

# Mały Projekt 5 – Rekurencja

Jan Czechowski

## zadanie 1

### a) Wzór jawny na liczby Lucasa

```
In[51]:= Clear[n]
|wyczyść

In[59]:= RSolve[{Lc[0] == 2, Lc[1] == 1, Lc[n] == Lc[n - 1] + Lc[n - 2]}, Lc[n], n]
|rozwiąż równania rekurencyjne

Out[59]=
{{Lc[n] -> LucasL[n]}}
```

```
In[60]:= FunctionExpand[LucasL[n]]
|rozwiń funkcje |liczba Lucasa

Out[60]=

$$\left(\frac{1}{2} (1 + \sqrt{5})\right)^n + \left(\frac{2}{1 + \sqrt{5}}\right)^n \cos[n \pi]$$

```

### b) Sprawdzenie czy liczby Lucasa można przedstawić jako sumy liczb Fibonacciego

```
In[108]:= lucas[n_] = FunctionExpand[LucasL[n]]
|rozwiń funkcje |liczba Lucasa

Out[108]=

$$\left(\frac{1}{2} (1 + \sqrt{5})\right)^n + \left(\frac{2}{1 + \sqrt{5}}\right)^n \cos[n \pi]$$

```

```
In[109]:= fibonacci[n_] = FunctionExpand[Fibonacci[n]]
|rozwiń funkcje |liczba Fibonacciego

Out[109]=

$$\frac{\left(\frac{1}{2} (1 + \sqrt{5})\right)^n - \left(\frac{2}{1 + \sqrt{5}}\right)^n \cos[n \pi]}{\sqrt{5}}$$

```

```
In[110]:= FullSimplify[lucas[n] == fibonacci[n - 1] + fibonacci[n + 1]]
|uprość pełniej

Out[110]=
True
```

Dla wszystkich wartości,  $n \geq 1$ , równość jest spełniona

## zadanie 2

```
In[*]:= RSolve[{a[n + 3] == 9 a[n + 2] - 26 a[n + 1] + 24 a[n], a[0] == 1, a[1] == 2, a[2] == 5}, a[n], n]
|rozwiąż równania rekurencyjne
```

```
Out[*]=

$$\left\{ \left\{ a[n] \rightarrow \frac{1}{2} \left( 3 \times 2^n + 2^{2^n} - 2 \times 3^n \right) \right\} \right\}$$

```

## zadanie 3

a[1] = 1

a[2] = 2

a[3] = 3

```
In[1]:= FindLinearRecurrence[{1, 2, 3}]
|znajdź rekurencje liniową
```

```
Out[1]= {-1, 5}
```

wiec :  $F[n] = -1 \cdot F[n - 1] + 5 \cdot F[n - 2]$

## zadanie 4

```
In[*]:= LiczbaFermata[n_] := 2^(2^n) + 1
LiczbyFermata = Table[LiczbaFermata[n], {n, 1, 7}]
|tabela

czyPierwsza := PrimeQ /@ LiczbyFermata
|liczba pierwsza?

Transpose[{LiczbyFermata, czyPierwsza}]
|transpozycja
```

```
Out[*]=
{5, 17, 257, 65537, 4294967297, 18446744073709551617,
340282366920938463463374607431768211457}
```

```
Out[*]=
{{5, True}, {17, True}, {257, True}, {65537, True},
{4294967297, False}, {18446744073709551617, False},
{340282366920938463463374607431768211457, False}}
```

## zadanie 5

Najefektywniejszym sposobem na zgadnięcie liczby jest opieranie się na bisekcji, która ma złożoność  $\log_2[n]$ , dodatkowo trzeba zaokrąglić wynik logarytmu w górę do liczby całkowitej, gdyż ilość pytań musi być liczba całkowita

```
In[25]:= minimalnaLiczbaPytan[n_] := Ceiling[Log2[n]]
```

sufit      logarytm bin

```
minimalnaLiczbaPytan[n]
```

```
Out[26]=
```

$$\text{Ceiling}\left[\frac{\text{Log}[n]}{\text{Log}[2]}\right]$$

dla przykładu dla n = 30

```
In[37]:= n = 30;
```

```
In[38]:= minimalnaLiczbaPytan[n]
```

```
Out[38]=
```

5