MAT3 - Macierze i Wyznaczniki

Jan Czechowski

zadanie 1.

(a) Obliczyć pole równoległoboku zadanego współrzędnymi jego wierzchołków.

Przyjmujemy, że punkty są podane w kolejności : A, B, C, D
Funkcja obliczająca pole równoległoboku w R^2

```
In[19]:= PoleRownolegloboku[pts_List] := Module[{A, B, D}, A = pts[[1]];
  B = pts[[2]];
  D = pts[[4]];
  Abs[Det[{B - A, D - A}]]]
```

Równoległobok o wierzchołkach A=(x1,y1),B=(x2,y2),C=(x3,y3),D=(x4,y4):

```
In[25]:= wierzchołki = {{x1, y1}, {x2, y2}, {x3, y3}, {x4, y4}};
pole = PoleRownolegloboku[wierzchołki]
Out[26]= Abs[-x2 y1 + x4 y1 + x1 y2 - x4 y2 - x1 y4 + x2 y4]

In[27]:= Abs[-x2 y1 + x4 y1 + x1 y2 - x4 y2 - x1 y4 + x2 y4]
Out[27]= Abs[-x2 y1 + x4 y1 + x1 y2 - x4 y2 - x1 y4 + x2 y4]
```

Przykładowo podstawiając wartości :

```
In[29]:= wierzchołki = {{1, 1}, {4, 1}, {4, 5}, {1, 5}};

In[30]:= pole = PoleRownolegloboku[wierzchołki]
Out[30]= 12

In[32]:= ClearAll
Out[32]= ClearAll
```

zadanie 2.

(b) Obliczyć objętość równoległościanu zadanego współrzędnymi jego wierzchołków.

Funkcja obliczająca objętość równoległościanu w R^3:

In[33]:=
```
ObjetoscRownolegloscianu[pts_List] := Module[{A, B, C, D}, A = pts[[1]];
  B = pts[[2]];
  C = pts[[3]];
  D = pts[[4]];
  Abs[Det[{B - A, C - A, D - A}]]]
```

Przykład: równoległościan o wierzchołkach A=(x1,y1,z1), B=(x2,y2,z2), C=(x3,y3,z3), D=(x4,y4,z4):

In[34]:=
```
wierzcholki = {{x1, y1, z1}, {x2, y2, z2}, {x3, y3, z3}, {x4, y4, z4}};
objetosc = ObjetoscRownolegloscianu[wierzcholki]
```

Out[35]=
```
Abs[x3 y2 z1 - x4 y2 z1 - x2 y3 z1 + x4 y3 z1 + x2 y4 z1 - x3 y4 z1 - x3 y1 z2 + x4 y1 z2 +
  x1 y3 z2 - x4 y3 z2 - x1 y4 z2 + x3 y4 z2 + x2 y1 z3 - x4 y1 z3 - x1 y2 z3 + x4 y2 z3 +
  x1 y4 z3 - x2 y4 z3 - x2 y1 z4 + x3 y1 z4 + x1 y2 z4 - x3 y2 z4 - x1 y3 z4 + x2 y3 z4]
```

Przykładowo podstawiając wartości :

In[36]:=
```
wierzcholki = {{0, 0, 0}, {2, 0, 0}, {0, 3, 0}, {0, 0, 4}};
objetosc = ObjetoscRownolegloscianu[wierzcholki]
```

Out[37]= 24

---

zadanie 3.

(c) Obrócić trójkąt o podanych wierzchołkach o zadany kąt α przeciwnie do ruchu wskazówek zegara.

In[115]:=
```
katObrotu = α;
```

In[116]:=
```
macierzObrotu = {{Cos[katObrotu], -Sin[katObrotu]}, {Sin[katObrotu], Cos[katObrotu]}}
```

Out[116]=
```
{{Cos[α], -Sin[α]}, {Sin[α], Cos[α]}}
```

In[117]:=
```
obrocPunkt[punkt_] := macierzObrotu.punkt;
```

In[118]:=
```
punktA = {a1, a2};
punktB = {b1, b2};
punktC = {c1, c2};
```

In[121]:=
```
trojkatObrocony = obrocPunkt /@ {punktA, punktB, punktC}
```

Out[121]=
```
{{a1 Cos[α] - a2 Sin[α], a2 Cos[α] + a1 Sin[α]},
 {b1 Cos[α] - b2 Sin[α], b2 Cos[α] + b1 Sin[α]}, {c1 Cos[α] - c2 Sin[α], c2 Cos[α] + c1 Sin[α]}}
```

Dla przykładowych danych:

In[122]:=
```
punktA = {0, 0};
punktB = {1, 0};
punktC = {0, 1};
trojkat = {punktA, punktB, punktC};
```

In[126]:=
```
katObrotu = Pi / 4
```

Out[126]= $\frac{\pi}{4}$

In[127]:=
```
macierzObrotu = RotationMatrix[katObrotu];
```

In[128]:=
```
trojkatObrocony = macierzObrotu.# & /@ trojkat
```

Out[128]= $\left\{\{0, 0\}, \left\{\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right\}, \left\{-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right\}\right\}$

In[129]:=
```
trojkatObrocony // MatrixForm
```

Out[129]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

---

zadanie 4.

(d) Powiększyć kwadrat jednostkowy (kwadrat, którego boki mają długość jeden) trzykrotnie względem osi OX i dwukrotnie względem osi OY.

In[62]:=
```
kwadrat = {{0, 0}, {1, 0}, {1, 1}, {0, 1}};
```

Macierz skalowania : 3 razy względem OX, 2 razy względem OY

In[63]:=
```
MacierzSkalowania = DiagonalMatrix[{3, 2}];
```

In[65]:=
```
KwadratZeskalowany = MacierzSkalowania.# & /@ kwadrat
```

Out[65]= {{0, 0}, {3, 0}, {3, 2}, {0, 2}}

---

zadanie 5.

(e) Zadany odcinek obrócić o podany kąt α oraz powiększyć o $p\%$.

1

Funkcja wykonująca obrót oraz skalowanie odcinka

In[82]:=
```
zmienOdcinek[pt1_, pt2_, α_, p_] := Module[{rot, s}, rot = RotationMatrix[α];
  s = 1 + p / 100.0; (*współczynnik skalowania*)
  {s * (rot.pt1), s * (rot.pt2)}]
```

Odcinek od P = (x1, y1) do Q = (x2, y2)

In[84]:=
```
P = {x1, y1};
Q = {x2, y2};
```

In[86]:=
```
kat  = α;
```

In[87]:=
```
powiekszenie  = p;
```

In[88]:=
```
nowyOdcinek = zmienOdcinek[P, Q, kat, powiekszenie]
```

Out[88]=
$$\{\{(1+0.01\,p)\,(x1\,\mathrm{Cos}[\alpha]-y1\,\mathrm{Sin}[\alpha]),\ (1+0.01\,p)\,(y1\,\mathrm{Cos}[\alpha]+x1\,\mathrm{Sin}[\alpha])\},\ \{(1+0.01\,p)\,(x2\,\mathrm{Cos}[\alpha]-y2\,\mathrm{Sin}[\alpha]),\ (1+0.01\,p)\,(y2\,\mathrm{Cos}[\alpha]+x2\,\mathrm{Sin}[\alpha])\}\}$$

Dla przykładowych danych:

In[93]:=
```
P = {0, 0};
Q = {2, 2};
kat = Pi / 6;
powiekszenie = 50;
```

In[97]:=
```
nowyOdcinek = zmienOdcinek[P, Q, kat, powiekszenie]
```

Out[97]=
```
{{0., 0.}, {1.09808, 4.09808}}
```