

Algebra 3

Jan Pantner (jan.pantner@gmail.com)

20. oktober 2024

Kazalo

1	Vaje	3
---	------	---

1 Vaje

Vaje 1

1. Dokaži, da je število $\sqrt{2} + i\sqrt{3}$ algebraično. Poišči njegov minimalni polinom.
2. Določi $[\mathbb{Q}(\sqrt{2} + \sqrt[3]{2}) : \mathbb{Q}]$, $[\mathbb{Q}(\sqrt{2} + \sqrt[4]{2}) : \mathbb{Q}]$ in $[\mathbb{Q}(\sqrt[6]{2}) : \mathbb{Q}(\sqrt{2})]$.
3. Naj bo K/\mathbb{Q} kvadratična razširitev (tj. razširitev stopnje 2). Dokaži, da obstaja enolično določeno celo število $a \in \mathbb{Z}, a \neq 1$, brez kvadratov, za katerega je $K \cong \mathbb{Q}(\sqrt{a})$.
4. Naj bo $p \in \mathbb{N}$ praštevilo in $\zeta = e^{2\pi i/p}$ primitivni p -ti koren enote. Dokaži, da je ζ algebraično število, in določi stopnjo $[\mathbb{Q}(\zeta) : \mathbb{Q}]$.

Opomba: Če je polje K razširitev polja F (tj. $F \subseteq K$), včasih pišemo K/F . Tako lahko npr. namesto “ K je algebraična razširitev F ” pišemo “ K/F je algebraična razširitev”.

7. oktober 2024