

Mały Projekt nr 1.

Temat: Grupy symetrii wielokątów foremnych i wielościanów platońskich

Jan Czechowski 337066

a) (a) Znaleźć wszystkie izometrie kwadratu.

```
In[114]:= DihedralGroup[4] // GroupOrder
Out[114]= 8

In[98]:= (*Pobranie elementów grupy  $D_4$ *)
d4 = DihedralGroup[4] // GroupElements;
(*Konwersja do list permutacji*)
Map[PermutationList[#, 4] &, d4]
Out[99]= {{1, 2, 3, 4}, {1, 4, 3, 2}, {2, 1, 4, 3},
          {2, 3, 4, 1}, {3, 2, 1, 4}, {3, 4, 1, 2}, {4, 1, 2, 3}, {4, 3, 2, 1}}
```

b) (b) Znaleźć wszystkie izometrie pięciokąta foremnego.

```
In[115]:= DihedralGroup[5] // GroupOrder
Out[115]= 10

In[121]:= (*Pobranie elementów grupy  $D_5$ *)
d5 = DihedralGroup[5] // GroupElements;
(*Konwersja do list permutacji*)
Map[PermutationList[#, 5] &, d5]
Out[122]= {{1, 2, 3, 4, 5}, {1, 5, 4, 3, 2}, {2, 1, 5, 4, 3}, {2, 3, 4, 5, 1}, {3, 2, 1, 5, 4},
          {3, 4, 5, 1, 2}, {4, 3, 2, 1, 5}, {4, 5, 1, 2, 3}, {5, 1, 2, 3, 4}, {5, 4, 3, 2, 1}}
```

c) (c) Znaleźć wszystkie obroty czworościanu foremego. (Grupa jest izomorficzna z grupą (A_4, \circ)).

AlternatingGroup[4] reprezentuje grupę obrotów czworościanu foremego, ponieważ grupa symetrii tej bryły jest izomorficzna z grupą parzystych permutacji czterech wierzchołków czworościanu, czyli A_4 .

```
In[116]:= AlternatingGroup[4] // GroupOrder
Out[116]= 12

In[106]:= (*Pobranie elementów grupy A4*)
a4 = AlternatingGroup[4] // GroupElements;
(*Konwersja do list permutacji*)
Map[PermutationList[#, 4] &, a4]
Out[107]= {{1, 2, 3, 4}, {1, 3, 4, 2}, {1, 4, 2, 3}, {2, 1, 4, 3}, {2, 3, 1, 4}, {2, 4, 3, 1},
{3, 1, 2, 4}, {3, 2, 4, 1}, {3, 4, 1, 2}, {4, 1, 3, 2}, {4, 2, 1, 3}, {4, 3, 2, 1}}

In[128]:= obrTetraJednostkowy = 1; (*identyczność*)
obrTetraWierzchołek = 8;
(*osie przechodzące przez wierzchołek i środek przeciwległej ściany*)
obrTetraKrawędź = 3; (*osie między środkami przeciwległych krawędzi*)

In[131]:= obrTetraJednostkowy + obrTetraKrawędź + obrTetraWierzchołek
Out[131]= 12
```

d) (d) Znaleźć wszystkie obroty sześcianu (lub ośmiościanu foremego). (Grupa jest izomorficzna z grupą (S_4, \circ)).

SymmetricGroup[4] reprezentuje grupę obrotów sześcianu (lub ośmiościanu foremego), ponieważ grupa symetrii tych brył jest izomorficzna z grupą permutacji czterech osi symetrii sześcianu, czyli S_4 .

```
In[117]:= SymmetricGroup[4] // GroupOrder
Out[117]= 24

In[108]:= (*Pobranie elementów grupy S4*)
s4 = SymmetricGroup[4] // GroupElements;
(*Konwersja do list permutacji*)
Map[PermutationList[#, 4] &, s4]
Out[109]= {{1, 2, 3, 4}, {1, 2, 4, 3}, {1, 3, 2, 4}, {1, 3, 4, 2}, {1, 4, 2, 3}, {1, 4, 3, 2},
{2, 1, 3, 4}, {2, 1, 4, 3}, {2, 3, 1, 4}, {2, 3, 4, 1}, {2, 4, 1, 3}, {2, 4, 3, 1},
{3, 1, 2, 4}, {3, 1, 4, 2}, {3, 2, 1, 4}, {3, 2, 4, 1}, {3, 4, 1, 2}, {3, 4, 2, 1},
{4, 1, 2, 3}, {4, 1, 3, 2}, {4, 2, 1, 3}, {4, 2, 3, 1}, {4, 3, 1, 2}, {4, 3, 2, 1}}

In[144]:= obrSzescianJednostkowy = 1; (*identyczność*)
obrSzescianPrzekatna = 6; (*osie przechodzące przez przeciwległe wierzchołki*)
obrSzescianSciana = 8; (*osie przechodzące przez środek przeciwległych ścian*)
obrSzescianKrawędź = 9; (*osie przechodzące przez środek przeciwległych krawędzi*)
```

```
In[148]:= obrSzescianJednostkowy + obrSzescianPrzekatna + obrSzescianSciana + obrSzescianKrawedz
Out[148]= 24
```

e) (e) Znaleźć wszystkie obroty dwunastościanu foremnego (lub dwudziestościanu foremnego).
(Grupa jest izomorficzna z grupą (A_5, \circ)).

```
In[118]:= AlternatingGroup[5] // GroupOrder
Out[118]= 60
```

```
In[112]:= (*Pobranie elementów grupy  $A_5$ *)
a5 = AlternatingGroup[5] // GroupElements;
(*Konwersja do list permutacji*)
Map[PermutationList[#, 5] &, a5]
```

```
Out[113]= {{1, 2, 3, 4, 5}, {1, 2, 4, 5, 3}, {1, 2, 5, 3, 4}, {1, 3, 2, 5, 4}, {1, 3, 4, 2, 5},
{1, 3, 5, 4, 2}, {1, 4, 2, 3, 5}, {1, 4, 3, 5, 2}, {1, 4, 5, 2, 3}, {1, 5, 2, 4, 3},
{1, 5, 3, 2, 4}, {1, 5, 4, 3, 2}, {2, 1, 3, 5, 4}, {2, 1, 4, 3, 5}, {2, 1, 5, 4, 3},
{2, 3, 1, 4, 5}, {2, 3, 4, 5, 1}, {2, 3, 5, 1, 4}, {2, 4, 1, 5, 3}, {2, 4, 3, 1, 5},
{2, 4, 5, 3, 1}, {2, 5, 1, 3, 4}, {2, 5, 3, 4, 1}, {2, 5, 4, 1, 3}, {3, 1, 2, 4, 5},
{3, 1, 4, 5, 2}, {3, 1, 5, 2, 4}, {3, 2, 1, 5, 4}, {3, 2, 4, 1, 5}, {3, 2, 5, 4, 1},
{3, 4, 1, 2, 5}, {3, 4, 2, 5, 1}, {3, 4, 5, 1, 2}, {3, 5, 1, 4, 2}, {3, 5, 2, 1, 4},
{3, 5, 4, 2, 1}, {4, 1, 2, 5, 3}, {4, 1, 3, 2, 5}, {4, 1, 5, 3, 2}, {4, 2, 1, 3, 5},
{4, 2, 3, 5, 1}, {4, 2, 5, 1, 3}, {4, 3, 1, 5, 2}, {4, 3, 2, 1, 5}, {4, 3, 5, 2, 1},
{4, 5, 1, 2, 3}, {4, 5, 2, 3, 1}, {4, 5, 3, 1, 2}, {5, 1, 2, 3, 4}, {5, 1, 3, 4, 2},
{5, 1, 4, 2, 3}, {5, 2, 1, 4, 3}, {5, 2, 3, 1, 4}, {5, 2, 4, 3, 1}, {5, 3, 1, 2, 4},
{5, 3, 2, 4, 1}, {5, 3, 4, 1, 2}, {5, 4, 1, 3, 2}, {5, 4, 2, 1, 3}, {5, 4, 3, 2, 1}}
```

```
In[149]:= obrDwunastoscianJednostkowy = 1; (*identyczność*)
obrDwunastoscianPrzekatna = 15; (*osie przechodzące przez przeciwległe wierzchołki*)
obrDwunastoscianSciana = 20; (*osie przechodzące przez środki przeciwległych ścian*)
obrDwunastoscianKrawedz = 24; (*osie przechodzące przez środki przeciwległych krawędzi*)
```

```
In[153]:= obrDwunastoscianJednostkowy + obrDwunastoscianPrzekatna +
obrDwunastoscianSciana + obrDwunastoscianKrawedz
```

```
Out[153]= 60
```