

Vaja 2: Histogram slike

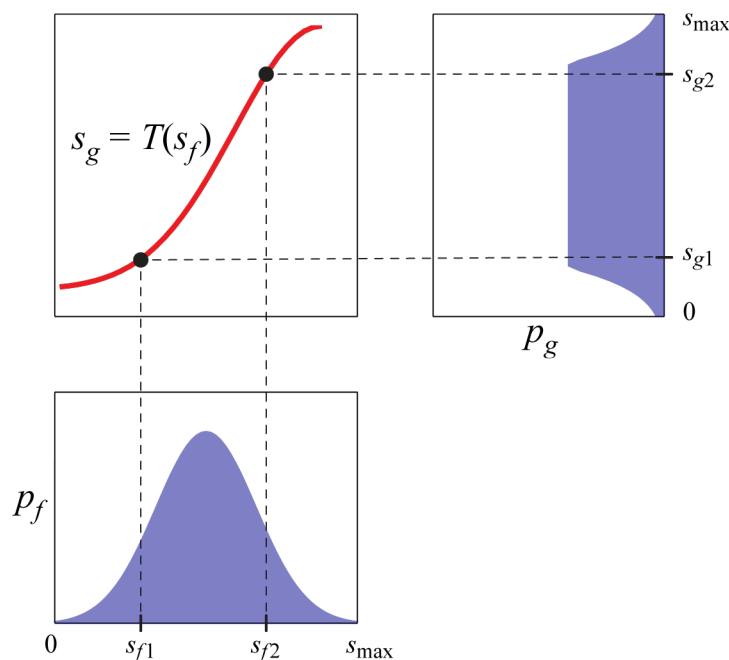
Izravnavanje histograma slike

Pri postopku izravnavanja histograma slike iščemo nelinearno preslikavo T :

$$g = T(f) \quad \text{oz.} \quad s_g = T(s_f), \quad (1)$$

ki bo intenzitete s_f slike $f = f(x, y)$ preslikala tako, da bodo intenzitete s_g pridobljene slike $g = g(x, y)$ uniformno oz. enakomerno porazdeljene preko celotnega dinamičnega območja intenzitet, kar pomeni, da bo verjetnost nastopanja posamezne intenzitete s_g enaka in konstantna: $p_g(s_g) = \frac{1}{s_{\max}} = \text{konst.}$

Preslikava T je torej taka, da je površina pod normaliziranim histogramom p_f slike f na poljubnem intervalu $[s_{f1}, s_{f2}]$ enaka površini pod normaliziranim histogramom p_g slike g na intervalu $[s_{g1}, s_{g2}]$, pri čemer najprej predpostavimo, da so intenzitete s_f in s_g zvezne naključne spremenljivke na intervalu $[0, s_{\max}]$:



Ker enako velja za intervala $[0, s_f]$ in $[0, s_g]$, lahko na podlagi infinitezimalnega računa in enačbe (1) definiramo s_g in posredno preslikavo T kot:

$$\int_0^{s_f} p_f(s) ds = s_g \cdot \frac{\int_0^{s_{\max}} p_g(s) ds}{s_{\max}} = s_g \cdot \frac{1}{s_{\max}} \quad (2)$$

$$s_g = T(s_f) = s_{\max} \int_0^{s_f} p_f(s) ds.$$

V diskretni obliki torej preslikava T iz enačbe (2) zavzame obliko:

$$s_i \longrightarrow T(s_i) = \left\lfloor s_{\max} \cdot \sum_{s=0}^{s_i} p_f(s) \right\rfloor = \left\lfloor s_{\max} \cdot CDF(s_i) \right\rfloor, \quad (3)$$

kjer je $\lfloor \cdot \rfloor$ operator zaokroževanja navzdol na celo število (lahko se uporabi tudi drug način zaokroževanja).

Dodatne izpeljave:

Če je preslikava T odvedljiva (načeloma je, ker je monotonno naraščajoča in zvezna), potem z odvajanjem enačbe (2) po s_f dobimo:

$$\frac{ds_g}{ds_f} = s_{\max} \cdot \frac{d}{ds_f} \left(\int_0^{s_f} p_f(s) ds \right) = s_{\max} \cdot p_f(s_f). \quad (4)$$

Če obstaja inverzna preslikava T^{-1} : $s_f = T^{-1}(s_g)$, potem na podlagi infinitizemalnega računa (integracija z uvedbo nove spremenljivke) in teorije verjetnosti sledi, da za dani normalizirani histogram $p_f(s_f)$ lahko določimo normalizirani histogram $p_g(s_g)$ kot:

$$p_g(s_g) = p_f(s_f) \cdot \frac{ds_f}{ds_g}. \quad (5)$$

Iz enačbe (4) in enačbe (5) sledi:

$$\begin{aligned} p_g(s_g) &= p_f(s_f) \cdot \frac{1}{\frac{ds_g}{ds_f}} \\ p_g(s_g) &= p_f(s_f) \cdot \frac{1}{s_{\max} \cdot p_f(s_f)} \\ p_g(s_g) &= \frac{1}{s_{\max}}. \end{aligned} \quad (6)$$

Ker je vrednost normaliziranega histograma p_g pri vsaki intenziteti s_g konstantna oz. enaka $\frac{1}{s_{\max}}$, je histogram slike g izravnal: $p_g(s_g) = \frac{1}{s_{\max}} = \text{konst.}$