Laboratorium punktowane (IIR202)

Czym są te pogrubione litery w treściach zadań?

Litery **s**,**d**,**j** to następujące cyfry występujące w Państwa numerach indeksu:
s → cyfra setek,
d → cyfra dziesiątek,
j → cyfra jedności.
Np. numer 254724 daje nam: **s**=7, **d**=2, **j**=4. Poniższe zadania w istotny sposób zależą od tych cyfr – każdego z Państwa obowiązuje wyłącznie wersja zadania związana z Państwa indeksem.

Zestaw 1 (6 punktów)

Zadanie 1

Mamy dany drut o długości (5+**j**+**s**) *cm;* kroimy go na dwie części, z których robimy
a) kwadrat i półokrąg (dla **d**∈{0,3,6,9}),
b) prostokąt o stosunku długości przyległych boków 1:3 oraz okrąg (dla **d**∈{1,4,7}),
c) trójkąt równoboczny i okrąg (dla **d**∈{2,5,8}).
Chcemy uzyskać maksymalną sumę pól obu figur. (Demonstracja: https://demonstrations.wolfram.com/TheWireProblem/)

1. Oznaczając przez *x* obwód pierwszej figury, wyznacz promień (pół)okręgu.
2. Wyznacz funkcję (zależną od *x*), która zadaje sumę pól obu figur. Znajdź jej punkty krytyczne oraz wyznacz dziedzinę, dla której zadanie ma sens.
3. Określ na podstawie warunku wystarczającego na istnienie ekstremów rodzaj ekstremów w uzyskanych wcześniej punktach krytycznych.
4. Powołując się na twierdzenie o ekstremach globalnych wyznacz wartość największą i najmniejszą tej funkcji.

Zadanie 2

Znajdziemy prostokąt o największym polu wpisany w trójkąt prostokątny o długościach boków (**l**+1) *cm* i (**d**+1) *cm* w taki sposób, że boki prostokąta *x* i *y* leżą wzdłuż boków trójkąta.

5. Korzystając z własności trójkątów podobnych, wyznacz związek między *x* i *y* i wzór na pole prostokąta.
6. Zdefiniuj odpowiednią funkcję określającą pole, znajdź jej punkty krytyczne i dziedzinę dla której zadanie ma sens.
7. Znajdź *x* dla którego pole prostokąta jest największe, odpowiedź uzasadnij.

Zestaw 2 (6 punktów)

Zadanie 1

Obliczyć pole obszaru Ω złożonego ze wszystkich punktów płaszczyzny leżących jednocześnie wewnątrz dwóch kół o promieniach (**j**+2)·(**d**+11)/20 i środkach w (-1-**j**/2,0) oraz (1+**j**/2,0).

1) Narysuj obszar przy pomocy funkcji RegionPlot.

2) Wyznacz parametryzację obu składowych brzegu zadanego obszaru korzystając z funkcji Solve.

3) Narysuj przy pomocy wyznaczonej w ten sposób parametryzacji brzeg obszaru Ω.

4) Wyraź pole obszaru przy pomocy odpowiedniej całki podwójnej.

5) Powołując się na twierdzenie o zamianie całki podwójnej na całkę iterowaną (czy założenia są spełnione?) oblicz całkę i podaj pole obszaru.