

# MAT3 - Mały Projekt nr 5.

## Kody Hamminga

Jan Czechowski

---

### Zadanie 1.

- (a) Skonstruować macierz kontroli parzystości dla kodu  $\mathcal{H}_3$ . Zakodować wiadomość  $u = 1010$ . Zakładając, że w trakcie transmisji został popełniony jeden błąd odkodować słowo  $f = 0011111$ .

Macierz  $H_3$  kontroli parzystości:

```
In[63]:= H3 = Transpose[IntegerDigits[Range[1, 7], 2, 3]]
Out[63]= {{0, 0, 0, 1, 1, 1, 1}, {0, 1, 1, 0, 0, 1, 1}, {1, 0, 1, 0, 1, 0, 1}}
```

```
In[64]:= H3 = H3[[{3, 2, 1}]]
Out[64]= {{1, 0, 1, 0, 1, 0, 1}, {0, 1, 1, 0, 0, 1, 1}, {0, 0, 0, 1, 1, 1, 1}}
```

```
In[66]:= MatrixForm[H3]
Out[66]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

```

```
In[65]:= G3 = Transpose[Reverse[NullSpace[H3, Modulus -> 2]]] // MatrixForm
Out[65]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

```

```
In[11]:= wiadomoscZrodlowaH3 = {1, 0, 1, 0};
```

```

In[67]:= parzystosc1H3 =
  Mod[wiadomoscZrodlowaH3[[1]] + wiadomoscZrodlowaH3[[2]] + wiadomoscZrodlowaH3[[4]], 2];
parzystosc2H3 = Mod[wiadomoscZrodlowaH3[[1]] +
  wiadomoscZrodlowaH3[[3]] + wiadomoscZrodlowaH3[[4]], 2];
parzystosc3H3 = Mod[wiadomoscZrodlowaH3[[2]] + wiadomoscZrodlowaH3[[3]] +
  wiadomoscZrodlowaH3[[4]], 2];

In[76]:= kodHamminga = {parzystosc1H3, parzystosc2H3, wiadomoscZrodlowaH3[[1]], parzystosc3H3,
  wiadomoscZrodlowaH3[[2]], wiadomoscZrodlowaH3[[3]], wiadomoscZrodlowaH3[[4]]}

Out[76]= {1, 0, 1, 1, 0, 1, 0}

Sprawdzamy czy jest poprawnie zakodowana wiadomość:

In[80]:= Mod[H3.Transpose[{kodHamminga}], 2]

Out[80]= {{0}, {0}, {0}}

```

Wynik {0, 0, 0} oznacza, że wiadomość została zakodowana poprawnie.

## Odkodowanie wiadomości f:

```

In[106]:= f = {0, 0, 1, 1, 1, 1, 1};

In[108]:= syndrom = Mod[H3.Transpose[{f}], 2]

Out[108]= {{1}, {1}, {0}}

```

Błąd jest na 3 miejscu i na tej pozycji jest 0.

Odkodowana wiadomość to : 0111

---

## Zadanie 2.

- (b) Skonstruować macierz kontroli parzystości dla kodu  $\mathcal{H}_4$ . Zakodować wiadomość  $u = 11101110000$ . Zakładając, że w trakcie transmisji został popełniony jeden błąd odkodować słowo  $f = 111010100000000$ .

```

In[117]:= H4 = Transpose[IntegerDigits[Range[1, 15], 2, 4]]

Out[117]= {{0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1}, {0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1},
  {0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1}, {1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1}}

In[118]:= H4 = H4[[{4, 3, 2, 1}]]

Out[118]= {{1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1}, {0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1},
  {0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1}, {0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1}}

```

```
In[119]:= MatrixForm[H4]
```

```
Out[119]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

```
In[130]:= G4 = Transpose[Reverse[NullSpace[H4, Modulus -> 2]]] // MatrixForm
```

```
Out[130]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

```
In[122]:= u2 = {1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0};
```

```
In[132]:= p1H4 = Mod[u2[[1]] + u2[[2]] + u2[[4]] + u2[[5]] + u2[[7]] + u2[[9]] + u2[[11]], 2];
p2H4 = Mod[u2[[1]] + u2[[3]] + u2[[4]] + u2[[6]] + u2[[7]] + u2[[10]] + u2[[11]], 2];
p3H4 = Mod[u2[[2]] + u2[[3]] + u2[[4]] + u2[[8]] + u2[[9]] + u2[[10]] + u2[[11]], 2];
p4H4 = Mod[u2[[5]] + u2[[6]] + u2[[7]] + u2[[8]] + u2[[9]] + u2[[10]] + u2[[11]], 2];
```

```
In[139]:= kodHamminga = {p1H4, p2H4, u2[[1]], p3H4, u2[[2]], u2[[3]], u2[[4]],
p4H4, u2[[5]], u2[[6]], u2[[7]], u2[[8]], u2[[9]], u2[[10]], u2[[11]]}
```

```
Out[139]= {0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0}
```

## Odkodowanie wiadomości f:

```
In[140]:= f = {1, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0};
```

```
In[141]:= syndrom2 = Mod[H4.Transpose[{f}], 2]
```

```
Out[141]= {{0}, {1}, {0}, {0}}
```

Czyli błąd jest na 2 bicie

## Odkodowanana wiadomość 1, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0