|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *Wydział*  *WEiTI* | *Dzień tygodnia*  Piątek | *Godzina*  08:15 | *Nr zespołu*  3 |
| *Data wykonania ćwiczenia* 25.04.2025 | *Data oddania sprawozdania* 09.05.2025 |
| *Tytuł ćwiczenia*    Laminarny przepływ cieczy. Wyznaczanie współczynnika lepkości. | | | |
| *Imię i nazwisko*     1. Kinga Konieczna      1. Jan Czechowski      1. Tymon Zadara | *Ocena z przygotowania* | *Ocena ze sprawozdania* | *Ocena końcowa* |
| *Prowadzący*  mgr inż. Julianna Krasowska | | *Podpis prowadzącego* | |

Spis treści

[1. Wstęp 3](#_Toc197610627)

[1.1. Cel ćwiczenia 3](#_Toc197610628)

[1.2. Zastosowanie lepkości: 3](#_Toc197610629)

[1.2.1. Olej silnikowy 3](#_Toc197610630)

[1.2.2. Płyny przekładniowe i hydrauliczne 3](#_Toc197610631)

[1.2.3. Płyny chłodzące 3](#_Toc197610632)

[2. Układ i metoda pomiarowa 4](#_Toc197610633)

[2.1. Układ pomiarowy 4](#_Toc197610634)

[2.2. Dane do ćwiczenia 5](#_Toc197610635)

[2.2.1. Średnice wewnętrzne rur 5](#_Toc197610636)

[2.2.2. Gęstość płynów 5](#_Toc197610637)

[3. Wyniki pomiarów i opracowanie wyników kulek 6](#_Toc197610638)

[3.1. Masa 6](#_Toc197610639)

[3.2. Średnica oraz promień 6](#_Toc197610640)

[3.3. Gęstość 7](#_Toc197610641)

[4. Wyniki pomiarów i opracowanie wyników dla płynów 9](#_Toc197610642)

[4.1. Opracowanie błędów pomiaru czasu i odległości (oba płyny) 9](#_Toc197610643)

[4.1.1. Źródła niepewności pomiarowych 9](#_Toc197610644)

[4.1.2. Obliczanie niepewności 9](#_Toc197610645)

[4.2. Wyniki pomiarów i opracowanie wyników dla gliceryny 9](#_Toc197610646)

[4.2.1. Pomiary czasu dla kolejnych odległości 9](#_Toc197610647)

[4.2.2. Prędkość kulki 10](#_Toc197610648)

[4.2.3. Wykres z prostą dopasowaną 10](#_Toc197610649)

[4.2.4. Prędkość graniczna dla gliceryny 11](#_Toc197610650)

[4.2.5. Lepkość gliceryny 11](#_Toc197610651)

[4.2.6. Czas relaksacji dla gliceryny 12](#_Toc197610652)

[4.3. Wyniki pomiarów i opracowanie wyników dla oleju 12](#_Toc197610653)

[4.3.1. Pomiary czasu dla kolejnych odległości 12](#_Toc197610654)

[4.3.2. Wykres z prostą dopasowaną 12](#_Toc197610655)

[4.3.3. Prędkość graniczna dla oleju 13](#_Toc197610656)

[4.3.4. Lepkość oleju 13](#_Toc197610657)

[5. Wnioski i podsumowanie 14](#_Toc197610658)

[6. Bibliografia 16](#_Toc197610659)

# Wstęp

## Cel ćwiczenia

Celem tego ćwiczenia jest wyznaczenie współczynnika lepkości cieczy na podstawie prawa Stokesa, poprzez pomiar prędkości granicznej kulek swobodnie opadających w badanej cieczy. Dodatkowo, ćwiczenie ma na celu zrozumienie zjawisk związanych z przepływem laminarnym i turbulentnym oraz wpływem parametrów takich jak gęstość i lepkość na ruch ciał w płynach.

## Zastosowanie lepkości:

Lepkość odgrywa kluczową rolę w motoryzacji, wpływając na efektywność, trwałość i bezpieczeństwo pojazdów. Poniżej przedstawiliśmy zastosowania lepkości w różnych komponentach motoryzacyjnych.

### Olej silnikowy

Lepkość oleju silnikowego określa jego zdolność do przepływu w różnych temperaturach. Olej musi być wystarczająco rzadki, aby zapewnić szybkie smarowanie podczas zimnego rozruchu, oraz odpowiednio gęsty, by chronić silnik w wysokich temperaturach pracy.​ Ponadto, stosowanie olejów o niższej lepkości może przynieść oszczędności paliwa na poziomie do 2% w normalnych warunkach eksploatacyjnych [1]. W sytuacjach, gdzie pojazd często rusza i zatrzymuje się, takich jak jazda miejska w niskich temperaturach, oszczędności mogą być jeszcze większe.

Klasyfikacja SAE (Society of Automotive Engineers) definiuje lepkość oleju poprzez oznaczenia, takie jak 5W-30 czy 10W-40 [2]. Pierwsza liczba z literą "W" (Winter) wskazuje na lepkość w niskich temperaturach, a druga – w wysokich.

### Płyny przekładniowe i hydrauliczne

W skrzyniach biegów i układach hydraulicznych, takich jak wspomaganie kierownicy, lepkość płynu wpływa na efektywność przenoszenia mocy i precyzję działania. Zbyt niska lepkość może prowadzić do niewystarczającego smarowania, a zbyt wysoka do oporów w przepływie [3].

### Płyny chłodzące

Lepkość płynów chłodzących wpływa na ich zdolność do odprowadzania ciepła z silnika. Odpowiednia lepkość zapewnia efektywne chłodzenie i chroni silnik przed przegrzaniem [4].

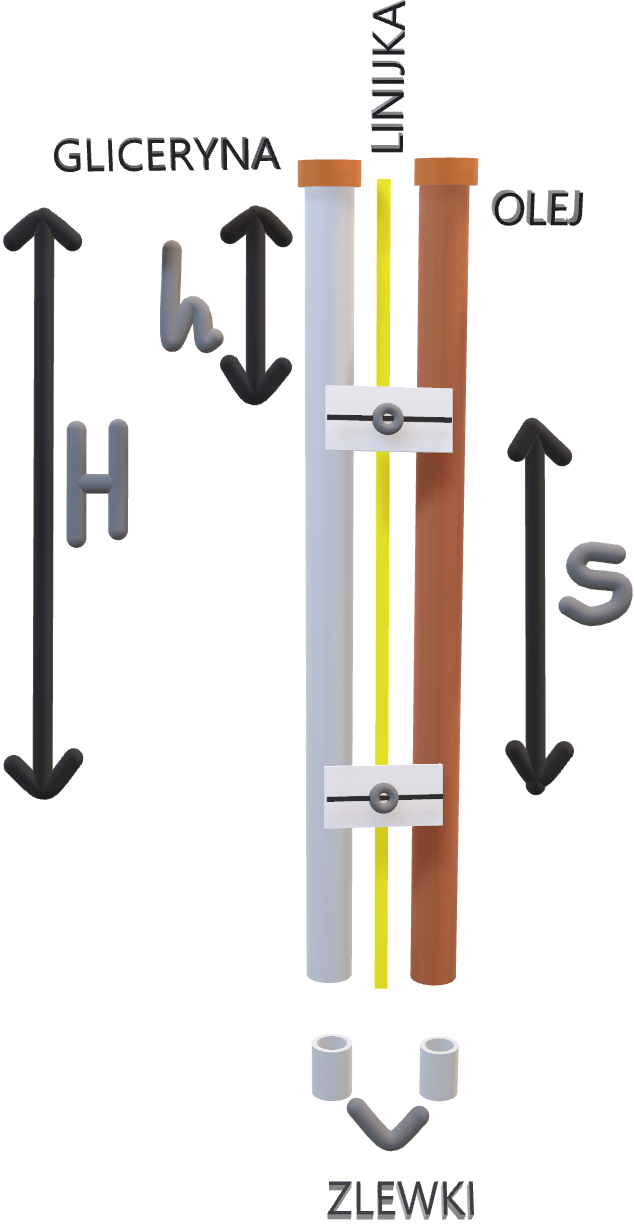
# Układ i metoda pomiarowa

## Układ pomiarowy

Podczas wykonywania laboratorium korzystaliśmy z:

* 2 rur,
* płynów (gliceryna oraz olej),
* 10 kulek,
* wagi precyzyjnej,
* śruby mikrometrycznej,
* stopera,
* 2 znaczników
* zlewek.

Układ pomiarowy został przedstawiony na **Rys. 1**. Odległość H była w naszym przypadku stała i wynosiła 130 cm. Przesuwając górny znacznik odmierzaliśmy kolejne odległości h, a następnie wrzucaliśmy kulkę, mierząc czas opadania od górnego znacznika do dolnego (na drodze s).



**Rys. 1.** Schemat układu pomiarowego. [opracowanie własne]

## Dane do ćwiczenia

Dane o średnicach wewnętrznych rur oraz gęstościach płynów zostały pozyskane z instrukcji do laboratorium przy naszym stanowisku.

### Średnice wewnętrzne rur

* Rura z gliceryną:
* Rura z olejem:

### Gęstość płynów

* Gęstość gliceryny (temperatura 20℃) :
* Gęstość oleju silnikowego:

# Wyniki pomiarów i opracowanie wyników kulek

## Masa

Łączna masa 10 kulek to: M = 1,13 g. Zatem możemy przyjąć, że masa jednej kulki to:

(1)

Niepewność pomiarową masy kulek możemy wyrazić wzorem:

(2)

Gdzie w naszym przypadku, dla wagi precyzyjnej, to najmniejsza podziałka wagi, czyli rozdzielczość.

Zatem dla naszego :

Dla pojedynczej kulki będzie to:

(3)

Ostatecznie mamy:

## Średnica oraz promień

Pomiary średnic kulek przy pomocy śruby mikrometrycznej przedstawiliśmy w **Tab. 1**.

**Tab. 1.** Średnice kulek.

|  |  |
| --- | --- |
| **n** | **d [mm]** |
| 1 | 2,98 |
| 2 | 3,00 |
| 3 | 3,00 |
| 4 | 3,00 |
| 5 | 2,99 |
| 6 | 3,00 |
| 7 | 3,01 |
| 8 | 2,99 |
| 9 | 3,00 |
| 10 | 2,99 |

Średnią średnicę kulki możemy wyrazić jako:

(4)

Niepewność pomiarowa zmierzonej średnicy będzie wyrażona wzorem:

(5)

gdzie:

–> niepewność wzorcowania – najmniejsza podziałka śruby mikrometrycznej

–> odchylenie standardowe

Zatem:

Ostatecznie mamy:

Aby obliczyć promień kulki, należy podzielić średnicę na dwa.

Zatem:

Niepewność pomiarowa promienia będzie wyrażona wzorem:

(6)

**Ostatecznie mamy:**

## Gęstość

Gęstość naszych kulek wyraża się wzorem:

(7)

Z kolei ich niepewność złożoną jako:

Zatem:

(8)

**Ostatecznie mamy:**

# Wyniki pomiarów i opracowanie wyników dla płynów

## Opracowanie błędów pomiaru czasu i odległości (oba płyny)

Wartości niepewności pomiarowych u(t) i u(s) są takie same dla obu płynów (oleju i gliceryny), ponieważ wynikają z tych samych źródeł i warunków pomiarowych.

### Źródła niepewności pomiarowych

**Dla czasu (t):**

* Czas reakcji człowieka przy uruchamianiu i zatrzymywaniu stopera przyjmujemy: **.**
* Dokładność stopera: **.**

**Dla drogi (s):**

* Precyzja przyrządu pomiarowego (linijki): **.**
* Niepewność określenia momentu przekroczenia znacznika przez kulkę:
* Błąd paralaksy przy odczycie odległości na skali rury**: .**

### Obliczanie niepewności

* + **Niepewność czasu u(t):**

(9)

* **Niepewność drogi u(s):**

(10)

## Wyniki pomiarów i opracowanie wyników dla gliceryny

### Pomiary czasu dla kolejnych odległości

W **Tab. 2.** Przedstawiliśmy kolejne odległości ustawionego znacznika oraz zmierzony czas opadania kulki między znacznikami. Oznaczenia użyte w tabeli zostały wyjaśnione na **Rys. 1.** na schemacie układu pomiarowego.

**Tab. 2.** Odległości oraz czas opadania kulki w glicerynie.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **GLICERYNA** | | | |
| **h [cm]** | **s [cm]** | **t [s]** | **V[cm/s]** |
| 20 | 110 | 27,81 | 3,96 |
| 30 | 100 | 26,06 | 3,84 |
| 40 | 90 | 23,90 | 3,77 |
| 50 | 80 | 21,63 | 3,70 |
| 60 | 70 | 19,41 | 3,61 |
| 70 | 60 | 17,00 | 3,53 |
| 80 | 50 | 14,41 | 3,47 |
| 90 | 40 | 11,59 | 3,45 |
| 100 | 30 | 8,88 | 3,38 |
| 110 | 20 | 6,07 | 3,29 |

### Prędkość kulki

Zakładając, że kulka po 20 cm opadania osiągnęła wartość graniczną, czyli porusza się ruchem jednostajnym, prędkość możemy policzyć ze wzoru:

(11)

### Wykres z prostą dopasowaną

Zależność drogi przebytej przez kulkę spadającą swobodnie w płynie od czasu jej spadania jest zależnością liniową. W związku z tym, do wykresu przedstawiającego tą zależność wyznaczono prostą o postaci *y = ax + b* metodą najmniejszych kwadratów (MNK) gdzie współczynnik a(nachylenie prostej) jest prędkością graniczną dla danej cieczy.

Do wyznaczenia parametrów metodą MNK wykorzystana została funkcja *REGLINP* w aplikacji MS Excel. Funkcja ta dla danych wartości *xi*(czas [s]) oraz *yi* (droga przebyta przez kulkę [cm]) dla *i ∈ <1,10>* (10 = liczba wykonanych pomiarów), zwraca następujące wartości:

*a (Vgr) = 4,09233245* = wartość współczynnika kierunkowego równania

*b (u(Vgr))= (-7,336064762)* = wartość wyrazu wolnego równania

*Sa = 0,092834* = wartość niepewności współczynnika kierunkowego

*Sb = 1,765069574* = wartość niepewności wyrazu wolnego

Prosta dopasowana w uproszczonej formie jest postaci:

**Rys. 2.** przedstawia wykres zależności drogi przebytej przez spadającą kulkę od czasu jej spadania wraz z prostą dopasowania wyznaczoną MNK oraz słupkami błędów reprezentującymi niepewności pomiarowe drogi (pionowe – tak małe, że na wykresie niewidoczne) oraz czasu (poziome).

**Rys. 2.** Wykres zależności drogi od czasu kulki w glicerynie. [opracowanie własne]

### Prędkość graniczna dla gliceryny

Z danych powyżej, możemy odczytać:

### Lepkość gliceryny

W wzorze (12) część w mianowniku (1 + 3,1r/h) możemy pominąć, ponieważ kulki, które używamy są bardzo małe, a słup cieczy duży, przez co r/h dąży do 0, zatem (1 + 3,1r/h) dąży do 1 i możemy je pominąć.

(12)

Niepewność lepkości możemy wyrazić wzorem na niepewność złożoną, czyli w tym przypadku (przyjmujemy stałą wartość przyspieszenia ziemskiego oraz stałą gęstość gliceryny dla 20°C, więc możemy pominąć te składowe):

(13)

Po podstawieniu wartości, niepewność ta wynosi w zaokrągleniu 0,019 Pa .

Zatem ostatecznie mamy:

### Czas relaksacji dla gliceryny

Czas relaksacji wyraża się wzorem:

Niepewność czasu relaksacji można policzyć ze wzoru na niepewność złożoną:

Zatem ostateczna reprezentacja czasu relaksacji to:

## Wyniki pomiarów i opracowanie wyników dla oleju

### Pomiary czasu dla kolejnych odległości

W **Tab. 3.** przedstawiliśmy kolejne odległości ustawionego znacznika, zmierzony czas opadania kulki oraz obliczone prędkości kulki między znacznikami.

**Tab. 3.** Odległości, czas opadania oraz obliczona prędkość kulki w oleju.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **OLEJ** | | | |
| **h [cm]** | **s [cm]** | **t [s]** | **V [cm/s]** |
| 20 | 110 | 8,75 | 12,57 |
| 30 | 100 | 7,91 | 12,64 |
| 40 | 90 | 7,18 | 12,53 |
| 50 | 80 | 6,28 | 12,74 |
| 60 | 70 | 5,45 | 12,84 |
| 70 | 60 | 4,70 | 12,77 |
| 80 | 50 | 3,97 | 12,59 |
| 90 | 40 | 3,16 | 12,66 |
| 100 | 30 | 2,44 | 12,30 |
| 110 | 20 | 1,63 | 12,27 |

### Wykres z prostą dopasowaną

Obliczenia wykonaliśmy analogicznie jak dla gliceryny.

Prosta dopasowana w uproszczonej formie jest postaci:

**Rys. 3.** przedstawia wykres zależności drogi przebytej przez spadającą kulkę od czasu jej spadania wraz z prostą dopasowania wyznaczoną MNK oraz słupkami błędów reprezentującymi niepewności pomiarowe drogi oraz czasu.

**Rys. 3.** Wykres zależności drogi od czasu kulki w oleju. [opracowanie własne]

### Prędkość graniczna dla oleju

Z danych powyżej, możemy odczytać:

### Lepkość oleju

Analogicznie obliczenia jak dla gliceryny.

### Czas relaksacji

Analogicznie:

# Wnioski i podsumowanie

Ruch jednostajny zachodzi, gdy siły grawitacji, wyporu i lepkości się zrównoważą. Kulka porusza się wtedy z prędkością graniczną . Jest to maksymalna prędkość jaką jest w stanie osiągnąć dany obiekt w tych warunkach. Kulka osiąga prędkość graniczną po czasie zwanym czasem relaksacji.

**W oleju:** prędkość ma różne wartości, nieregularnie się zwiększające bądź malejące (co wynika z błędów pomiarowych). Prędkość waha się jedynie od 12,27 cm/s (s = 20 cm) do 12,84 cm/s (s = 70 cm. Policzona prędkość graniczna jest równa 12,67(0,098) cm/s, zatem nie wszystkie policzone wartości prędkości mieszczą się w naszej niepewności. Mogłoby to wynikać z faktu, że olej mógł mieć niejednorodną temperaturę, przez to niejednorodną gęstość, a co za tym idzie, prędkości oraz lepkość na różnych wysokościach mogła być różna.

**W glicerynie**: wartości prędkości się zmniejszą, co mogłoby sugerować, że tak jak w przypadku oleju, gęstość gliceryny nie była równa na całej odległości cylindra – gęstsze opada na dół – im niżej, tym prędkość opadania kulki jest mniejsza. Drugim czynnikiem mogła być temperatura – z jednej strony ciepła materia idzie do góry (zgodnie z konwekcją), więc na górze cylindra mogłaby być minimalnie wyższa temperatura, z drugiej zaś górna warstwa płynu w cylindrze ma kontakt z powietrzem, które może być ostudzane (np. przez otwarte okna) i od góry może się ta temperatura obniżać.

Jak widać z pomiarów oraz obserwacji, kulka spada powolniej w gęstszej cieczy. Stosunek prędkości spadania kulek w tych dwóch substancjach nie jest wprost proporcjonalny do gęstości tych dwóch cieczy co świadczy o tym, że na prędkość spadania kulki ma wpływ nie tylko gęstość tej substancji.

W celu **porównania naszych wyników z oczekiwanymi**, skorzystaliśmy z tabeli lepkości wodnych roztworów gliceryny [8]. Wiersz najbardziej odpowiadający gęstości 1,261 g/cm³ to wiersz z wartością gęstości równą: 1,26201 g/cm³, która odpowiada czystej glicerynie. Zgodnie z tą tabelą, lepkość czystej gliceryny w 20 °C wynosi 1,499 Pa·s, podczas gdy w naszym eksperymencie uzyskano wartość 0,685 Pa·s, co oznacza niedoszacowanie o około 55%. Różnica ta może wynikać z błędów pomiaru czasu, niedokładności w wyznaczeniu prędkości granicznej lub braku dokładnej kontroli temperatury. Zgodnie z wartościami tablicowymi wraz ze wzrostem temperatury znacząco spada lepkość gliceryny (np. dla tej samej gęstości gliceryny dla 25°C lepkość wynosi 0,945 Pa · s, a dla 30°C lepkość wynosi 0,624 Pa · s, co znacząco zbliża nas do wartości lepkości uzyskanej w eksperymencie.

W celu porównania uzyskanej wartości lepkości oleju silnikowego skorzystaliśmy z literaturowych danych dla olejów klasy SAE 10W-40. Gęstość użytego oleju wynosiła 0,867 g/cm³, co odpowiada typowej wartości dla tej klasy oleju. Zgodnie z danymi technicznymi, lepkość dynamiczna takiego oleju w temperaturze 20 °C wynosi około 0,209 Pa·s [9], natomiast w naszym eksperymencie uzyskano wartość 0,23 Pa·s, co oznacza niewielkie przeszacowanie (ok. 10%). Różnica ta może wynikać z błędów pomiaru czasu, niedokładności w wyznaczeniu prędkości granicznej lub braku dokładnej kontroli temperatury.

Widać, że głównym czynnikiem wpływającym na lepkość płynu jest temperatura – nawet **niewielkie zmiany temperatury znacząco wpływają na gęstość płynu**, a co za tym idzie, na jego lepkość. W naszym przypadku temperatura nie była dokładnie mierzona, co głównie wpływa na rozbieżność między naszymi wynikami, a wartościami tablicowymi.

# Bibliografia

1. <https://www.akcyzawarszawa.pl/lepkosc-oleju-w-silniku-fakty-techniczne-ktorych-nie-znales> [data dostępu: 05.05.2025]
2. <https://tec2000.pl/co-oznaczaja-liczby-na-oleju-silnikowym-oznaczenia-srodkow-smarnych-w-pigulce/> [data dostępu: 05.05.2025]
3. <https://olejefuchs.pl/oleje-samochodowe/przekadniowe/manualne/75w80> [data dostępu: 05.05.2025]
4. <https://autolux205.com.pl/blog/jak-czesto-wymieniac-plyn-chlodniczy> [data dostępu: 05.05.2025]
5. Piotr Jaśkiewicz, Krystyna Wosińska, Centralne Laboratorium Fizyki, Wydział Fizyki, PW, „Wyznaczanie współczynnika lepkości cieczy”
6. Centralne Laboratorium Fizyki, „Niepewności pomiarowe”, Wydział Fizyki PW
7. Katarzyna Grebieszkow, „Obliczanie niepewności pomiarów na podstawie Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM)”, Wydział Fizyki PW, październik 2024
8. <https://fizyka.umk.pl/~lab2/tables/viscosit.html> [data dostępu: 05.05.2025]
9. <https://wiki.anton-paar.com/en/engine-oil/> [data dostępu: 05.05.2025]

**Spis ilustracji:**

[**Rys. 1.** Schemat układu pomiarowego. [opracowanie własne] 4](#_Toc197623882)

[**Rys. 2.** Wykres zależności drogi od czasu kulki w glicerynie. [opracowanie własne] 11](#_Toc197623883)

[**Rys. 3.** Wykres zależności drogi od czasu kulki w oleju. [opracowanie własne] 13](#_Toc197623884)

**Spis tabel:**

[**Tab. 1.** Średnice kulek. 6](#_Toc197623981)

[**Tab. 2.** Odległości oraz czas opadania kulki w glicerynie. 10](#_Toc197623982)

[**Tab. 3.** Odległości, czas opadania oraz obliczona prędkość kulki w oleju. 12](#_Toc197623983)