

PELP1 - wykład 3

Elementy zastępcze

Łukasz Maślikowski

Instytut Systemów Elektronicznych
Politechnika Warszawska

10 marca 2021

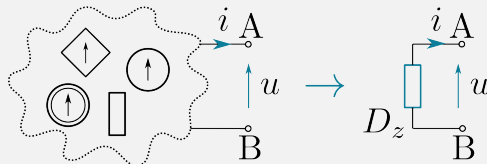
Spis treści

- 1 Elementy zastępcze
- 2 Zamiana oporów
- 3 Zamiana źródeł
- 4 Źródła Thévenina i Nortona

Rezystancyjny element zastępczy

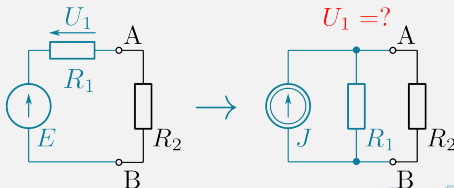
W wielu przypadkach możliwe jest uproszczenie układu przez zamianę jego części (wyzolowanego dwójnika oryginalnego) na dwójnik zastępczy o możliwie prostej strukturze i tych samych właściwościach z punktu widzenia zacisków.

Dwójnik zastępczy musi mieć takie same równania zaciskowe (charakterystyki) $u(i)$ oraz $i(u)$ jak dwójnik oryginalny



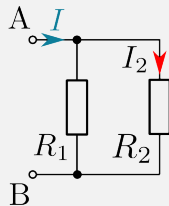
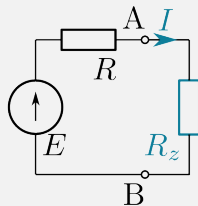
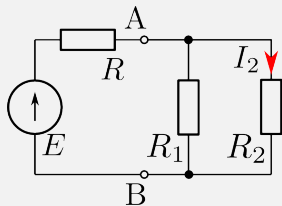
Następstwa stosowania zamiany

- struktura wewnętrzna dwójnika zastępczego jest inna niż oryginalnego
 - nawet jeśli wartości elementów w dwójniku zastępczym są takie same jak w oryginalnym, są to inne elementy (inaczej połączone)
- napięcia i prądy zdefiniowane wewnątrz dwójnika oryginalnego **nie mają sensu** wewnątrz dwójnika zastępczego
 - wewnątrz dwójnika zastępczego nie istnieją węzły bądź gałęzie między którymi je pierwotnie określono
- dwójnik zastępczy może *wewnętrznie* rozpraszać inną moc niż dwójnik oryginalny
 - ale suma *algebraiczna* mocy pobranej i rozproszonej jest taka sama jak w oryginalnym



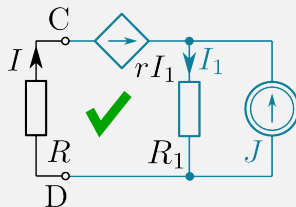
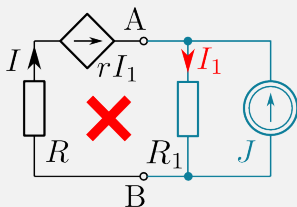
Reguły stosowania zamiany

- zamianę należy wykonać między dwoma wybranymi węzłami
 - węzły te muszą istnieć zarówno przed jak i po zamianie
- zamianę należy wykonać tak aby, nie „zgubić” wielkości szukanej w zadaniu
 - chyba, że chwilowa zamiana posłuży obliczeniu wielkości zaciskowej dwójnika, a następnie wrócimy do jego oryginalnej struktury



Reguły stosowania zamiany

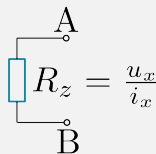
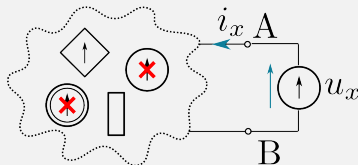
- zamiana która obejmuje wielkość sterującą źródłem sterowanym jest możliwa wtedy, gdy obejmuje ona także to źródło
- zamiana nie może doprowadzić do „zgubienia” wielkości sterującej źródłem, które pozostaje poza zamienianym dwójnikiem



Opór zastępczy bezźródłowego dwójnika

Bezźródłowy liniowy dwójnik rezystancyjny możemy zastąpić równoważnym oporem zastępczym R_Z .

- do zacisków dwójnika podłączmy zewnętrzne źródło napięcia u_x , które wywołuje przepływ prądu zaciskowego i_x
- stosunek tego napięcia do prądu to szukany opór zastępczy $R_Z = \frac{u_x}{i_x}$
- odwrotność R_Z to przewodność zastępcza $G_Z = \frac{i_x}{u_x}$



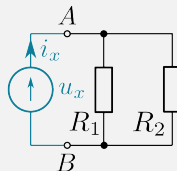
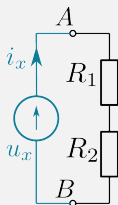
Połączenie szeregowe i równoległe oporów

- Opory połączone szeregowo można zastąpić oporem zastępczym

$$R_Z = \sum R_n \qquad G_Z = \frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2} \quad (\text{dla dwóch oporów})$$

- Opory połączone równoległe można zastąpić przewodnością zastępczą

$$G_Z = \sum G_n \qquad R_Z = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (\text{dla dwóch oporów})$$

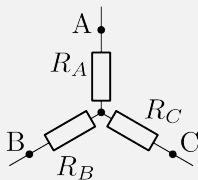


Przekształcenie Y – Δ

Trójkąt w konfiguracji gwiazdy można zamienić na równoważny zaciskowo trójkąt w konfiguracji trójkąta (i w drugą stronę)

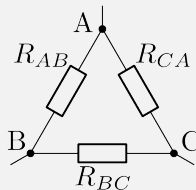
$Y \rightarrow \Delta$

$$R_{xy} = \frac{R_x R_y + R_y R_z + R_z R_x}{R_z}$$



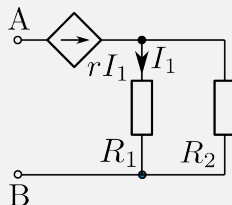
$\Delta \rightarrow Y$

$$R_x = \frac{R_{xy} R_{zx}}{R_{xy} + R_{yz} + R_{zx}}$$



Opór zastępczy dwójnika ze źródłem sterowanym

- układ bez źródeł niezależnych ale ze źródłami sterowanymi jest elementem bezźródłowym
- do wyznaczenia oporu zastępczego konieczne jest podłączenie zewnętrznego źródła napięcia u_x , które wywoła przepływ prądu i_x
- należy ułożyć równania Kirchhoffa względem tych dwóch parametrów i z rozwiązania układu wyznaczyć stosunek $R_Z = \frac{u_x}{i_x}$



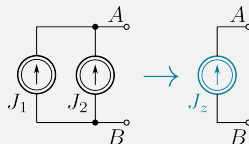
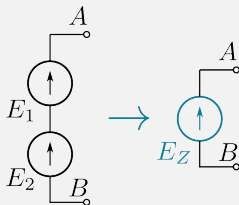
Łączenie źródeł idealnych tego samego rodzaju

- Idealne źródła **napięciowe** połączone **szeregowo** można zastąpić i.ż.n. o wartości:

$$E_Z = \sum E_n \quad (\text{z uwzględnieniem zwrotów})$$

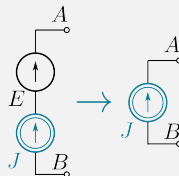
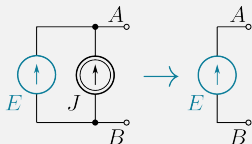
- Idealne źródła **prądowe** połączone **równolegle** można zastąpić i.ż.p. o wartości:

$$J_Z = \sum J_n \quad (\text{z uwzględnieniem zwrotów})$$



Łączenie źródeł idealnych z innymi elementami

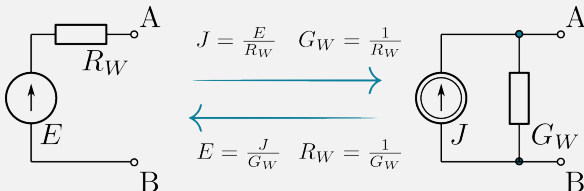
- Idealne źródło napięciowe połączone równolegle z innym elementem można zamienić na to samo źródło.
 - o ile nie jest to inne i.ż.n.
- Idealne źródło prądowe połączone szeregowo z innym elementem można zamienić na to samo źródło.
 - o ile nie jest to inne i.ż.p.



Zamiana źródeł rzeczywistych

Rzeczywiste źródło napięciowe można zamienić na równoważne zaciskowo rzeczywiste źródło prądowe (i w drugą stronę).

- Źródło prądowe równoważne napięciowemu składa się z
 - idealnego źródła prądowego $J = \frac{E}{R_w}$.
 - równoległej do niego przewodności $G_w = \frac{1}{R_w}$.
- Źródło napięciowe równoważne prądowemu składa się z
 - idealnego źródła napięciowego $E = JR_w$.
 - szeregowego z nim oporu $R_w = \frac{1}{G_w}$.



Twierdzenie Thévenina

Dowolny rezystancyjny dwójnik **liniowy** (inny niż i.ż.p.) o zaciskach A–B można zastąpić rzeczywistym źródłem napięciowym złożonym z szeregowo połączonych:

- idealnego źródła E_T o wartości równej napięciu na **rozwartych** zaciskach A–B oryginalnego dwójnika
- oporu R_W o wartości równej oporowi zastępczemu tego dwójnika po wyłączeniu wszystkich źródeł **niezależnych**

Twierdzenie Nortona

Dowolny rezystancyjny dwójnik **liniowy** (inny niż i.ż.n.) o zaciskach A–B można zastąpić rzeczywistym źródłem prądowym złożonym z równolegle połączonych:

- idealnego źródła J_N o wartości równej prądowi między **zwartymi** zaciskami A–B oryginalnego dwójnika
- przewodności G_W o wartości równej przewodności zastępczej tego dwójnika po wyłączeniu wszystkich źródeł **niezależnych**

Uwagi praktyczne

- do wyznaczenia źródła zastępczego wystarczy obliczenie z definicji dwóch z trzech parametrów: E_T , J_N , R_W . Zamiana źródła Thévenina na źródło Nortona jest bardzo prosta.
 - jeśli do zacisku dochodzi opór szeregowy, korzystnie jest wyznaczać E_T
 - jeśli między zaciskami mamy opór równoległy, korzystnie jest wyznaczać J_N
 - jeśli w układzie występuje wiele źródeł niezależnych, korzystnie jest wyznaczać R_W
- do wyznaczania każdego z tych trzech parametrów wykorzystujemy układ w innym stanie, więc w każdym przypadku mamy **osobny schemat** i inne wartości napięć i prądów
- jeśli wyznaczamy R_W jako iloraz E_T i J_N to wielkości te muszą być zastrzażkowane przeciwie do siebie w odniesieniu do zacisków A–B
 - oczywiście każda na osobnym schemacie

Wyznaczanie parametrów E_T i J_N z definicji

■ Wyznaczanie E_T z definicji

- rysujemy zastępowany dwójnik z **rozwartymi** zaciskami A–B
- między nimi zaznaczmy strzałkę napięcia E_T
- prąd wyjściowy z dwójnika A–B jest zerowy
- stosowną metodą wyznaczmy wartość E_T

■ Wyznaczanie J_N z definicji

- rysujemy zastępowany dwójnik ze **zwartymi** zaciskami A – B
- między nimi zaznaczmy prąd J_N
- napięcie między zaciskami A–B dwójnika jest zerowe
- stosowną metodą wyznaczmy wartość J_N

Wyznaczanie parametru R_W z definicji

- rysujemy zastępowany dwójnik z wyłączonymi źródłami **niezależnymi**
 - źródła sterowane **zostają**
- przykładamy z zewnątrz do zacisków źródło napięcia u_x
- wymusza ono prąd zaciskowy i_x o zwrocie zgodnym z napięciem u_x
- za pomocą równań Kirchhoffa wyznaczamy stosunek u_x do i_x
 - jeśli występują same opory, R_W można wyznaczyć bez zewnętrznego źródła, odpowiednio przekształcając i łącząc opory składowe
 - jeśli występuje źródło sterowane, należy wykorzystać zewnętrzne pobudzenie u_x oraz prąd i_x i ułożyć równania Kirchhoffa