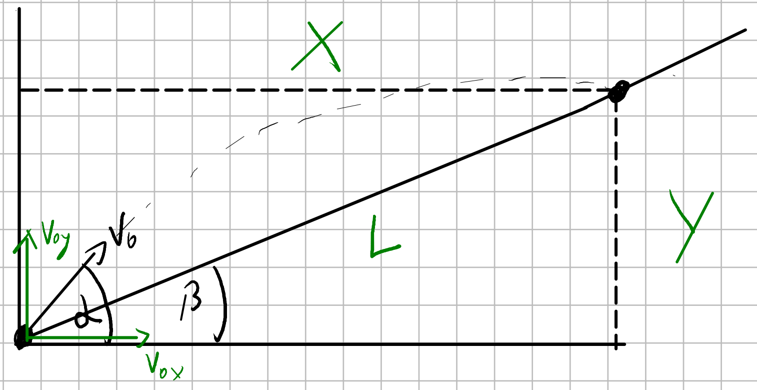
Egzamin 2020 cz. zadaniowa

Z1 U podnóża zbocza wznoszącego się pod kątem β do poziomu wystrzelono z armaty kulę, która wyleciała z lufy z prędkością v_0 pod kątem α do poziomu. Wyznacz współrzędne punktu, w którym kula trafi w zbocze.



$$V_{0x} = V_0 \cos\alpha$$

$$V_{0y} = V_0 \sin\alpha$$

$$V_x(t) = V_{0x}$$

$$V_y(t) = V_{0y} - gt$$

$$x(t) = 0 + V_0 \cos\alpha\, t + 0$$

$$y(t) = 0 + V_0 \sin\alpha\, t - \frac{gt^2}{2}$$

$$X = L \cdot \cos\beta$$

$$Y = L \cdot \sin\beta$$

$$Y = X \operatorname{tg}\beta$$

$$Y = y(\tau)$$

$$X \operatorname{tg}\beta = V_0 \sin\alpha\, \tau - \frac{g\tau^2}{2}$$

$$\parallel$$

$$X(\tau) = V_0 \cos\alpha\, \tau$$

$$V_0 \cos\alpha\, \cancel{\tau} \operatorname{tg}\beta = V_0 \sin\alpha\, \cancel{\tau} - \frac{g\tau^{\cancel{2}}}{2}$$

$$\tau = \frac{(-V_0 \cos\alpha \, tg\beta + V_0 \sin\alpha) 2}{g} =$$

$$= \frac{2V_0}{g}\left(\sin\alpha - \cos\alpha \, tg\beta\right)$$

$$x(t) = 0 + V_0 \cos\alpha \, t + 0$$

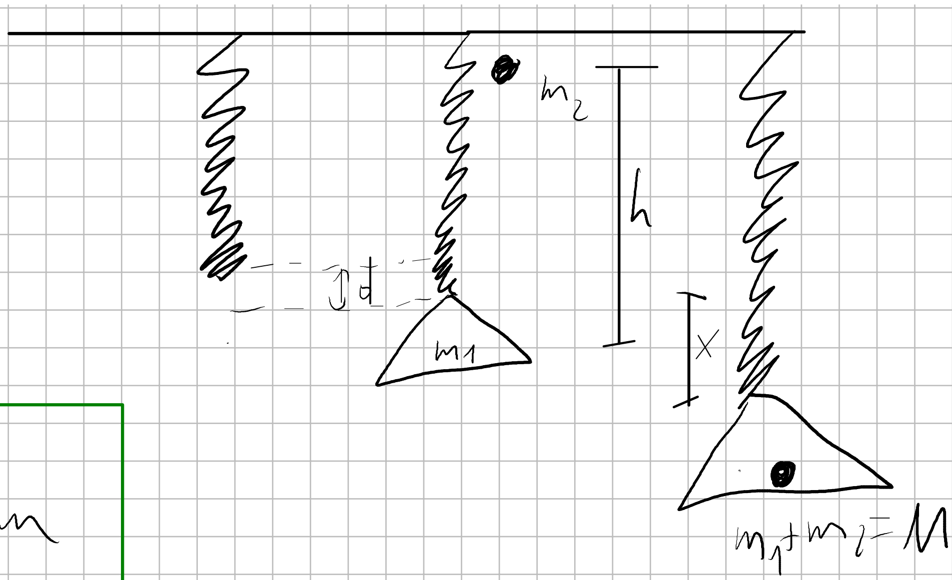
$$y(t) = 0 + V_0 \sin\alpha \, t - \frac{gt^2}{2}$$

$$x(\tau) = V_0 \cdot \cos\alpha \cdot \frac{2V_0}{g}\left(\sin\alpha - \cos\alpha \, tg\beta\right)$$

$$y(\tau) = V_0 \cdot \sin\alpha \cdot \frac{2V_0}{g}\left(\sin\alpha - \cos\alpha \, tg\beta\right) -$$

$$- \frac{g}{2} \cdot \left[\frac{2V_0}{g}\left(\sin\alpha - \cos\alpha \, tg\beta\right)\right]^2$$

Z2 Na sprężynie zawieszono szalkę o masie m_1, pod wpływem której sprężyna rozciągnęła się o odcinek d i osiągnęła początkowe położenie równowagi (nie porusza się). Następnie na szalkę z wysokości h spada ciężarek o masie m_2, zderzając się z nią niesprężyście. Znajdź okres drgań T, amplitudę A oraz maksymalną wysokość H (od początkowego położenia równowagi), jaką osiągną masy. Zaniedbaj opory ruchu.



$$\boxed{\begin{aligned} F &= am \\ F &= kx \end{aligned}}$$

$$m_1 g = kd$$

$$k = \frac{m_1 g}{d}$$

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(m_1+m_2)\cdot d}{m_1 g}}$$

$$\cancel{m_2} gh = \frac{\cancel{m_2} V^2}{2}$$

$$V = \sqrt{2gh}$$

$$m_2 V = (m_1+m_2)\, V'$$

$$V' = \frac{m_2\sqrt{2gh}}{m_1+m_2}$$

$$F_g = (m_1+m_2)\cdot g$$

$$(m_1+m_2)\cdot g = k\cdot(x+d)$$

$$x = \frac{(m_1+m_2)\cdot \cancel{g}\cdot d}{m_1 \cancel{g}} - d$$

$$x = \frac{m_1 d + m_2 d}{m_1} - d = d + \frac{m_2 d}{m_1} - d = \frac{m_2 d}{m_1}$$

$$\boxed{E_{ps} = \frac{kx^2}{2}}$$

$$E_k + E_{ps1} = E_{ps2}$$

$$\frac{(m_1+m_2)V'^2}{2} + \frac{k x^2}{2} = \frac{k A^2}{2}$$

$$A = \sqrt{\frac{(m_1+m_2)V'^2 + kx^2}{k}}$$

$$H = A - x$$

Z3 Kosmonauta porusza się w poprzek pojazdu kosmicznego z prędkością $v_k = 5[km/h]$ względem ścian pojazdu. Jaką prędkość poprzeczną ma ten kosmonauta względem Ziemi, jeżeli rakieta oddala się od Ziemi z prędkością $v_r = 180000[km/h]$?

Również $5\ km/h$