WFI3 - ruch krzywoliniowy

wtorek, 6 maja 2025 00:46

Teoria:

$v_\eta = 0 \Rightarrow \vec{v} = \vec{v}_t$

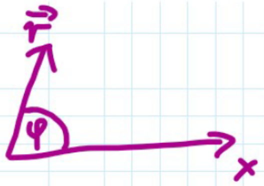
$\vec{a}_{st} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ (styczne)

$\vec{a}_\eta = \frac{\vec{v}^2}{\rho}$ (normalne) odśrodkowe/dośrodkowe

rho (promień krzywizny toru w danym punkcie)

$\rho = \frac{ds}{d\varphi}$

$\omega(t) = \frac{d\varphi}{dt}$ $\quad v(t) = \omega\rho$



$x = r\cdot\cos\varphi$

$y = r\cdot\sin\varphi$

$V_{radialne} = \frac{dr}{dt}$ → ciało oddala/zbliża się

$V_\varphi = \frac{d\varphi}{dt}\cdot r$ → ruch wokół środka

transwersalna

$a_r = \frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2$ → zmiana długości promienia i efekt siły dośrodkowej

$a_\varphi = 2\frac{dr}{dt}\cdot\frac{d\varphi}{dt} + r\frac{d^2\varphi}{dt^2}$ → zmiana ruchu kątowego

* gdy ciało porusza się po okręgu: $v_r = 0 \Rightarrow v = v_\varphi$

Oscylator harmoniczny

- **O1. Wahadło matematyczne wyprowadź wzór na okres T dla małych wychyleń.**
  - **Wzory (do wyprowadzenia z II zasady dynamiki dla ruchu obrotowego lub sił):**
    - Siła przywracająca: $F_t = -mg\sin\theta$
    - Dla małych kątów $\sin\theta \approx \theta$
    - Ruch po łuku: $x = L\theta$
    - II Zasada Dynamiki: $ma_t = F_t \implies mL\ddot{\theta} = -mg\theta$
    - Równanie drgań harmonicznych: $\ddot{\theta} + \frac{g}{L}\theta = 0$
    - Częstość kołowa: $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$
    - Okres: $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

- **Wzory:**
  - Siła tarcia: $F_{tarcia} = -\gamma v(t)$
  - Moc chwilowa tracona przez tarcie: $P_{tracona}(t) = F_{tarcia} \cdot v(t) = -\gamma v(t) \cdot v(t) = -\gamma v(t)^2$
  - Prędkość z podanego położenia: $v(t) = \frac{dx}{dt} = A_{rez}\omega \cos(\omega t + \phi)$, gdzie $A_{rez} = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\alpha\omega)^2}}$
  - Moc średnia: $\langle P \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T P(t)dt$
  - Kwadrat kosinusa uśredniony po okresie: $\langle \cos^2(\omega t + \phi) \rangle = \frac{1}{2}$
- **Wyprowadzenie:** $\langle P_{tracona} \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T -\gamma [A_{rez}\omega \cos(\omega t + \phi)]^2 dt = -\gamma A_{rez}^2 \omega^2 \frac{1}{T}\int_0^T \cos^2(\omega t + \phi)dt = -\gamma A_{rez}^2 \omega^2 \cdot \frac{1}{2}$ Znak minus oznacza, że energia jest tracona.