Elementy i układy elektroniczne *(UKEL)*

Prowadzenie: dr inż. Daniel Gryglewski
pok.549 i 533
Daniel.Gryglewski@pw.edu.pl lub D.Gryglewski@ire.pw.edu.pl

Charakterystyka amplitudowa i fazowa, pasmo, odpowiedź impulsowa, częstotliwość graniczna

Układ liniowy, stacjonarny

$u_{we}(t)$, $U_{we}(j\omega)$, $U_{we}(s)$, — h(t), H(jω), H(s) — $u_{wy}(t)$, $U_{wy}(j\omega)$, $U_{wy}(s)$,

$$u_{wy}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t-\tau)u_{we}(\tau)d\tau$$

SPLOT !!!

Fourier – pobudzenie sinusoidalne

$H(j\omega) = k_u(2\pi f) = U_{wy}(j\omega)/U_{we}(j\omega)$

$U_{wy}(j\omega) = H(j\omega)\ U_{wy}(j\omega)$

Laplace – stany nieustalone

$H(s) = k_u(s) = U_{wy}(s)/U_{we}(s)$

$U_{wy}(s) = H(s)\ U_{wy}(s)$

Fourier

Charakterystyka amplitudowa układu :

$|H(j\omega)| = |k_u(f)| = |U_{wy}(j\omega)/U_{we}(j\omega)|$

$|k_u(f)|[dB] = 20 \log|k_u(j\omega)|$

$|k_u(f)|[dB] = 20 \log|U_{wy}(j\omega)/U_{we}(j\omega)|$

$k_p(f)\ [dB] = 10 \log(P_{wy} / P_{we})$

Fourier

Charakterystyka fazowa układu:

$\arg(H(j\omega)) = \arg(k_u(j\omega)) =$

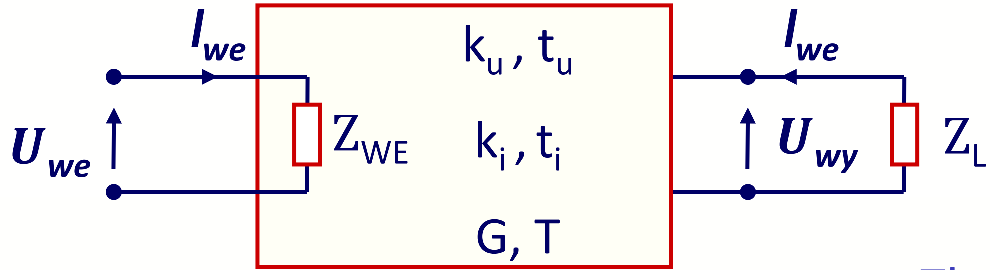
$= \arg(U_{wy}(j\omega)/U_{we}(j\omega)))$

Fourier ***Laplace***

Odpowiedź impulsowa układu -> odpowiedź układu na pobudzenie deltą Diraca δ(t):

$h(t) = \mathcal{L}^{-1}(H(s))$ lub $h(t) = \mathcal{F}^{-1}(H(j\omega))$

Wzmocnienie i tłumienie



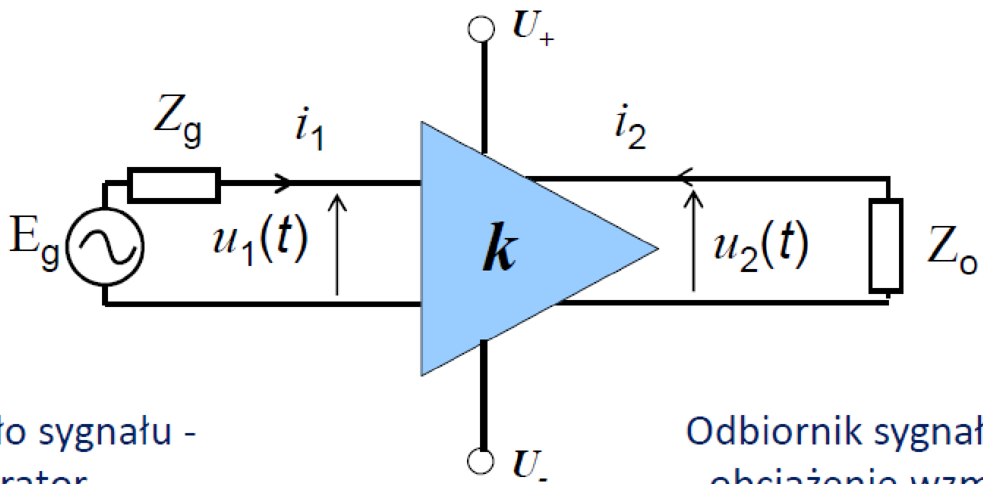
Wzmocnienie		Tłumienie
$k_u\,(f)\,[V/V] = \lvert U_{wy}(j\omega)\rvert / \lvert U_{we}(j\omega)\rvert$	$k_u\,(f) = 1/t_u\,(f)$	$t_u\,(f)\,[V/V] = \lvert U_{we}(j\omega)\rvert / \lvert U_{wy}(j\omega)\rvert$
$k_i\,(f)\,\lvert[A/A] = \lvert I_{wy}(j\omega)\rvert / \lvert I_{we}(j\omega)\rvert$	$k_i(f) = 1/t_i(f)$	$t_i\,(f)\,\lvert[A/A] = \lvert I_{we}(j\omega)\rvert / \lvert I_{wy}(j\omega)\rvert$
$k_p\,(f)[W/W] = G\,[W/W] = (P_{wy}/P_{we})$	$G(f) = 1/T(f)$	$T\,(f)[W/W] = P_{we}/P_{wy}$
$k_u(f)\,[dB] = 20 \log (k_u\,(f)\,[V/V])$	$k_u\,[dB] = -\,t_u\,[dB]$	$t_u(f)\,[dB] = 20 \log (k_u\,(f)\,[V/V])$
$k_i(f)\,[dB] = 20 \log (k_i\,(f)\,[A/A])$	$k_i\,[dB] = -\,t_i\,[dB]$	$t_i(f)\,[dB] = 20 \log (k_i\,(f)\,[A/A])$
$k_p(f)[dB] = G[dB] = 20 \log (G[W/W])$	$G\,[dB] = -\,T\,[dB]$	$T[dB] = 20 \log (T[W/W])$

Jeżeli $Z_{WE} = Z_L$

$$k_u\,[dB] = k_i\,[dB] = k_p\,[dB] = G\,[dB]$$

$$t_u\,[dB] = t_i\,[dB] = T\,[dB]$$

Pasmo, częstotliwość graniczna – częstotliwość górna i częstotliwość dolna



Wzmacniacz: urządzenie zwiększające wybrany parametr sygnału (napięcie, prąd, moc) z wykorzystaniem energii źródła zasilania

Źródło sygnału - generator

Odbiornik sygnału wzmocnionego - obciążenie wzmacniacza

Wzmocnienie napięcia $u_2(t) = k_u \cdot u_1(t)$

Wzmocnienie prądu $i_2(t) = k_i \cdot i_1(t)$

Wzmocnienie mocy $P_0(t) = k_p \cdot P_1(t)$

$$\boxed{k_p = k_u\, k_i}$$

$$k_p = G$$

Charakterystyki częstotliwościowe

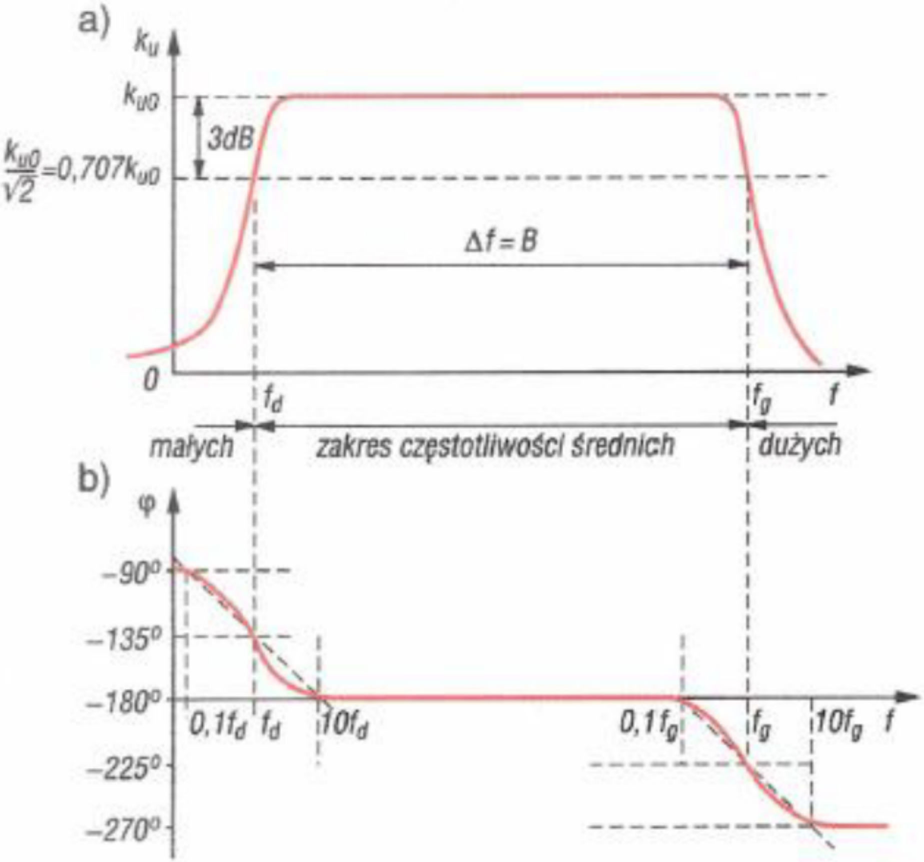
- W przypadku wzmocnienia napięciowego k_u lub prądowego k_i można zdefiniować charakterystyki:

$$k = |k|e^{j\varphi}$$

- amplitudowa k(*f*) = |k(*f*)|, przedstawiająca zmiany wartości modułu wzmocnienia w zależności od częstotliwości;
- fazowa ϕ= arg[k(*f*)], przedstawiająca zmiany wartości argumentu wzmocnienia (przesunięcia fazy) sygnału w zależności od częstotliwości.

- W przypadku wzmocnienia mocy istnieje tylko charakterystyka amplitudowa $k_p(f) = |k_u(f)| \cdot |k_i(f)|$

Typowe ch-ki wzmacniacza: amplitudowa (a) i fazowa (b)



- Skala częstotliwości jest logarytmiczna, wzmocnienia w dB, a fazy liniowa
- $\boldsymbol{f}_d$ - dolna częstotliwość graniczna
- $\boldsymbol{f}_g$- górna częstotliwość graniczna
- **B** = f_g- f_d – pasmo układu
- $\boldsymbol{k}_{u0}$ – moduł wzmocnienia $\boldsymbol{k}_u$ w zakresie średnich częstotliwości
- Uwaga: często wzmacniacz odwraca fazę o 180° (tutaj mamy taki przypadek), wtedy ch-ka fazowa zaczyna się od -90°

Ogólny przebieg funkcji transmitancji k(jω)

$$k(j\omega) = \frac{b_m(j\omega - z_1)(j\omega - z_2)\ \dots\ (j\omega - z_m)}{a_m(j\omega - p_1)(j\omega - p_2)\ \dots\ (j\omega - p_n)}$$

- $z_1, \dots, z_m$ – zera funkcji $k(j\omega)$
- $p_1, \dots, p_n$ – bieguny funkcji $k(j\omega)$

$$\omega = 2\pi f$$

➢ Jeśli zera i bieguny funkcji są rzeczywiste i ujemne, to można na ich podstawie narysować przybliżone charakterystyki częstotliwościowe nazywane charakterystykami asymptotycznymi Bodego

Amplitudowa charakterystyka asymptotyczna Bodego

Przebieg amplitudy funkcji $k(j\omega)$ wyskalowany w dB w funkcji pulsacji ω lub częstotliwości f w skali logarytmicznej przedstawiony jako charakterystyka asymptotyczna odcinkami liniowa

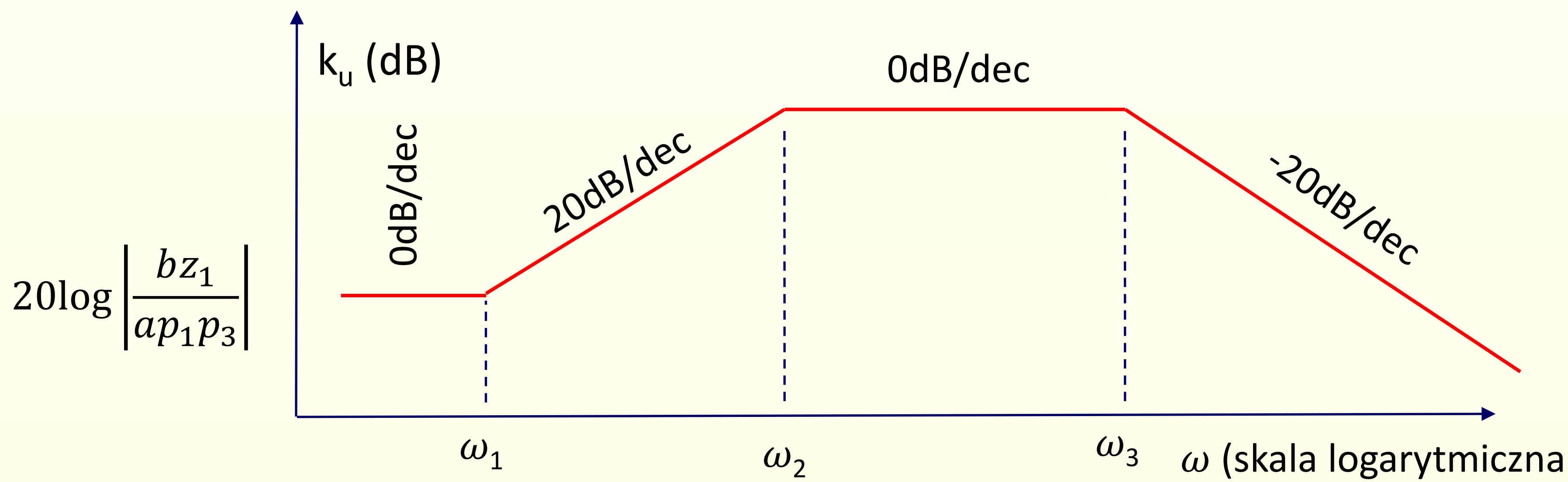
- Miejsce zerowe powoduje wzrost nachylenia ch-ki $|k(j\omega)|$ **o +20 dB/dek.**(dekadę)
- Biegun powoduje spadek nachylenia ch-ki $|k(j\omega)|$ **o -20 dB/dek.**

Przykład:

$$k(j\omega) = \frac{b(j\omega - z_1)}{a(j\omega - p_2)(j\omega - p_3)}$$

$$\omega_1 = -z_1 \quad \omega_2 = -p_2 \quad \omega_3 = -p_3$$

Zał: $\omega_1 < \omega_2 < \omega_3$



Fazowa charakterystyka asymptotyczna Bodego

Przebieg fazy funkcji $k(j\omega)$ w funkcji pulsacji ω lub częstotliwości f w skali logarytmicznej przedstawiony jako charakterystyka asymptotyczna odcinkami liniowa

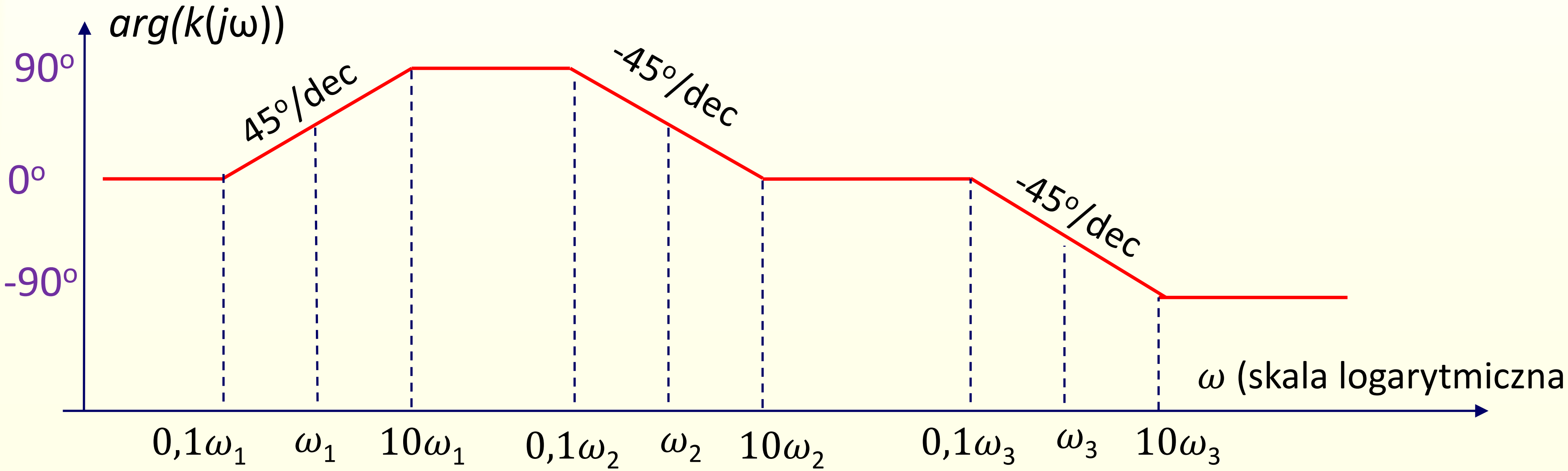
- Miejsce zerowe: powoduje, że w zakresie pulsacji między $0{,}1\omega_z$ a $10\omega_z$ faza wzrasta z prędkością $\pi/4$ rad /dekadę (45°/ dekadę)
- Biegun: powoduje, że w zakresie pulsacji między $0{,}1\omega_b$ a $10\omega_b$ faza maleje z prędkością $-\pi/4$ rad /dekadę (-45°/ dekadę)

Przykład cd:

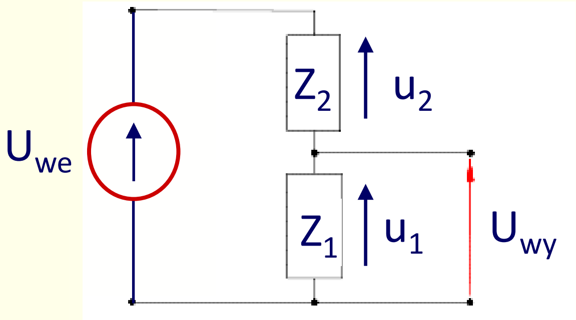
$$k(j\omega) = \frac{b(j\omega - z_1)}{a(j\omega - p_1)(j\omega - p_3)}$$

$$\omega_1 = -z_1 \quad \omega_2 = -p_2 \quad \omega_3 = -p_3$$

Zał: $\omega_1 << \omega_2 << \omega_3$



Przypomnienie : dzielnik napięciowy



Dla pobudzenia sinusoidalnego / DC:

$$k_u(j\omega) = \boldsymbol{U_{wy}} / \boldsymbol{U_{we}} = H(j\omega) = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} = \frac{Y_2}{Y_1 + Y_2}$$

W dziedzinie operatorowej Laplace'a – stany nieustalone
Impedancje, Admitancje : "jω" <-> „s"
(przy założeniu, że dla t=0 energia zgormadzona w elementach reaktancyjnych E=0)

$$k_u(s) = \boldsymbol{U_{wy}} / \boldsymbol{U_{we}} = H(s) = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} = \frac{Y_2}{Y_1 + Y_2}$$

Charakterystyka amplitudowa układu :

$$|k_u(j\omega)| = |\boldsymbol{U_{wy}} / \boldsymbol{U_{we}}| = |H(j\omega)|$$

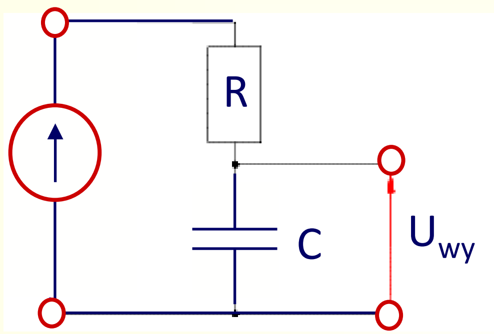
Charakterystyka fazowa układu:

$$\arg(k_u(j\omega)) = \arg(\boldsymbol{U_{wy}} / \boldsymbol{U_{we}}) = \arg(H(j\omega))$$

Odpowiedź impulsowa układu -> odpowiedź układu na pobudzenie deltą Dirac'a δ:

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}(H(s)) \quad \text{lub} \quad h(t) = \mathcal{F}^{-1}(H(j\omega))$$

Układ RC – filtr dolnoprzepustowy – układ całkujący



Dla pobudzenia sinusoidalnego: $Z_R = R,\ Z_C = \frac{1}{j\omega C}$

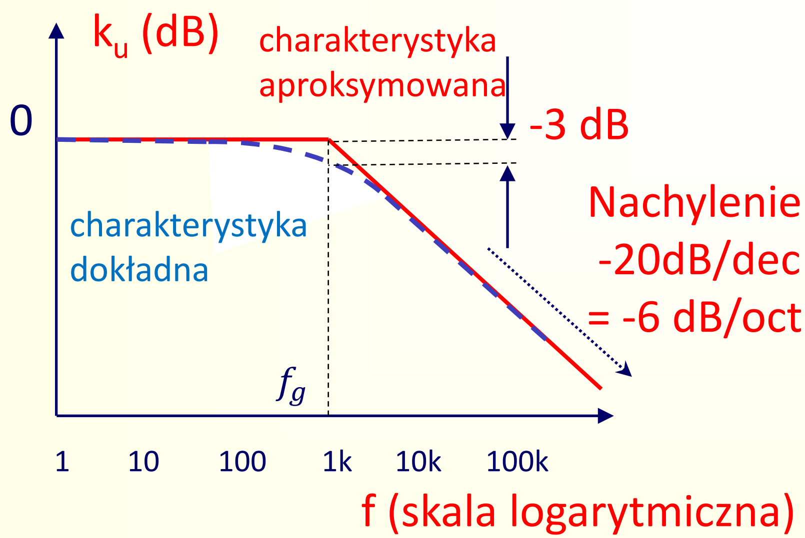
$$k_u(j\omega) = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1+j\omega RC} = \frac{1}{1+j\omega\tau} = \frac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_g}}$$

$$\tau = RC,\ \omega_g = \frac{1}{RC},\ f_g = \frac{1}{2\pi RC}$$

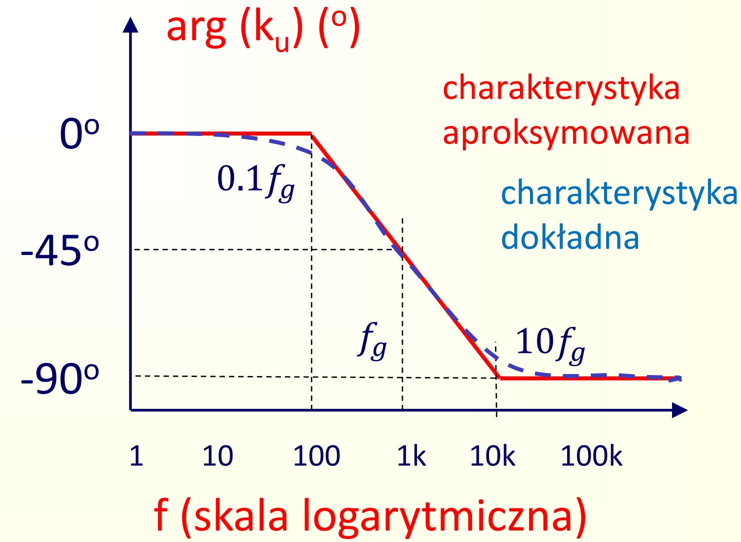
Biegun $\omega_1 = -1/RC = -1/\tau$

$$k_u(f) = \frac{1}{1+j\frac{f}{f_g}}$$ dla $f = f_g$, $k_u(f_g) = \frac{1}{1+j1}$ -> $|k_u(f_g)| = \frac{1}{\sqrt{2}} = -3dB$

Charakterystyka amplitudowa :



Charakterystyka fazowa:

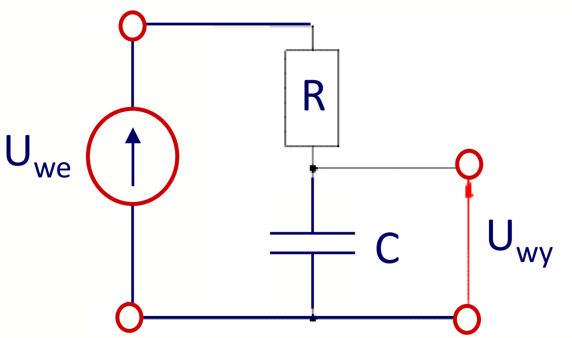


Proszę zasymulować Układ RC – filtr dolnoprzepustowy – przykład : fdp1.asc - > Ltspice

Odpowiedź na skok napięcia U_M

Układ RC – filtr dolnoprzepustowy – układ całkujący

W dziedzinie operatorowej Laplace'a – stany nieustalone: $Z_R = R$, $Z_C = \frac{1}{sC}$

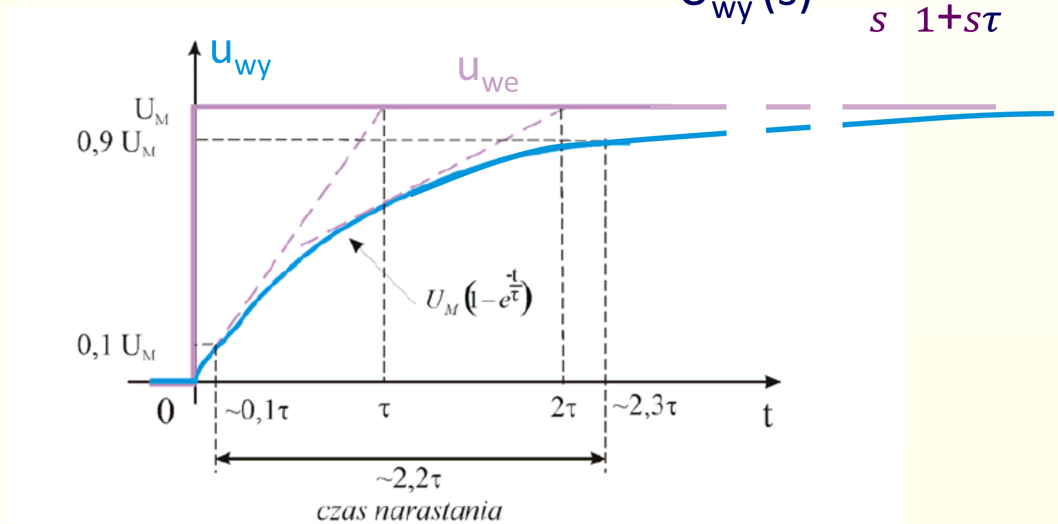


$$k_u(s) = \frac{\frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{1}{1+sRC} = \frac{1}{1+s\tau} \qquad \tau = RC$$

Biegun $s_1 = -1/RC = -1/\tau$

Dla skoku napięcia U_{we} o wartości U_M $\xrightarrow{\mathcal{L}}$ $\boldsymbol{U_{we}} = \frac{U_M}{s}$

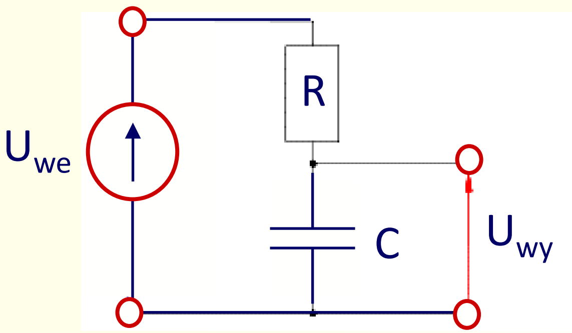
$$U_{wy}(s) = \frac{U_M}{s}\frac{1}{1+s\tau} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} u_{wy}(t) = \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)U_M$$

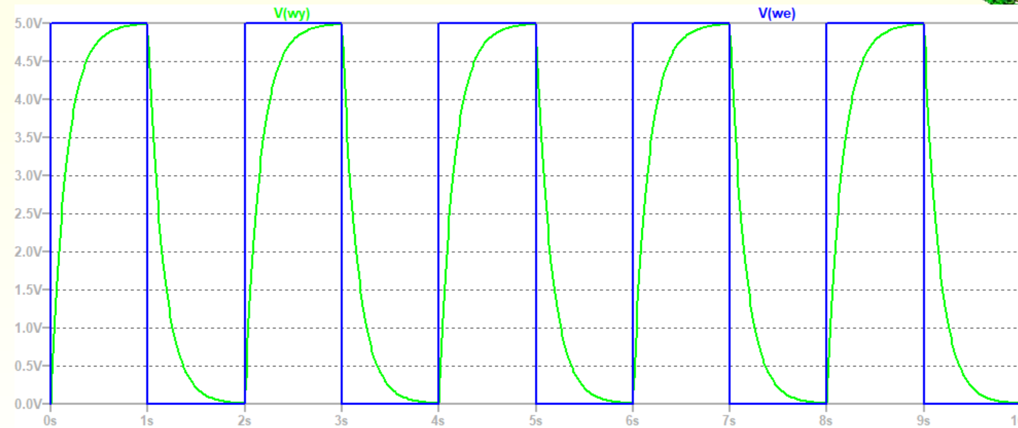


$$\boxed{t_N \approx 2{,}2\,\tau = 2{,}2\,RC}$$

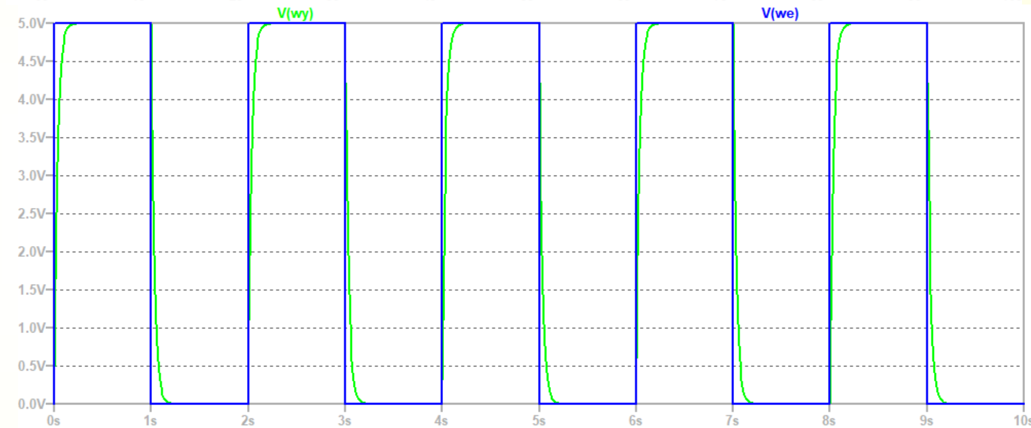
Proszę zasymulować Układ RC – filtr dolnoprzepustowy – przykład : fdp2.asc - > Ltspice

$\tau = RC$= **0.159 s**

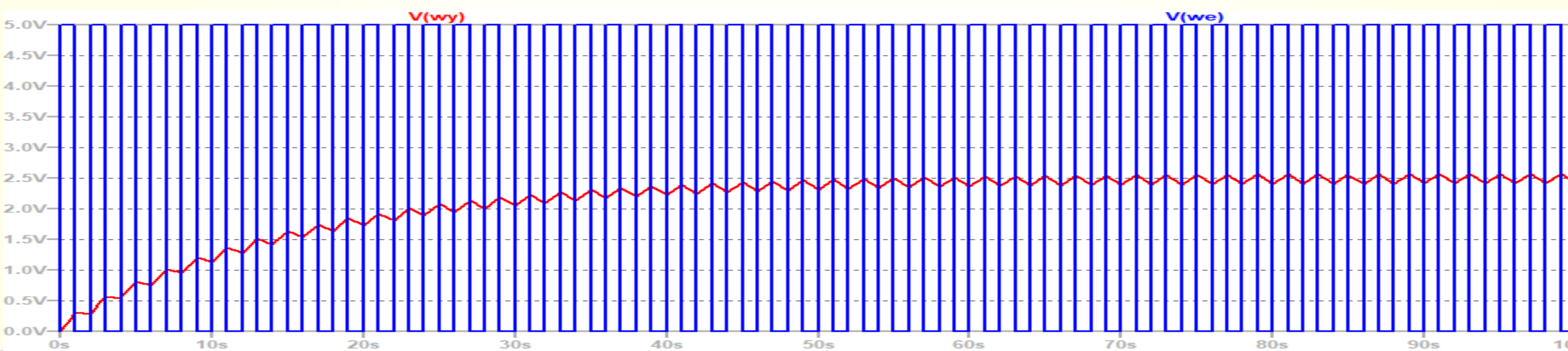




$\tau = RC$= **0.159*0.2 s**

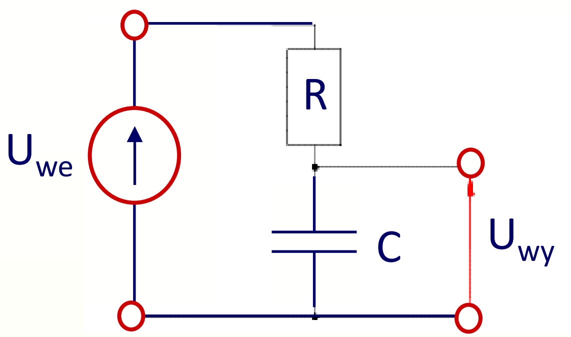


$\tau = RC$= **159 s**



Charakterystyka odpowiedź impulsowa i jej związek z częstotliwością graniczną

Układ RC – filtr dolnoprzepustowy – układ całkujący



Częstotliwość górna: $f_g = \frac{1}{2\pi RC}$

Czas narastania: $t_N \approx 2{,}2\,\tau = 2{,}2\,RC$

Iloczyn czasu narastania i częstotliwość górnej :

$$f_g \cdot t_N = 0.35$$

W przypadku układów z tzw. pojedynczym biegunem dominującym iloczyn czasu narastania i częstotliwość górnej :

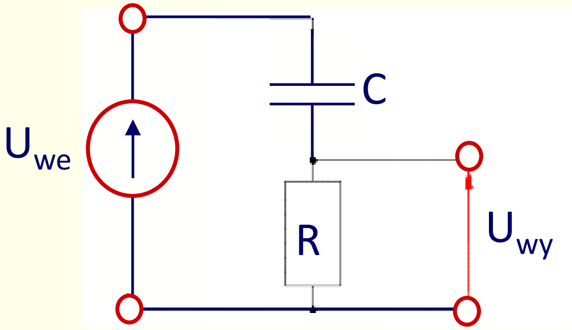
$$f_g \cdot t_N = 0.35$$

Generalnie dla wszystkich układów: $f_g \cdot t_N = 0.35 \div 0.37$

Układ RC – filtr górnoprzepustowy – układ różniczkujący

Dla pobudzenia sinusoidalnego: $Z_R = R,\ Z_C = \frac{1}{j\omega C}$

Zero $\omega_2 = 0$



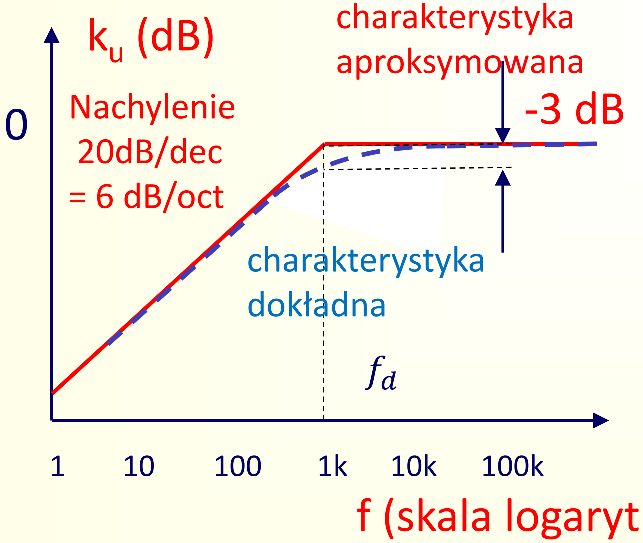
$$k_u(j\omega) = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} = \frac{j\omega\tau}{1 + j\omega\tau} = \frac{j\frac{\omega}{\omega_d}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_d}}$$

$$\tau = RC,\ \omega_d = \frac{1}{RC},\ f_d = \frac{1}{2\pi RC}$$

Biegun $\omega_1 = -1/RC = -1/\tau$

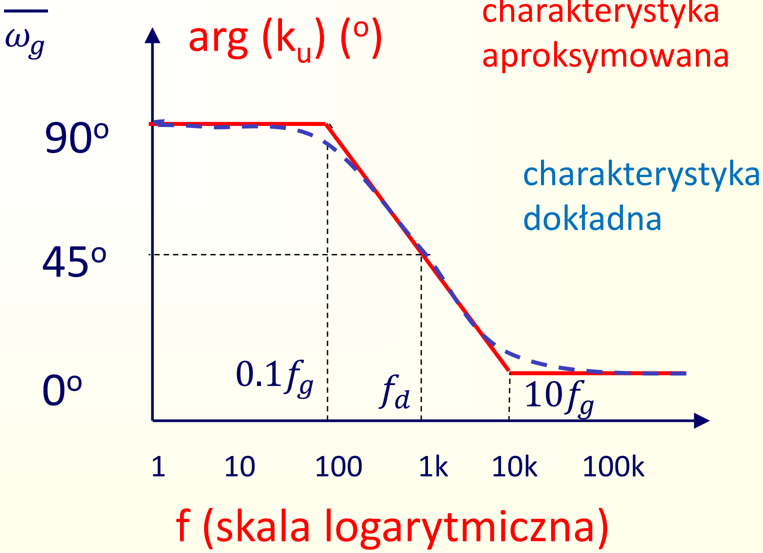
$$k_u(f) = \frac{j\frac{f}{f_d}}{1 + j\frac{f}{f_d}}$$ dla f= f_d $k_u(f_d) = \frac{j1}{1 + j1}$ -> $|k_u(f_d)| = \frac{1}{\sqrt{2}} = -3dB$

Charakterystyka amplitudowa :



$j\frac{\omega}{\omega_g}$

Charakterystyka fazowa:

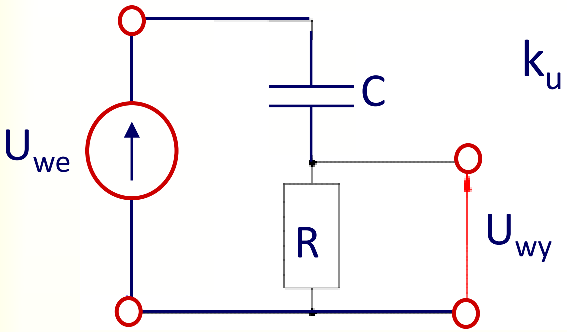


Proszę zasymulować Układ RC – filtr górnoprzepustowy – przykład : fgp1.asc - > Ltspice

Odpowiedź na skok napięcia U_M

Układ RC – filtr górnoprzepustowy – układ różniczkujący

W dziedzinie operatorowej Laplace'a – stany nieustalone: $Z_R = R,\ Z_C = \frac{1}{sC}$



$$k_u(s) = \frac{R}{R+\frac{1}{sC}} = \frac{sRC}{1+sRC} = \frac{s\tau}{1+s\tau}$$

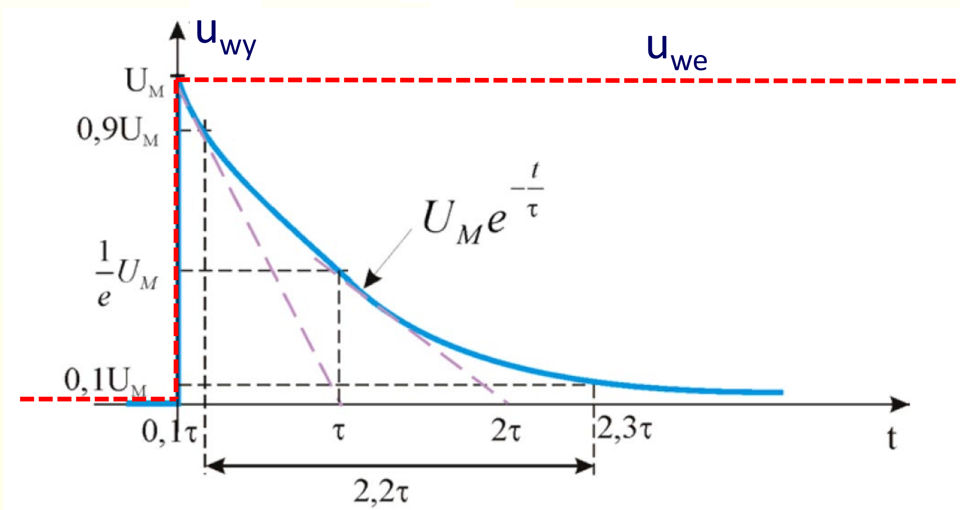
Zero $s_2=0$

$$\tau = RC$$

Biegun $s_1=-1/RC=-1/\tau$

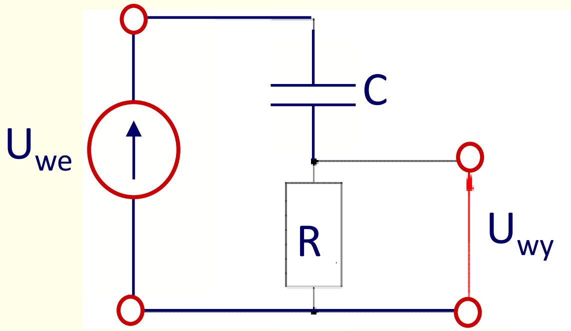
Dla skoku napięcia U_{we} o wartości U_M $\xRightarrow{\mathcal{L}}$ $U_{we} = \frac{U_M}{s}$

$$U_{wy}(s) = \frac{U_M}{s}\frac{sRC}{1+sRC} \xRightarrow{\mathcal{L}^{-1}} u_{wy}(t) = \left(e^{-\frac{t}{\tau}}\right)U_M$$

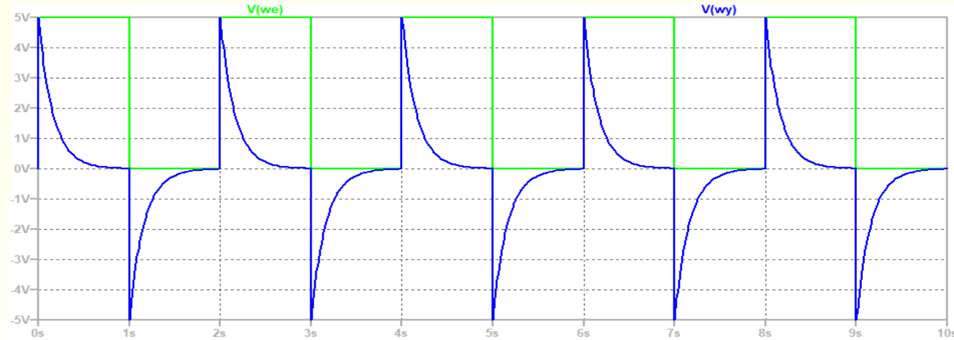


$$\boxed{t_O \approx 2{,}2\,\tau = 2{,}2\,RC}$$

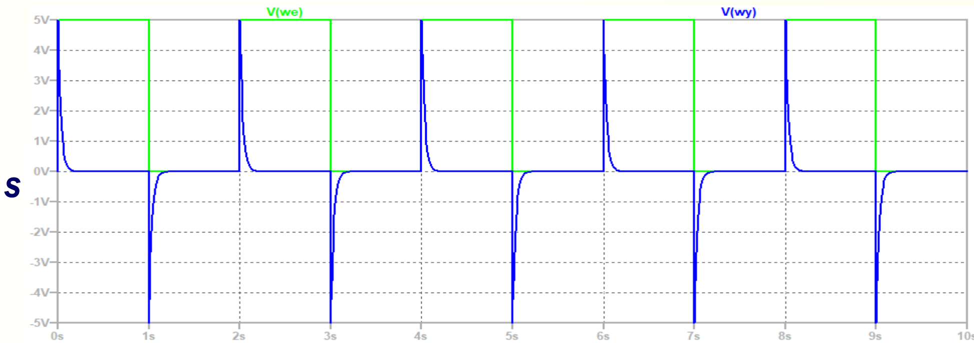
Proszę zasymulować Układ RC – filtr dolnoprzepustowy – przykład : fgp2.asc - > Ltspice



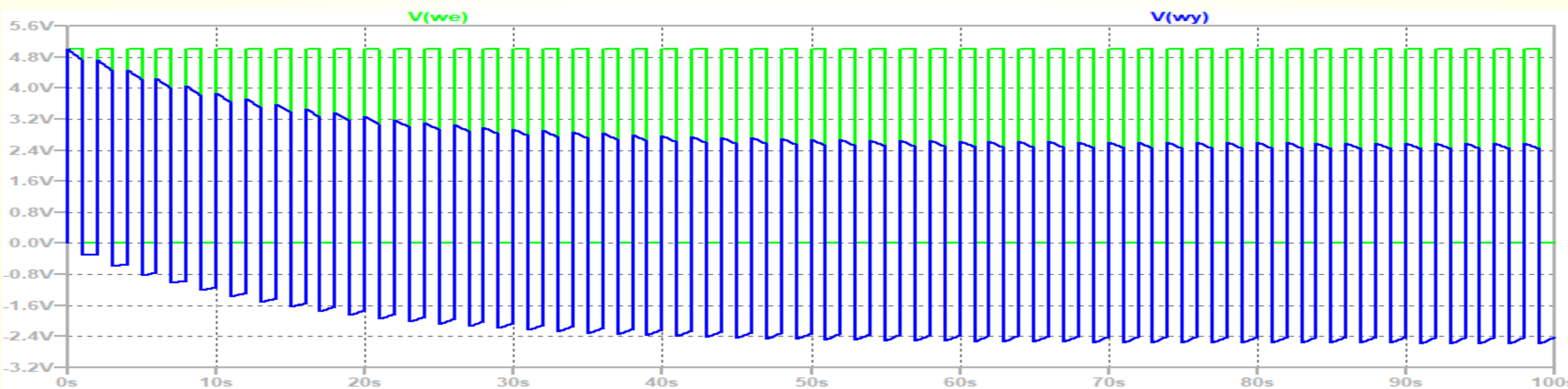
$\tau = RC$**= 0.159 s**



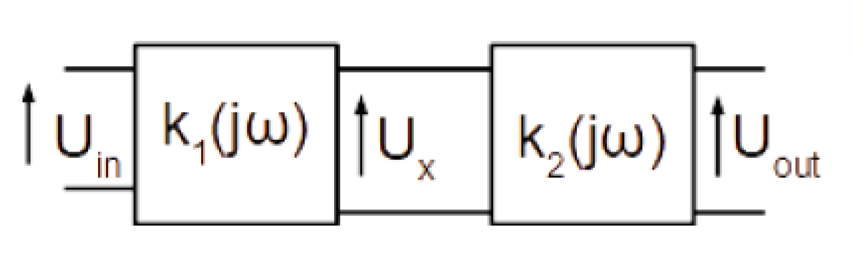
RC**= 0.159*0.2 s**



$\tau = RC$**= 159 s**



Kaskadowe połączenie bloków: przykład 2



$$k_1(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega R_1 C_1} \qquad k_2(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega R_2 C_2}$$

Charakterystyka częstotliwościowa szeregowo połączonych bloków jest iloczynem charakterystyk obu bloków.

Uwaga: w rozważaniach nie uwzględniono wzajemnego wpływu obwodów na siebie tzn. założono: $R_2 >> R_1$