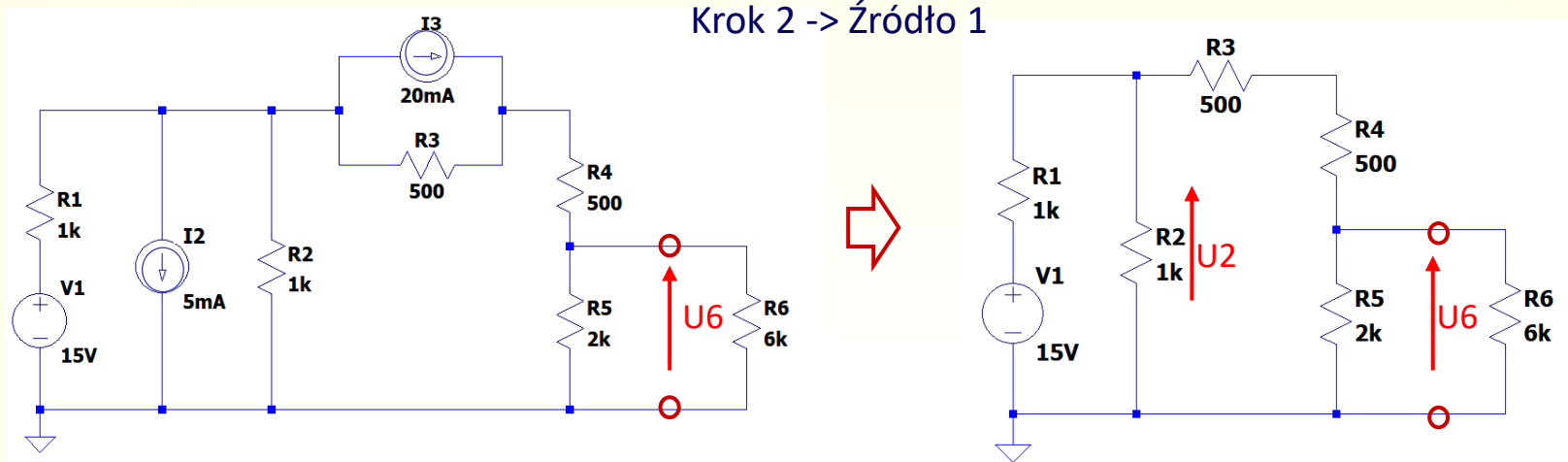
$$U_6 = I_N \left( \frac{R_N \cdot R_6}{R_N + R_6} \right) = 7.5 \text{ V}$$

$$I_6 = \frac{U_6}{R_6} = 1.25 \text{ mA}$$

Przykład : Należy wyznaczyć napięcie na R6 i prąd R6

Metoda 3: Metoda Superpozycji

Krok 2 -> Źródło 1



$$R5 || R6 = \frac{R5 \cdot R6}{R5 + R6} = 1.5 \text{ k}\Omega$$

$$U6 = \frac{R5 || R6}{R3 + R4 + R5 || R6} U2 = 0.6 U2$$

$$R2 || (R3 + R4 + R5 || R6) = \frac{R2 \cdot (R3 + R4 + R5 || R6)}{R2 + (R3 + R4 + R5 || R6)} = 0.714 \text{ k}\Omega$$

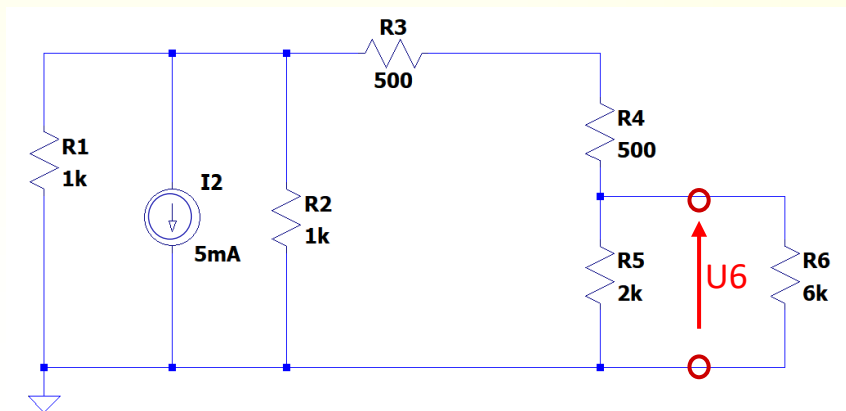
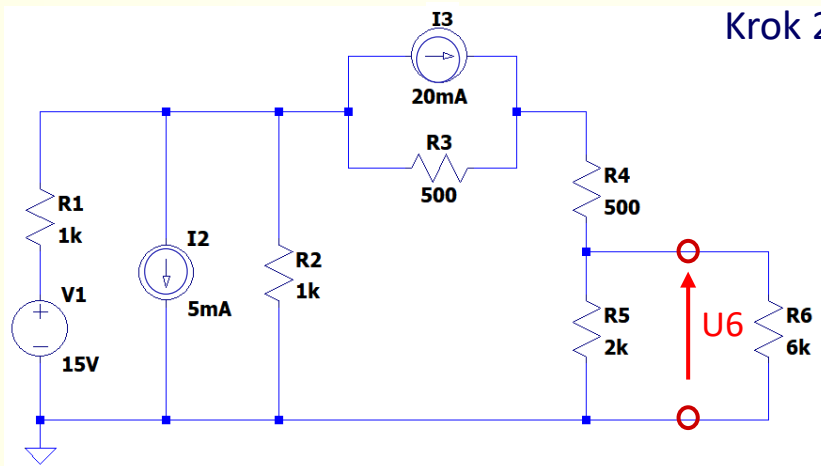
$$U2 = \frac{R2 || (R3 + R4 + R5 || R6)}{R1 + R2 || (R3 + R4 + R5 || R6)} V1 = 6.25V$$

$$U6_{V1} = 0.6 U2 = 3.75V$$

Przykład : Należy wyznaczyć napięcie na R6 i prąd R6

Metoda 3: Metoda Superpozycji

Krok 2 -> Źródło 2

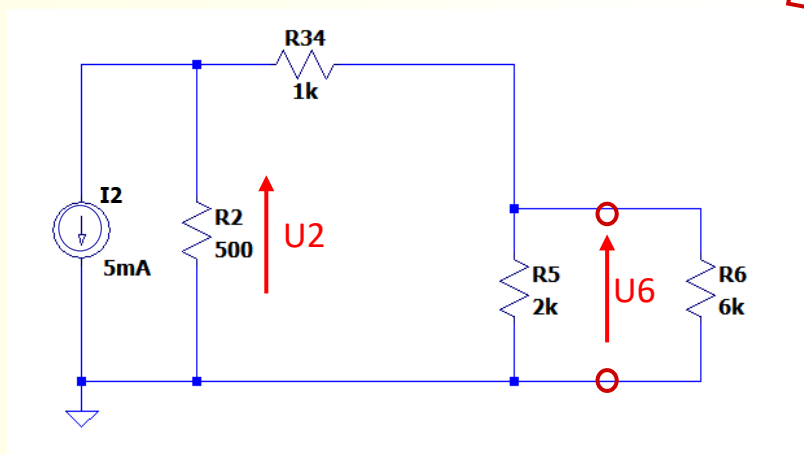


$$R5 || R6 = \frac{R5 \cdot R6}{R5 + R6} = 1.5 \text{ k}\Omega$$

$$U2 = -\frac{R2 || (R34 + R5 || R6)}{R1 + R2 || (R34 + R5 || R6)} I2 = -2.0835 \text{ V}$$

$$U6 = -\frac{R5 || R6}{R34 + R5 || R6} U2 = -1.25 \text{ V}$$

$$U6_{I2} = -1.25 \text{ V}$$

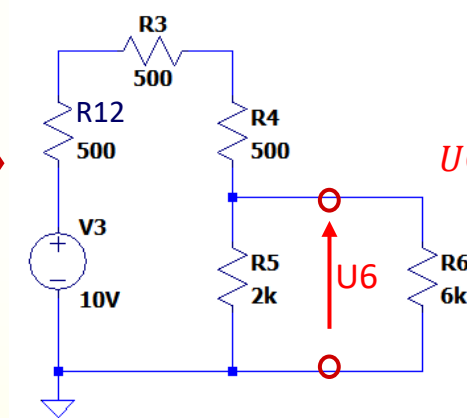
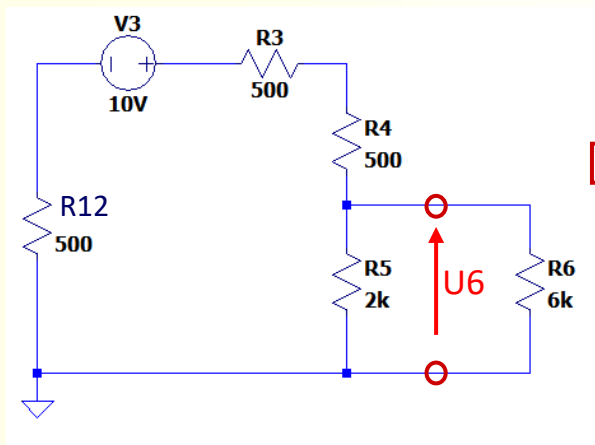
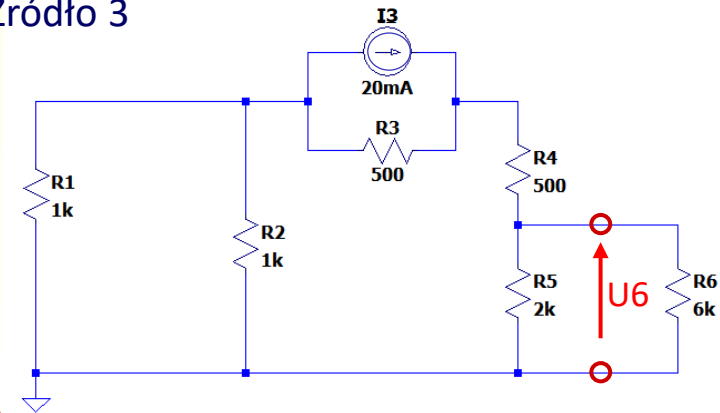
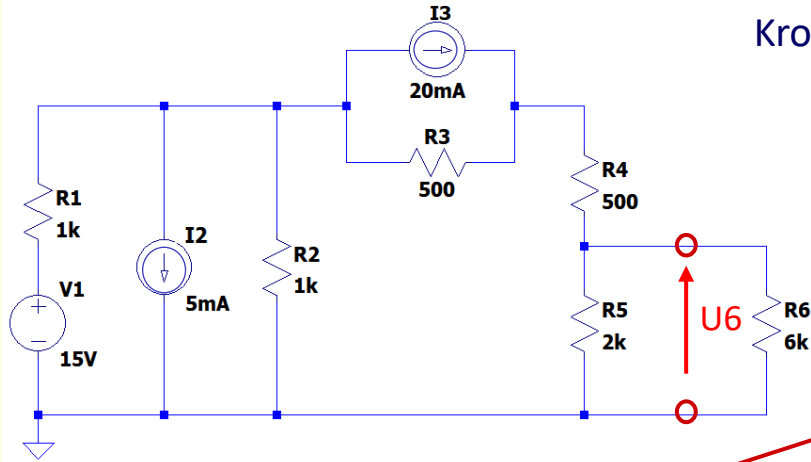




Przykład : cd..

Metoda 3: Metoda Superpozycji

Krok 3 -> Źródło 3



$$R5 || R6 = \frac{R5 \cdot R6}{R5 + R6} = 1.5 \text{ k}\Omega$$

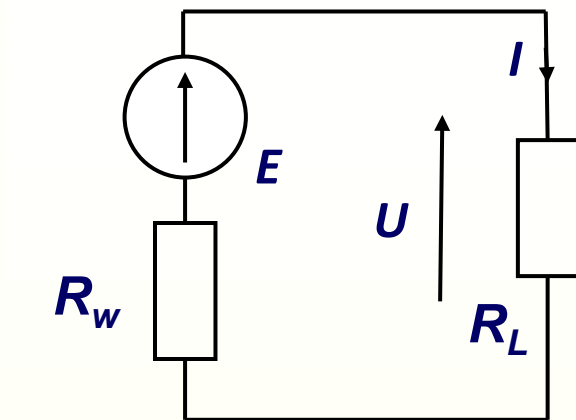
$$U6_{I3} = \frac{R5 || R6}{R12 + R3 + R4 + R5 || R6} (R3 I3) = 5 \text{ V}$$

Ostatecznie:  $U6 = U6_{V1} + U6_{I2} + U6_{I3} = 3.75 \text{ V} - 1.25 \text{ V} + 5 \text{ V} = 7.5 \text{ V}$

$$I6 = \frac{U6}{R6} = 1.25 \text{ mA}$$



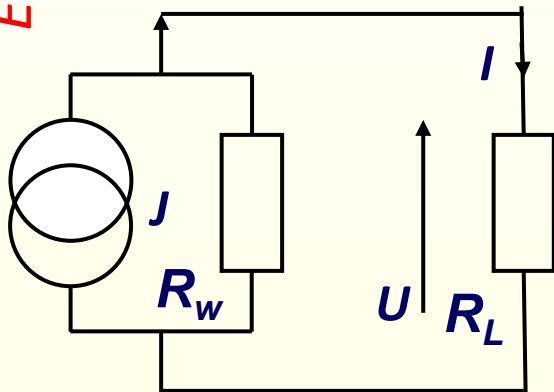
# Dopasowane energetyczne dla prądu stałego DC



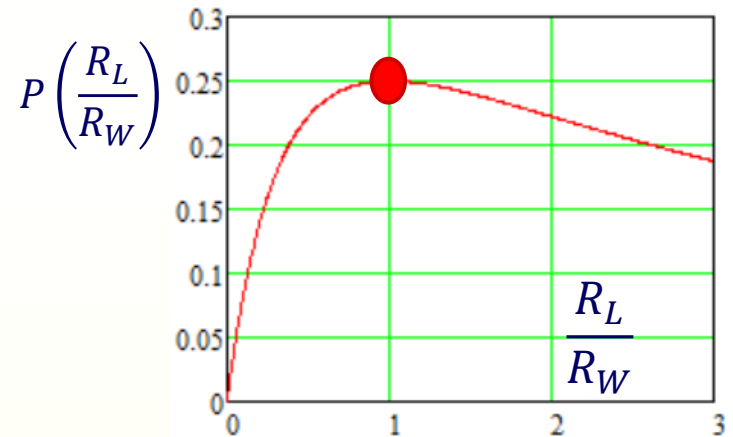
$$\begin{aligned} P &= UI \\ &= \frac{R_L E}{R_W + R_L} \frac{E}{R_W + R_L} \\ &= \frac{R_L E^2}{(R_W + R_L)^2} \end{aligned}$$

$E = R_W J$

|||  $J = E/R_W$



$$\begin{aligned} P &= UI \\ &= \frac{R_W J}{R_W + R_L} \cdot R_L \cdot \frac{R_W J}{R_W + R_L} = \\ &= \left( \frac{R_W J}{R_W + R_L} \right)^2 \cdot R_L \end{aligned}$$



Dopasowane energetyczne

$$R_W = R_L$$

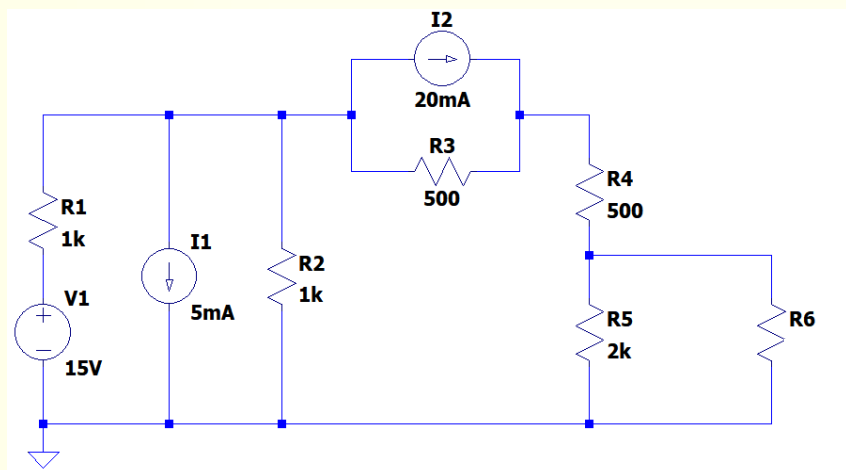
$$P_{Max} = \frac{1}{4} \frac{E^2}{R_L} = \frac{1}{4} \frac{E^2}{R_W}$$

$$P_{Max} = \frac{1}{4} \cdot R_L \cdot J^2 = \frac{1}{4} \cdot R_W \cdot J^2$$

$$P_{Max} = \frac{1}{2} \cdot P_Z \rightarrow \eta = \frac{P_L}{P_Z} = 50\%$$



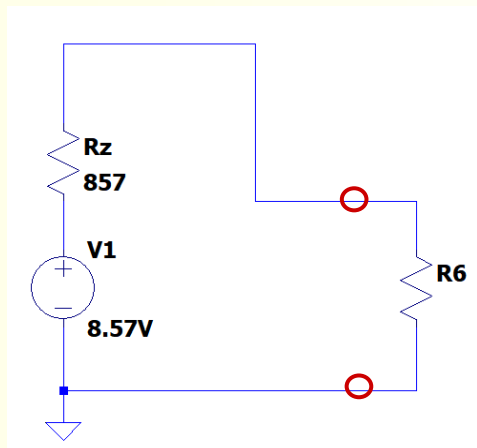
Przykład : Należy wyznaczyć wartość rezystora R6 tak aby wydzielala się w nim maksymalna moc oraz tę moc Pmax



Tu warto zastosować metodę zastępczego źródła Terenina lub Nortona !!!



Źródło zastępcze  
Tevenina



$P_{\max} \rightarrow R6 = R_z$

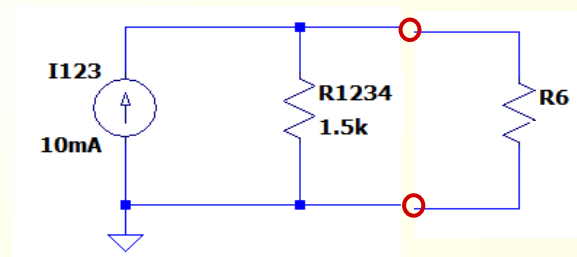
$R6 = 857 \Omega$

$$P_{\max} = \frac{1}{4} \frac{E^2}{R_6}$$

$$P_{\max} = \frac{1}{4} \frac{(8.57)^2}{857}$$

$$P_{\max} \approx 21.4 \text{ mW}$$

Źródło zastępcze  
Nortona

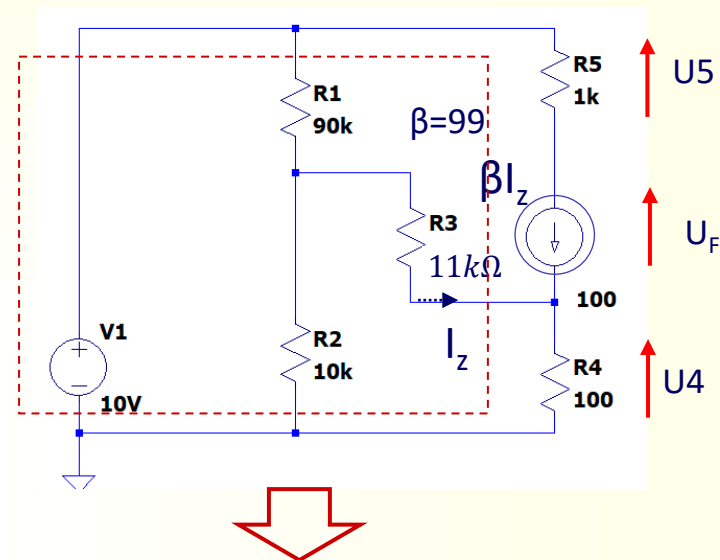
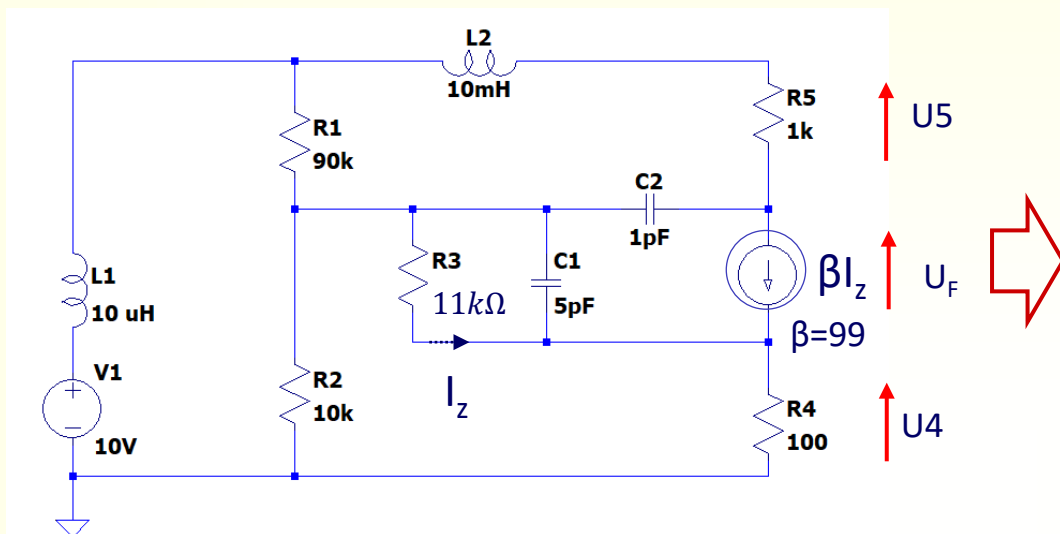


$$P_{\max} = \frac{1}{4} \cdot R_L \cdot J^2$$

$$P_{\max} = \frac{1}{4} \cdot 857 \cdot (10 \cdot 10^{-3})^2$$

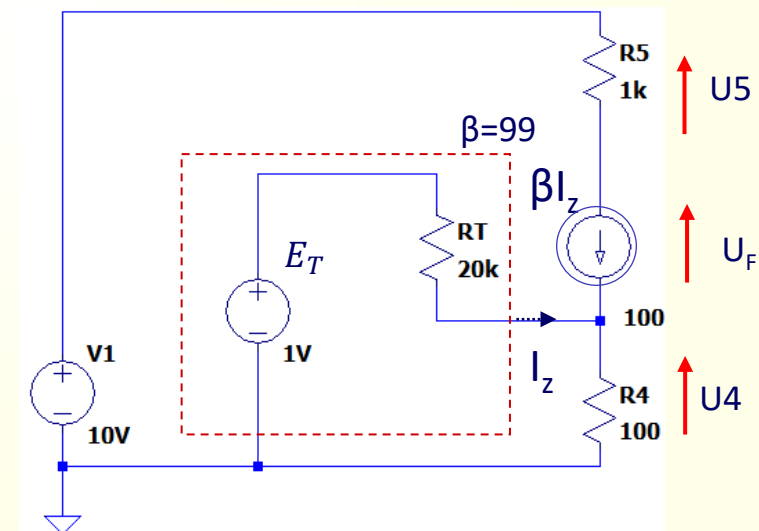
$$P_{\max} \approx 21.4 \text{ mW}$$

Przykład : Należy wyznaczyć: napięcie na R4, R5, na źródle sterowanym  $U_F$  i prąd R4, R5, i F dla DC

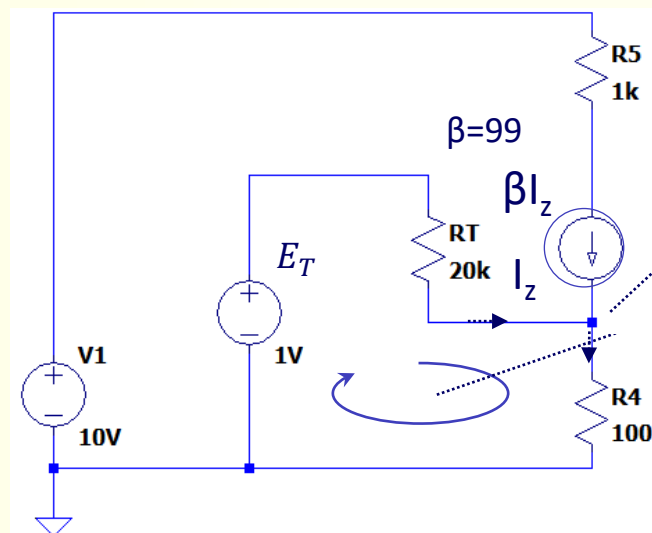


$$E_T = \frac{R2}{R2 + R1} \cdot 10V = \frac{10k\Omega}{10k\Omega + 90k\Omega} \cdot 10V = 1V$$

$$R_T = \frac{R2 \cdot R1}{R2 + R1} + R3 = \frac{10k\Omega \cdot 90k\Omega}{10k\Omega + 90k\Omega} + 11k\Omega = 20k\Omega$$



Przykład : Należy wyznaczyć: napięcie na R4, R5, na źródle sterowanym  $U_F$  i prąd R4, R5, i  $\beta I_Z$  dla DC



z I pr. Kirchhoffa:

$$I_Z + \beta I_Z = (1 + \beta) I_Z = I_4$$

z II pr. Kirchhoffa:

$$E_T = U_T + U_4 = I_Z R_T + I_4 R_4$$

$$E_T = I_Z R_T + (1 + \beta) I_Z R_4 = ((1 + \beta) R_4 + R_T) I_Z$$

$$I_Z = \frac{E_T}{((1 + \beta) R_4 + R_T)} = \frac{1V}{((1 + 99) \cdot 100\Omega + 20k\Omega)}$$

$$I_Z = \frac{1V}{10k\Omega + 20k\Omega} \approx 33.3 \mu A$$

$$I_4 = (1 + \beta) I_Z = 100 \cdot 33.3 \mu A = 3.33 \text{ mA} \Rightarrow U_4 = I_4 R_4 = 100\Omega \cdot 3.33 \text{ mA} = 333 \text{ mV}$$

$$I_5 = \beta I_Z = 99 \cdot 33.3 \mu A = 3.29 \text{ mA} \Rightarrow U_5 = I_5 R_5 = 1k\Omega \cdot 3.29 \text{ mA} = 3.29 \text{ V}$$

z II pr. Kirchhoffa:

$$V_1 = U_5 + U_F + U_4 \Rightarrow U_F = V_1 - U_5 - U_4 = 10V - 3.29V - 0.333V = 6.37V$$