

Laboratorium 7

Układy równań - metody bezpośrednie

Jan Rajczyk

3 maja 2021

1 Zadania

1.1 Zadania laboratoryjne

Korzystając z przykładu napisz program, który:

1. Jako parametr pobiera rozmiar układu równań n
2. Generuje macierz układu $A(n \times n)$ i wektor wyrazów wolnych $b(n)$
3. Rozwiązuje układ równań na trzy sposoby:
 - (a) poprzez dekompozycję LU macierzy A : $A = LU$, posługując się funkcjami GSL: `gsl_linalg_LU_decomp()` i `gsl_linalg_LU_solve()`; wydrukować na ekran wyjściową macierz (parametr pierwszy) i wektor (parametr drugi)
 - (b) poprzez odwrócenie macierzy A : $x = A^{-1}b$, posługując się funkcją GSL: `gsl_linalg_LU_invert()`; sprawdzić czy $AA^{-1} = I$ i $A^{-1}A = I$ (macierz jednostkowa)
 - (c) poprzez dekompozycję QR macierzy A : $A = QR$, posługując się funkcjami GSL: `gsl_linalg_QR_decomp()` i `gsl_linalg_QR_solve()`; wydrukować na ekran wyjściową macierz (parametr pierwszy) i wektor (parametr drugi)
4. Sprawdzić poprawność rozwiązania (tj., czy $Ax = b$)
5. Zmierzyć całkowity czas rozwiązania układu - do mierzenia czasu można skorzystać z przykładowego programu dokonującego pomiaru czasu procesora spędzonego w danym fragmencie programu.
6. Porównać czasy z trzech sposobów: poprzez dekompozycję LU, poprzez odwrócenie macierzy i poprzez dekompozycję QR.

1.2 Zadania domowe

Narysuj wykres zależności całkowitego czasu rozwiązywania układu (LU, QR, odwrócenie macierzy) od rozmiaru układu równań. Wykonaj pomiary dla 5 wartości z przedziału od 10 do 100.

2 Rozwiązania:

Każdy program został napisany w języku C oraz umieszczony w miejscu na zadania obok niniejszego dokumentu.

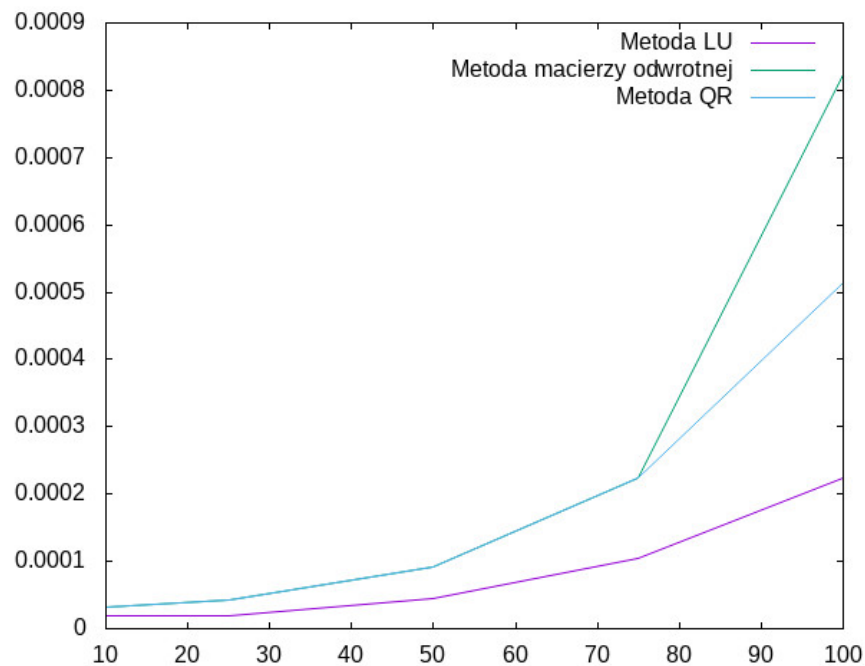
Do rozwiązania każdego z problemów wykorzystałem odpowiednie funkcje z biblioteki `gsl`. Co ciekawe mnożenie macierzy nie znajduje się w funkcjach typu `gsl_matrix`, zaś w `gsl_blas`. Poniższa tabelka pokazuje czasy działania dla trzech metod rozwiązywania układu oraz pięciu różnych n (10, 25, 50, 75, 100).

LU	Macierz odwrotna	QR	
10	0.000020	0.000015	0.000033
25	0.000019	0.000031	0.000042
50	0.000044	0.000121	0.000092
75	0.000104	0.000348	0.000224
100	0.000224	0.000824	0.000515

Tabela 1: Wyniki dla pięciu pomiarów dla metod: dekompozycji LU, metody macierzy odwrotnej oraz metody QR

Rozkład danych można dobrze zobaczyć na wykresie, który wykonałem poniższym poleceniem w programie .

```
plot "LU.txt" with lines title "Metoda_LU", \
"inv.txt" with lines title "Metoda_macierzy_odwrotnej", \
"qr.txt" with lines title "Metoda_QR"
```



Rysunek 1: Wykres zależności czasu rozwiązywania równania od ilości zmiennych dla metod LU, macierzy odwrotnej oraz QR

Wnioski: Jak łatwo można zauważyć najszybszą metodą jest metoda dekompozycji LU. Od samego początku widać jej przewagę nad dwiema pozostałymi i jej czas działania jest nawet dwukrotnie mniejszy od czasu działania pozostałych metod. Metody odwróconej macierzy oraz QR mają podobny czas działania, z korzyścią dla tej ostatniej przy większych danych.

3 Bibliografia

Włodzimierz Funika *Materiały ze strony*

Katarzyna Rycerz *Wykład z przedmiotu Metody Obliczeniowe w Nauce i Technice*

<https://www.wolframalpha.com>

https://pl.wikipedia.org/wiki/Rozk%C5%82ad_QR

https://pl.wikipedia.org/wiki/Macierz_odwrotna

https://pl.wikipedia.org/wiki/Metoda_LU