

SPRAWOZDANIE SYSY

Laboratorium 2

Jan Czechowski 337066

Bartłomiej Gromulski 331475

20.03.2025

Laboratorium SYSY – analiza widmowa

Cel:

Celem laboratorium było przeprowadzenie analizy widmowej różnych sygnałów (prostokątnego, gaussowskiego, trójkątnego i sinc) oraz zbadanie wpływu modyfikacji parametrów sygnału (czas trwania, przesunięcie w czasie oraz zmiana amplitudy) na jego widmo.

Zad. 1

$$A = 5$$

$$B = 6$$

$$w = 1 + \text{mod}(a+b, 4) = 3 + 1 = 4$$

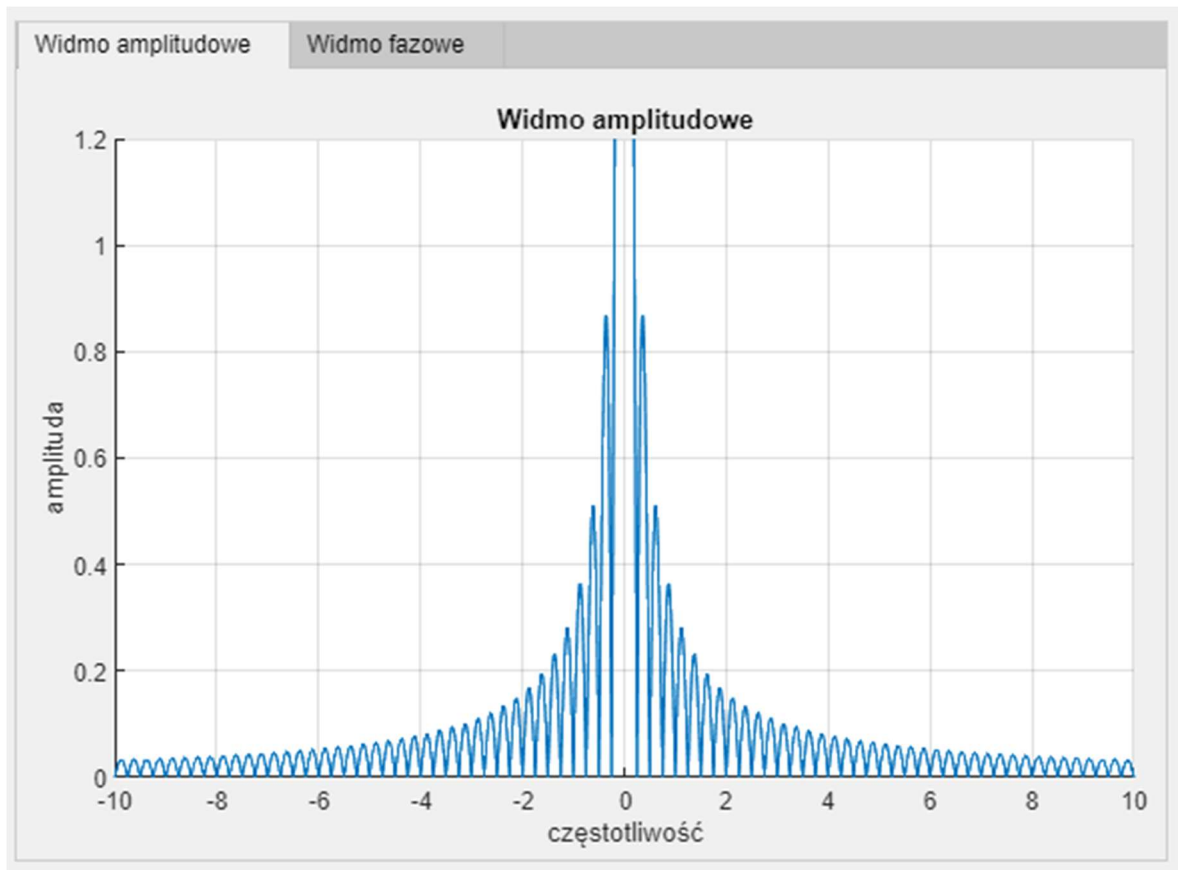
Zad. 2

a) Prostokąt:

Czas: Impuls o czasie trwania $w = 4$.

Widmo amplitudowe:

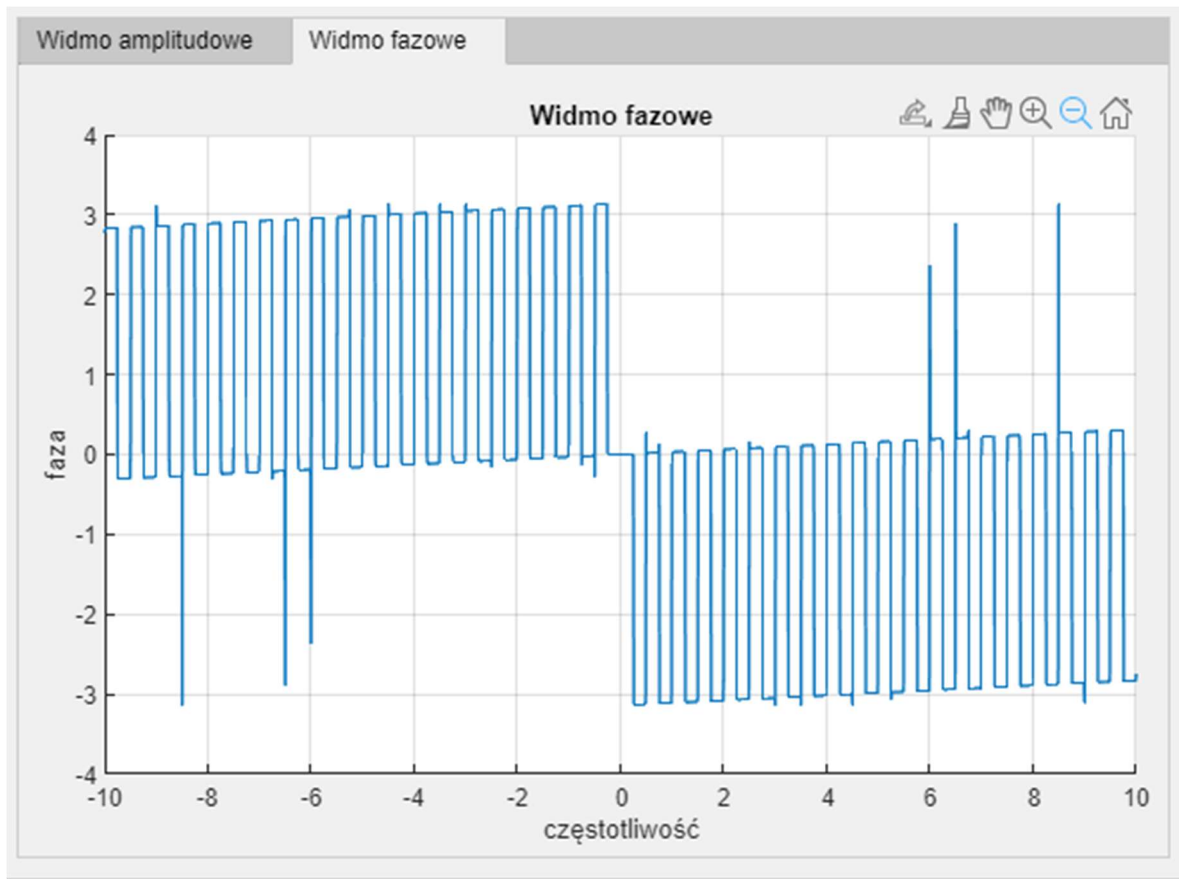
- W dziedzinie częstotliwości sygnał o ostrym przebiegu (nagła zmiana z 0 do wartości maksymalnej) ma widmo o kształcie funkcji sinc.
- Zera widma pojawiają się w miejscach będących wielokrotnościami $1/w$ – co wynika z zależności między czasem trwania impulsu a szerokością pasma.



Rysunek 1 Wykres widma amplitudowego dla sygnału prostokątnego [opracowanie własne].

Widmo fazowe:

- Dla sygnału rzeczywistego, który nie jest przesunięty w czasie, faza wynosi zazwyczaj zero.
- Ewentualne przesunięcia w czasie wprowadzają liniowy składnik fazowy.



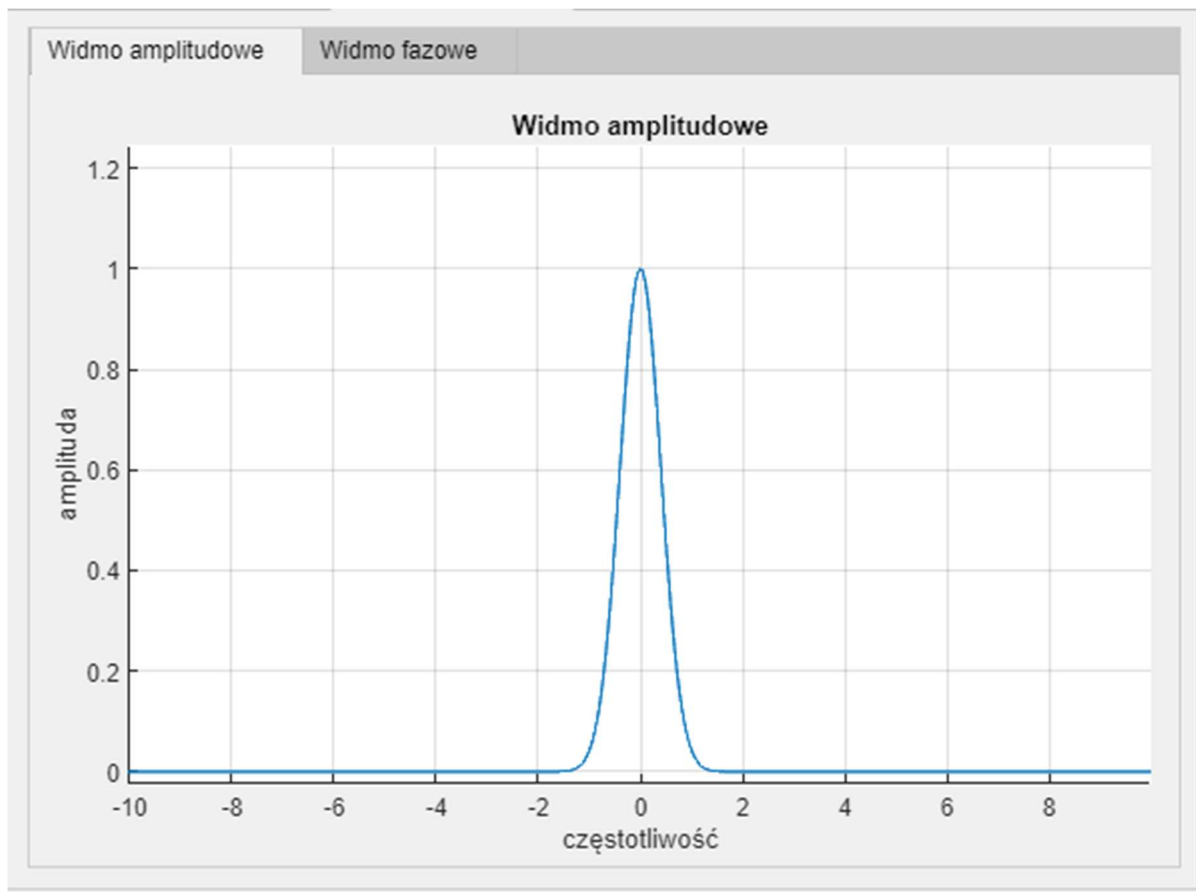
Rysunek 2 Wykres widma fazowego dla sygnału prostokątnego [opracowanie własne].

b) Gauss:

$\sigma = 0.4$

Widmo amplitudowe:

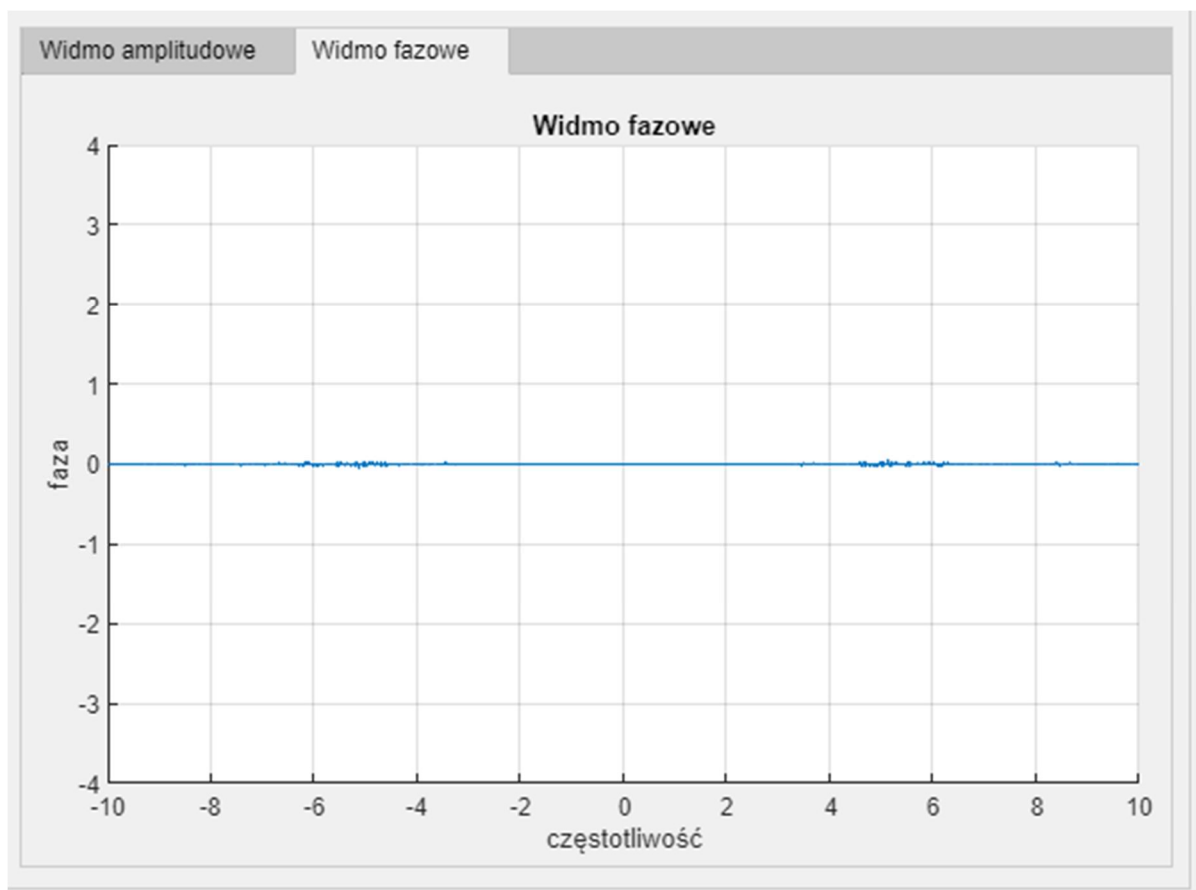
- Transformata Gaussa również przyjmuje postać funkcji gaussowskiej, co powoduje, że widmo jest skoncentrowane wokół 0 Hz.
- Brak wyraźnych zer w widmie – amplituda stopniowo zanika wraz ze wzrostem częstotliwości.



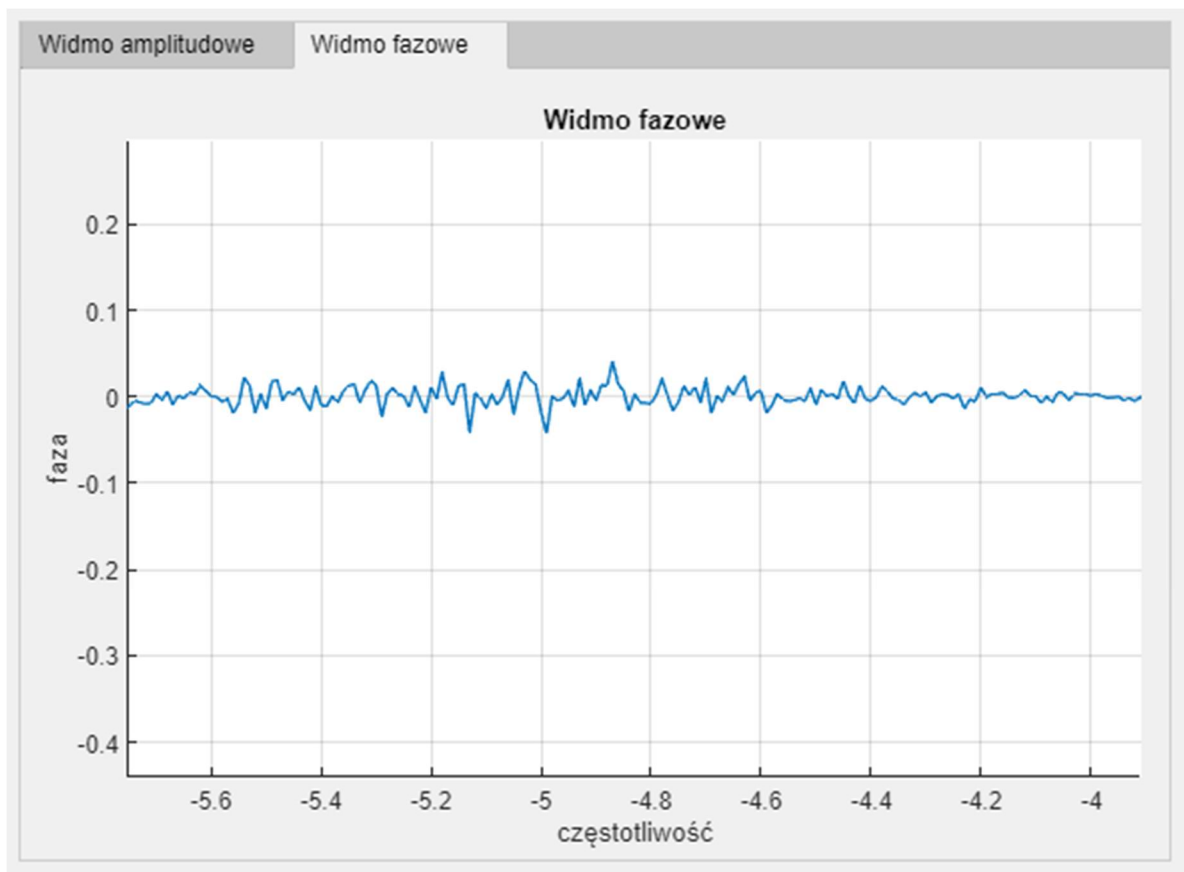
Rysunek 3 Wykres widma amplitudowego dla sygnału Gaussa [opracowanie własne].

Widmo fazowe:

- Dla sygnału rzeczywistego fazy są zerowe, o ile sygnał nie jest modyfikowany przez przesunięcia czy modulacje.



Rysunek 4 Wykres widma fazowego dla sygnału Gaussa [opracowanie własne].



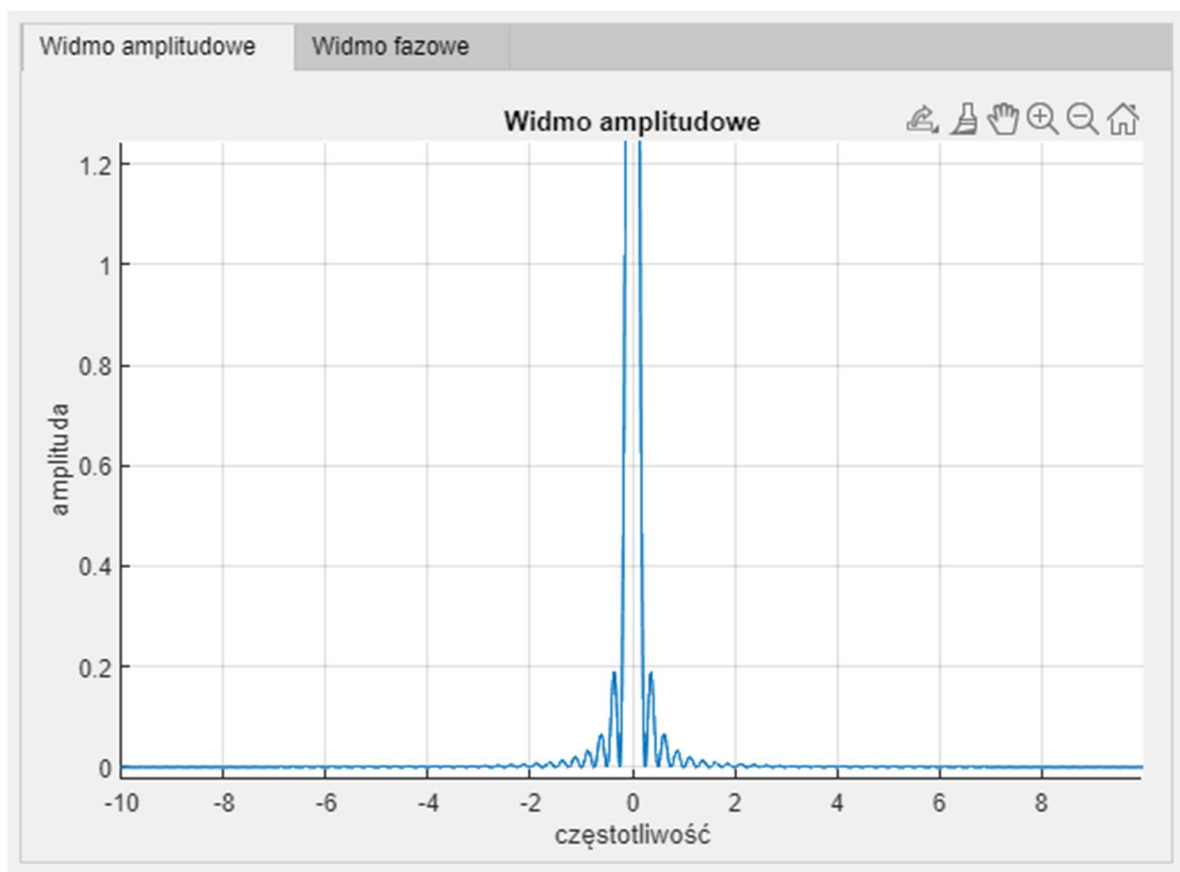
Rysunek 5 Wykres widma fazowego dla sygnału Gaussa po powiększeniu [opracowanie własne].

c) Trójkątny:

Czas: Impuls o czasie trwania $w = 4$.

Widmo amplitudowe:

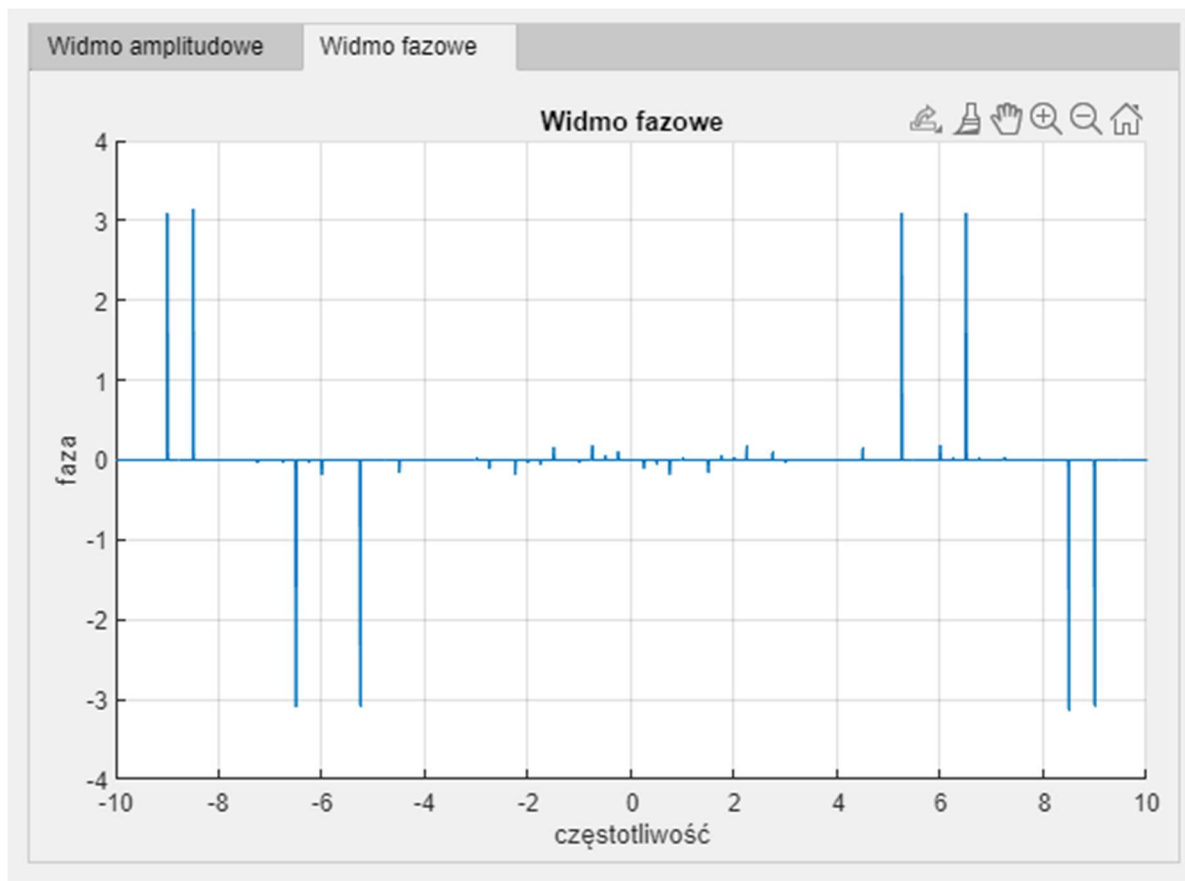
- Przypomina funkcję sinc^2 – zanik widma jest wolniejszy w porównaniu do sygnału prostokątnego.
- Zera widma również występują w miejscach będących wielokrotnościami $1/w$, choć z mniejszą intensywnością.



Rysunek 6 Wykres widma amplitudowego dla sygnału trójkątnego [opracowanie własne].

Widmo fazowe:

Zbliżone do widma sygnału prostokątnego – przy braku przesunięcia w czasie faza pozostaje bliska zeru.



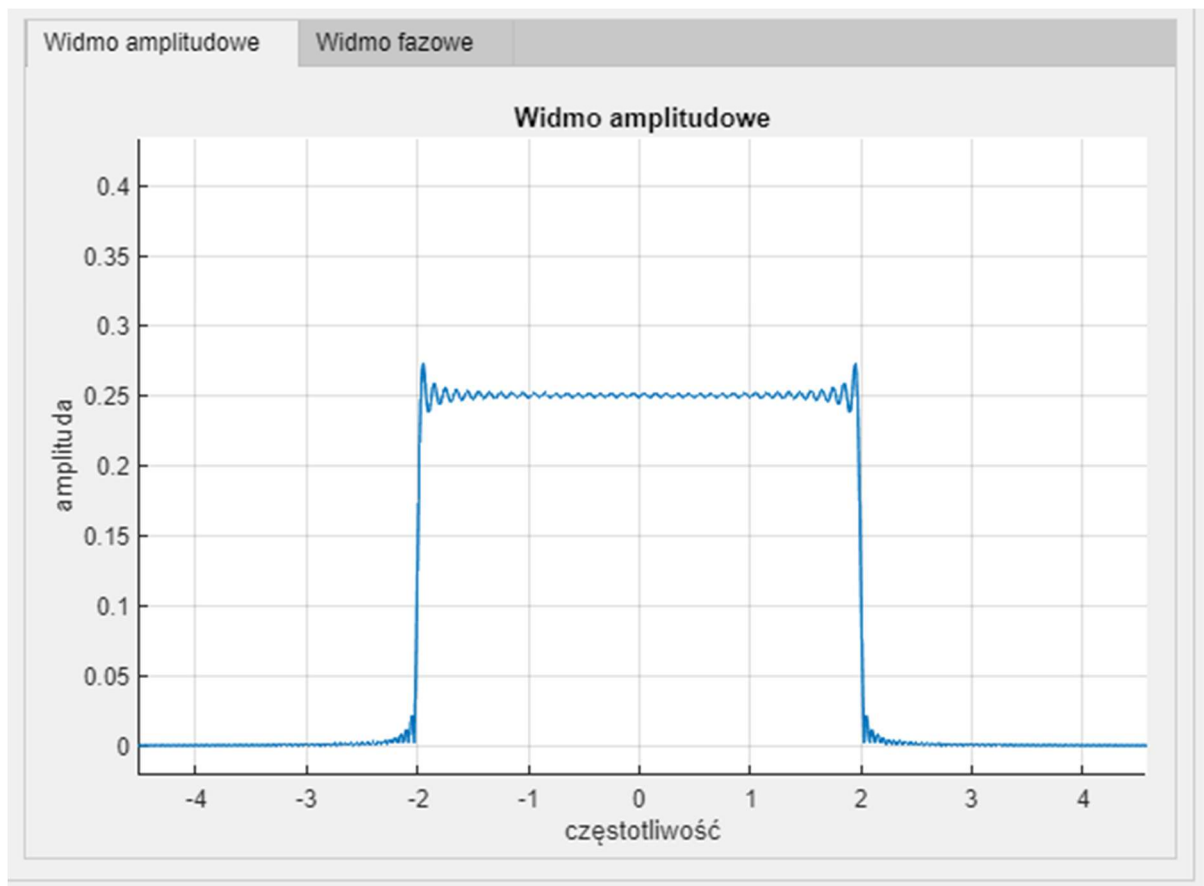
Rysunek 7 Wykres widma fazowego dla sygnału trójkątnego [opracowanie własne].

d) Sinc:

Czas: Impuls o czasie trwania $w = 4$.

Widmo amplitudowe:

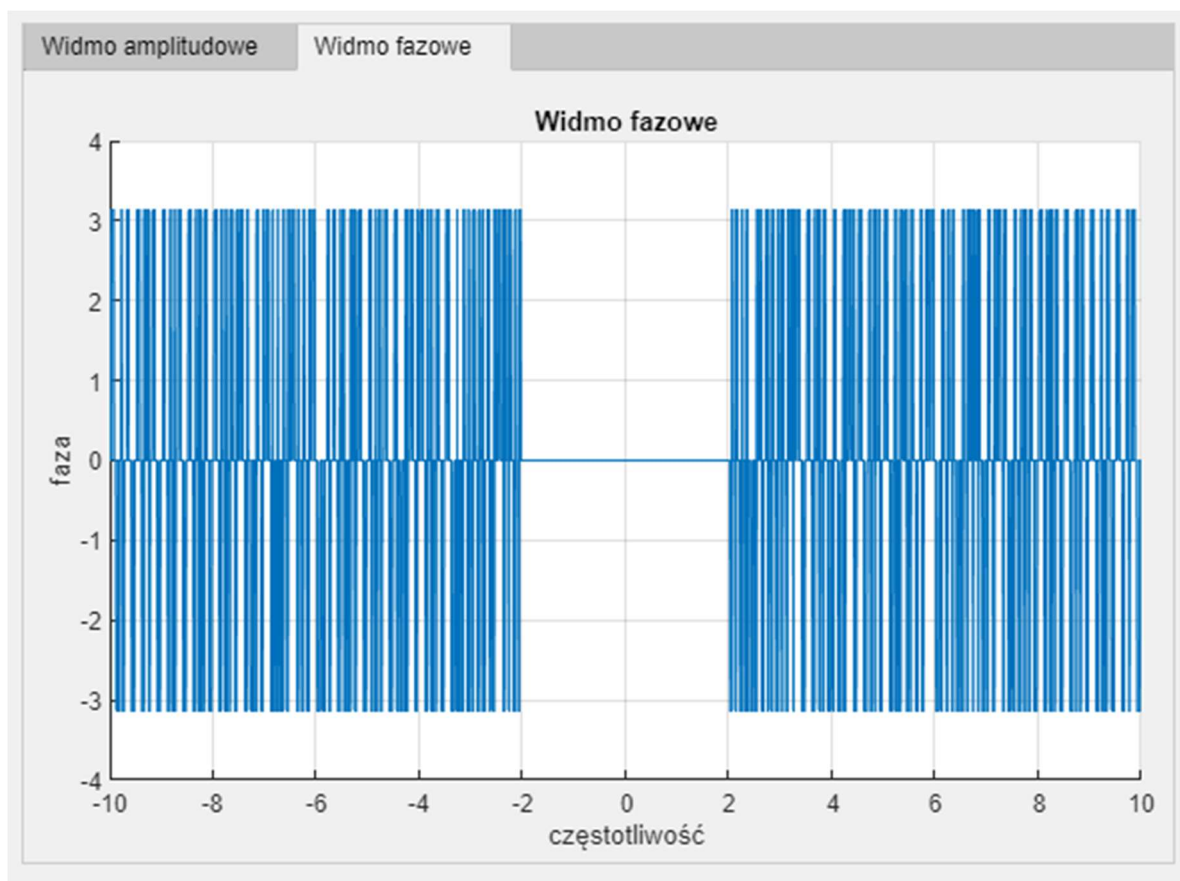
Klasyczny rozkład typu sinc – skoncentrowany wokół zera z regularnie rozmieszczonymi zerami, których pozycja zależy od czasu trwania impulsu.



Rysunek 8 Wykres widma amplitudowego dla sygnału Sinc [opracowanie własne].

Widmo fazowe:

Widmo fazowe sygnału sinc jest zazwyczaj gładkie i symetryczne, a zmiany fazy w miarę wzrostu częstotliwości są łagodne. W przeciwieństwie do sygnałów prostokątnych, nie występują w nim wyraźne skoki fazowe. W związku z tym, widmo fazowe funkcji sinc jest regularne i zmienia się w sposób płynny.



Rysunek 9 Wykres widma fazowego dla sygnału Sinc [opracowanie własne].

Opisane w tym zadaniu zależności wynikają z podstawowych właściwości transformaty Fouriera. Kluczową zasadą jest tu zależność między lokalizacją sygnału w dziedzinie czasu a rozkładem jego widma w dziedzinie częstotliwości.

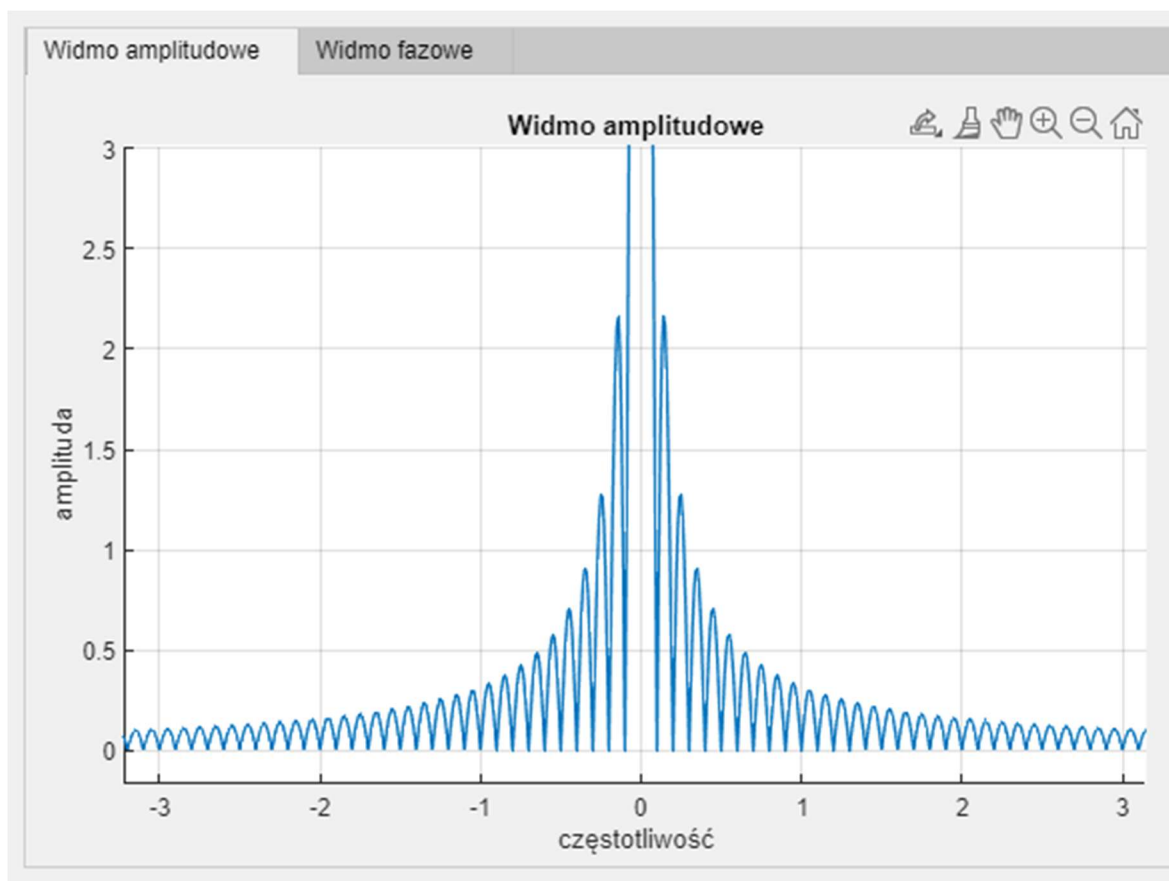
Rozbieżność: Wyniki eksperymentalne mogą różnić się od teoretycznych z powodu zniekształceń próbkowania, które występują, gdy sygnały są źle próbkowane, szczególnie przy krótkich impulsach lub zbyt małej częstotliwości próbkowania. Dodatkowo, przy sygnałach o wysokich częstotliwościach lub krótkim czasie trwania, rozdzielczość numeryczna może być zbyt niska, co powoduje drobne różnice w widmie w porównaniu do teorii.

Zad. 3

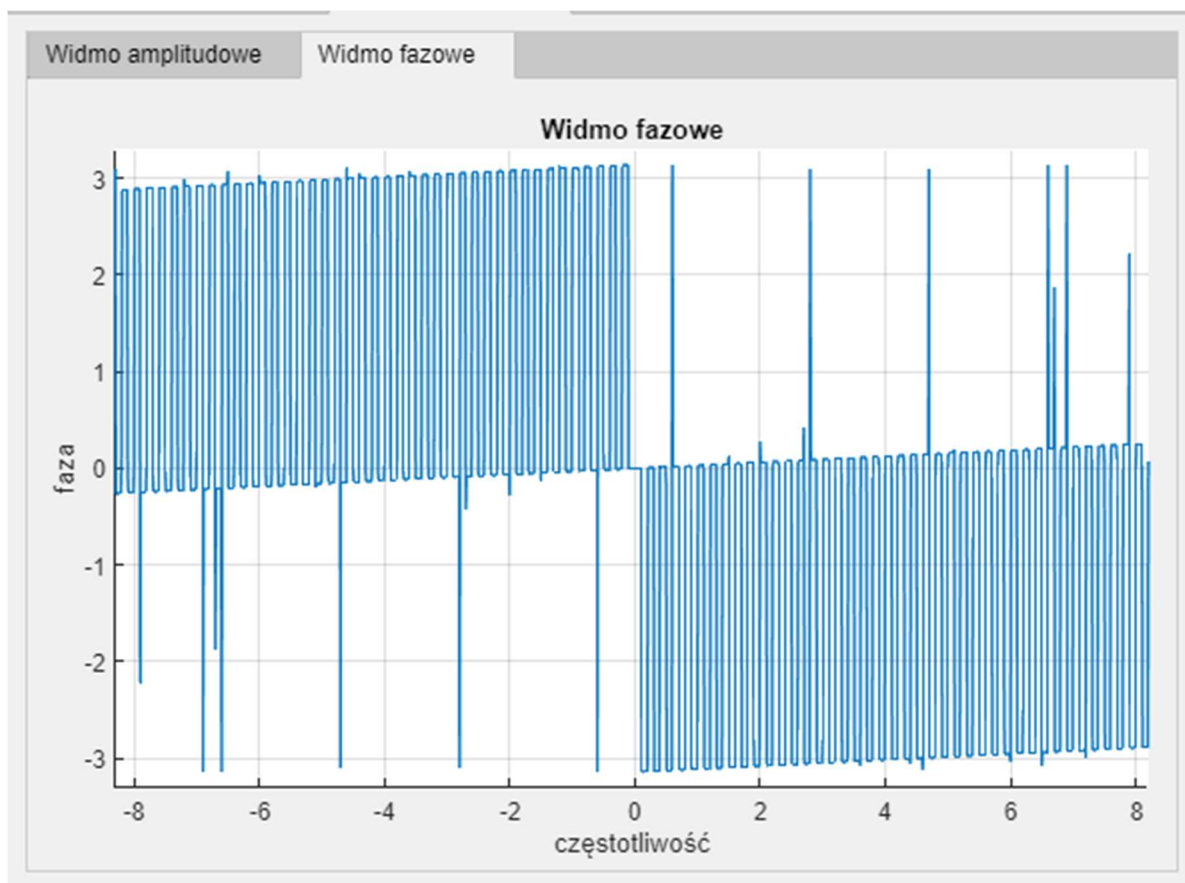
Dla Prostokątnego:

Dla $w = 10$

Dla dłuższego impulsu ($w = 10$): Widmo będzie bardziej skoncentrowane w niższych częstotliwościach, ponieważ długi impuls odpowiada węższemu pasmu w dziedzinie częstotliwości.



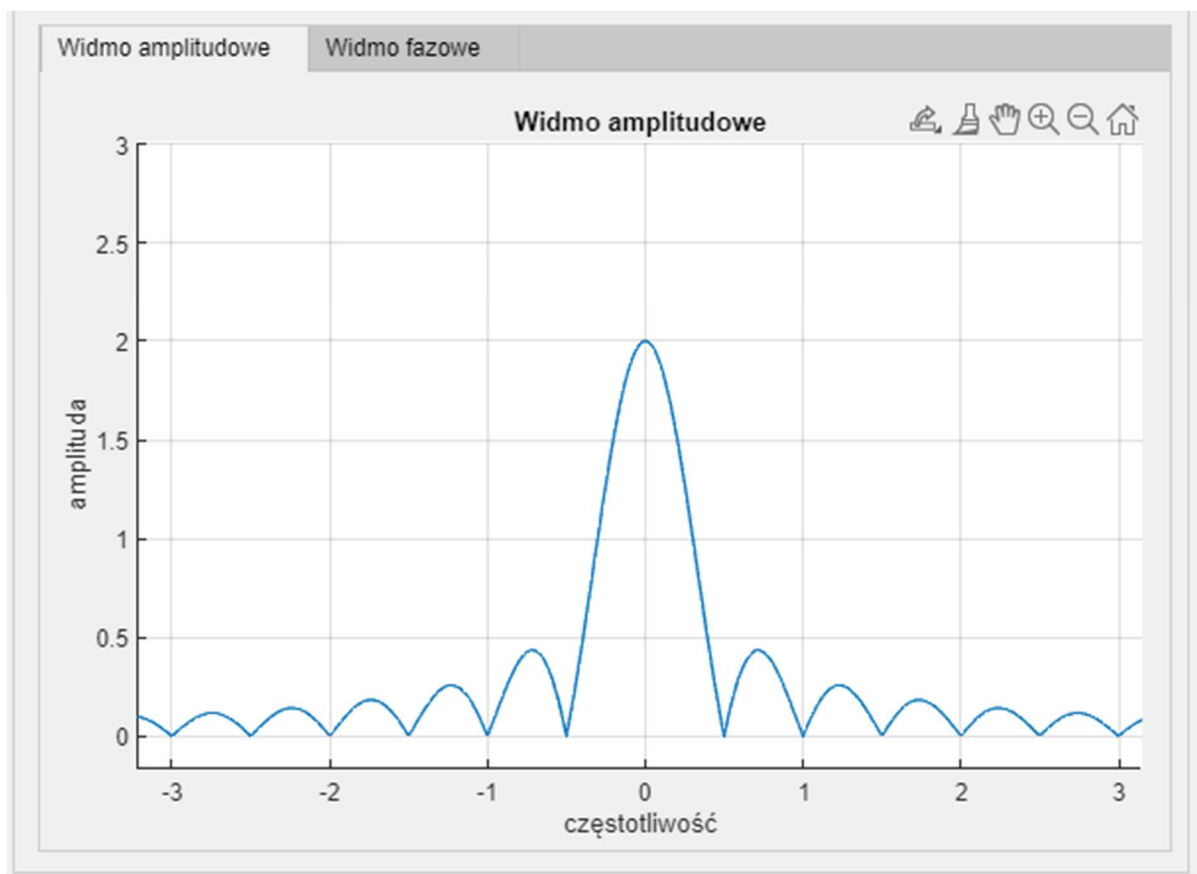
Rysunek 10 Wykres widma amplitudowego dla sygnału prostokątnego, gdzie $w = 10$ [opracowanie własne].



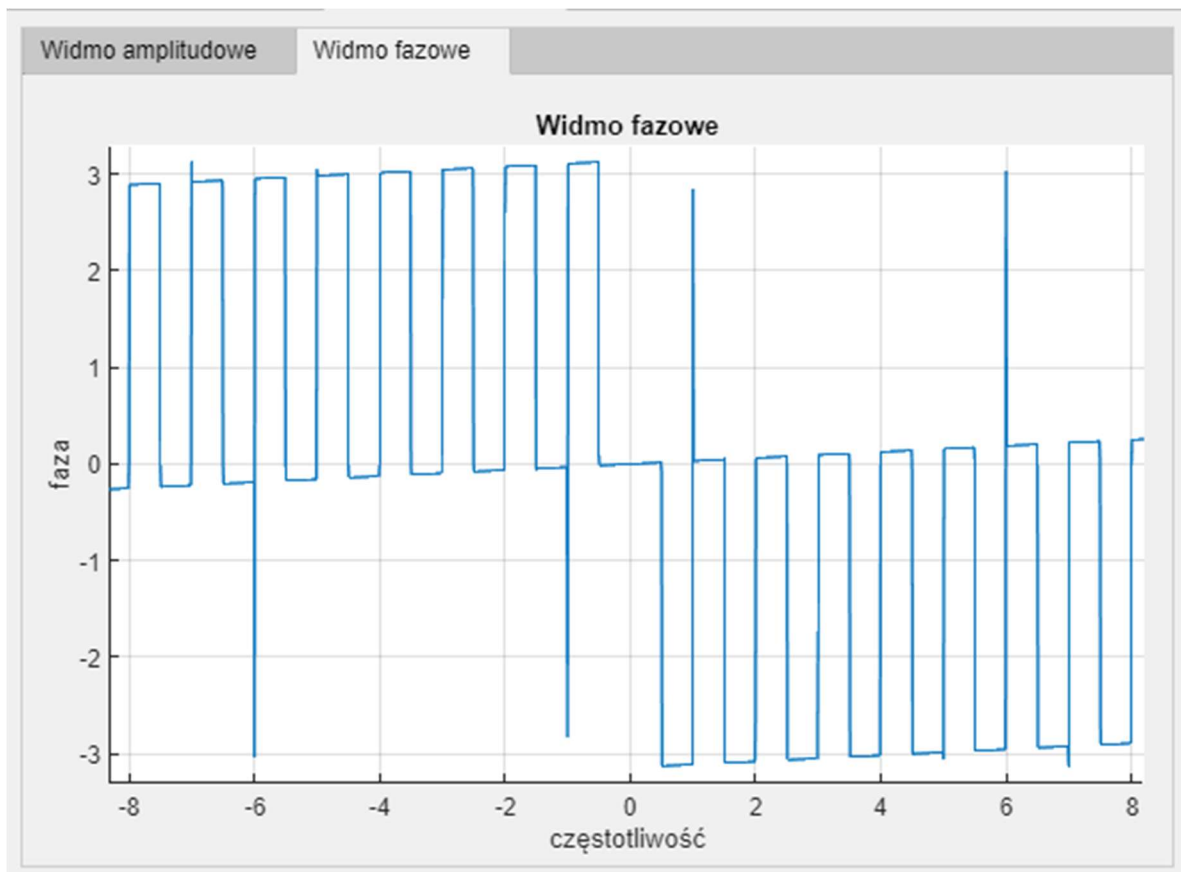
Rysunek 11 Wykres widma fazowego dla sygnału prostokątnego, gdzie $w = 10$ [opracowanie własne].

Dla $w = 2$

Dla krótszego impulsu ($w = 2$): Widmo będzie miało szerszy zakres częstotliwości, ponieważ krótki impuls w dziedzinie czasu odpowiada szerokiemu pasmu w dziedzinie częstotliwości.



Rysunek 12 Wykres widma amplitudowego dla sygnału prostokątnego, gdzie $w = 2$ [opracowanie własne].



Rysunek 13 Wykres widma fazowego dla sygnału prostokątnego, gdzie $w = 2$ [opracowanie własne].

Zależność czasu trwania impulsu na widmo jest konsekwencją zasady nieoznaczoności Fouriera, która mówi, że precyzyjna lokalizacja sygnału w czasie (krótki impuls) skutkuje rozmyciem w dziedzinie częstotliwości, natomiast długi impuls zapewnia lepszą lokalizację w częstotliwości przy gorszej precyzji czasowej.

Rozbieżności: W praktyce, przy krótkich impulsach, mogą wystąpić dodatkowe efekty, takie jak szумы numeryczne, które rozszerzają widmo bardziej niż teoretycznie przewidywano. Ponadto, przy bardzo długich impulsach, próbkowanie może nie oddać pełnej rozdzielczości widma.

Zad. 4

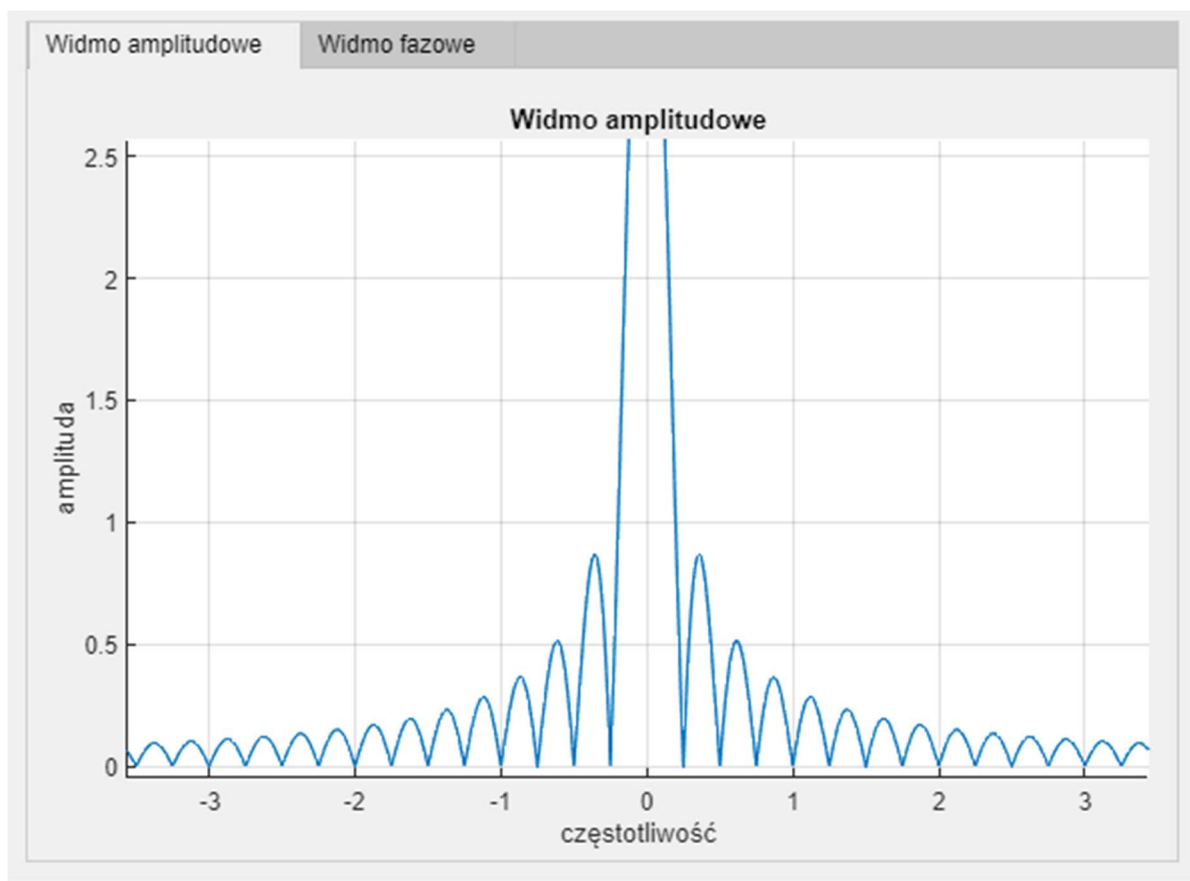
Dla sygnału prostokątnego:

Czas trwania impulsu $w = 4$.

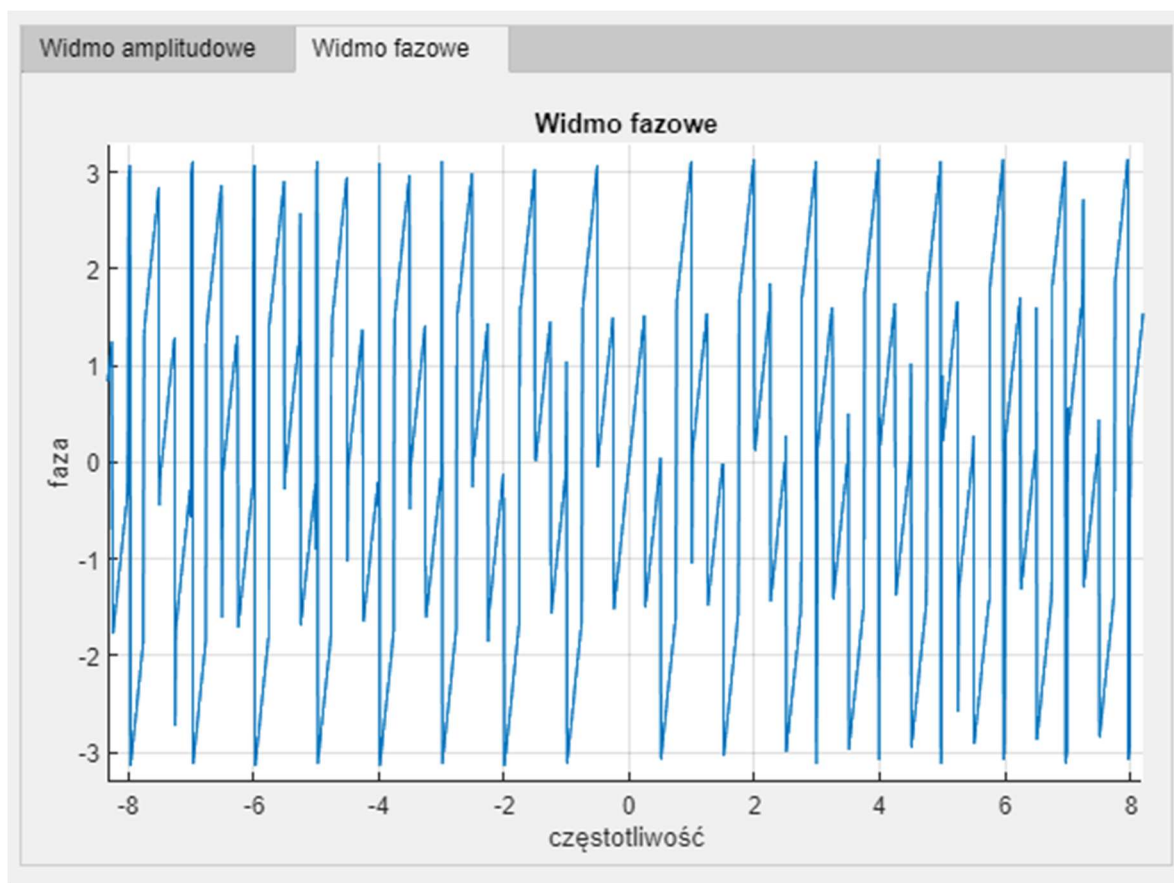
Przesunięcie w czasie: $5 - w = 5 - 4 = 1$

Przesunięcie sygnału w czasie wpływa na jego widmo w specyficzny sposób. Zgodnie z teorią transformacji Fouriera, przesunięcie sygnału w czasie powoduje, że jego widmo amplitudowe pozostaje niezmiennione, natomiast widmo fazowe zmienia się.

Przesunięcie w czasie = -1

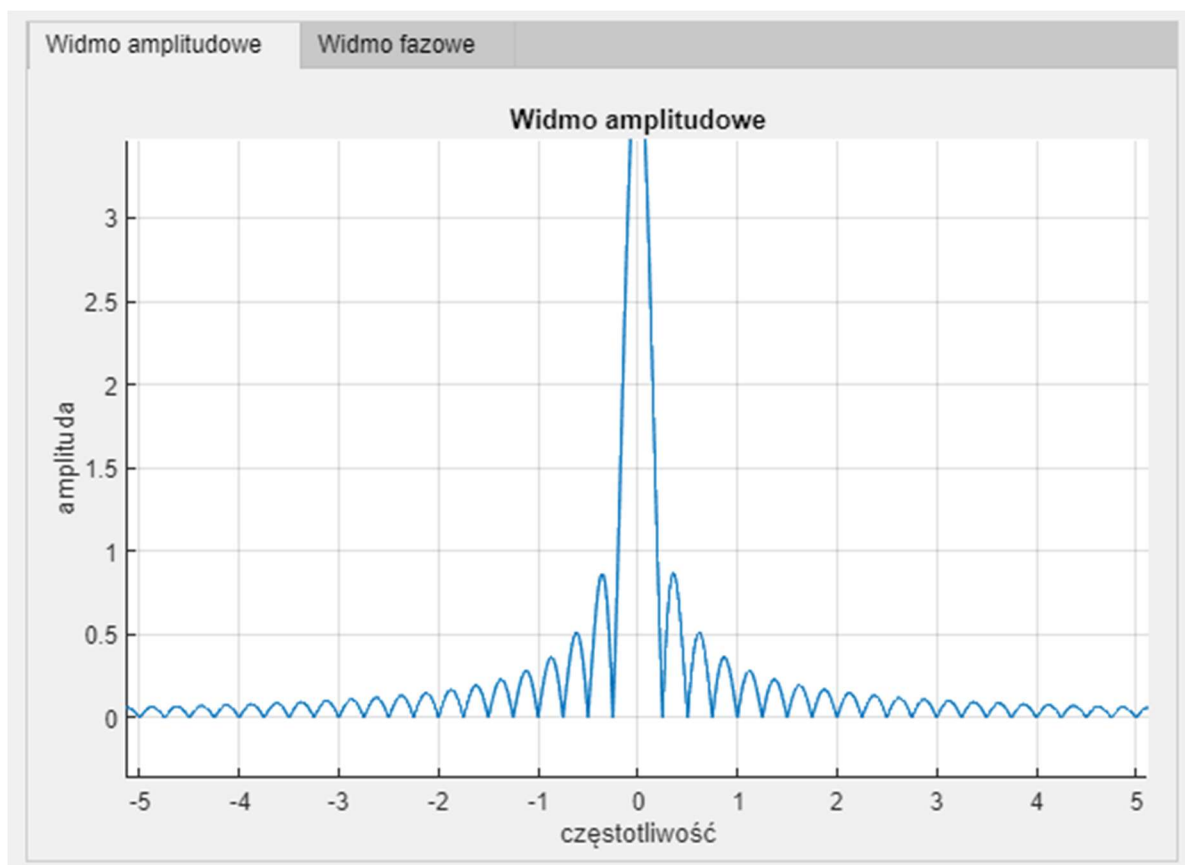


Rysunek 14 Wykres widma amplitudowego dla sygnału prostokątnego przesuniętego w lewo ($t_0 = -1$) [opracowanie własne].

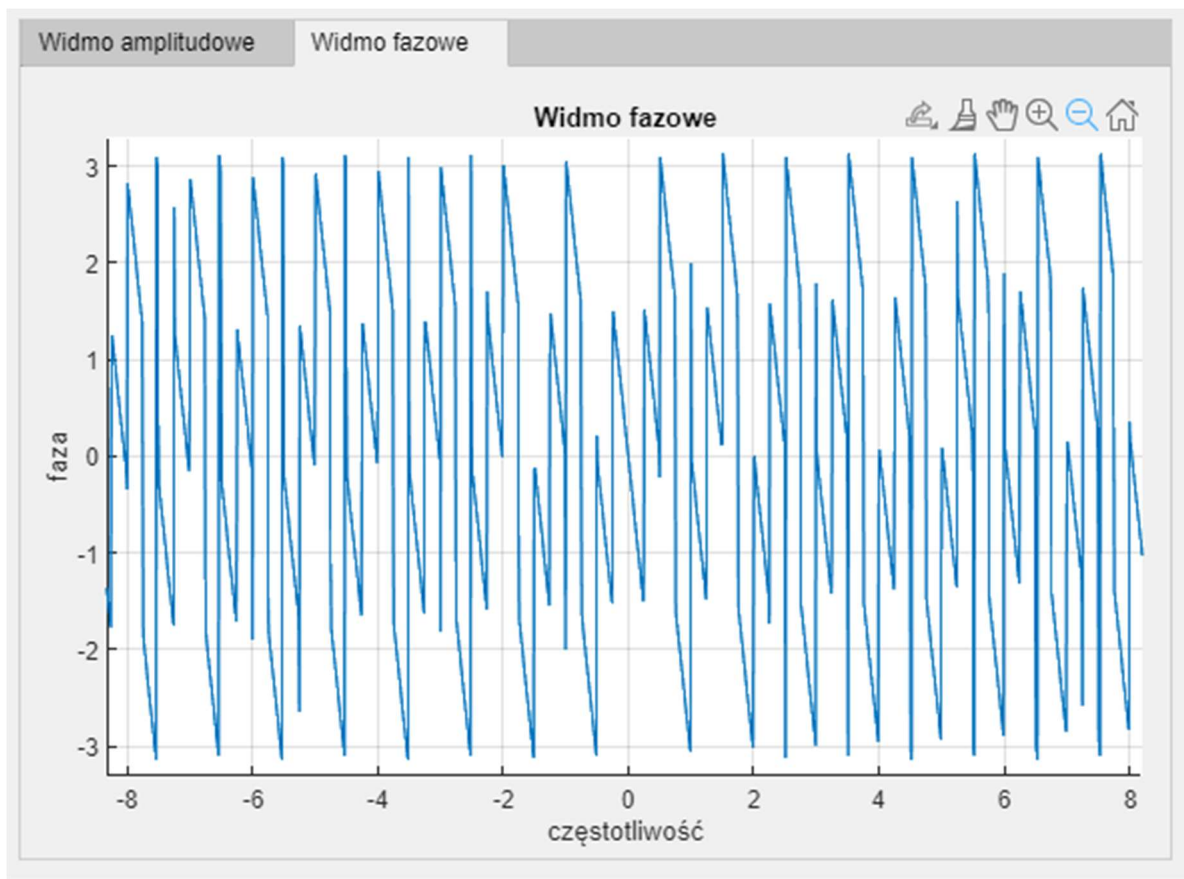


Rysunek 15 Wykres widma fazowego dla sygnału prostokątnego przesuniętego w lewo ($t_0 = -1$) [opracowanie własne].

Przesunięcie w czasie = 1



Rysunek 16 Wykres widma amplitudowego dla sygnału prostokątnego przesuniętego w prawo ($t_0 = 1$) [opracowanie własne].



Rysunek 17 Wykres widma fazowego dla sygnału prostokątnego przesuniętego w prawo ($t_0 = 1$) [opracowanie własne].

Widmo amplitudowe: Nie zmienia się przy przesunięciu sygnału w czasie. Sygnał prostokątny, jak każda funkcja, której transformata Fouriera jest symetryczna, nie zmienia swojej struktury częstotliwościowej po przesunięciu w czasie.

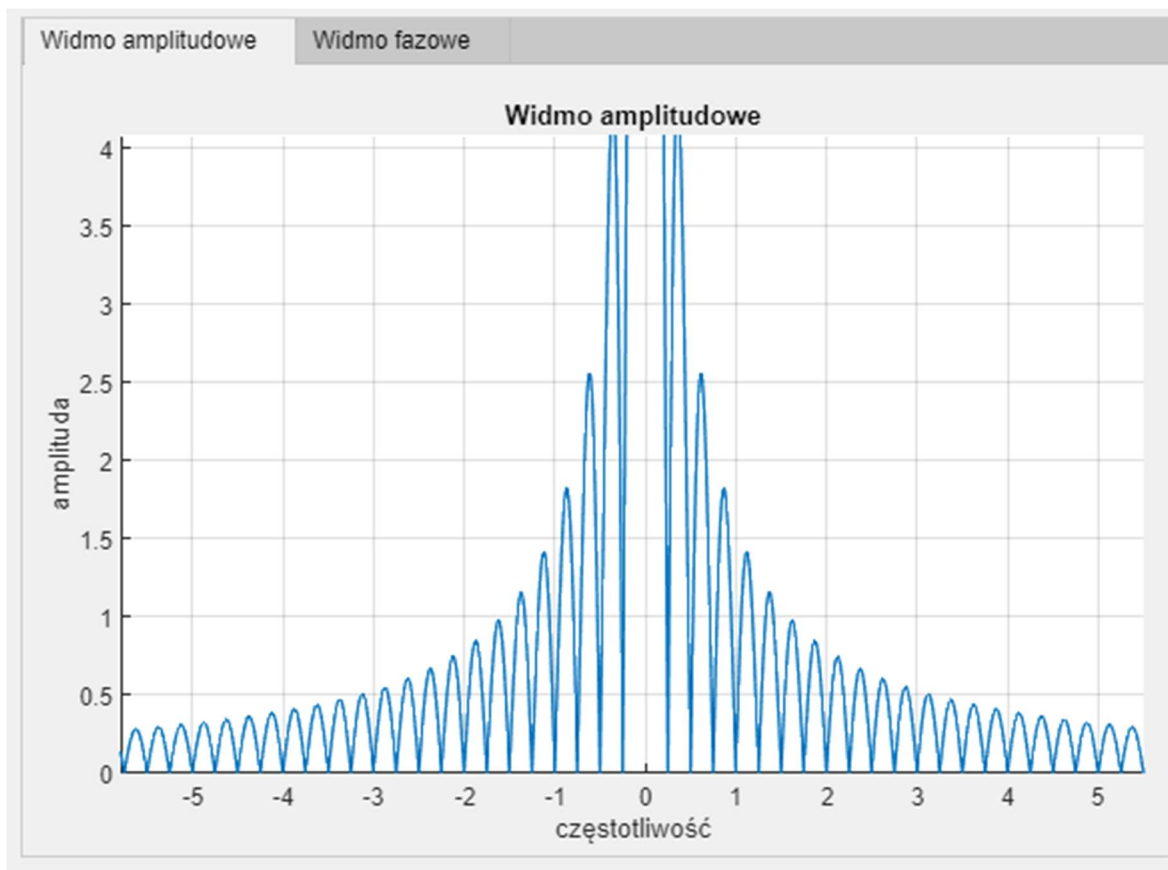
Widmo fazowe: Przy przesunięciu sygnału w czasie, widmo fazowe zmienia się zgodnie z wzorem $e^{-j2\pi}$. Oznacza to, że każda składowa harmoniczna będzie miała odpowiednie przesunięcie fazowe, zależne od tej zmiany czasu.

Rozbieżności: W eksperymentach, jeśli przesunięcie sygnału w czasie jest niewielkie w porównaniu do długości sygnału, może być trudne do uchwycenia w dyskretnych obliczeniach. To może prowadzić do niewielkich różnic między obliczonymi wynikami a teorią, zwłaszcza przy bardzo małych przesunięciach czasowych, które mogą być zbliżone do szumów cyfrowych.

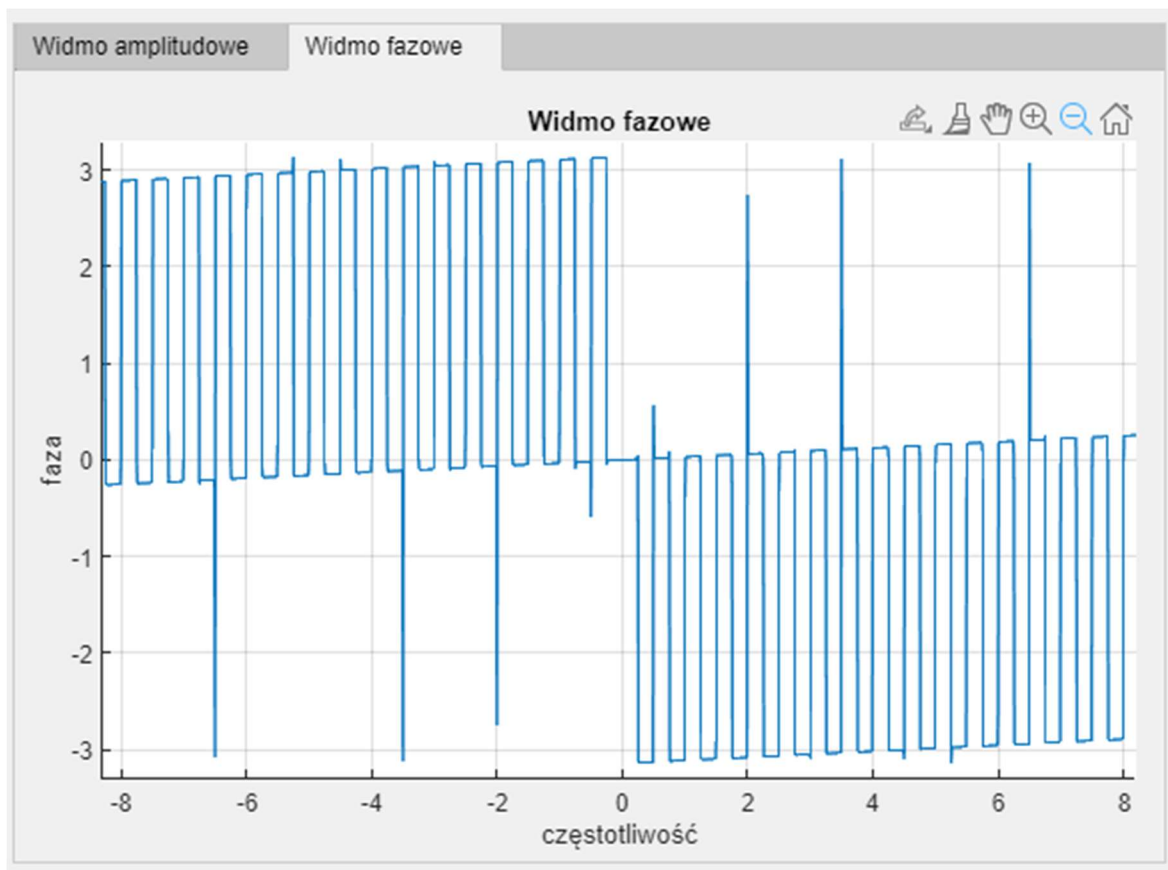
Zad. 5

Dla sygnału prostokątnego:

Dla amplitudy impulsu = 5:

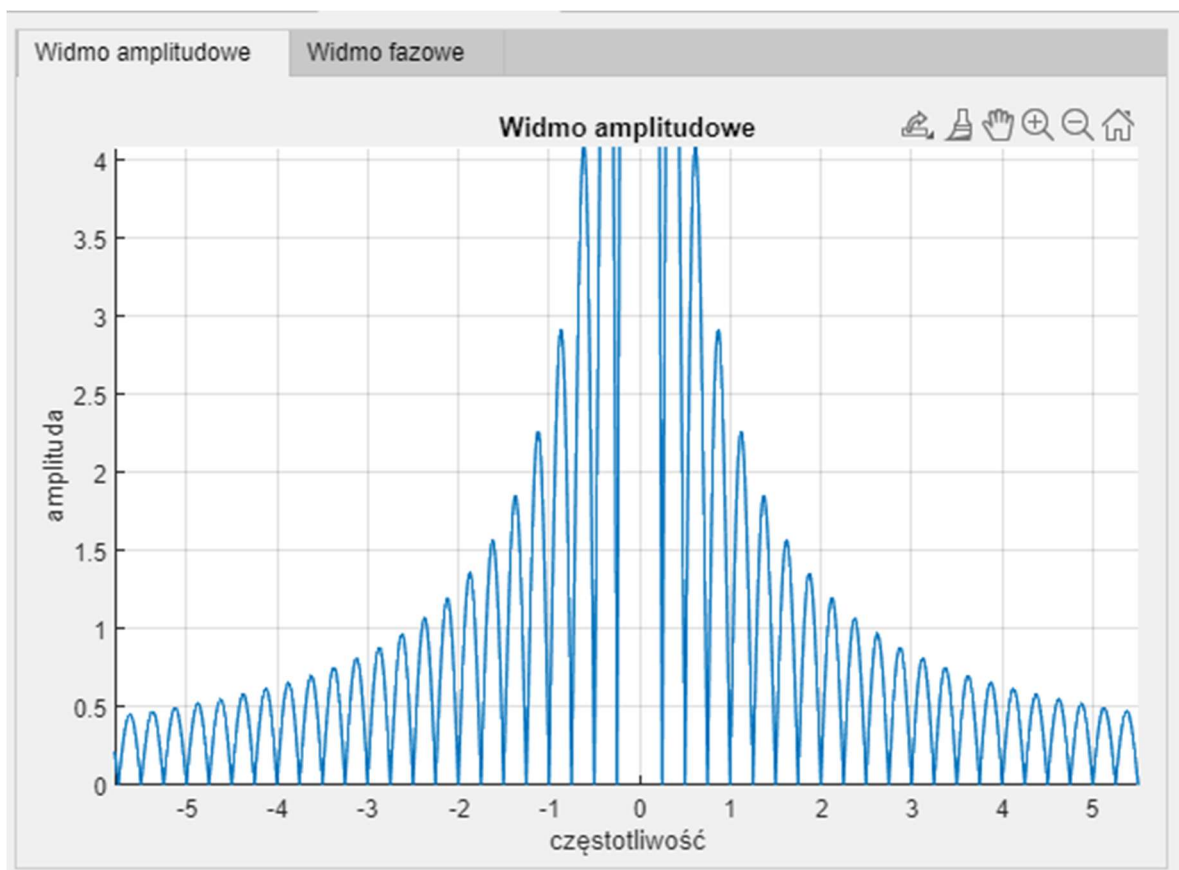


Rysunek 18 Wykres widma amplitudowego dla sygnału prostokątnego o amplitudzie impulsu równej 5 [opracowanie własne].

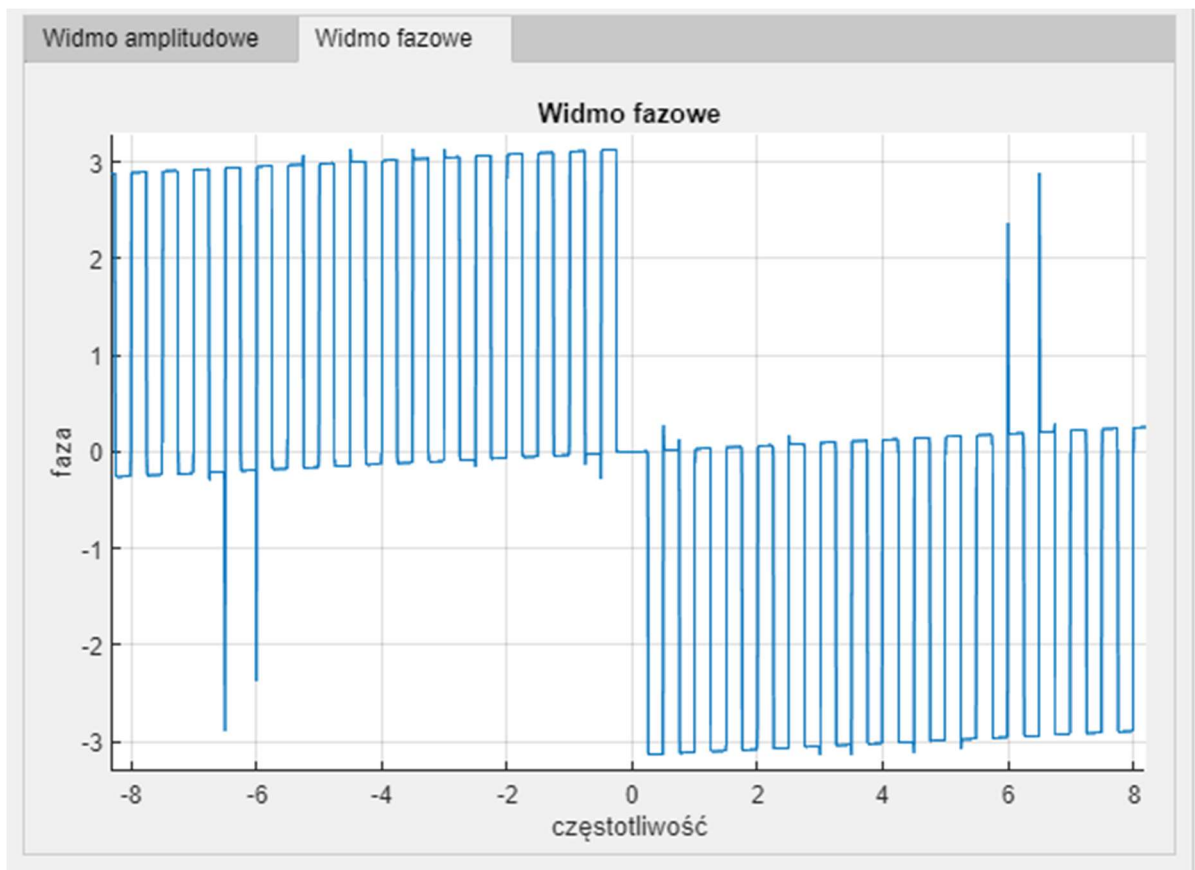


Rysunek 19 Wykres widma fazowego dla sygnału prostokątnego o amplitudzie impulsu równej 5 [opracowanie własne].

Dla amplitudy impulsu = 8:



Rysunek 20 Wykres widma amplitudowego dla sygnału prostokątnego o amplitudzie impulsu równej 8 [opracowanie własne].



Rysunek 21 Wykres widma fazowego dla sygnału prostokątnego o amplitudzie impulsu równej 8 [opracowanie własne].

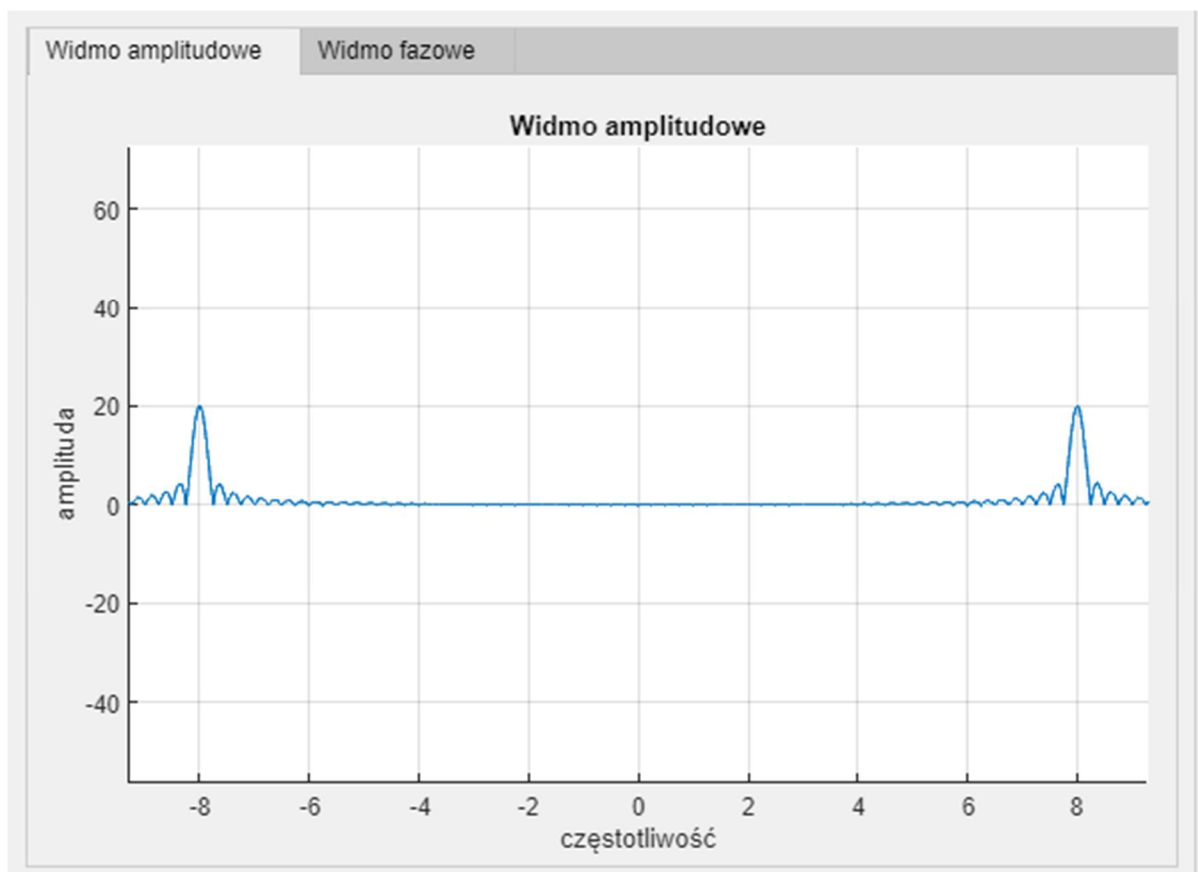
Widmo amplitudowe: Zmiana amplitudy sygnału prostokątnego powoduje, że amplituda widma również się zmienia proporcjonalnie. To znaczy, że wszystkie składowe harmoniczne w widmie będą miały amplitudy, które są proporcjonalne do zmiany amplitudy sygnału w dziedzinie czasu. Przykładowo, jeżeli amplituda impulsu wzrasta o 3 jednostki (z 5 na 8), amplitudy składowych harmonicznych także wzrosną w tym samym stosunku.

Widmo fazowe: Zmiana amplitudy sygnału prostokątnego nie wpływa na widmo fazowe. Faza każdej harmonicznej pozostaje taka sama, ponieważ amplituda wpływa tylko na wartości amplitudy, a nie na fazy składowych harmonicznych.

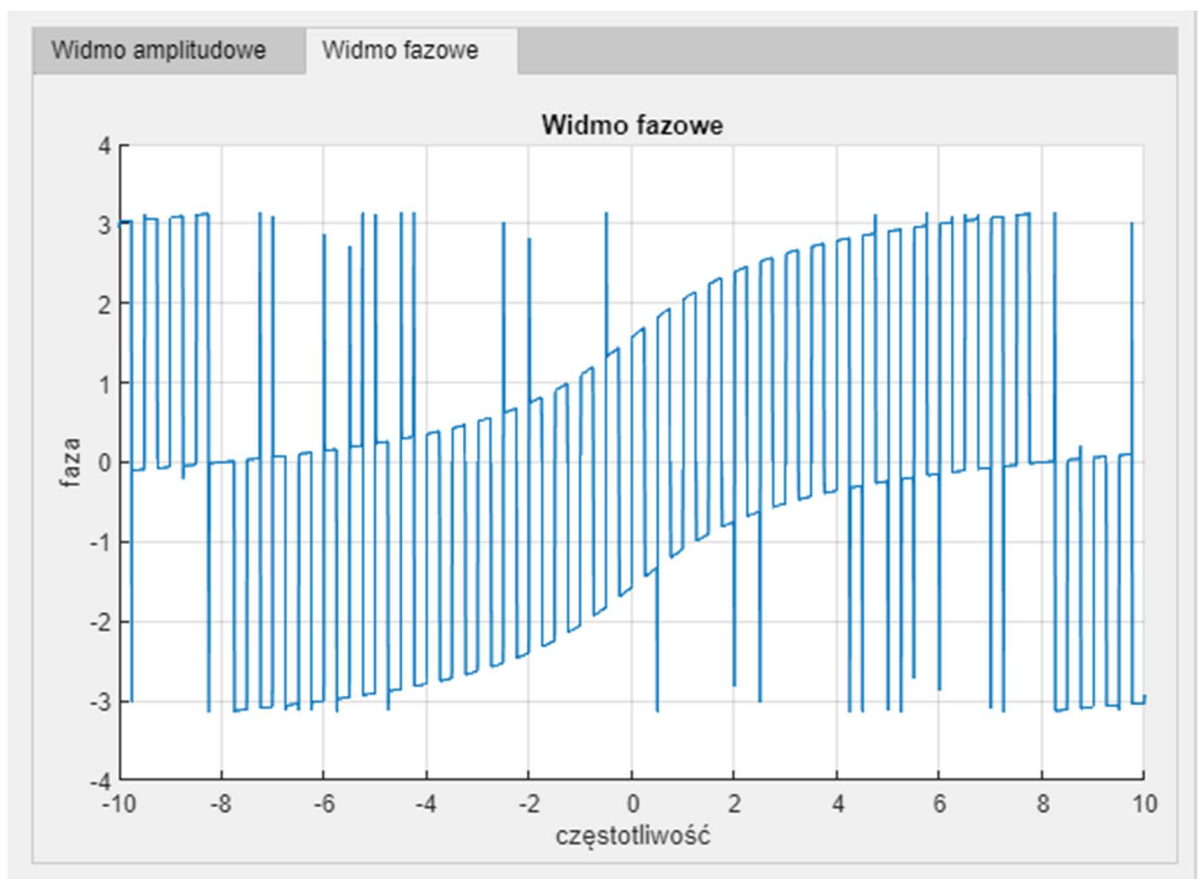
Rozbieżność: Zmiana amplitudy sygnału wpływa na widmo amplitudowe, ale nie zmienia fazy, co zgadza się z teorią. Jednak przy dużych amplitudach mogą wystąpić problemy, takie jak nasycenie sygnału, które prowadzą do błędów w wynikach, ponieważ system próbkowania może nie poradzić sobie z bardzo dużymi wartościami.

Zad. 6

Sygnał prostokątny modulujemy cosinusem o częstotliwości 8:



Rysunek 22 Wykres widma amplitudowego dla sygnału prostokątnego modulowanego cosinusem, amplituda sygnału równa 10, częstotliwość równa 8 [opracowanie własne].



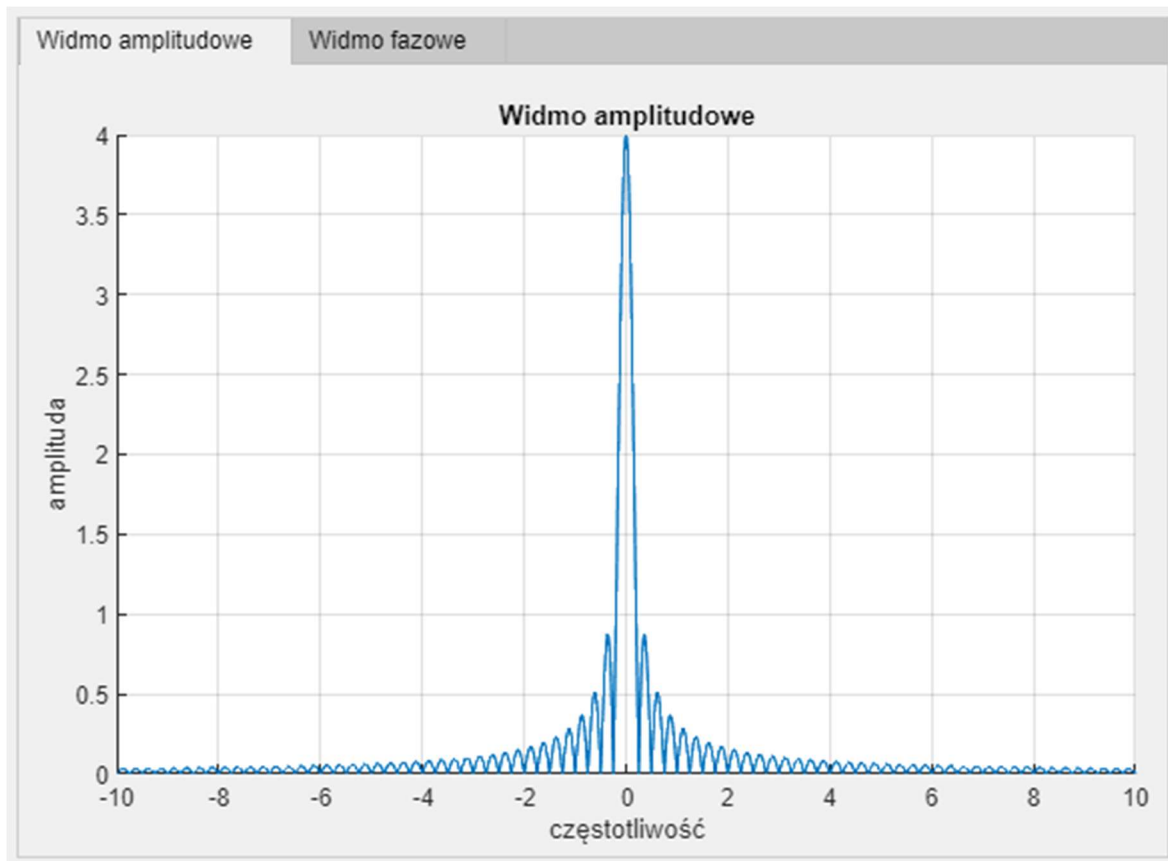
Rysunek 23 Wykres widma fazowego dla sygnału prostokątnego modulowanego cosinusem [opracowanie własne].

Widmo amplitudowe zostało przesunięte i jest symetryczne względem osi OY. Amplituda jest największa dla częstotliwości -8 i 8. Widmo fazowe: pomiędzy częstotliwościami -8 i 8, faza stopniowo się zwiększa.

Zad. 7

Dla sygnału prostokątnego ($w=4$):

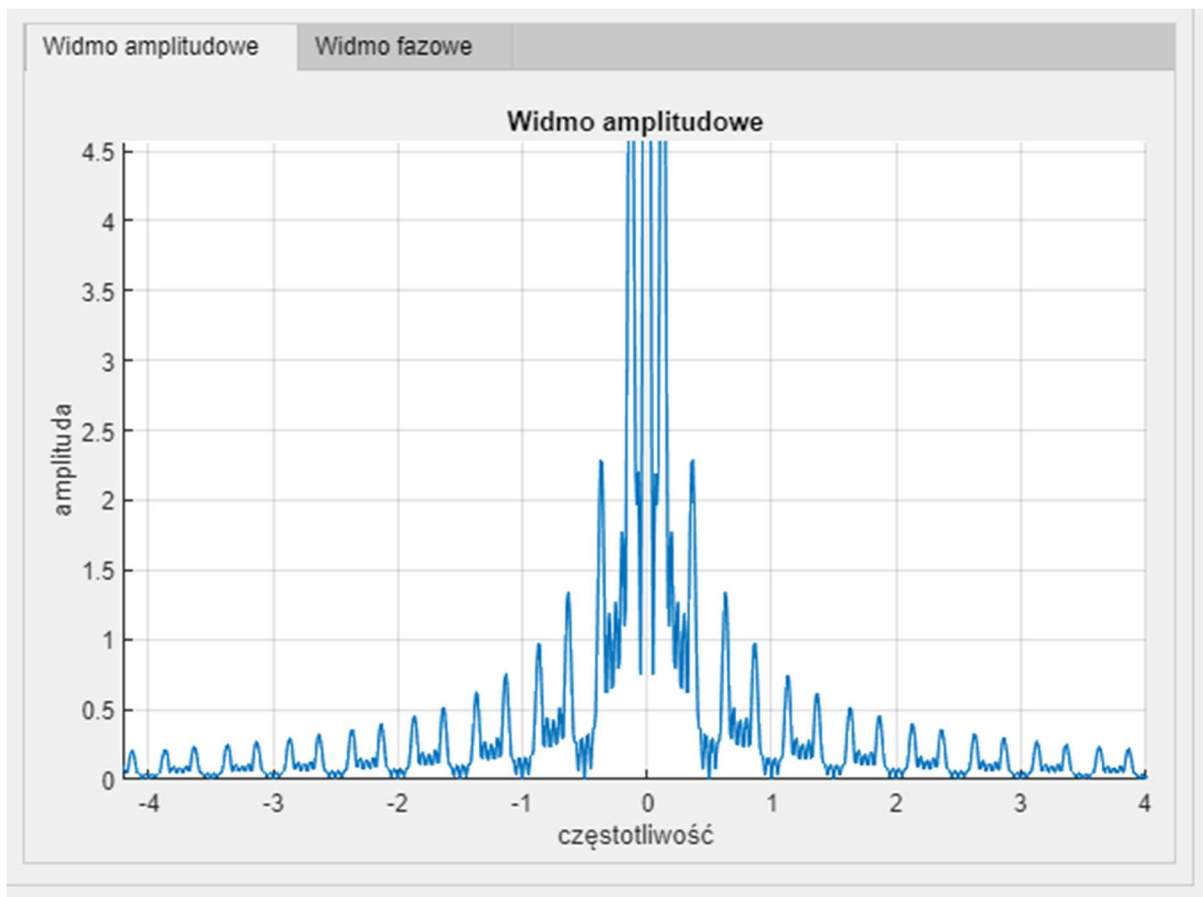
Pojedynczy impuls:



Rysunek 24 Widmo amplitudowe pojedynczego impulsu dla sygnału prostokątnego [opracowanie własne].

Przebieg okresowy:

Dla okresu = 8



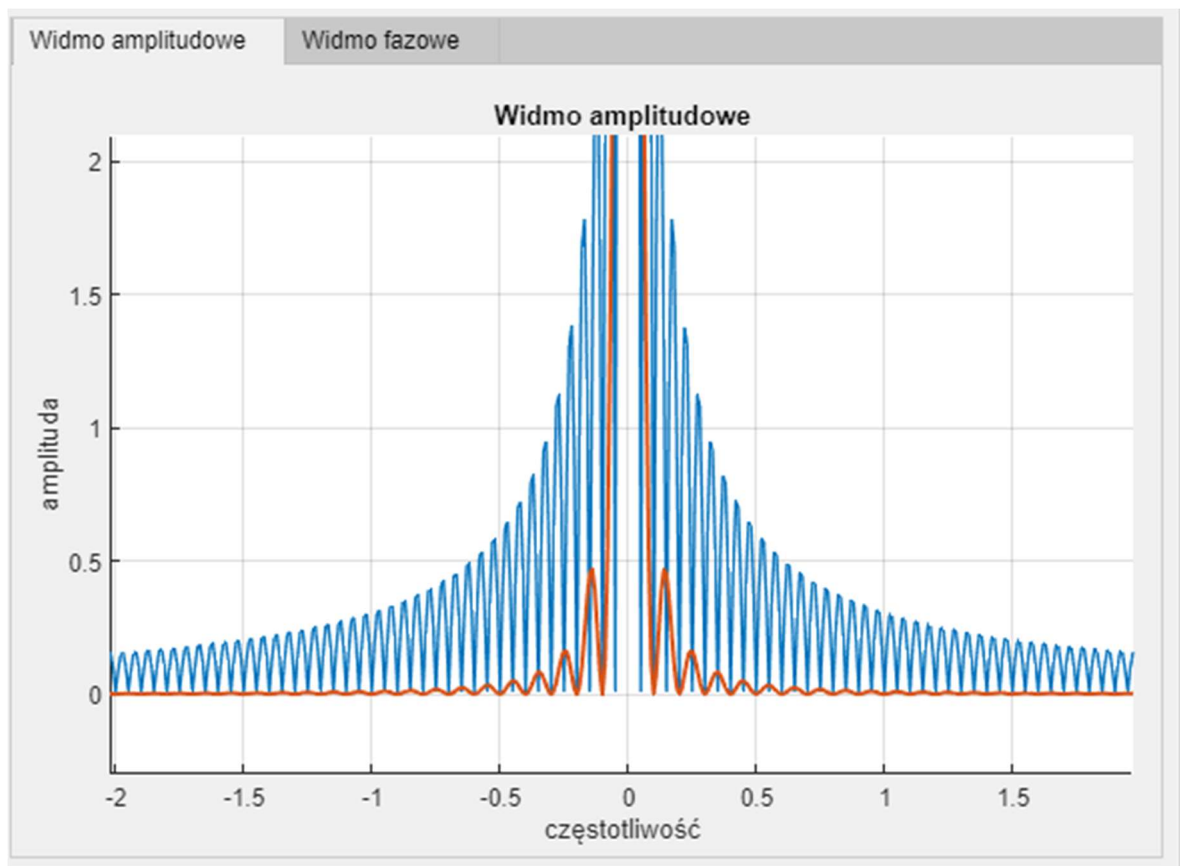
Rysunek 25 Widmo amplitudowe sygnału okresowego (sygnał prostokątny) o okresie 8 [opracowanie własne].

W porównaniu z pojedynczym sygnałem, sygnał okresowy charakteryzuje się gwałtowniejszymi zmianami amplitudy. Im okres sygnału jest krótszy, tym prążki widma są bardziej od siebie oddalone. Odległość między prążkami jest równa częstotliwości podstawowej, która jest odwrotnością okresu. Zwiększenie okresu sygnału powoduje zwiększenie ilości prążków.

Zad. 8

Okres sygnału oraz czas trwania impulsu równy 4

Okno Bartletta:



Rysunek 26 Wykres widma amplitudowego dla sygnału prostokątnego i okno Bartletta [opracowanie własne].

Użycie okna Bartletta na sygnale prostokątnym powoduje, że pierwotnie ostry i skokowy przebieg zostaje wygładzony. Okno Bartletta łagodzi nagłe zmiany w sygnale, w efekcie, w widmie amplitudowym prążki stają się szersze i mniej wyraźne

Spis treści

Cel:	2
Zad. 1	2
Zad. 2	2
a) Prostokąt:	2
b) Gauss:	4
c) Trójkątny:	7
d) Sinc:	9
Zad. 3	11
Dla $w = 10$	11
Dla $w = 2$	13
Zad. 4	15
Zad. 5	19
Zad. 6	23
Zad. 7	25
Zad. 8	27

Spis ilustracji

Rysunek 1 Wykres widma amplitudowego dla sygnału prostokątnego [opracowanie własne].	3
Rysunek 2 Wykres widma fazowego dla sygnału prostokątnego [opracowanie własne].	4
Rysunek 3 Wykres widma amplitudowego dla sygnału Gaussa [opracowanie własne]. .	5
Rysunek 4 Wykres widma fazowego dla sygnału Gaussa [opracowanie własne].	6
Rysunek 5 Wykres widma fazowego dla sygnału Gaussa po powiększeniu [opracowanie własne].	7
Rysunek 6 Wykres widma amplitudowego dla sygnału trójkątnego [opracowanie własne].	8
Rysunek 7 Wykres widma fazowego dla sygnału trójkątnego [opracowanie własne].	9
Rysunek 8 Wykres widma amplitudowego dla sygnału Sinc [opracowanie własne].	10
Rysunek 9 Wykres widma fazowego dla sygnału Sinc [opracowanie własne].	11
Rysunek 10 Wykres widma amplitudowego dla sygnału prostokątnego, gdzie $w = 10$ [opracowanie własne].	12
Rysunek 11 Wykres widma fazowego dla sygnału prostokątnego, gdzie $w = 10$ [opracowanie własne].	13
Rysunek 12 Wykres widma amplitudowego dla sygnału prostokątnego, gdzie $w = 2$ [opracowanie własne].	14
Rysunek 13 Wykres widma fazowego dla sygnału prostokątnego, gdzie $w = 2$ [opracowanie własne].	15
Rysunek 14 Wykres widma amplitudowego dla sygnału prostokątnego przesuniętego w lewo ($t_0 = -1$) [opracowanie własne].	16
Rysunek 15 Wykres widma fazowego dla sygnału prostokątnego przesuniętego w lewo ($t_0 = -1$) [opracowanie własne].	17
Rysunek 16 Wykres widma amplitudowego dla sygnału prostokątnego przesuniętego w prawo ($t_0 = 1$) [opracowanie własne].	18
Rysunek 17 Wykres widma fazowego dla sygnału prostokątnego przesuniętego w prawo ($t_0 = 1$) [opracowanie własne].	19
Rysunek 18 Wykres widma amplitudowego dla sygnału prostokątnego o amplitudzie impulsu równej 5 [opracowanie własne].	20
Rysunek 19 Wykres widma fazowego dla sygnału prostokątnego o amplitudzie impulsu równej 5 [opracowanie własne].	21
Rysunek 20 Wykres widma amplitudowego dla sygnału prostokątnego o amplitudzie impulsu równej 8 [opracowanie własne].	22
Rysunek 21 Wykres widma fazowego dla sygnału prostokątnego o amplitudzie impulsu równej 8 [opracowanie własne].	23