

Tukaj je zbranih nekaj uvodnih nalog iz teme funkcijskih enačb. Za namige, nasvete in rešitve me lahko kontaktirate na jan.pantner@gmail.com.

1. Ali obstaja kakšna taka funkcija $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, da za vsaki realni števili x in y velja

$$f(x) - f(x)f(y) = xy.$$

Če obstaja, poišči vse take funkcije.

2. Poišči vse take funkcije $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, da za vsaki realni števili x in y velja

$$f(x - y) = f(x) + f(y) - 2xy.$$

3. Poišči vse take funkcije $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, da za vsaki realni števili x in y velja

$$f(x^2 - y^2) = f(x + y)^3.$$

4. Poišči vse take funkcije $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, da za vsaki realni števili x in y velja

$$f(xy) = xf(x) + yf(y).$$

5. Poišči vse take funkcije $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, da za vsaki realni števili x in y velja

$$2f\left(x + \frac{y}{2}\right) + f(x + 2y) - f(x) + 2f\left(\frac{y}{2}\right) = 6x + 12y - 4.$$

6. Poišči vse take funkcije $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, da za vsaki realni števili x in y velja

$$f(x)f(2y) = f(x + 4y).$$

7. Poišči vse take funkcije $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, da za vsaki realni števili x in y velja

$$|x|f(y) + yf(x) = f(xy) + f(x^2) + f(f(y)).$$

8. Poišči vse take funkcije $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, da za vsaki realni števili x in y velja

$$f(x + y) + f(x)f(y) = x^2y^2 + 2xy.$$

9. Poišči vse take funkcije $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, da za vsa realna števila x , y in z velja

$$\frac{1}{2}f(xy) + \frac{1}{2}f(xz) - f(x)f(yz) \geq \frac{1}{4}.$$

10. Poišči vse take funkcije $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, da za vsaki naravni števili x in y velja

$$f(x + y) = f(x) + f(y) + 3(x + y)\sqrt[3]{f(x)f(y)}.$$

11. Poišči vse take funkcije $f: [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$, ki zadoščajo naslednjim pogojem:

- (a) Za vsaka $x, y \geq 0$, ne oba 0, je $f(xf(y))f(y) = f\left(\frac{xy}{x+y}\right)$.

- (b) $f(1) = 0$.

- (c) Če je $x > 1$, potem je $f(x) > 0$.