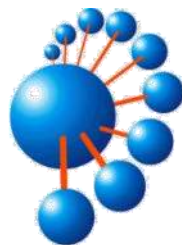


# Búsqueda con adversario (parte 1)

Julio Godoy  
DIICC



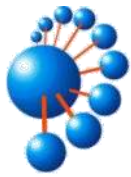


- Ambiente multiagente
  - Comportamiento de otros agentes muchas veces impredecible
  - Dificultan la toma de decisiones de un agente
  - Asumimos ambientes competitivos
    - Objetivos de los agentes están en conflicto
  - Teoría de juegos
    - Rama de la economía que considera ambientes multiagente como juegos



# Ambiente

- Determinista
- Observable
- Decisiones se toman **en turnos**
- Dos agentes/jugadores
- La utilidad de un estado final es opuesta con la misma magnitud
  - Juego de suma cero/constante o zero sum game



# Formulación de Problemas de Búsqueda



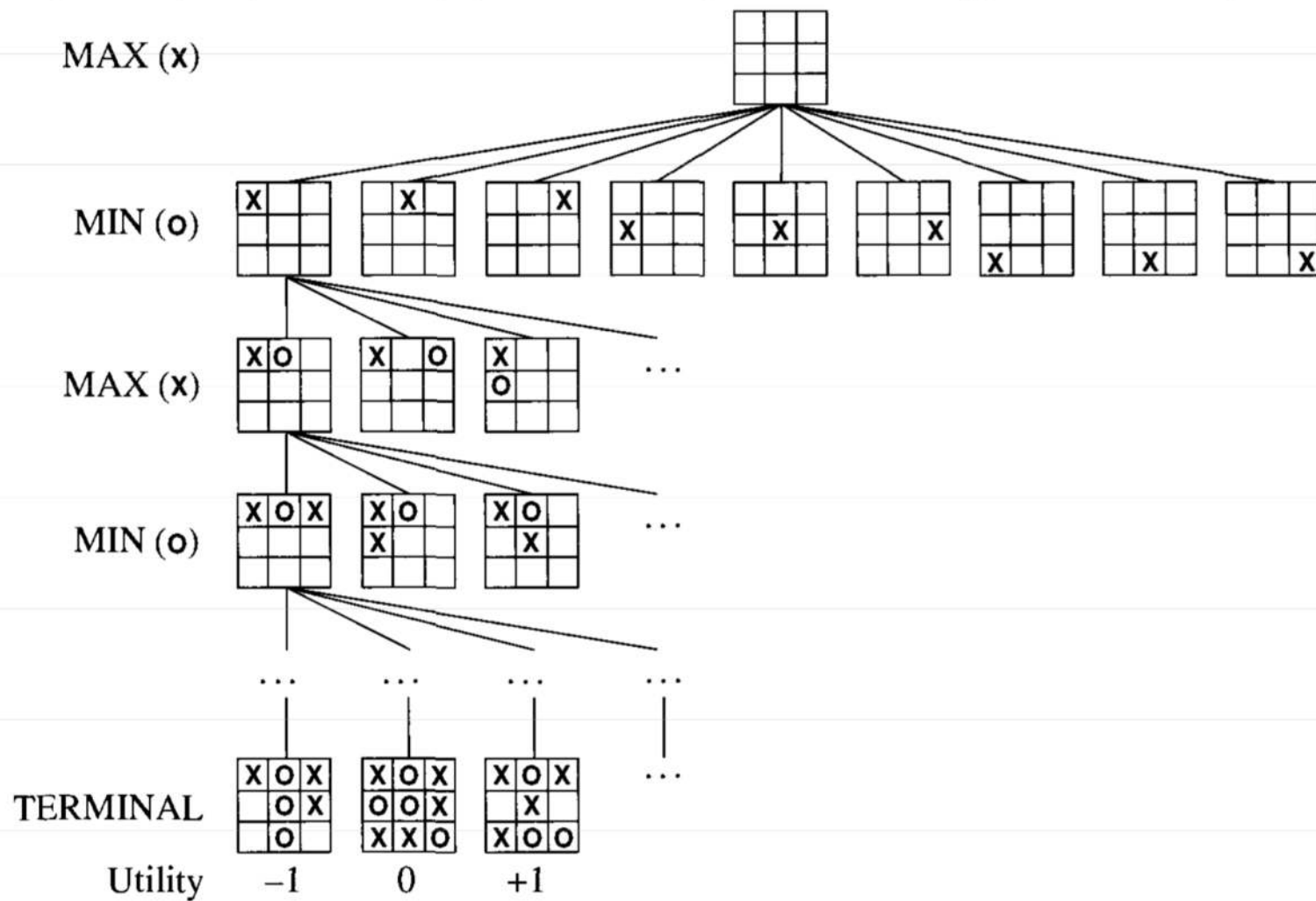
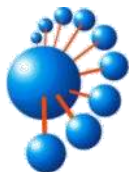
- estado inicial
  - tablero, posiciones de piezas
  - ¿de quién es el turno?
- operadores
  - definen los movimientos legales
- test objetivo
  - determina cuándo termina el juego
  - calcula el resultado
    - ganado, perdido, empate
- función de utilidad o resultado
  - valor numérico que mide la ganancia del juego



# Juegos para dos Personas



- En juegos con dos jugadores
  - llamados MIN y MAX
  - generalmente MAX mueve primero, luego se turnan
- MAX debe encontrar una estrategia para llegar a un estado ganador
  - no importa lo que haga MIN
- MIN hace lo mismo
  - o al menos trata de evitar que MAX gane
- información completa
  - ambos jugadores conocen el estado completo del ambiente





# Decisiones Perfectas



- Basadas en una estrategia racional (óptima) para MAX
  - recorren todas las partes relevantes del árbol de búsqueda
    - esto debe incluir posibles movidas de MIN
  - identifican un camino que lleva a MAX a un estado ganador
- A menudo no es muy práctico
  - limitaciones de tiempo y espacio

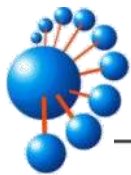


# Estrategia Minimax



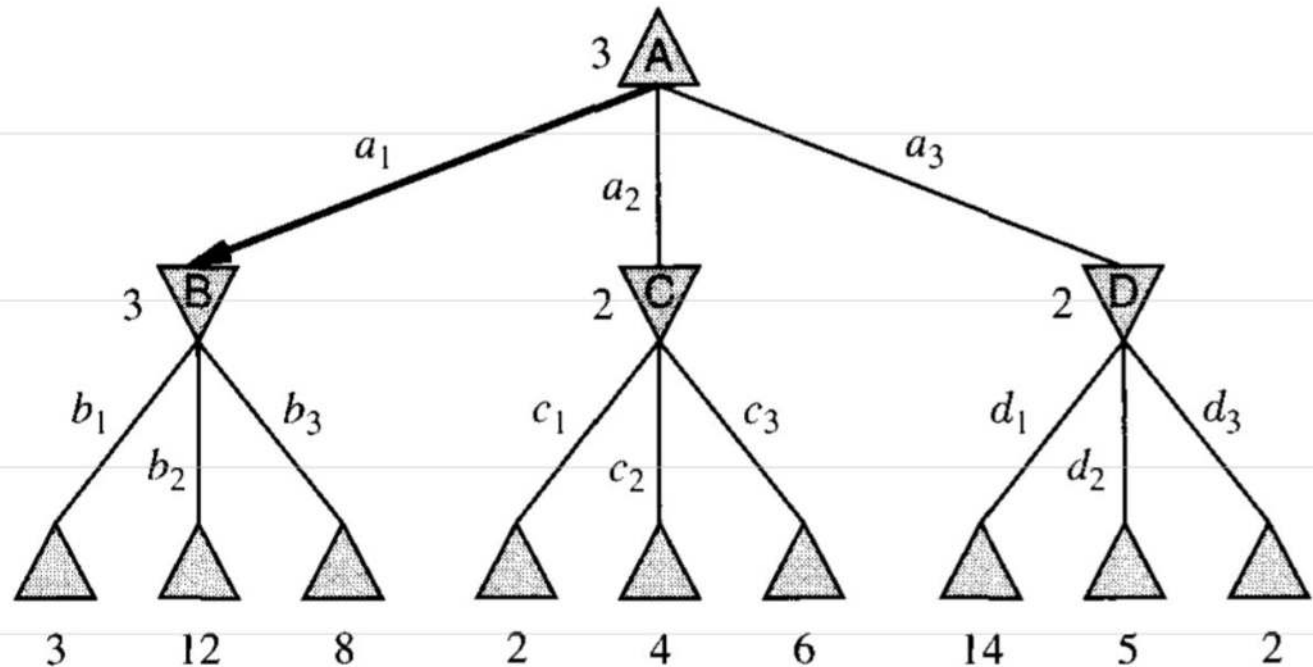
- Estrategia óptima para MAX:
  - Genera el árbol de juego completo
  - calcula el valor de cada estado terminal basado en la función de utilidad
  - calcula la utilidad de los nodos de mayor nivel, partiendo de los nodos hoja hacia la raíz
  - MAX selecciona el nodo con valor más alto
  - MAX supone que MIN en su movida seleccionará el nodo que minimiza el valor





MAX

MIN



MINIMAX-VALUE( $n$ ) =

$$\begin{cases} \text{UTILITY}(n) & \text{if } n \text{ is a terminal state} \\ \max_{s \in \text{Successors}(n)} \text{MINIMAX-VALUE}(s) & \text{if } n \text{ is a MAX node} \\ \min_{s \in \text{Successors}(n)} \text{MINIMAX-VALUE}(s) & \text{if } n \text{ is a MIN node.} \end{cases}$$



# Algoritmo MiniMax



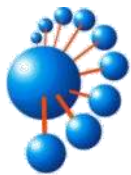
```
function Minimax-Decision(juego) returns operador  
  for each op in Operadores[juego] do  
    Valor[op] := Minimax-Valor(Aplica(op,juego), juego)  
  end  
  return op con el mayor valor[op]
```

```
function Minimax-Valor(estado,juego) returns valor de utilidad  
  if Test-Objetivo [juego](estado) then  
    return Utilidad[juego](estado)  
  else if mueve Max then  
    return el mayor Minimax-Valor de exitosos(estado)  
  else  
    return el menor Minimax-Valor de exitosos(estado)
```

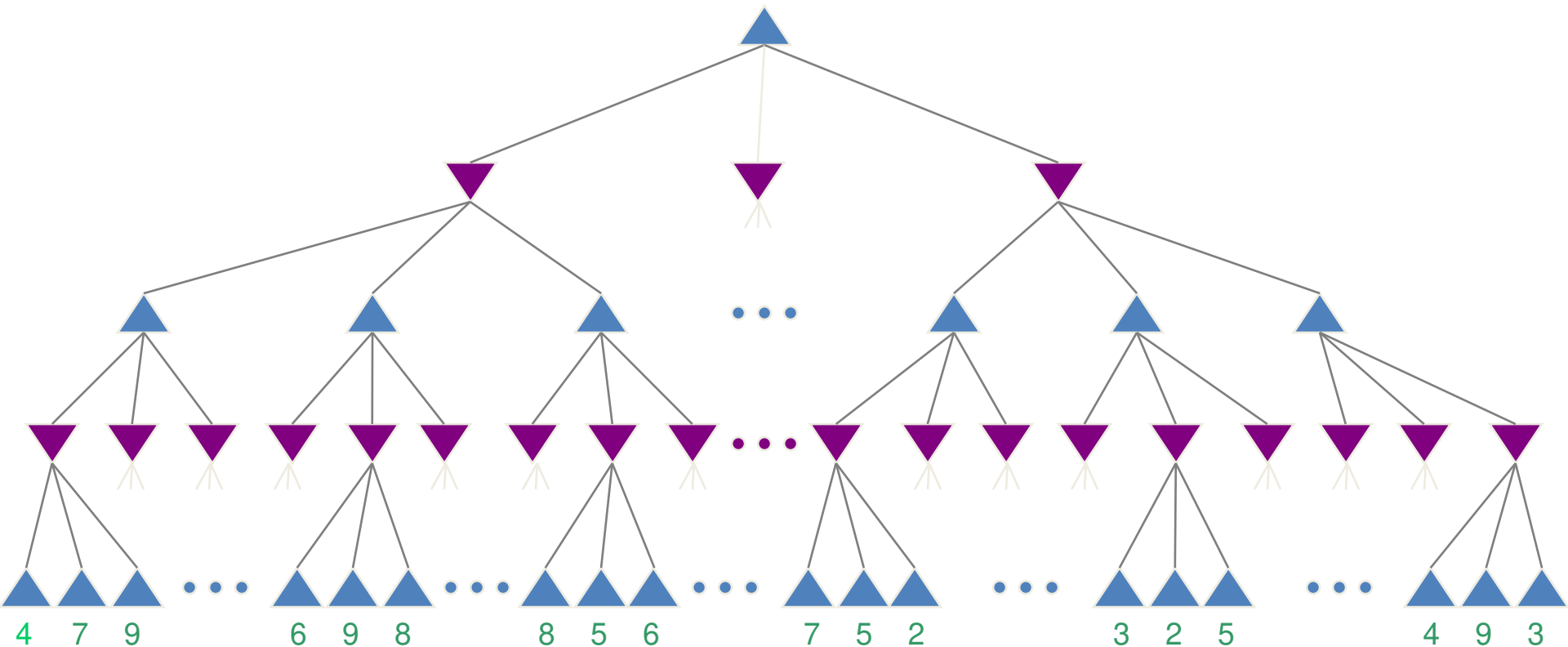


# Propiedades Minimax

- Basado en búsqueda en profundidad
  - implementación recursiva
- complejidad temporal:  $O(b^m)$
- complejidad espacial:  $O(bm)$ 
  - donde **b** es el factor de ramificación y **m** la profundidad máxima del árbol de búsqueda



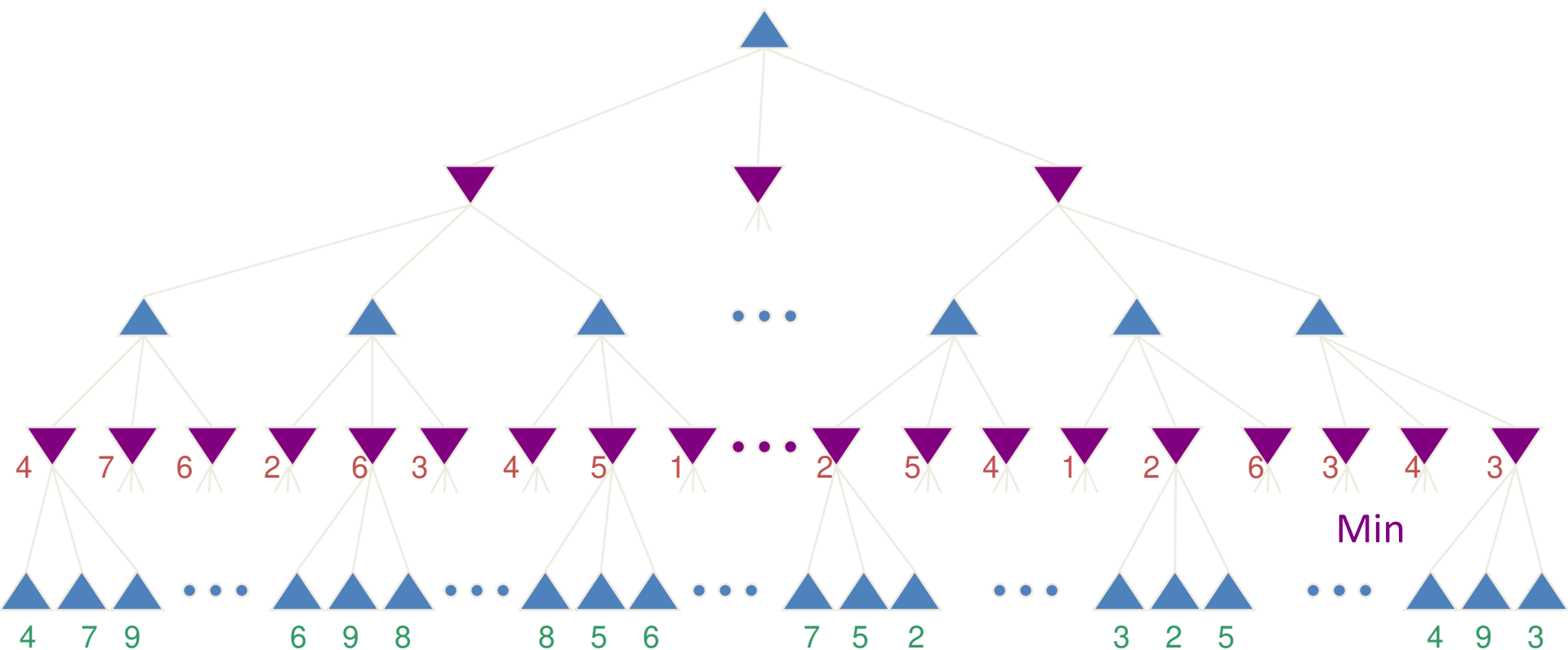
# Ejemplo Minimax



Nodos terminales: valores calculados a partir de la función de utilidad



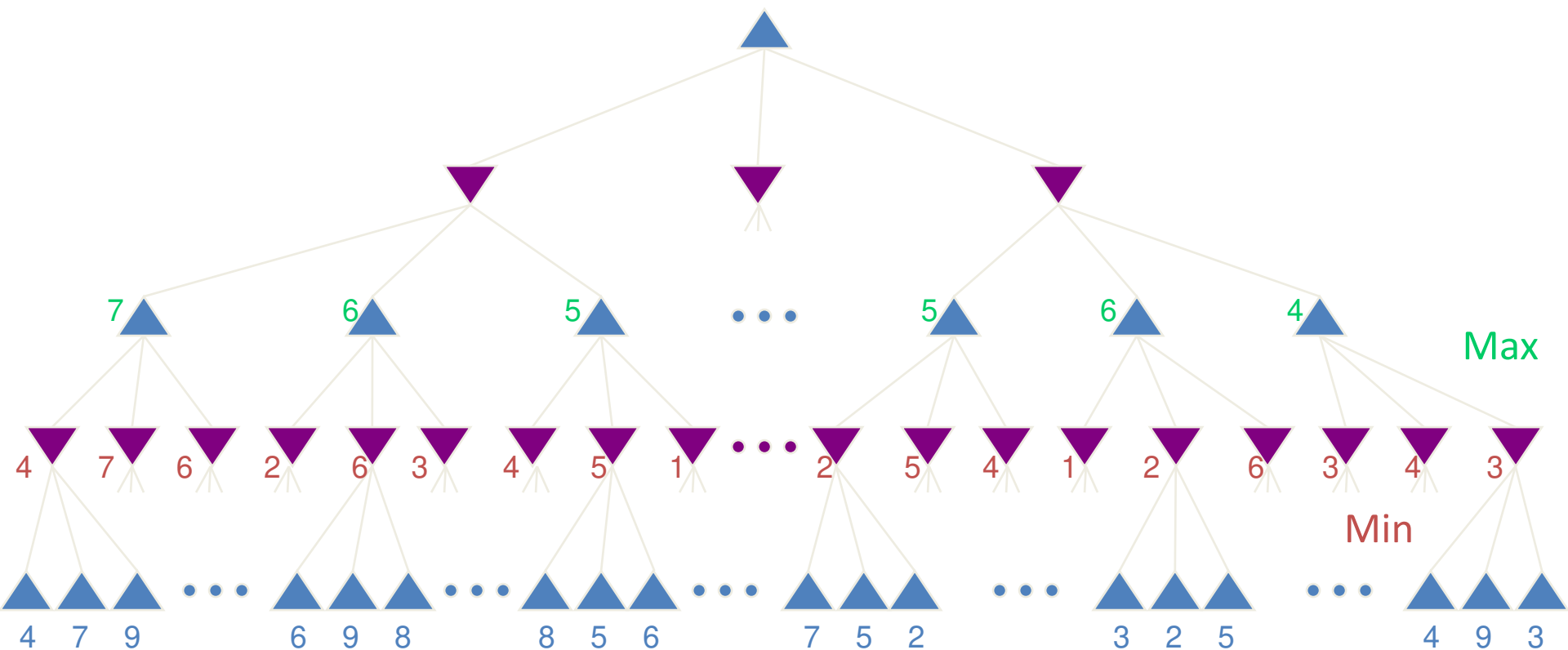
# Ejemplo Minimax



Otros nodos: valores calculados vía algoritmo minimax

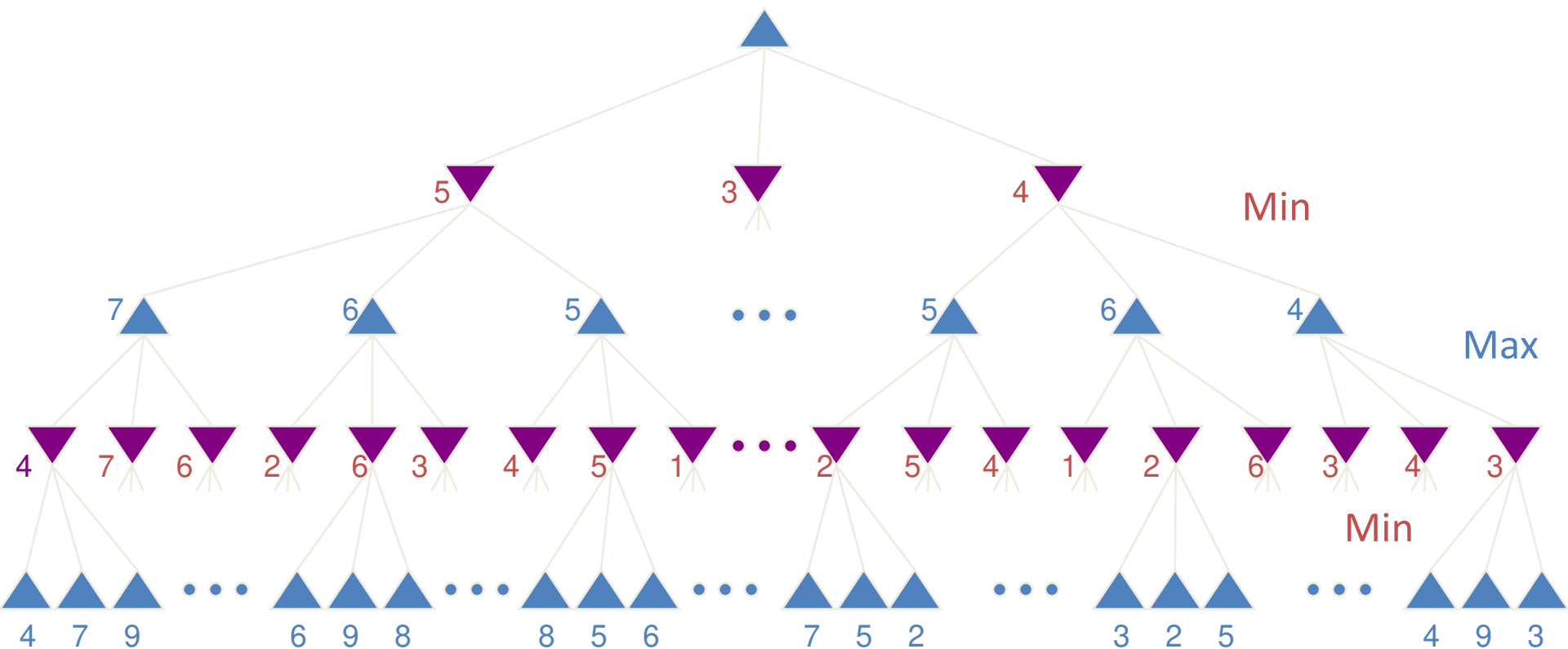


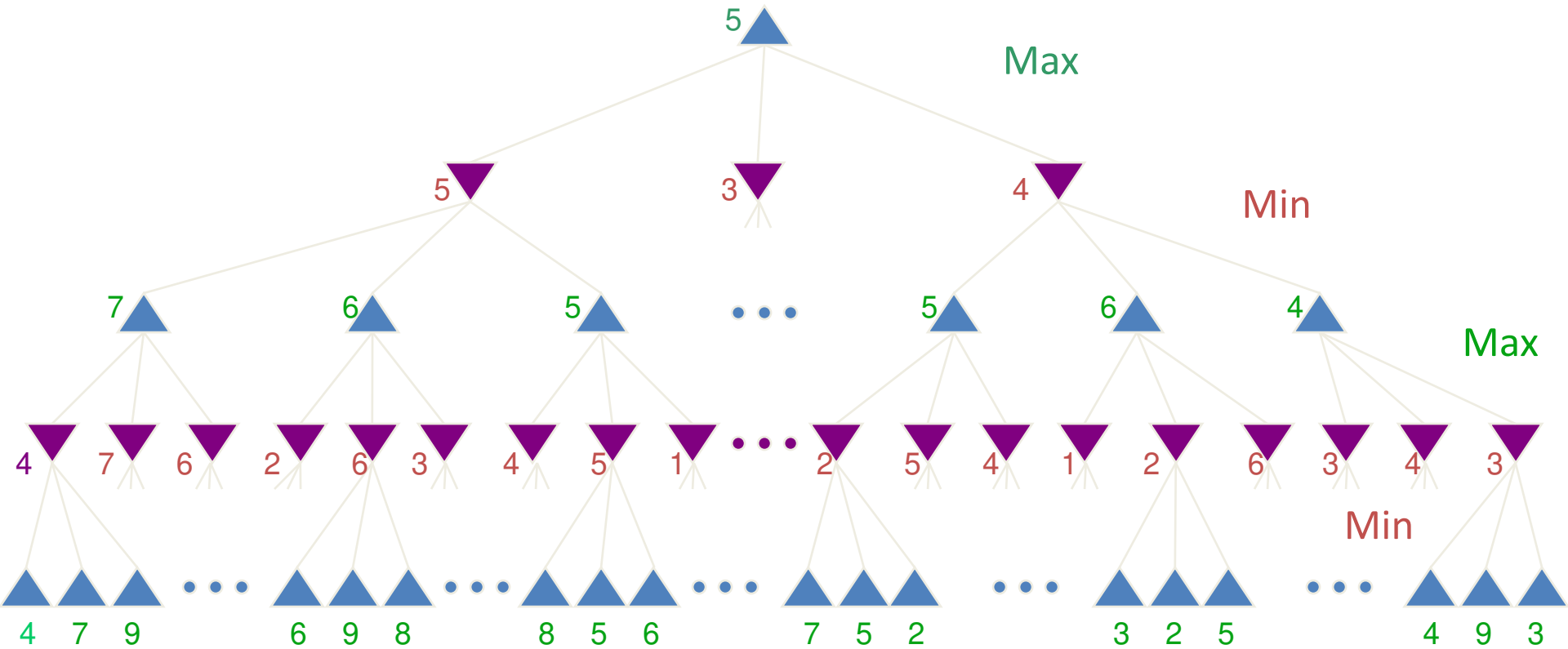
# Ejemplo Minimax





# Ejemplo Minimax

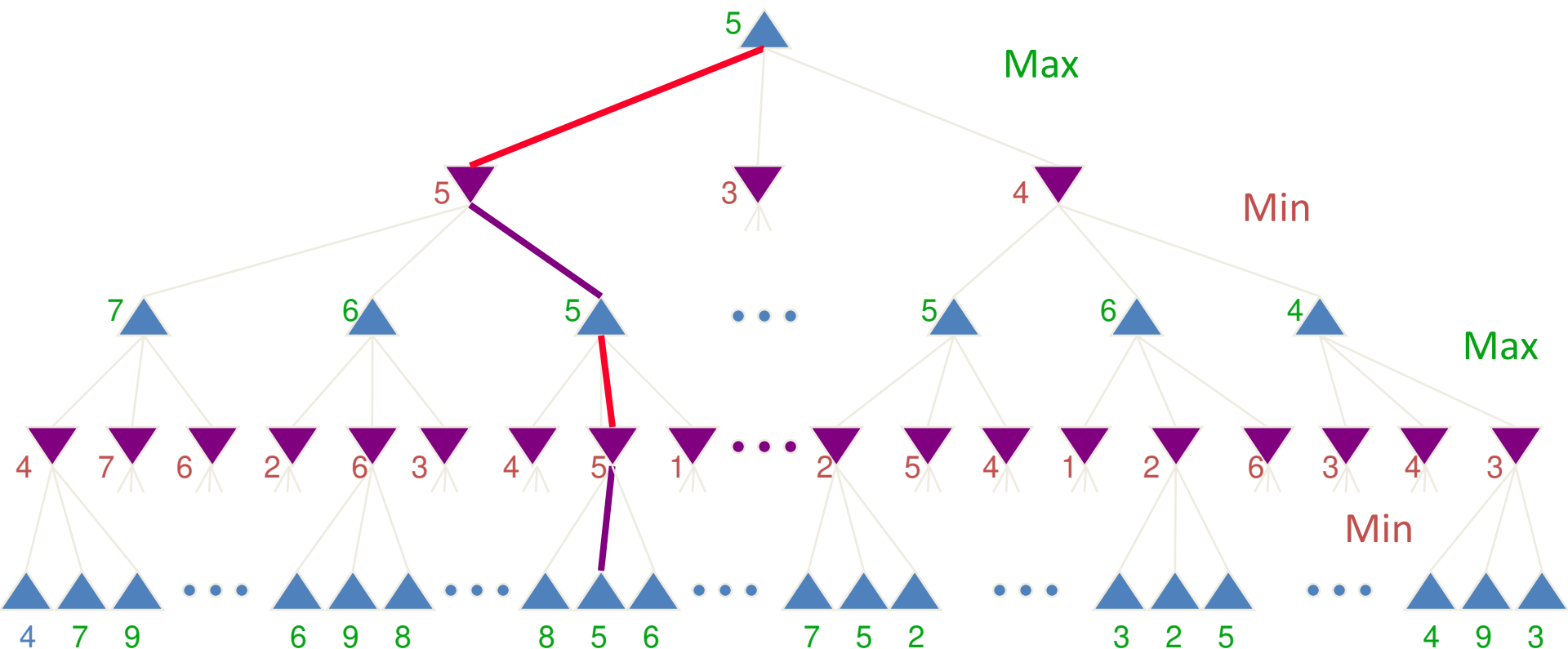








# Ejemplo Minimax

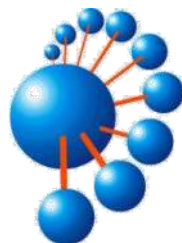


Movidas por Max y contramovidas por Min

Fin parte 1

# Búsqueda con adversario (parte 2)

Julio Godoy  
DIICC





# Poda



- Descarta partes del árbol de búsqueda
  - que garantizadamente no serán buenos movimientos
- Resulta un ahorro substancial tanto en tiempo como en espacio
  - sin embargo, la parte de la tarea que queda puede ser exponencial



# Poda Alfa-Beta



- Descarta movimientos que con certeza no tendrán una buena evaluación
  - nodos superiores en el árbol tienen una mejor opción
- Se aplica a movimientos de ambos jugadores
  - $\alpha$  indica la mejor elección para Max así que nunca disminuirá
  - $\beta$  indica la mejor elección para Min así que nunca aumentará
- Es una extensión del minimax
  - como resultado entrega el mismo movimiento que minimax, pero menos costoso



# Algoritmo Alfa-Beta



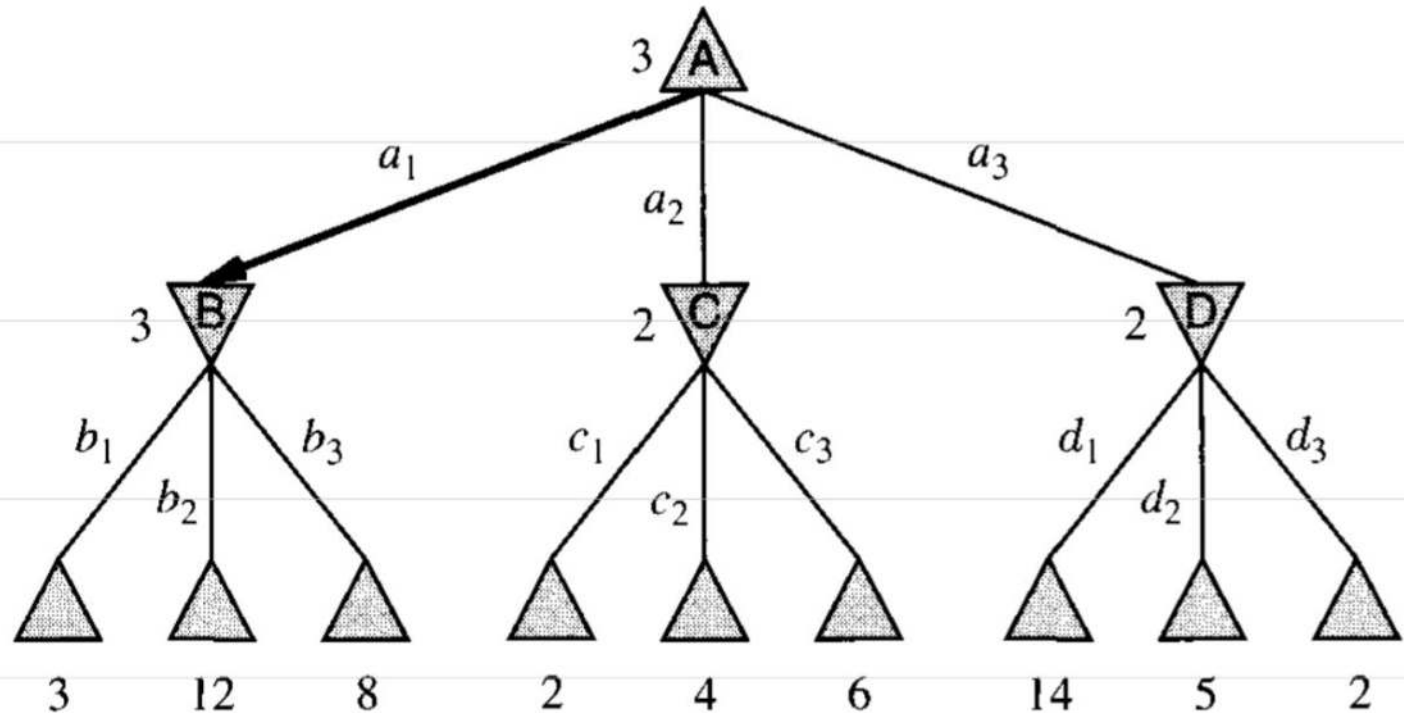
```
function Max-Value(estado, juego, alfa, beta) returns el valor minimax de estado  
if Cutoff-Test (estado) then return Eval(estado)  
  for each s in Sucesores(estado) do  
    alfa := Max (alfa, Min-Value(s, juego, alfa, beta))  
    if alfa >= beta then return beta  
  end  
return alfa
```

```
function Min-Value(estado, juego, alfa, beta) returns el valor minimax de estado  
if Cutoff-Test (estado) then return Eval(estado)  
  for each s in Sucesores(estado) do  
    beta := Min (beta, Max-Value(s, juego, alfa, beta))  
    if beta <= alfa then return alfa  
  end  
return beta
```

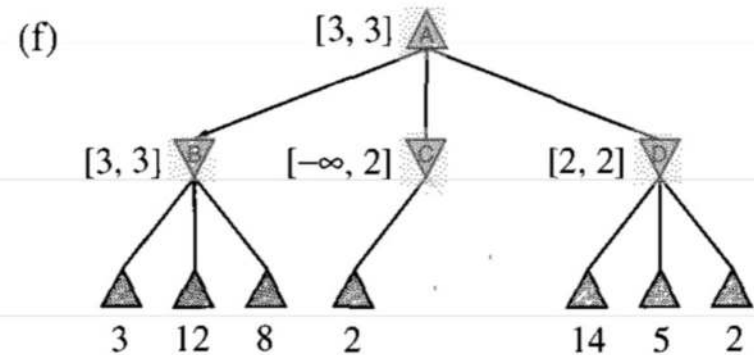
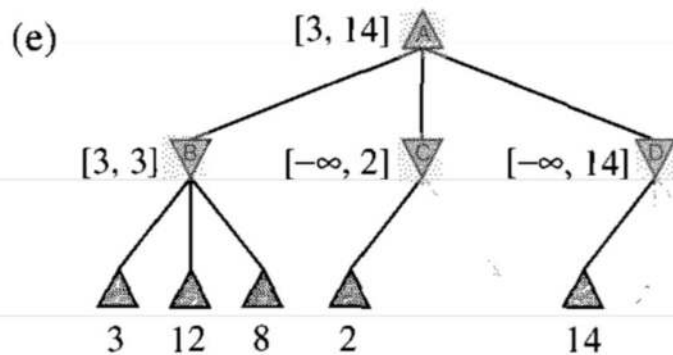
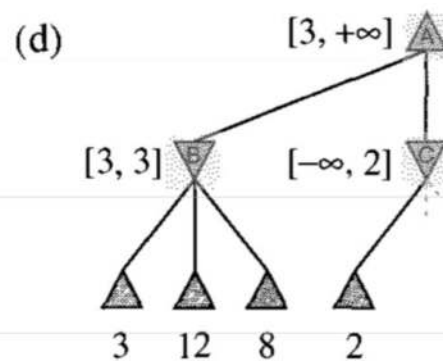
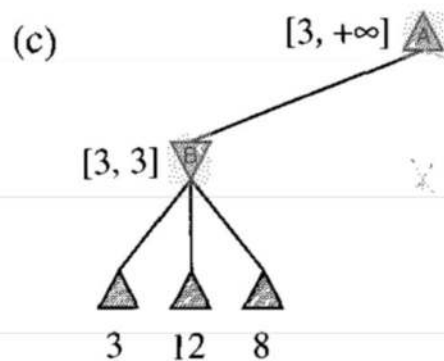
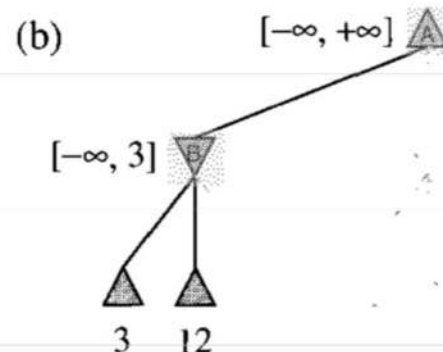
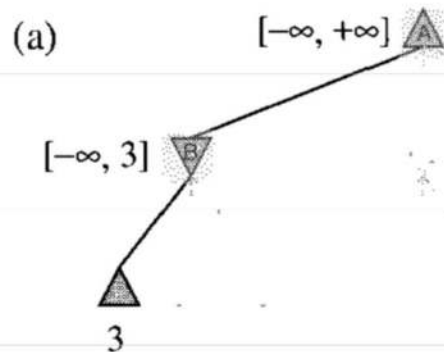
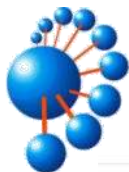


MAX

MIN



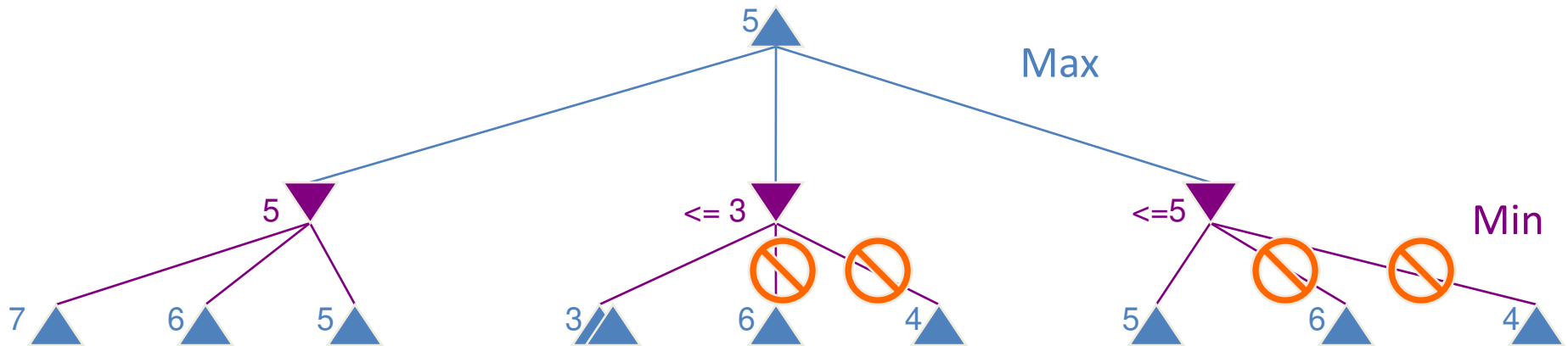
$$\begin{aligned}\text{MINIMAX-VALUE}(\text{root}) &= \max(\min(3, 12, 8), \min(2, x, y), \min(14, 5, 2)) \\ &= \max(3, \min(2, x, y), 2) \\ &= \max(3, z, 2) \quad \text{where } z \leq 2 \\ &= 3.\end{aligned}$$







# Ejemplo 1 Alfa-Beta

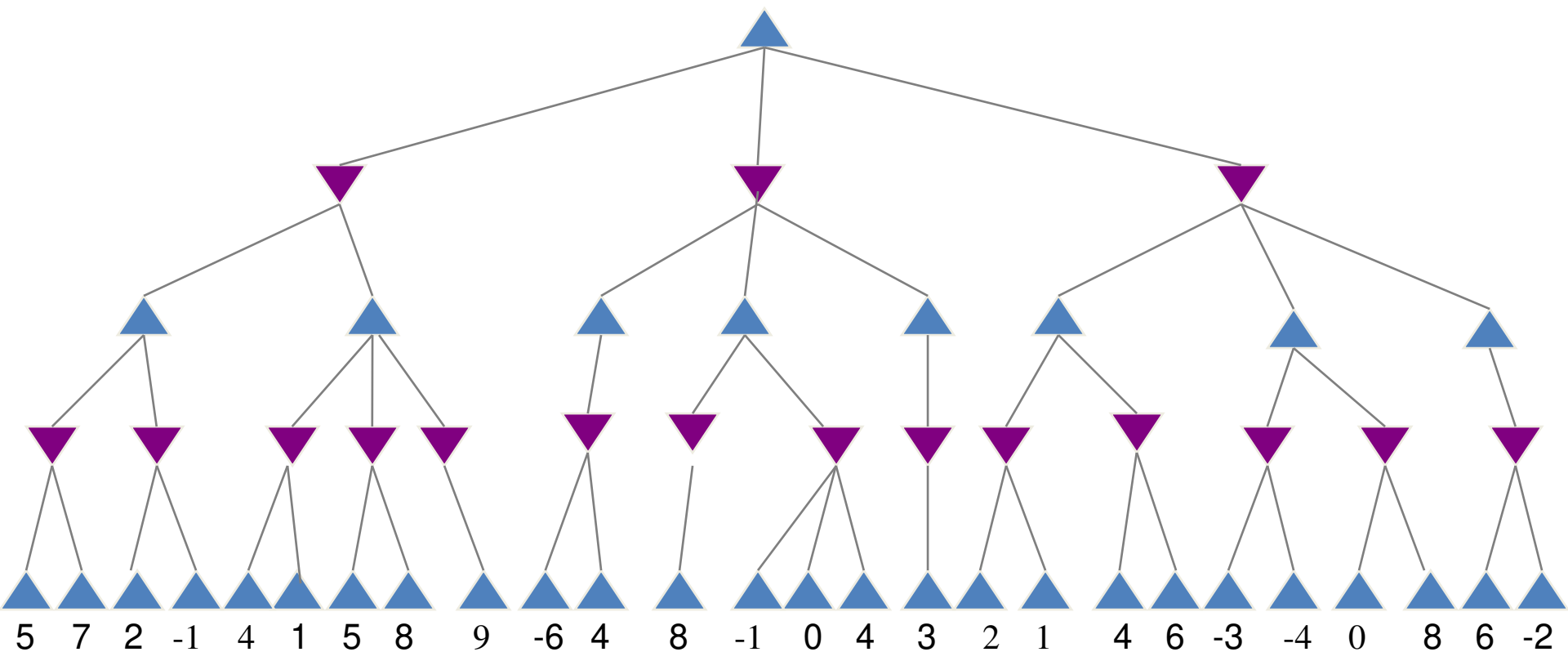


$\alpha$  mejor elección para Max    5  
 $\beta$  mejor elección para Min    7 -> 6 -> 5 -> 3

- Algunas ramas del árbol pueden ser podadas ya que ellas nunca serán consideradas
  - después de examinar una rama, Max ya sabe si ella no le interesará, Min elegiría un valor menor del que Max ya tiene a su disposición



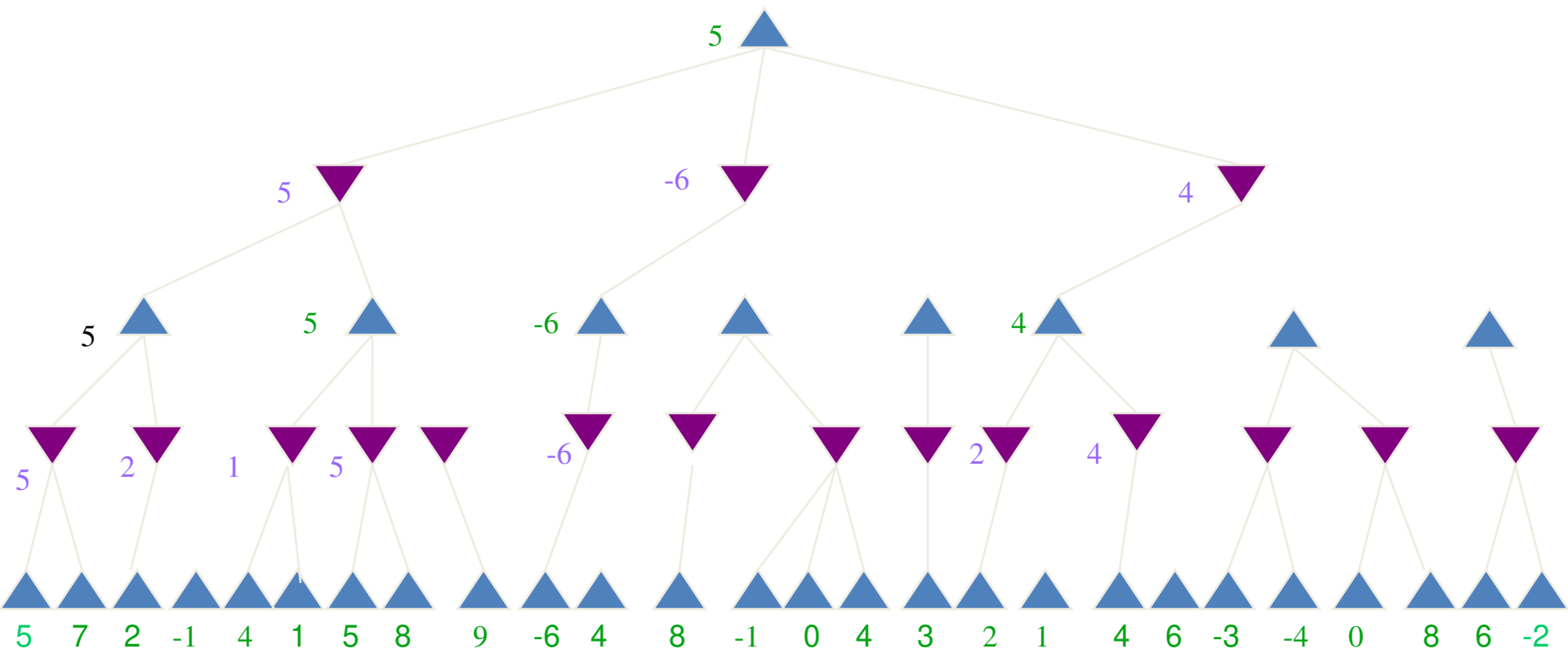
# Ejemplo 2 Alfa-Beta



Nodos terminales: valores calculados a partir de la función de utilidad

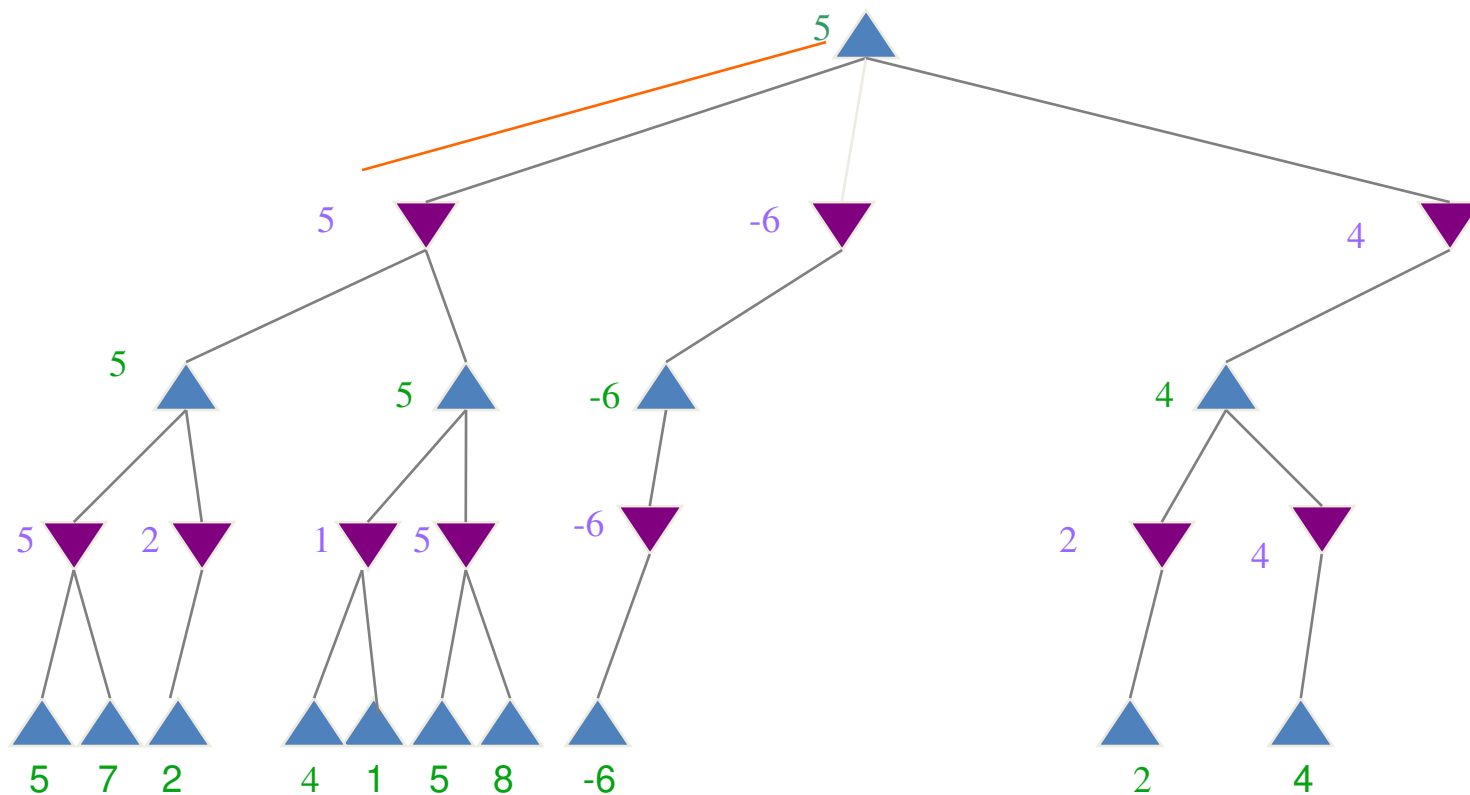


# Ejemplo 2 Alfa-Beta





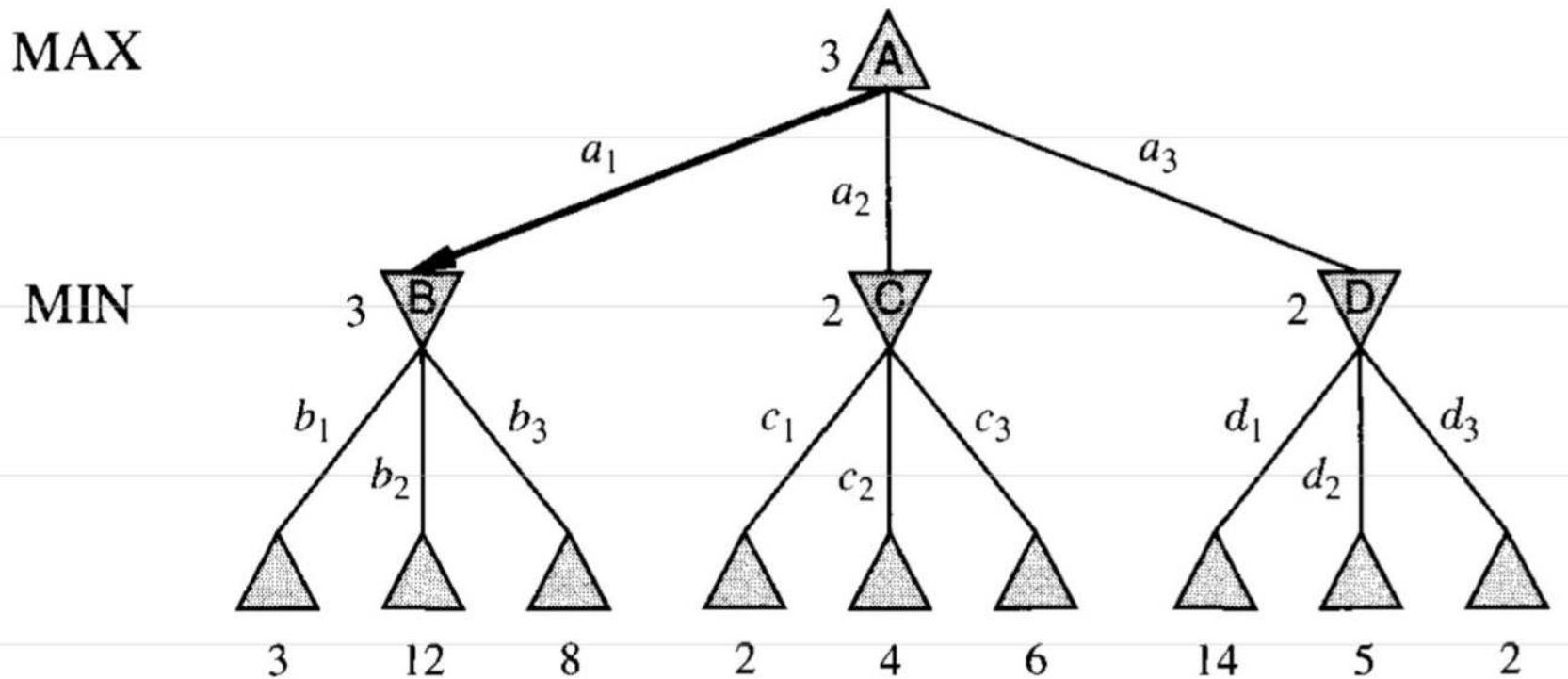
# Ejemplo 2 Alfa-Beta





# Propiedades Poda Alfa - Beta

- El orden en que se generan los nodos terminales a evaluar importa





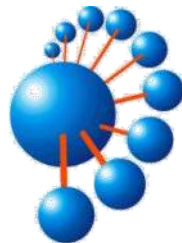
# Propiedades Poda Alfa - Beta

- El orden en que se generan los nodos terminales a evaluar importa
- Con ordenamiento 'perfecto':
  - C. Temporal:  $O(b^m) \rightarrow O(b^{m/2})!$
  - En ajedrez,  $35^{100} \rightarrow 35^{50}$
  - Sin embargo,  $35^{50}$  sigue siendo un número muy grande.

Fin parte 2

# Búsqueda con adversario (parte 3)

Julio Godoy  
DIICC







# Decisiones Imperfectas

- La búsqueda completa es impracticable para la mayoría de los juegos
- Ajedrez:  $35^{100}$  (grafo de búsqueda aprox.  $10^{40}$  nodos)
- Go:  $250^{??}$



# Decisiones Imperfectas

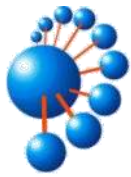
- Alternativa:
  - buscar sólo parte del árbol
    - requiere un test de corte para determinar cuándo parar
  - Usa función de evaluación
    - basada en heurísticas para estimar la utilidad esperada del juego a partir de una posición dada



# Función de Evaluación



- Determina la eficiencia de un programa de juegos
- debe ser consistente con la función de utilidad
  - los valores para los nodos terminales deben ser los mismos
- compromiso entre precisión y costo en tiempo
  - sin límites de tiempo, puede usarse minimax



# Función de Evaluación

- debería reflejar las chances reales de ganar
- con frecuencia usa funciones lineales ponderadas  $E = w_1f_1 + w_2f_2 + \dots + w_nf_n$ 
  - combinación de características, ponderadas de acuerdo a su relevancia



# Ejemplo: Juego del gato



- Función de evaluación simple

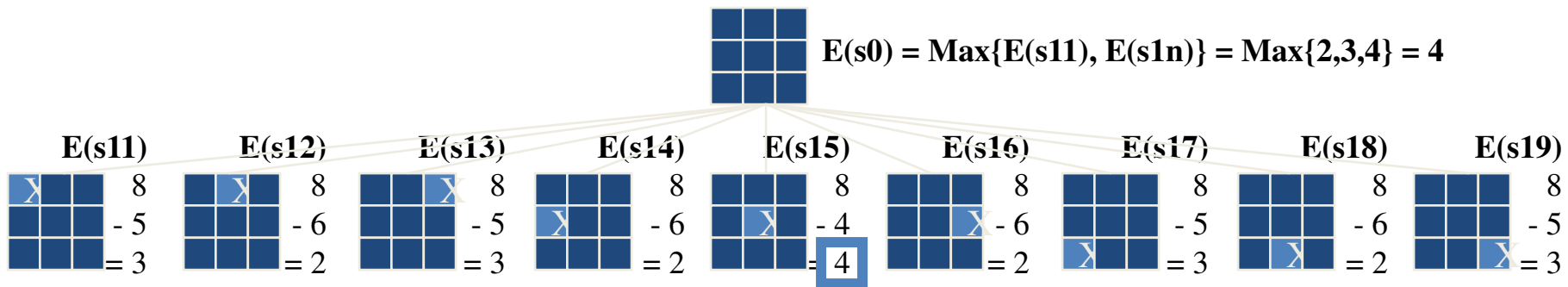
$$E(s) = (fx + cx + dx) - (fo + co + do)$$

donde f,c,d son los números de las filas, columnas y diagonales aún disponibles; **x** y **o** son las piezas de los dos jugadores

- 1-jugador lookahead
  - inicia en el tope del árbol
  - evalúa las 9 elecciones para el jugador 1
  - elige el valor máximo de E
- 2-jugadores lookahead
  - también mira posibles movimientos del oponente
    - suponiendo que el oponente elige el mínimo valor para E

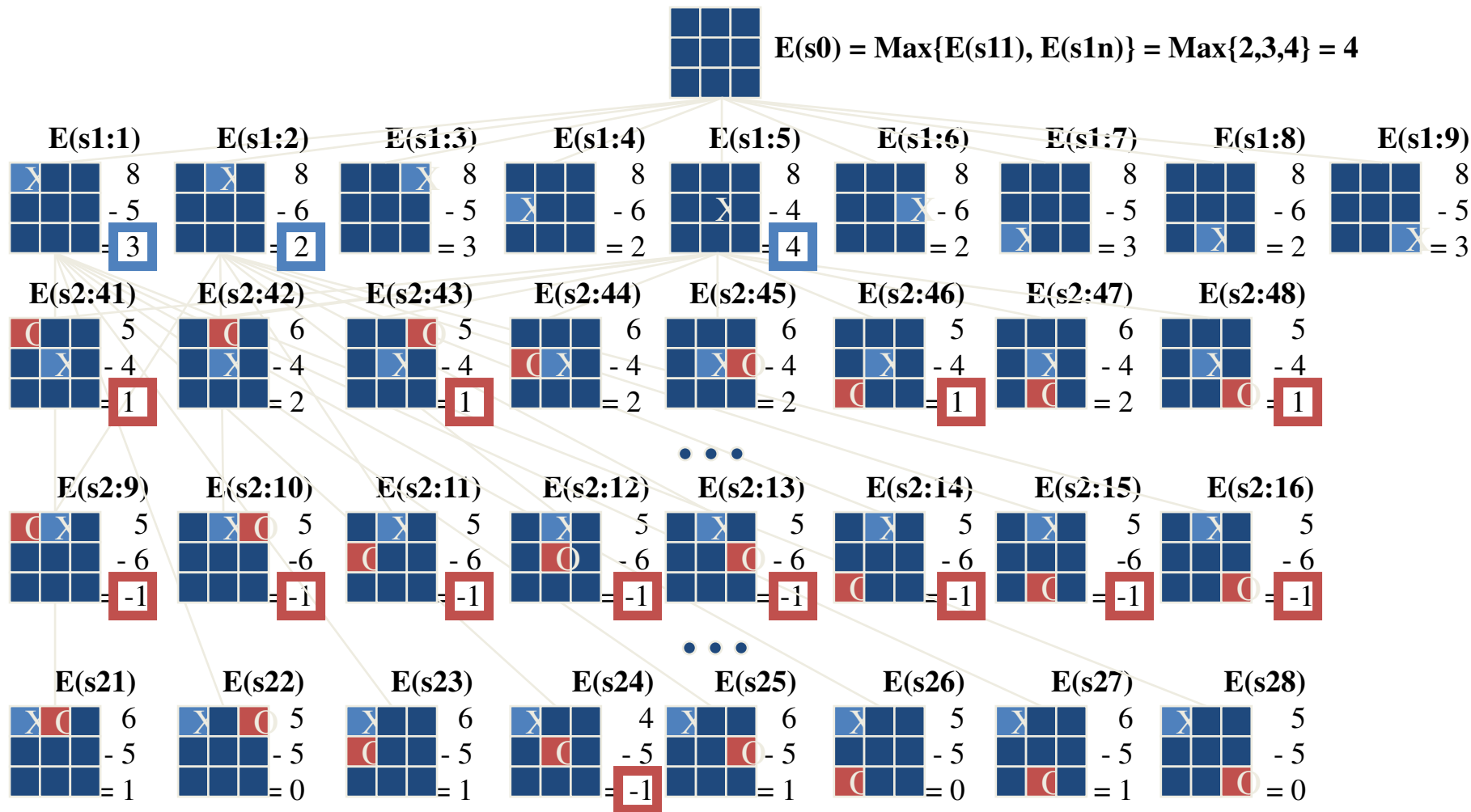


# Juego del gato 1-Jugador





# Juego del Gato 2-Jugadores





# Límites de Búsqueda



- La búsqueda debe ser acotada a causa de las limitaciones de tiempo y espacio
- pueden usarse estrategias de búsqueda como profundidad limitada o profundización iterativa
  - no sacan partido del conocimiento sobre el problema
- estrategias más refinadas usan conocimiento de respaldo





# El Problema del Horizonte

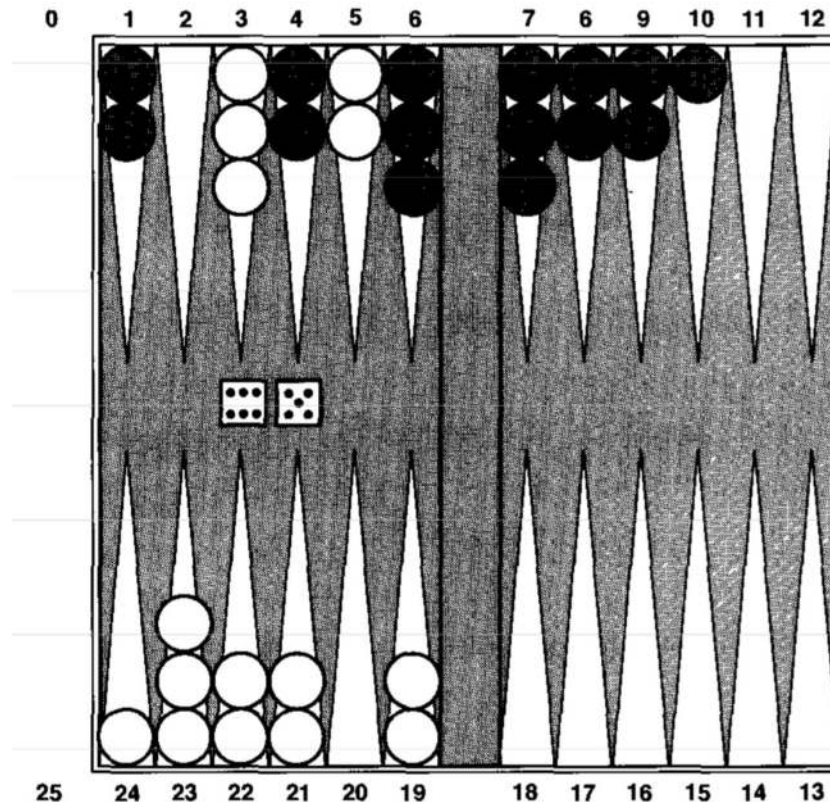


- Movimientos pueden tener consecuencias desastrosas en el futuro, pero no son visibles
  - los cambios en la evaluación no serán evidentes hasta en niveles más profundos
    - ellos están “detrás del horizonte”
- Qué horizonte usar?
  - problema abierto aún, sin una solución general
  - Sólo aproximaciones pragmáticas restringidas a juegos o situaciones específicas



# Juegos estocásticos

- Juegos donde hay elementos aleatorios
  - Juegos con dados
  - Buen desempeño: mezcla de habilidad y suerte.



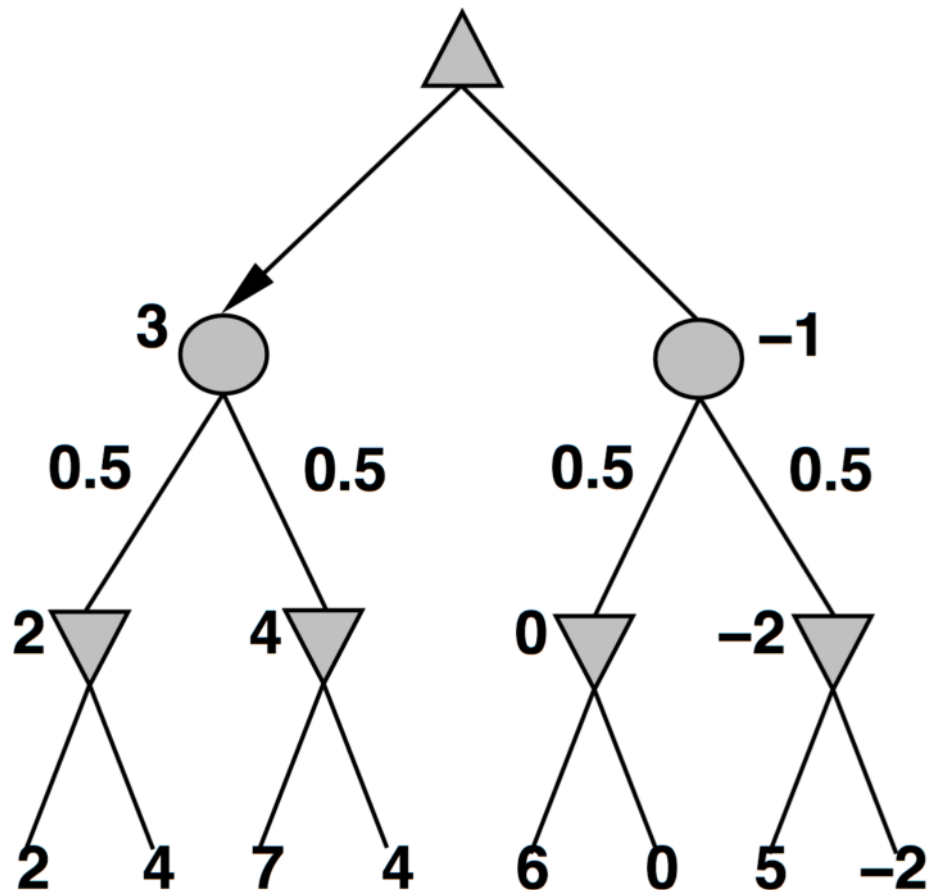


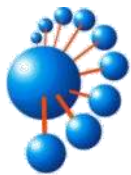
# Ejemplo

MAX

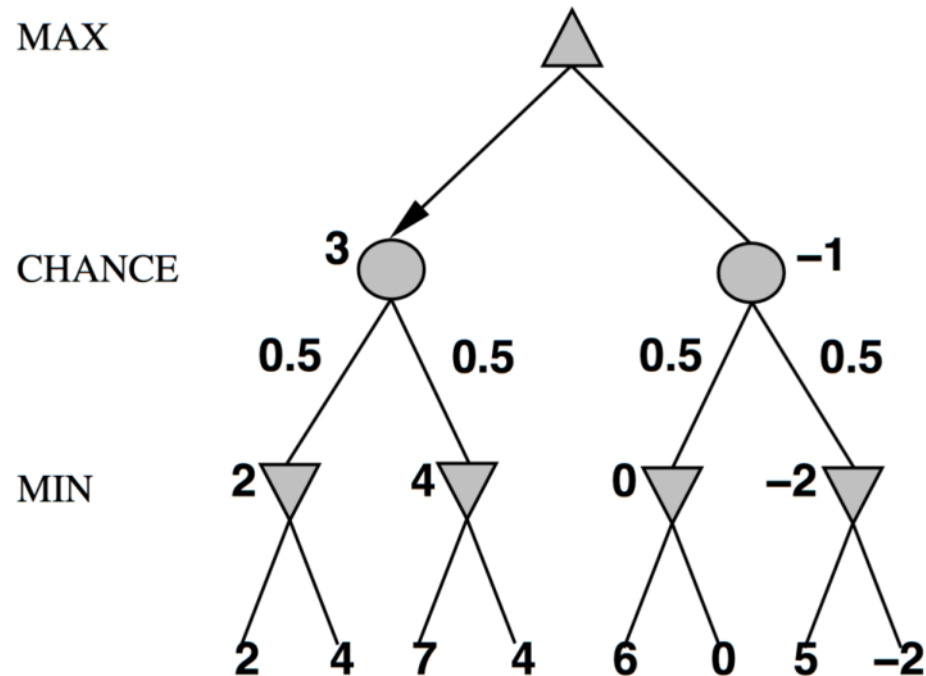
CHANCE

MIN



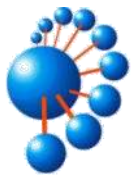


# Expectiminimax



EXPECTIMINIMAX( $n$ ) =

$$\begin{cases} \text{UTILITY}(n) & \text{if } n \text{ is a terminal state} \\ \max_{s \in \text{Successors}(n)} \text{EXPECTIMINIMAX}(s) & \text{if } n \text{ is a MAX node} \\ \min_{s \in \text{Successors}(n)} \text{EXPECTIMINIMAX}(s) & \text{if } n \text{ is a MIN node} \\ \sum_{s \in \text{Successors}(n)} P(s) \cdot \text{EXPECTIMINIMAX}(s) & \text{if } n \text{ is a chance node} \end{cases}$$



- Elementos aleatorios afectan la complejidad
- Ej: Backgammon
  - b aprox. 20
  - Posibles combinaciones de 2 dados: 21
  - A profundidad 4:  $1.2 \cdot 10^9$  !
  - TD-gammon d=2 + muy buena función de evaluación.
- A mayor profundidad, probabilidad de alcanzar un nodo disminuye
- Podemos utilizar poda alfa-beta?



# Estado del arte en juegos

- Damas: Chinook (usando poda alfa-beta) venció al campeón humano en 1994.
  - Desde 2007, Chinook juega a la perfección
    - Además usa base de datos de 37 billones de jugadas finales.
- Ajedrez: Deep Blue (de IBM) venció a campeón humano en 1997
  - Analizaba 30 mil millones de jugadas por cada movimiento, alcanzando profundidad 14.
  - Función de evaluación de +8000 elementos



# Estado del arte en juegos

- Backgammon: TD-Gammon, competitivo con mejores jugadores, usa:
  - Aprendizaje por refuerzo
  - Redes neuronales
- Go: AlphaGo venció a campeón humano en 2016. Usa:
  - Búsqueda en árbol basada en método Monte Carlo
  - Aprendizaje profundo



# Estado del arte en juegos



- Starcraft?
- DOTA?