MAT3, KOLOKWIUM 1 **20.04.2021**

- Treść zadań jest uzależniona od parametru **a**, który równy jest liczbie liter w Pani/Pana nazwisku. Rozwiązywanie każdego zadania proszę zacząć od zastąpienia parametru otrzymaną liczbą.
- Kolokwium piszemy w godzinach 8.30-10.00. Potem mają Państwo 15 minut na odesłanie mi rozwiązań na czacie Teamsowym albo mailowo.
- Włączona kamera jest warunkiem koniecznym przystąpienia do kolokwium.
- W dowolnym miejscu pracy proszę zamieścić oświadczenie o treści *Oświadczam, że niniejsza praca stanowiąca podstawę do uznania osiągnięcia efektów uczenia się z przedmiotu Matematyka 3 została wykonana przeze mnie samodzielnie* i podpisać je imieniem i nazwiskiem oraz numerem albumu. Prace bez załączonego oświadczenia nie będą sprawdzane.
- Po przesłaniu rozwiązań proszę w przeciągu kilku godzin umieścić wydruki rozwiązań i oświadczenia w swoim Notesie wykładowym w sekcji KOLOKWIUM 1 w formie niewymagającej edytowania (rozpakowywania, zmniejszania, powiększania, przesuwania, obracania itp.).

---

1. (2p) Oblicz dwie ostatnie cyfry liczby 2^{1100+a}.
2. (2p) Czy grupa $(\mathbb{Z}_4, +_4) \times (\mathbb{Z}_a, +_a)$ jest cykliczna? Odpowiedź uzasadnij. Podaj rzędy elementów $(2, a-2)$, $(3, a-3)$ należących do tej grupy.
3. (2p) Wskaż wszystkie nietrywialne podgrupy w grupie $(\mathbb{Z}_{18}^*, \cdot_{18})$.
4. (2,5p) Oblicz rząd macierzy A w zależności od parametru rzeczywistego m, jeżeli
$$A = \begin{bmatrix} 1-m & 2 & 1 & m \\ 1 & 2-m & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1-m & m \end{bmatrix}.$$
5. (2,5p) Oblicz wyznacznik macierzy B, gdzie
$$B = \begin{bmatrix} a-3 & 1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & -2 \\ a-3 & 2 & 0 & 2 \end{bmatrix},$$
a następnie dowolną metodą wyznacz $(B_{41})^{-1}$.
6. (2p) Wykaż, korzystając z tw. Kroneckera-Capellego, że poniższy układ równań ma rozwiązania, a następnie go rozwiąż:
$$\begin{cases} (a-4)x_1 + x_2 + 3x_4 + 2x_5 = a-3 \\ (a-4)x_1 - x_3 + 2x_4 = a-3 \\ (a-4)x_1 + x_2 + x_4 + 2x_5 = a-3 \\ (a-4)x_1 - x_3 = a-3 \end{cases}$$

Powodzenia!