Dynamic system analysis and modelling

Jan van Hulzen

Februari 2014 version 1.0

Hot air balloons

Overzicht

- Hoe genereert een heteluchtballon lift?
- Hoe kunnen we beweging van een heteluchtballon voorspellen?
- Hoe kunnen we de temperatuur van de lucht in de ballon voorspellen?
- Hoe kunnen we het model zodanig versimpelen dat het zich leent tot analyse van het belangrijkste dynamische gedrag?
- Wat kan de ballonvaarder doen om de ballon naar een gewenste hoogte te sturen?
- Hoe kunnen we het model van de heteluchtballon met behulp van mathematica simuleren?
- Bronnen:

FAA-H-8083-Ha

Tuhin Das and Ranjan Mukherjee, Optimal Trajectory Planning for Hot-Air Balloons in Linear Wind Fields, JOURNAL OF GUIDANCE, CONTROL, AND DYNAMICS Vol. 26, No. 3, May–June 2003

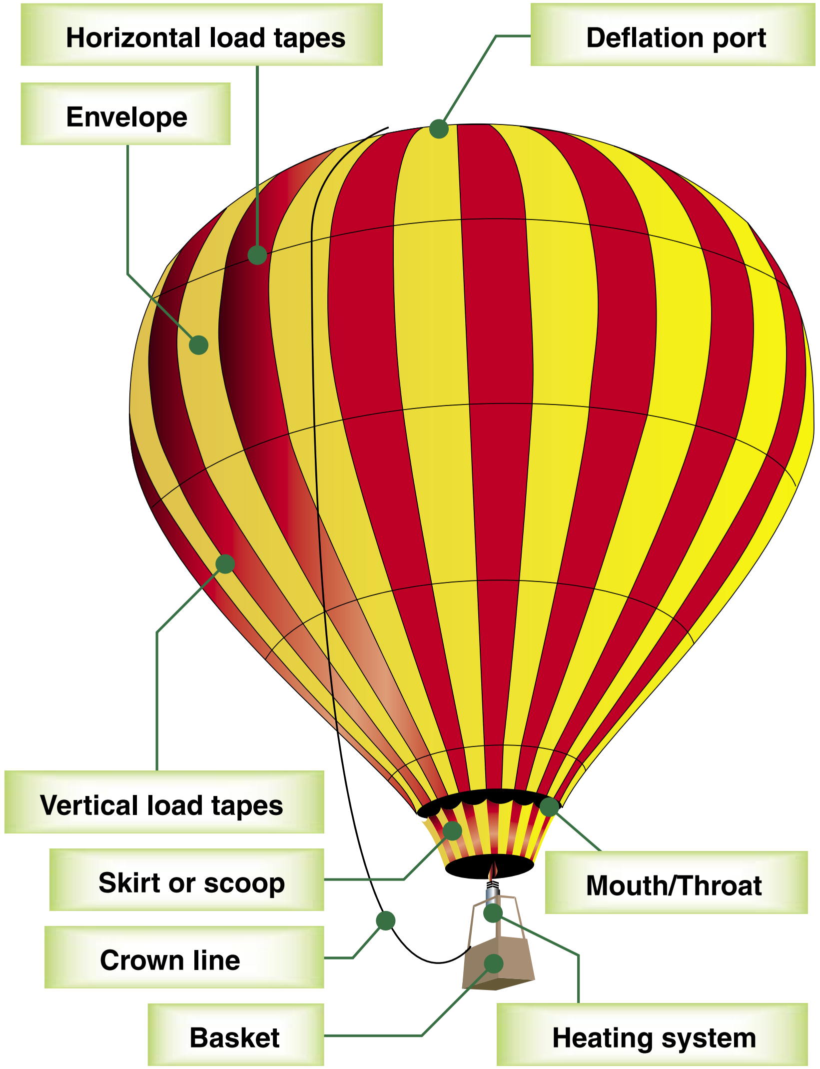
Leerdoelen

- Na het volgen van deze les is de student is staat om
  - De bij ballonvaart optredende fysische verschijnselen te benoemen
  - De gaswetten en de wetten van Archimedes toe te passen zodanig dat de liftkracht van een heteluchtballon berekend kan worden
  - De tweede wet van netwon toe te passen bij het formuleren van een differentiaalvergelijking die de beweging van een massa beschrijft.
  - Een krachtenbalans van een heteluchtballon op te stellen
  - Een warmtebalans van een heteluctballon op te stellen

Tentamenstof

- Wat moet je onthouden voor op het tentamen?
  - Op het tentamen zal een simpel vraagstuk terugkomen waarin met behulp van fysische wetten zoals die van Newton een model van een (lineair) systeem moet worden geformuleerd.
  - Van het systeem moeten de eigenschappen (stabiliteit, etc) kunnen worden onderzocht met behulp van de technieken die worden behandeld in het maandagcollege.

Anatomie van een heteluchtballon



Deel 1

Hoe genereert een heteluchtballon lift?

Eerste heteluchtballon : Montgolfier 1783

- Eerste demonstratie van heteluchtballon 4 juni 1783
    - De ballon had een inhoud van 790 m^3 en woog 225 kg
    - De ballon was gemaakt van ‘zakkenlinnen’ (voeringstof) met daarin drie lagen papier versterkt door een visnet van dun touw.
    - De vlucht van 2 km duurde 10 minuten.
- De eerste bemande ballonvlucht was op 21 November 1783 met een ballon van 1030 m^3 en duurde 10 minuten over een afstand van 9km.

Gas wetten : Algemene gas wet

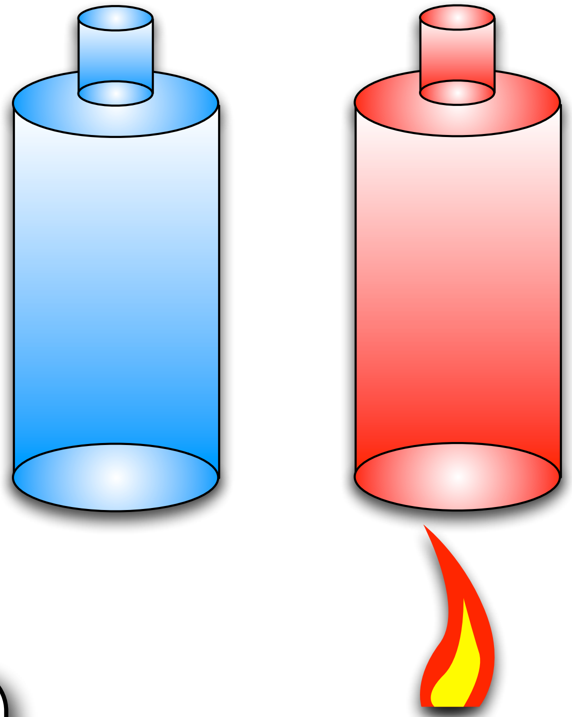
- De algemene wet voor een ideaal gas is

$$PV = nRT$$

P	$[\mathrm{Pa}]$	Druk
V	$[\mathrm{m}^3]$	Volume
n	$[\mathrm{Mol}]$	Hoeveelheid Mol
R	$[\mathrm{J/mol\ K}]$	Universele gas constante
T	$[\mathrm{K}]$	Temperatuur

Gas wetten : Gay-Lussac's Law

- Verwarmen we een spuitbus dan zal de druk toenemen omdat de hoeveelheid gas en het volume constant blijven.



$$\frac{P}{T} = \frac{nR}{V}$$

V Volume constant

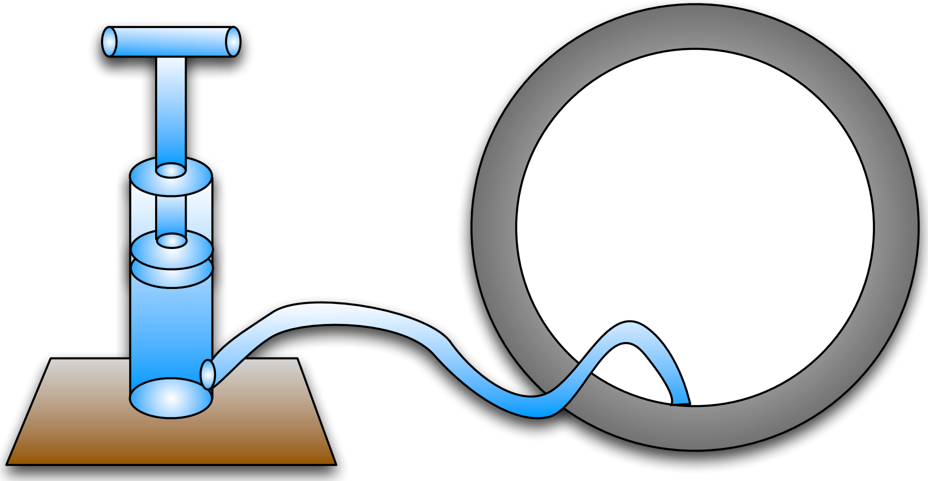
n Hoeveelheid Mol contstant

T Temperatuur omhoog

P Druk omhoog

Gas wetten

- Bij het oppompen van een band verhogen we de hoeveelheid gas terwijl het volume en de temperatuur constant blijven. Het gevolg is een hogere druk.



$$\frac{P}{n} = \frac{RT}{V}$$

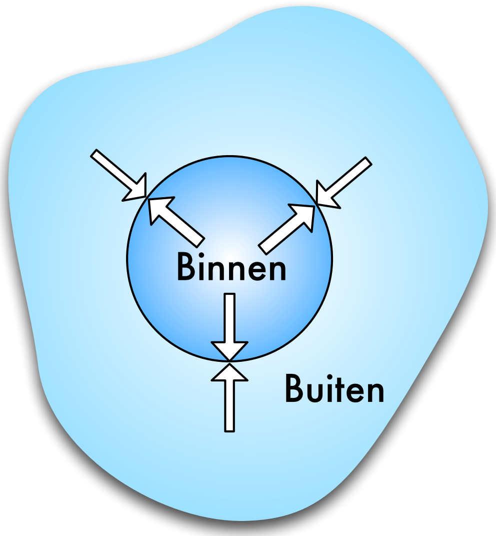
V	Volume constant
T	Temperatuur constant
n	Hoeveelheid Mol omhoog
P	Druk omhoog

Gas wetten : De wet van Charles

- Bij een ballon hebben we een afgesloten hoeveelheid gas in een rekbaar volume

- De druk in de ballon is gelijk aan de druk buiten de ballon

$$P_{binnen} = P_{buiten}$$

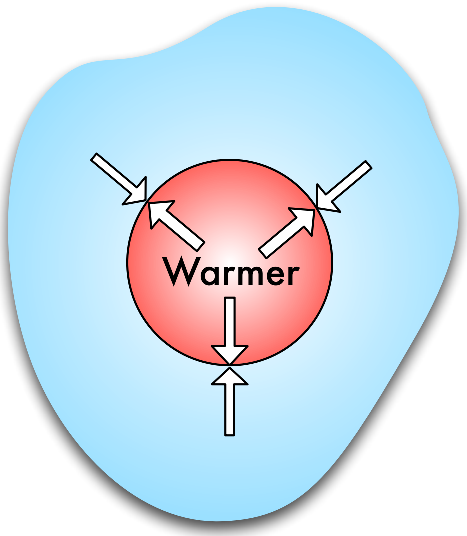


Een verandering in temperatuur in de lucht in de ballon veroorzaakt een verandering in volume (of dichtheid) zodanig dat $P_{binnen} = P_{buiten}$.

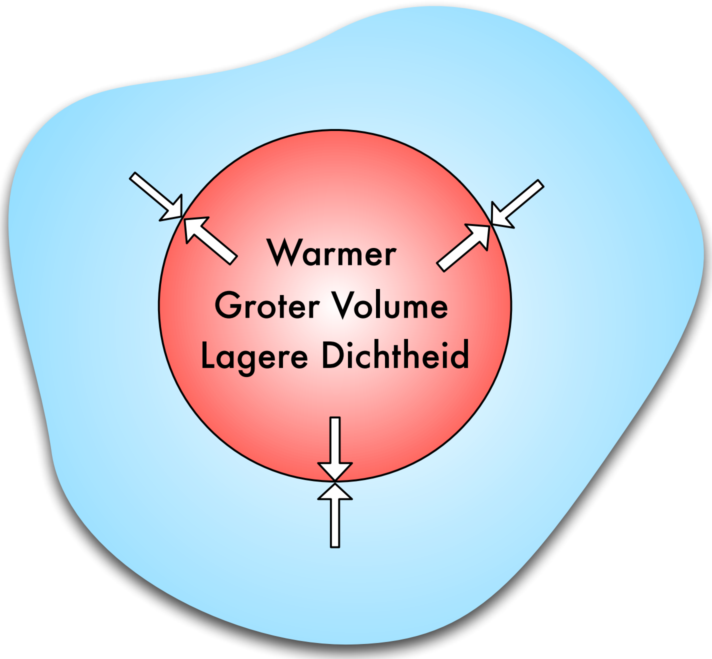
Charles' law

Gas wetten : De wet van Charles

- Stoken we de lucht in de ballon warm dan zal in eerste instantie de druk hoger worden waarna het druk verschil resulteert in het uitrekken van de flexibele ballonfilm



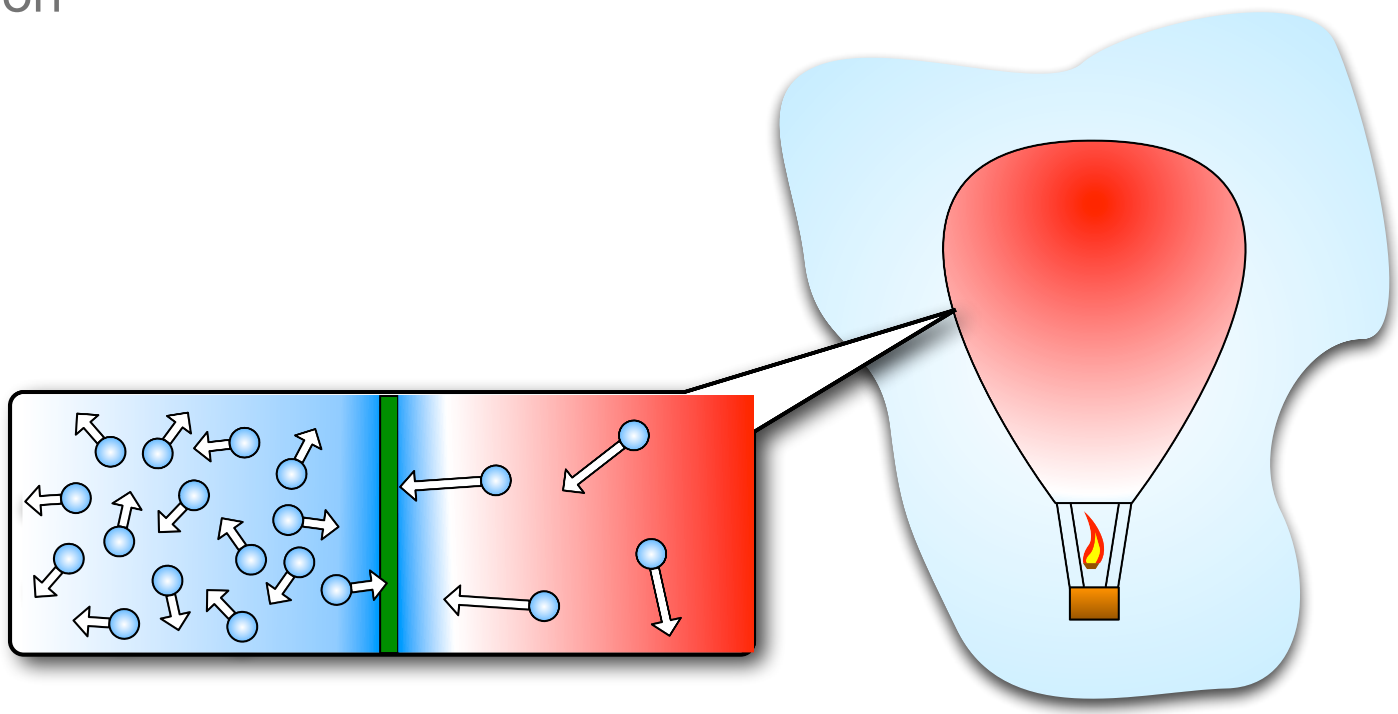
$$P = \frac{n}{V}RT = \rho RT$$



- In de atmosfeer :
  - Warme lucht heeft een lage dichtheid
  - Koude lucht heeft een hoge dichtheid

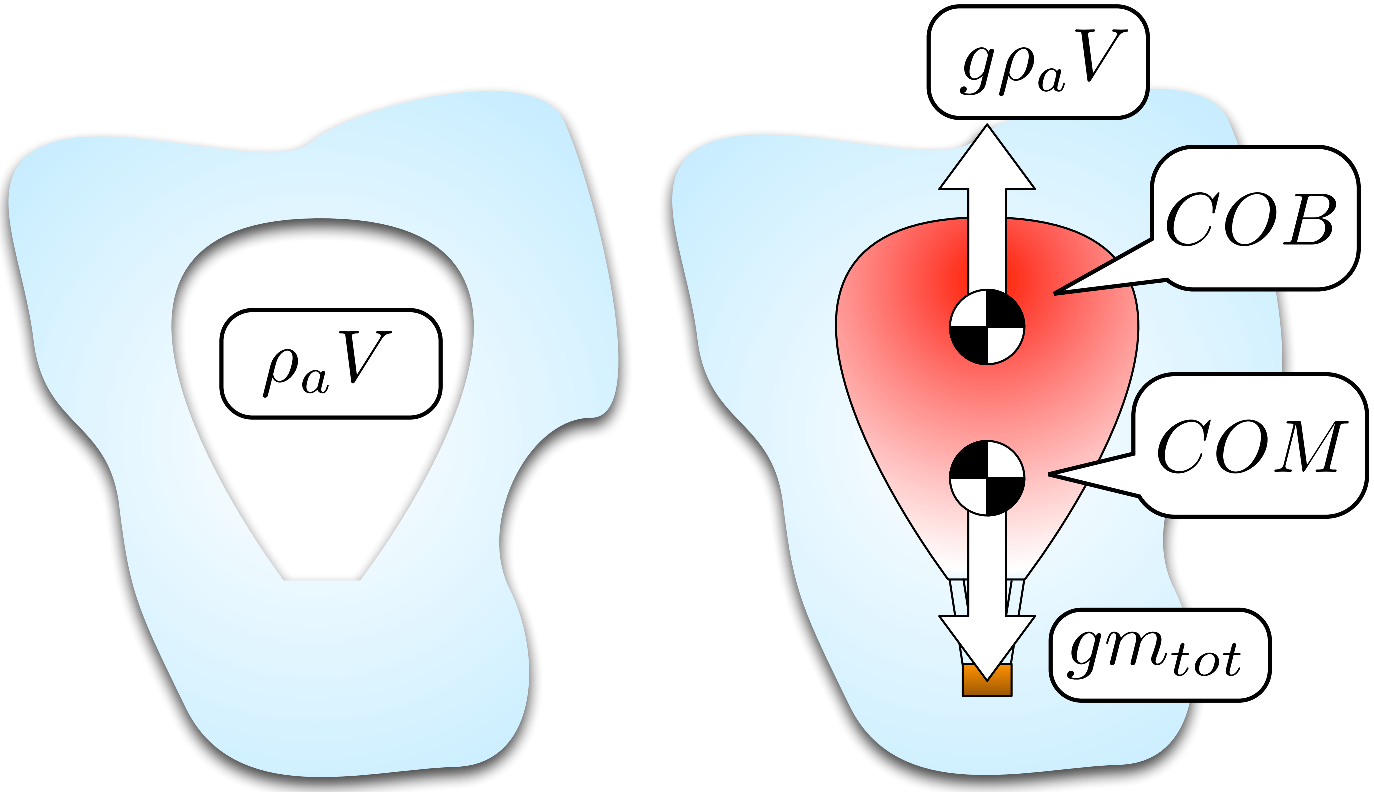
Gas wetten : De wet van Charles

- Binnen een heteluchtballon zal het gas een hogere temperatuur hebben dan buiten de ballon. De lucht moleculen bewegen binnen dus sneller dan buiten.
- De dichtheid van het gas in de ballon zal lager zijn zodat de druk aan beide kanten van het ballondoek even groot is
- Net als bij een schip zal het gevolg zijn dat de lucht in de ballon lichter is dan de lucht buiten de ballon



De wet van Archimedes

- De opwaartse kracht die een lichaam in een vloeistof of gas ondervindt is even groot als het gewicht van de verplaatste vloeistof of gas.



- Hoe warmer het gas hoe lager de massa m_g in m_{tot} hoe lager het gewicht van de ballon en hoe hoger de liftkracht

Deel 2

Hoe kunnen we verticale beweging van een heteluchtballon voorspellen?

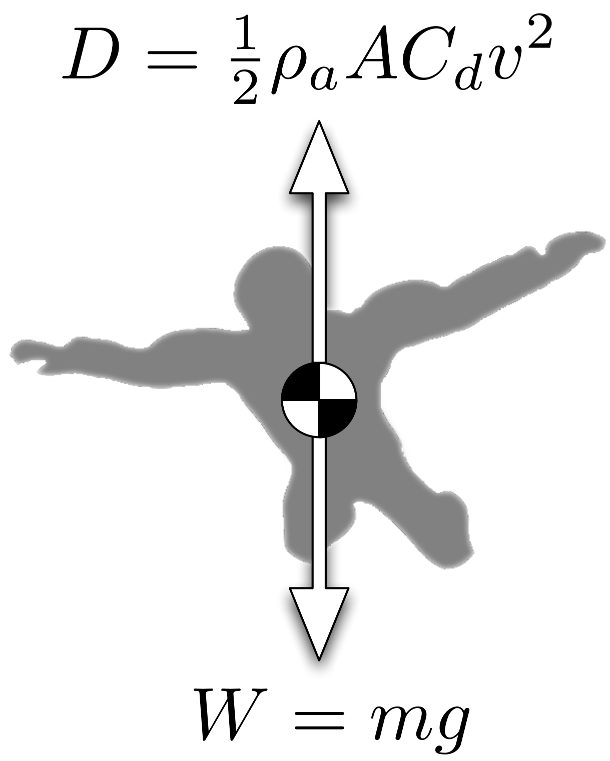
Atmosferische weerstand

- Een parachutist in vrije val zal na het verlaten van het vliegtuig versnellen totdat de kracht die wordt opgewekt door de luchtweerstand gelijk is aan het gewicht van de parachutist

- Als z de hoogte is van de parachutists dan volgt dat evenwicht ontstaat als:

$$\frac{1}{2}\rho_a A C_D v^2 = mg$$

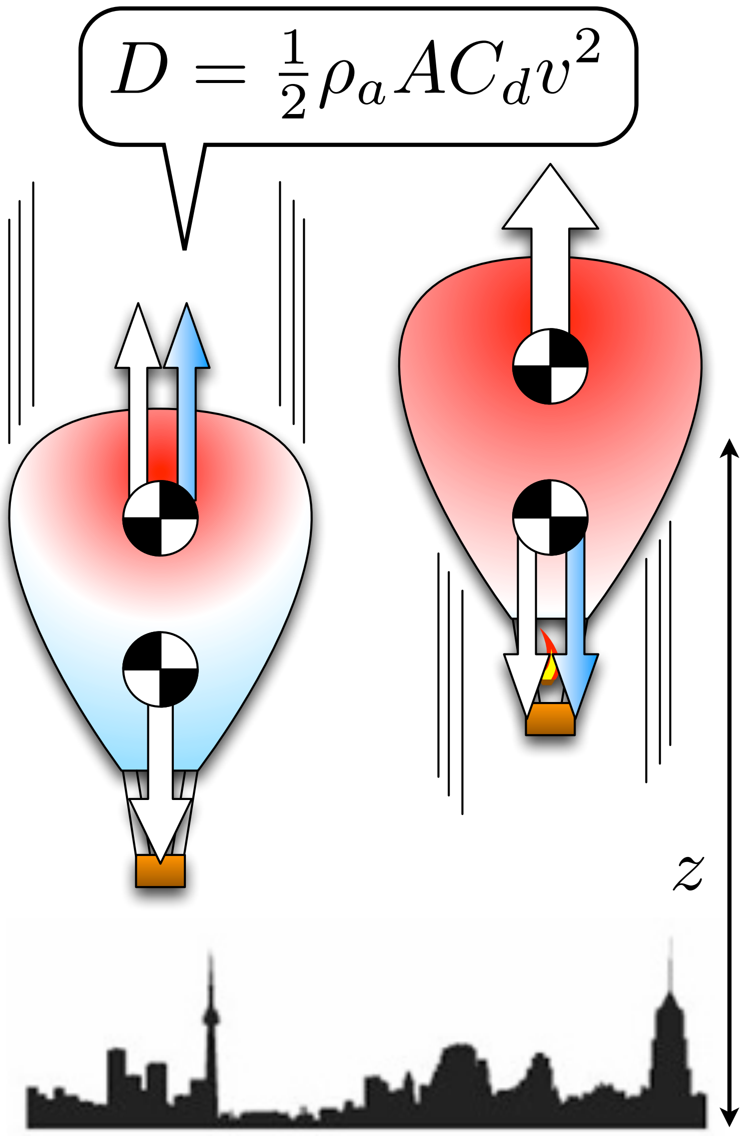
- Een heteluchtballon kan echter stijgen en dalen....



Atmosferische weerstand

- Een heteluchtballon kan stijgen en dalen, de evenwichtsvergelijking ziet er dan als volgt uit:
- De bijdrage van de luchtweerstand aan de evenwichtsvergelijking veranderd van teken
    - Bij een dalende ballon is $g\rho_a V < gm_{tot}$
    - Bij een stijgende ballon is $g\rho_a V > gm_{tot}$
- We kunnen rekening houden met het teken door te stellen dat:

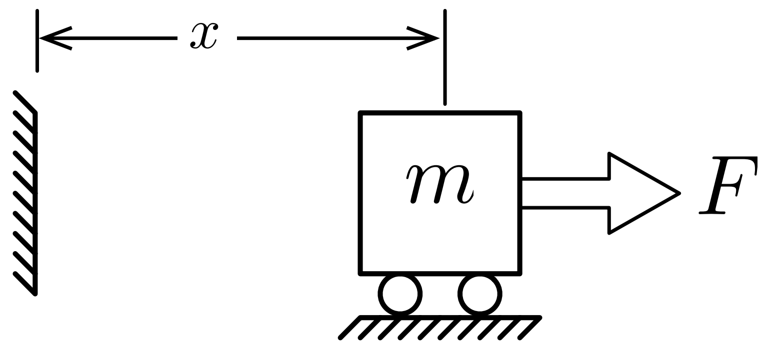
$$\frac{1}{2}\rho_a A C_D \frac{dz}{dt}\left|\frac{dz}{dt}\right| = g\rho_a V - gm_{tot}$$



De tweede wet van Newton

- Voor een horizontaal bewegend karretje geld

$$F = ma$$

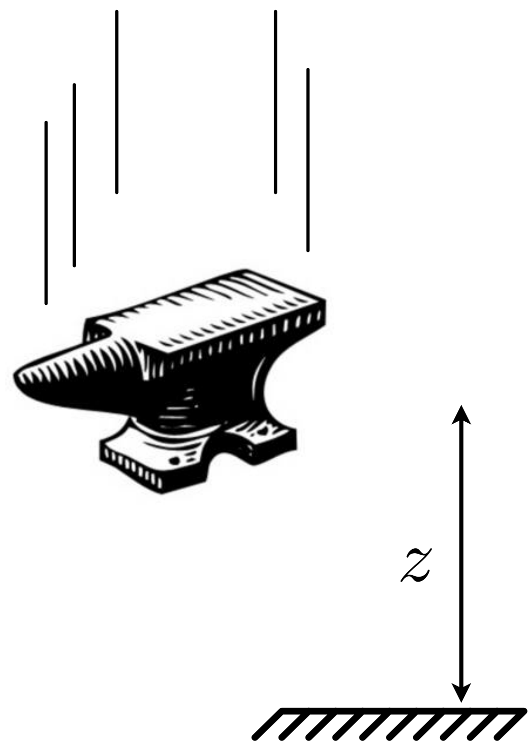


- De versnelling is de tweede afgeleide van de positie *x* naar de tijd *t* en dus

$$F = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

- Voor een vallend aambeeld geld

$$W = mg$$



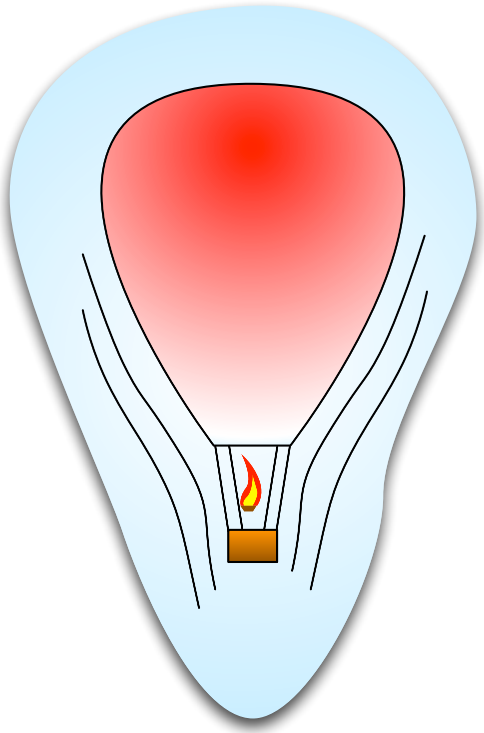
- en dus

$$W = m\frac{d^2z}{dt^2}$$

De tweede wet van Newton

- Bij een heteluchtballon wordt de tweede wet van newton ingevoerd als kracht:

$$F = m_{tot} \frac{d^2 z}{dt^2}$$



- Een gedeelte van de omringende lucht zal echter meebewegen met de ballon zodat de massa term groter wordt als de totale massa van de ballon zelf

$$F = m_{tot} \frac{d^2 z}{dt^2} + C_m \rho_a V \frac{d^2 z}{dt^2}$$

- De term C_m is de ‘virtual mass coefficient’ en is ongeveer 0.5

Samenvattend

- De verticale beweging z(t) van een heteluchtballon wordt beschreven door een **krachtenbalans** in verticale richting:

$$(m_{tot} + C_m \rho_a V)\,\frac{d^2 z}{dt^2} + \tfrac{1}{2}\rho_a A C_D \frac{dz}{dt}\left|\frac{dz}{dt}\right| = g\rho_a V - g m_{tot}$$

- Dit is een differentiaal vergelijking van de tweede orde als we kiezen voor de hoogte z als **toestandsvariabele**
- De differentiaal vergelijking is niet-lineair zodat we moeten lineariseren voordat we de vergelijking kunnen oplossen met de standaard methoden

Samenvattend : massa termen

$$m_{tot} = m_{gas} + m_{fuel} + m_{film} + m_{payload}$$

$$(m_{tot} + C_m \rho_a V)\frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{1}{2}\rho_a A C_D \frac{dz}{dt}\left|\frac{dz}{dt}\right| = g\rho_a V - g m_{tot}$$

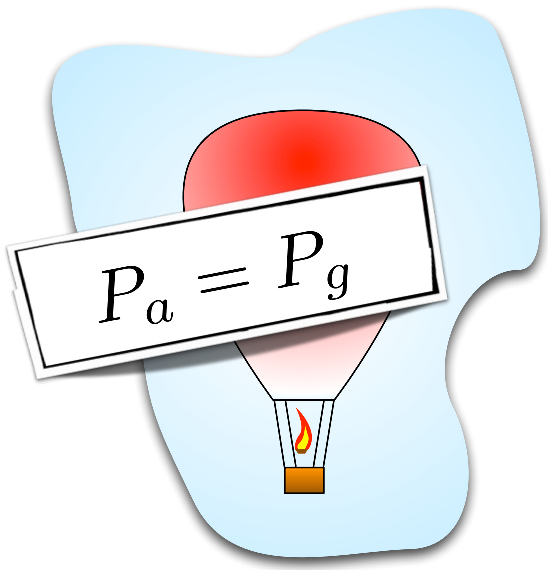
- De totale massa bestaat uit de gondel, de fuel, het ballondoek en de hete lucht.
- De massa van de meebewegende lucht is in de tweede term meegenomen.
- Deze termen worden afgeleid van de tweede wet van Newton

Samenvattend: Het volume van de heteluchtballon

- Het volume van de ballon kan bepaald worden met de algemene gaswet:
- De hoeveelheid ga in Mol wordt gegeven door $n_g = \dfrac{m_g}{M_a}$ waarin M_a de molaire massa van lucht is in Kg/Mol.
- Invullen levert:

$$\left(m_{tot} + C_m \rho_a V\right) \frac{d^2 z}{dt^2} + \tfrac{1}{2}\rho_a A C_D \frac{dz}{dt}\left|\frac{dz}{dt}\right| = g\rho_a V - g m_{tot}$$

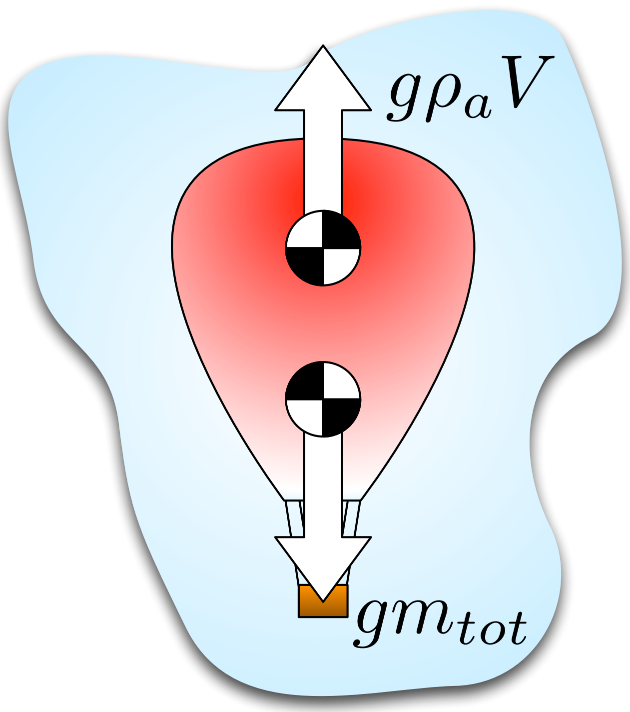
$$V = \frac{n_g R T_g}{P_g} = \frac{m_g}{M_a}\frac{R T_g}{P_a}$$



Samenvattend : kracht termen

- De term rechts van het '=' teken wordt **free lift** genoemd en zijn het gevolg van de wet van Archimedes

$$(m_{tot} + C_m \rho_a V) \frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{1}{2} \rho_a A C_D \frac{dz}{dt} \left| \frac{dz}{dt} \right| = g \rho_a V - g m_{tot}$$

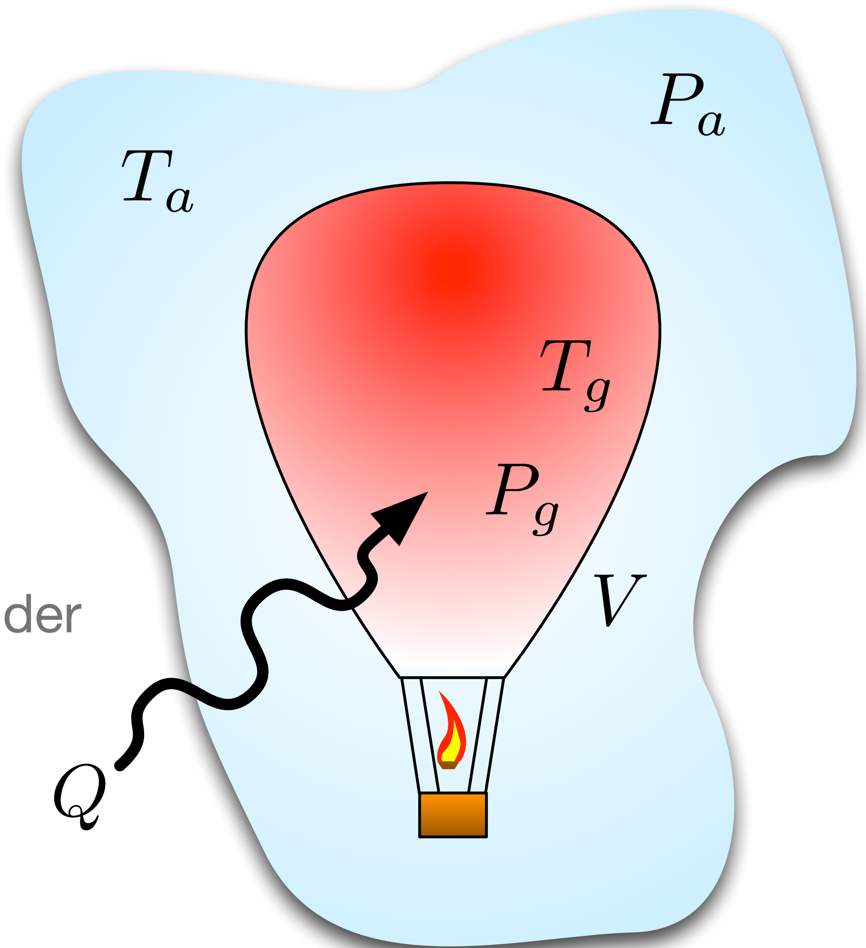


Deel 3

Hoe kunnen we de invloed van de brander op de temperatuur van het gas in de ballon bepalen?

Toepassen thermodynamica op de ballon

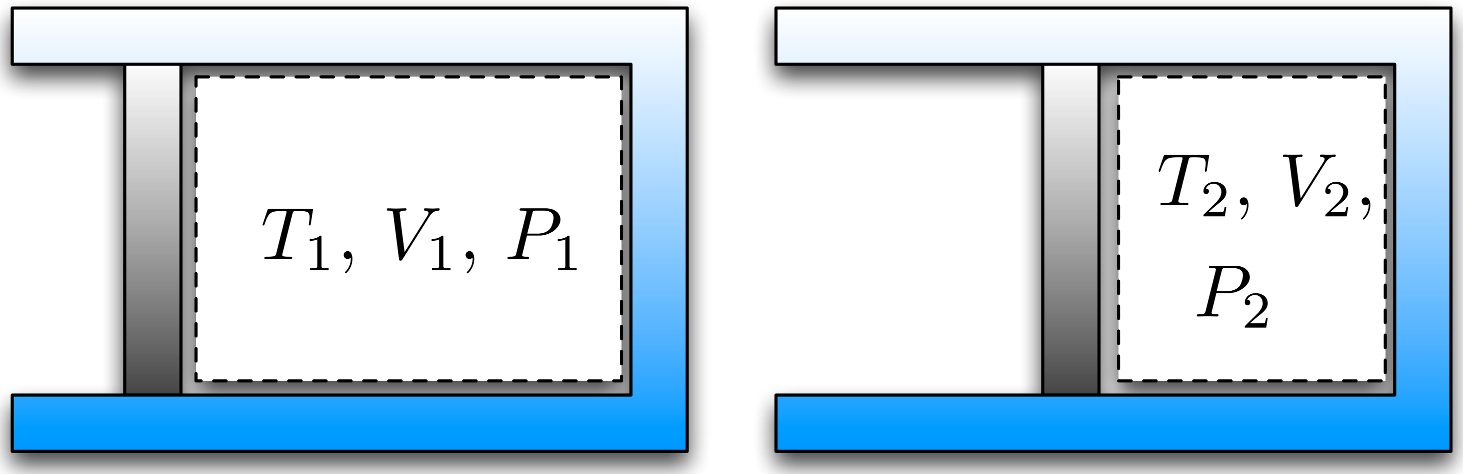
- Hoe kunnen we het gevonden resultaat gebruiken voor de heteluchtballon?
- We kunnen de eerste hoofdwet van de thermodynamica gebruiken
- We weten:
  - $P_a = P_g$
  - V is constant
  - Q hangt af van de stand van de brander
- Hoe nu verder?



De eerste hoofdwet van de thermodynamica

- Voor een gesloten systeem met een massaloze zuiger en een ideaal gas geldt:

$$Q_{1-2} = U_2 - U_1 + W_{1-2}$$



- Q is de hoeveelheid warmte in J, U is de inwendige energie en W is de verrichte arbeid.

- Voor toepassing op de ballon hebben we ook de enthalpie nodig

Enthalpie

- De enthalpie H is een thermodynamische grootheid die wordt afgeleid uit de inwendige energie U door de druk maal het volume toe te voegen

$$H = U + PV$$

- in differentiaal vorm wordt dit

$$dH = dU + d(PV)$$

- vervangen we dU door $mc_v dT$ en passen we de gaswet

$$d(PV) = mRdT$$

- toe met $R = c_p - c_v$ dan volgt

$$\begin{aligned} dH &= mc_v dT + m(c_p - c_v)dT \\ &= mc_p dT \end{aligned}$$

Enthalpie

- Conclusie:
    - De verandering aan enthalpie is gelijk aan $dH = mc_p dT$
    - Of na integratie $\Delta H = mc_p(T_2 - T_1)$
- De enthalpie van een ideaal gas is dus alleen afhankelijk van de **temperatuur**

We zullen nu de enthalpie invoeren in de eerste hoofdwet van de thermodynamica in plaats van de inwendige energie U

De eerste hoofdwet van de thermodynamica

- Voor een gesloten systeem geld

$$Q_{1-2} = U_2 - U_1 + W_{1-2}$$

- Hierin is Q de hoeveelheid warmte, U de inwendige energie en W de verrichte arbeid
- In differentiaal vorm wordt dit

$$dQ = dU + dW$$

- De arbeid W en de inwendige energie U kunnen worden geschreven als

$$dW = PdV \qquad dU = mc_v dT$$

- zodat volgt

$$\boxed{dQ = mc_v dT + PdV}$$

Het resultaat

- De enthalpie $H = U + PV$ in differentiaalvorm is

$$dH = dU + d(PV) = dU + PdV + VdP$$

- breng de term PdV naar de linkerkant

$$dH - VdP = dU + PdV$$

- we kunnen nu stellen dat de verandering van de hoeveelheid warmte

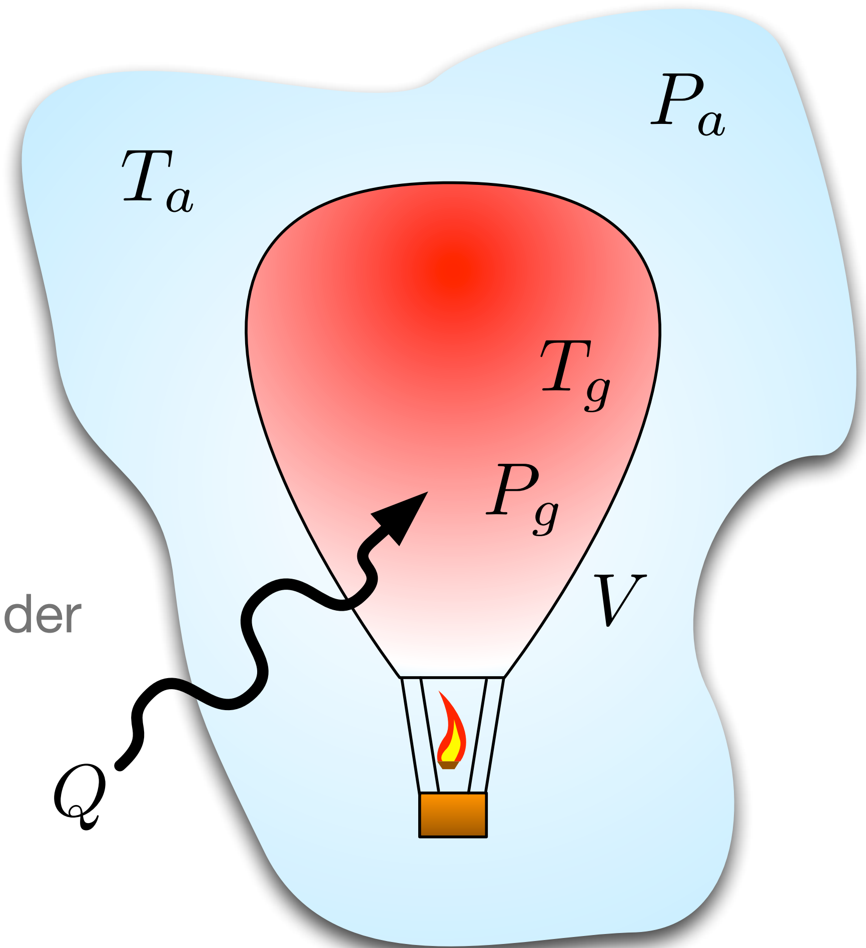
$$dQ = dH - VdP \qquad dU + PdV = dQ$$

- waarna met het eerder gevonden resultaat volgt dat

$$\boxed{dQ = mc_p dT - VdP} \qquad \boxed{dQ = mc_v dT + PdV}$$

Toepassen thermodynamica op de ballon

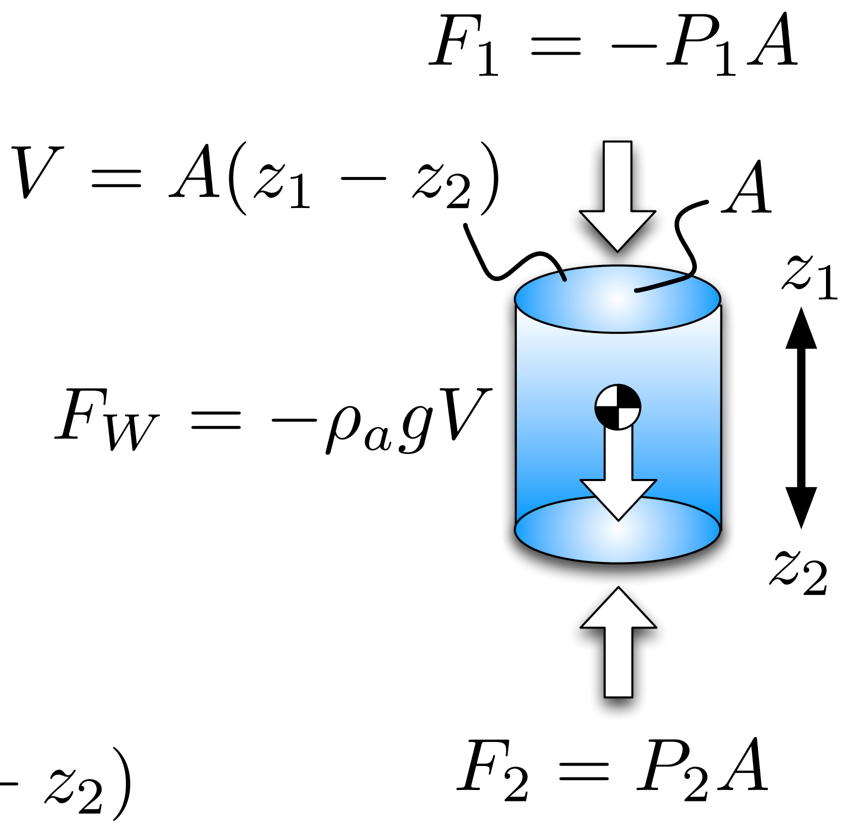
- Hoe kunnen we het gevonden resultaat gebruiken voor de heteluchtballon?
- Voor de ballon geldt: $dQ = m_g c_{p_g} dT_g - V dP_g$
- we weten:
  - $P_a = P_g$
  - V is constant
  - Q hangt af van de stand van de brander
- Wat moeten we met de term VdP?



Hydrostatisch evenwicht

We kunnen een relatie leggen tussen de verandering van druk en de verandering van hoogte

- Op een klein plakje lucht werken de volgende krachten:
  - Een kracht door de druk boven F_1
  - Een kracht door de druk onder F_2
  - De zwaartekracht F_W
- De som van de krachten is



$$\sum F = F_1 + F_2 + F_w$$
$$= A\left(P_2 - P_1\right) - \rho_a g A(z_1 - z_2)$$

Hydrostatisch evenwicht

- Op een klein plakje lucht werken de
- De som van de krachten op het pakketje lucht wordt bij constante snelheid (of snelheid 0)

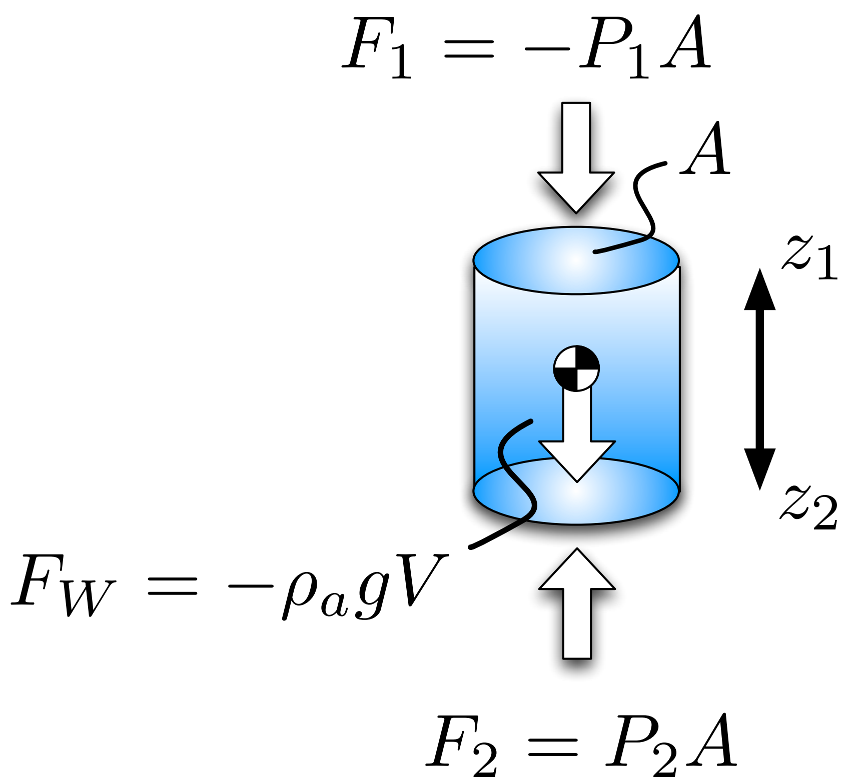
$$0 = A\left(P_2 - P_1\right) - \rho_a g A(z_1 - z_2)$$

- Waarna volgt

$$P_1 - P_2 = -\rho_a g\left(z_1 - z_2\right)$$
$$dP = -\rho_a g dz$$

- en dus

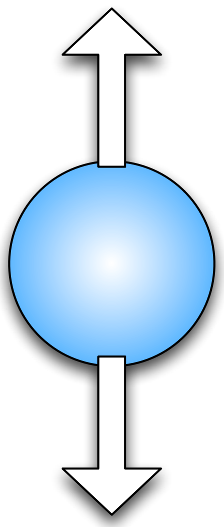
$$\boxed{\frac{dP}{dz} = -\rho_a g}$$



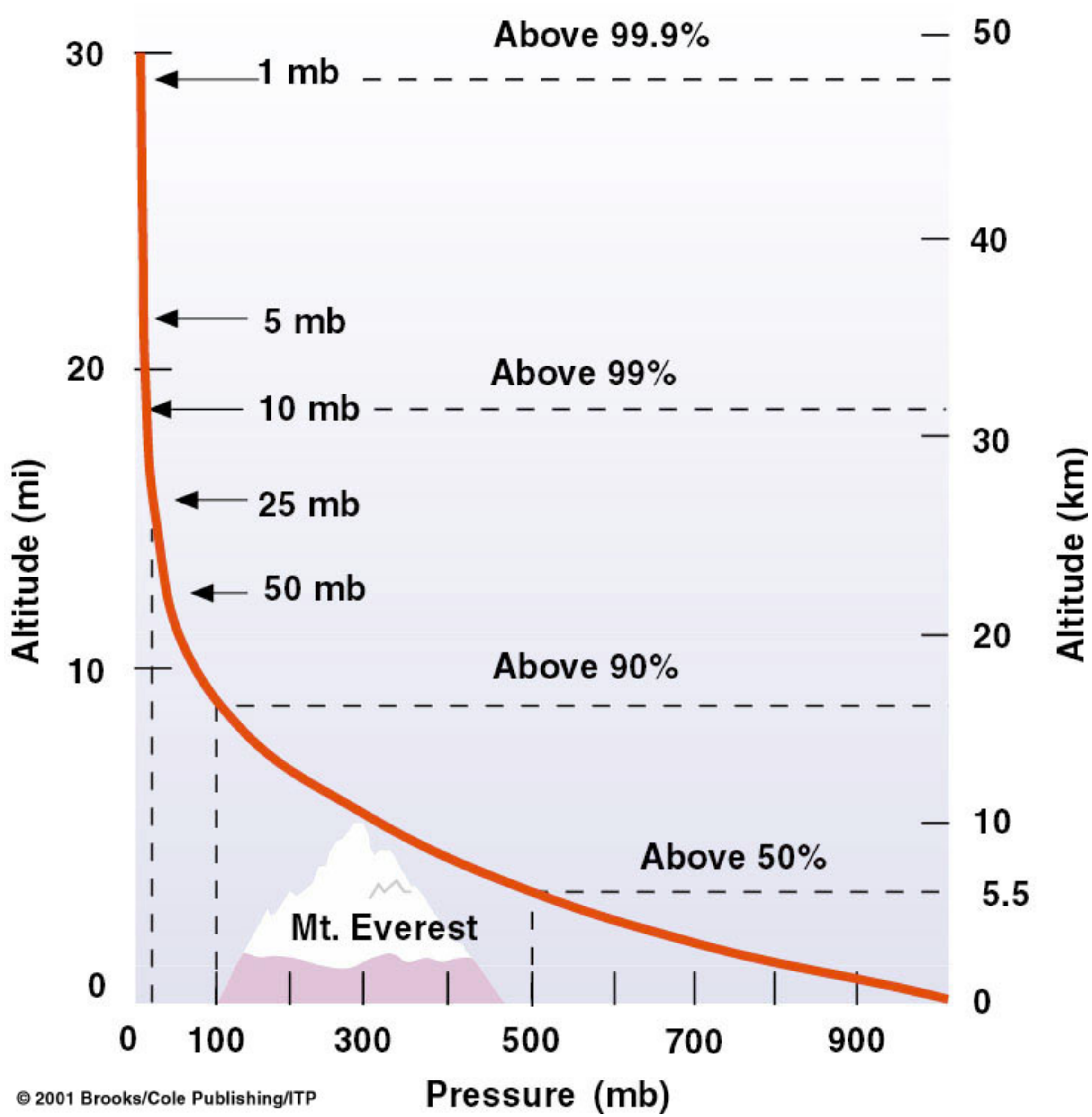
Hydrostatisch evenwicht

- De lucht zakt niet naar de aarde omdat er een evenwicht ontstaat tussen de ***zwaartekracht*** en de ***druk gradient kracht.***

$$\frac{dP}{dz}$$



$$\rho_a g$$



De warmtebalans van de heteluchtballon

- De warmtebalans van de heteluchtballon wordt nu

$$dQ = m_g c_{p_g} dT_g - V dP_g$$

- gecombineerd met de uitdrukkingen

$$dP_a = -\rho_a g dz \qquad V = \frac{m_g}{M_a}\frac{RT_g}{P_a} \qquad \rho_a = \frac{M_a P_a}{RT_a}$$

$$V dP_g = -V\rho_a g dz = -g\left(\frac{m_g RT_g}{M_a P_a}\right)\left(\frac{M_a P_a}{RT_a}\right) dz$$

$$= -g\frac{mgT_g}{T_a} dz$$

De warmtebalans van de heteluchtballon

- het eindresultaat is nu

$$m_g c_{p_g} dT_g = dQ - \left(\frac{g m_g T_g}{T_a} \right) dz$$

- In termen van warmtestromen wordt dit:

$$m_g c_{p_g} \frac{dT_g}{dt} = \frac{dQ}{dt} - \left(\frac{g m_g T_g}{T_a} \right) \frac{dz}{dt}$$

Samenvattend

- We hebben twee gekoppelde differentiaalvergelijkingen:

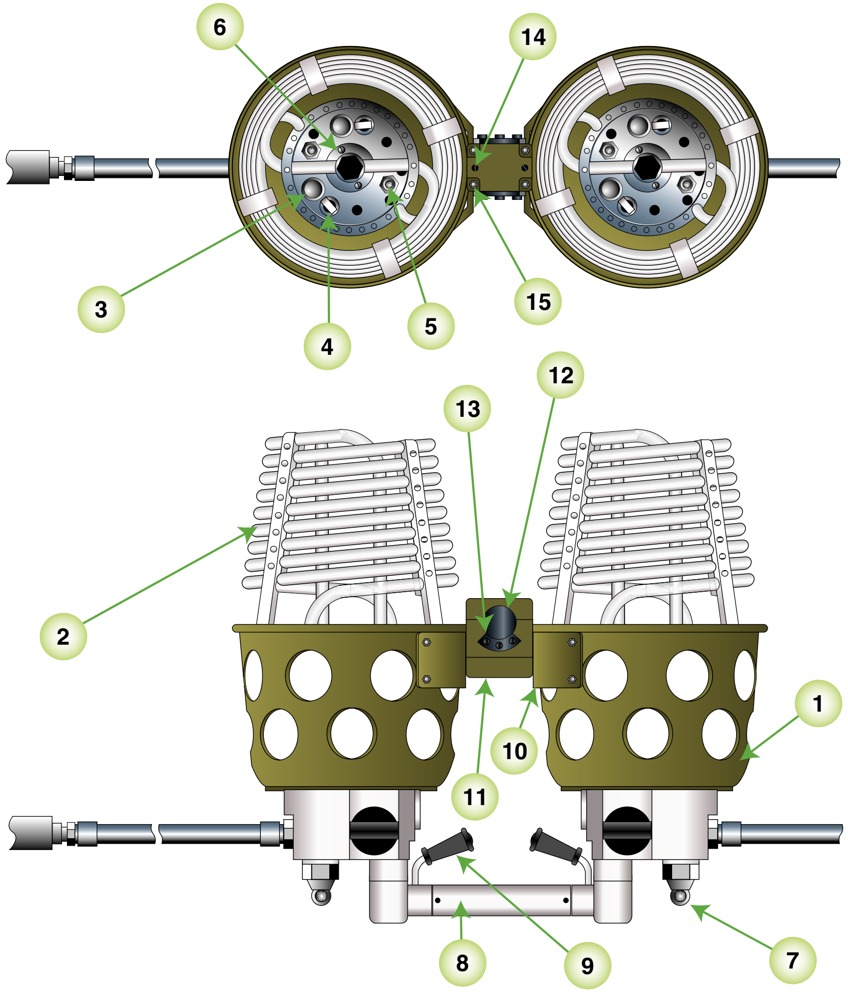
$$\left(m_{tot} + C_m \rho_a V\right) \frac{d^2 z}{dt^2} + \tfrac{1}{2} \rho_a A C_D \frac{dz}{dt} \left| \frac{dz}{dt} \right| = g \left(\rho_a V - m_{tot}\right)$$

$$m_g c_{p_g} \frac{dT_g}{dt} = \frac{dQ}{dt} - \left(\frac{g m_g T_g}{T_a} \right) \frac{dz}{dt}$$

Deel 4

Hoe kunnen we verticale beweging van een heteluchtballon beïnvloeden?

Branders



DOUBLE BURNERS CONFIGURATION

1. BURNER CAN
2. COIL ASSEMBLY
3. LIQUID FIRE JET ASSEMBLY
4. IGNITOR ASSEMBLY
5. PILOT LIGHT ASSEMBLY
6. COIL POST
7. LIQUID FIRE VALVE ASSEMBLY
8. HANDLE TUBE
9. MAIN VALVE ASSEMBLY
10. SWIVEL ASSEMBLY
11. GIMBAL BLOCK CAP LOWER
12. GIMBAL BLOCK CAP UPPER
13. PRESSURE GAUGE ASSEMBLY
14. GIMBAL TENSION ADJUSTMENT SCREW
15. GIMBAL MOUNTING SCREW

- Power output van branders is 3-6 MW (10-20 Million BTU/h)

Parachute valve

Vooruitblik

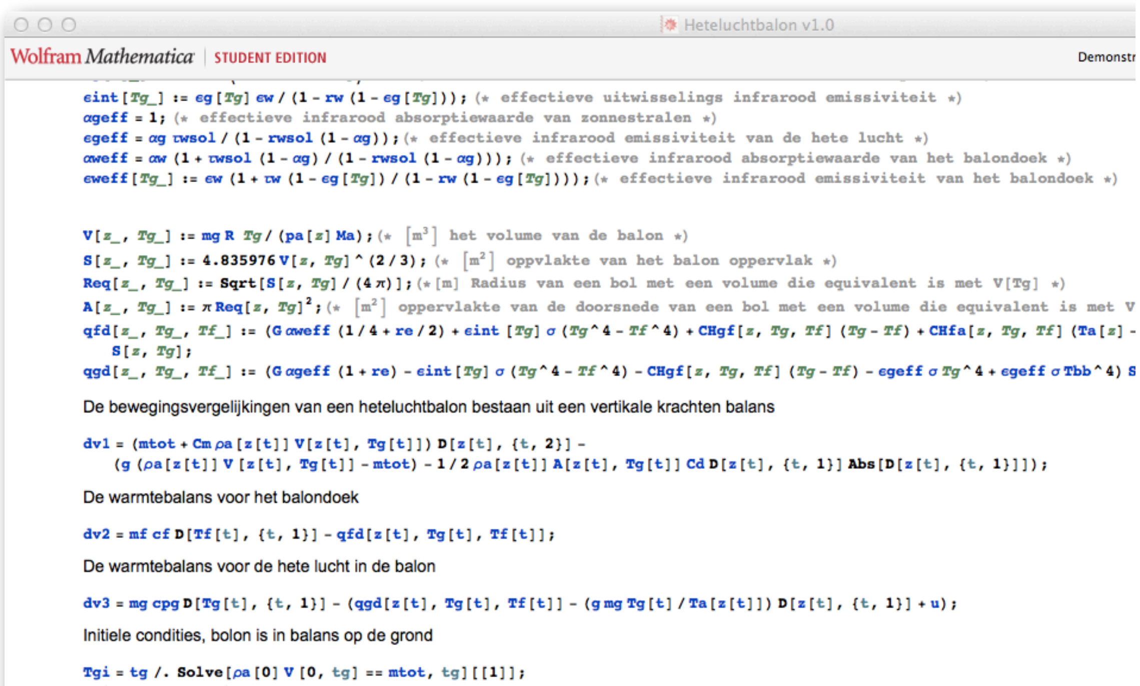
Wat gaan we volgende week doen?

Mathematica implementatie van het model

- De niet lineaire differentiaal vergelijkingen kunnen in mathematica worden ingevoerd en gesimuleerd met NDSolve

- We kunnen de vergelijkingen ook vereenvoudigen en lineariseren

- Volgende week wordt het model uitgebreid behandeld......



Dynamic system analysis and modelling

Jan van Hulzen
Februari 2014 version 1.0

Hot air balloons

Overzicht

- Hoe genereert een heteluchtballon lift? ✔
- Hoe kunnen we beweging van een heteluchtballon voorspellen? ✔
- Hoe kunnen we de temperatuur van de lucht in de ballon voorspellen? ✔...?
- Hoe kunnen we het model zodanig versimpelen dat het zich leent tot analyse van het belangrijkste dynamische gedrag?
- Wat kan de ballonvaarder doen om de ballon naar een gewenste hoogte te sturen?
- Hoe kunnen we het model van de heteluchtballon met behulp van mathematica simuleren?

Leerdoelen

- Na het volgen van deze les is de student is staat om
  - De bij ballonvaart optredende fysische verschijnselen te benoemen
  - De gaswetten en de wetten van Archimedes toe te passen zodanig dat de liftkracht van een heteluchtballon berekend kan worden
  - De tweede wet van netwon toe te passen bij het formuleren van een differentiaalvergelijking die de beweging van een massa beschrijft.
  - Een krachtenbalans van een heteluchtballon op te stellen
  - Een warmtebalans van een heteluctballon op te stellen

Tentamenstof

- Wat moet je onthouden voor op het tentamen?

  - Op het tentamen zal een simpel vraagstuk terugkomen waarin met behulp van fysische wetten zoals die van Newton een model van een (lineair) systeem moet worden geformuleerd.

  - Van het systeem moeten de eigenschappen (stabiliteit, etc) kunnen worden onderzocht met behulp van de technieken die worden behandeld in het maandagcollege.

Proloog

Hoe genereert een heteluchtballon lift?

Samenvatting vorige week

- De verticale beweging z(t) van een heteluchtballon wordt beschreven door een **krachtenbalans** in verticale richting:

$$(m_{tot} + C_m \rho_a V)\,\frac{d^2 z}{dt^2} + \tfrac{1}{2}\rho_a A C_D \frac{dz}{dt}\left|\frac{dz}{dt}\right| = g\rho_a V - g m_{tot}$$

- Dit is een differentiaal vergelijking van de tweede orde als we kiezen voor de hoogte z als **toestandsvariabele**

- De differentiaal vergelijking is niet-lineair zodat we moeten lineariseren voordat we de vergelijking kunnen oplossen met de standaard methoden

Samenvattend : massa termen

$$m_{tot} = m_{gas} + m_{fuel} + m_{film} + m_{payload}$$

$$(m_{tot} + C_m \rho_a V)\frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{1}{2}\rho_a A C_D \frac{dz}{dt}\left|\frac{dz}{dt}\right| = g\rho_a V - g m_{tot}$$

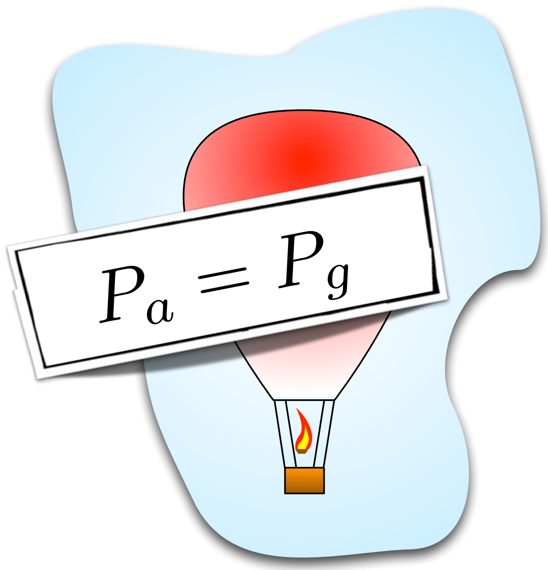
- De totale massa bestaat uit de gondel, de fuel, het ballondoek en de hete lucht.
- De massa van de meebewegende lucht is in de tweede term meegenomen.
- Deze termen worden afgeleid van de tweede wet van Newton

Samenvattend: Het volume van de heteluchtballon

- Het volume van de ballon kan bepaald worden met de algemene gaswet:
- De hoeveelheid ga in Mol wordt gegeven door $n_g = \dfrac{m_g}{M_a}$ waarin M_a de molaire massa van lucht is in Kg/Mol.
- Invullen levert:

$$\left(m_{tot} + C_m \rho_a V\right) \frac{d^2 z}{dt^2} + \tfrac{1}{2} \rho_a A C_D \frac{dz}{dt} \left|\frac{dz}{dt}\right| = g \rho_a V - g m_{tot}$$

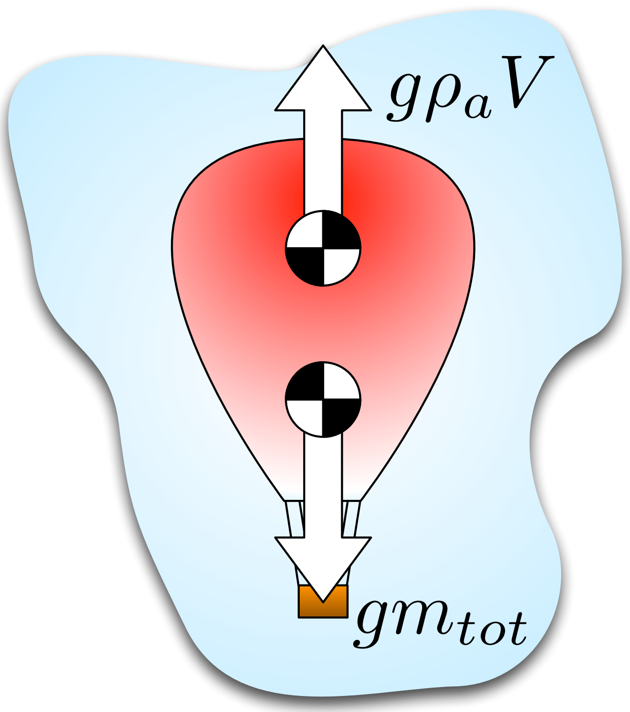
$$\boxed{V = \frac{n_g R T_g}{P_g} = \frac{m_g}{M_a} \frac{R T_g}{P_a}}$$



Samenvattend : kracht termen

- De term rechts van het ‘=’ teken wordt **free lift** genoemd en zijn het gevolg van de wet van Archimedes

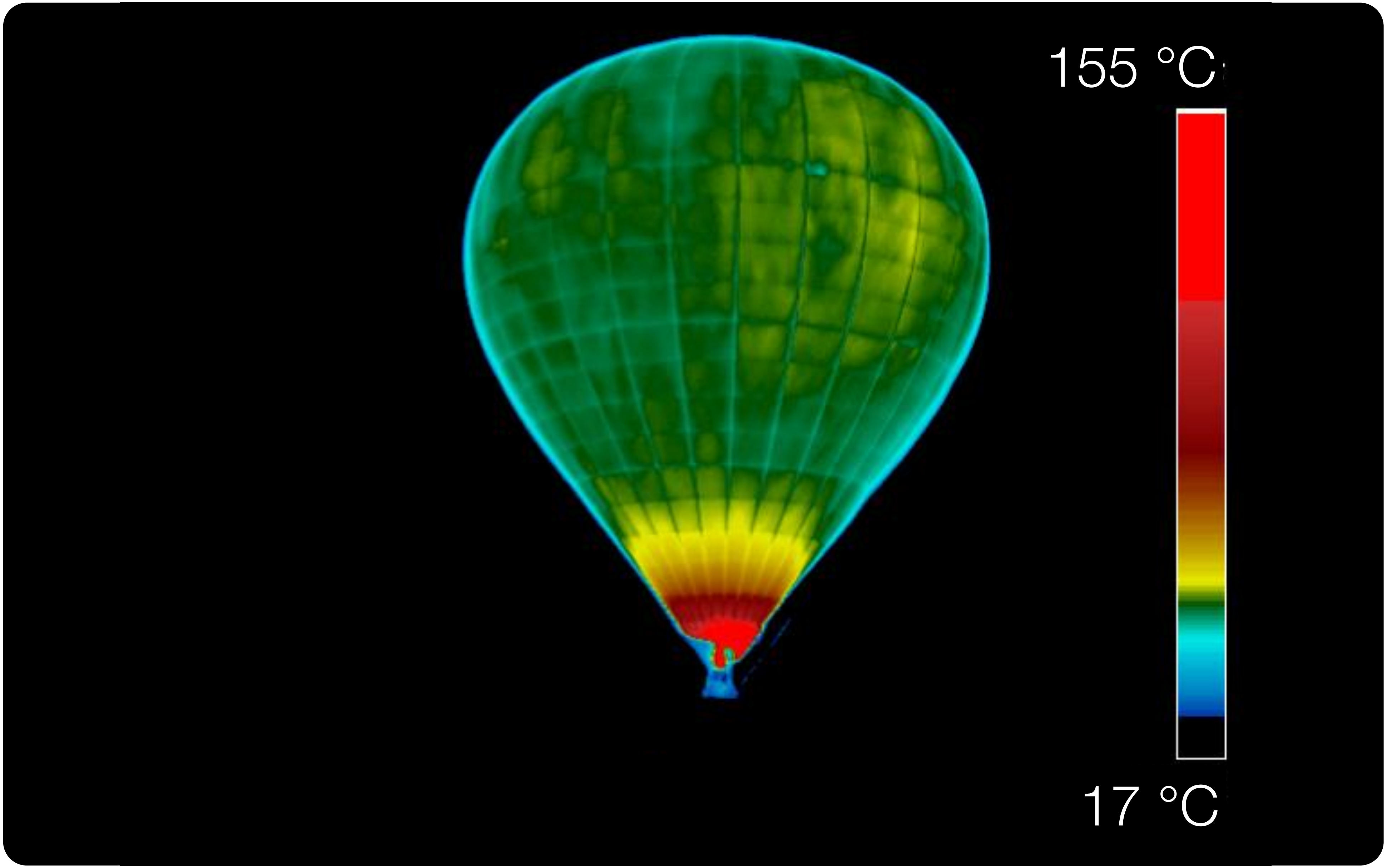
$$(m_{tot} + C_m \rho_a V) \frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{1}{2} \rho_a A C_D \frac{dz}{dt} \left| \frac{dz}{dt} \right| = g\rho_a V - g m_{tot}$$



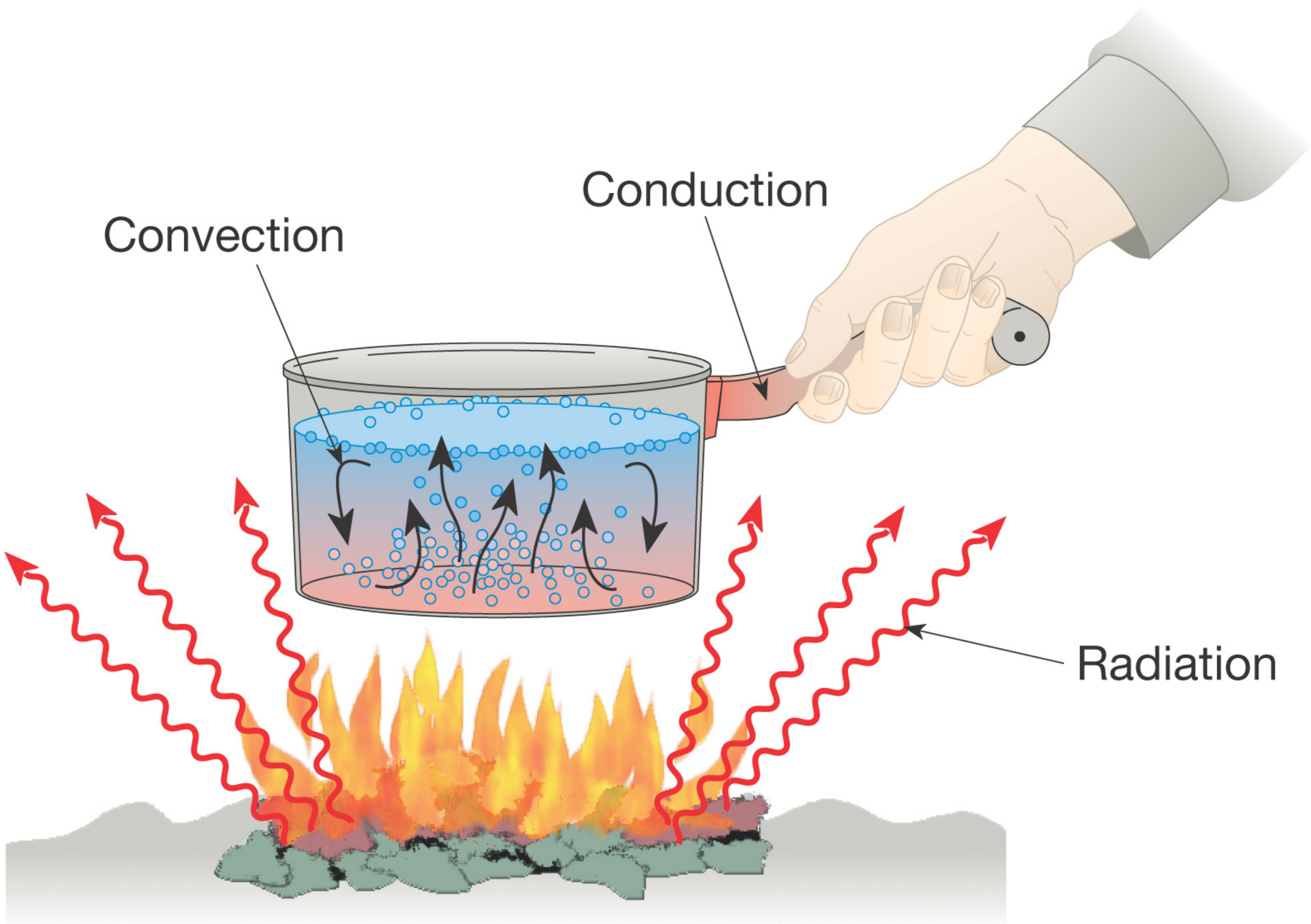
Deel 1

Hoe genereert een heteluchtballon lift?

Warmtebeeld van heteluchtballon

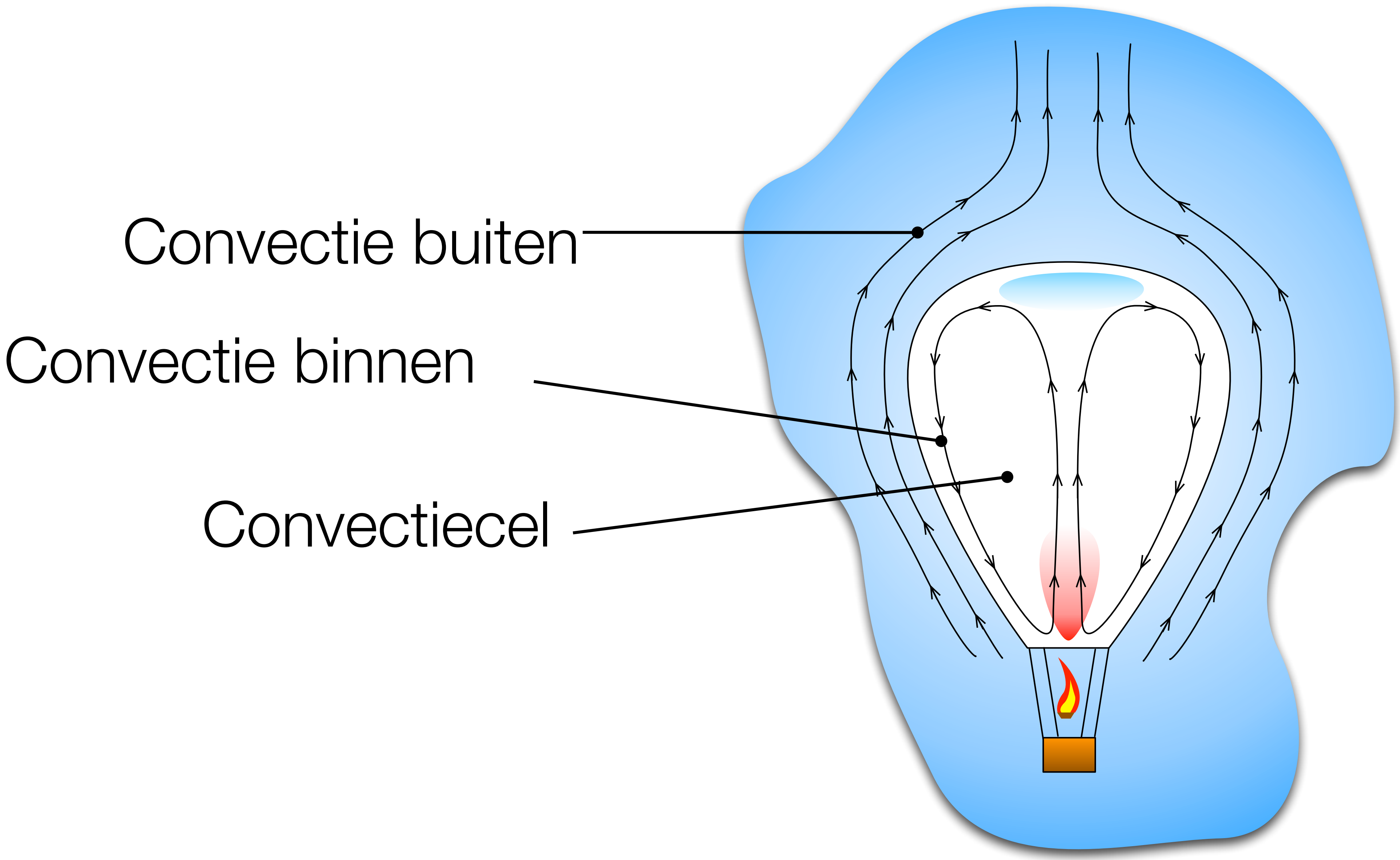


Welke soorten warmtetransport zijn er?

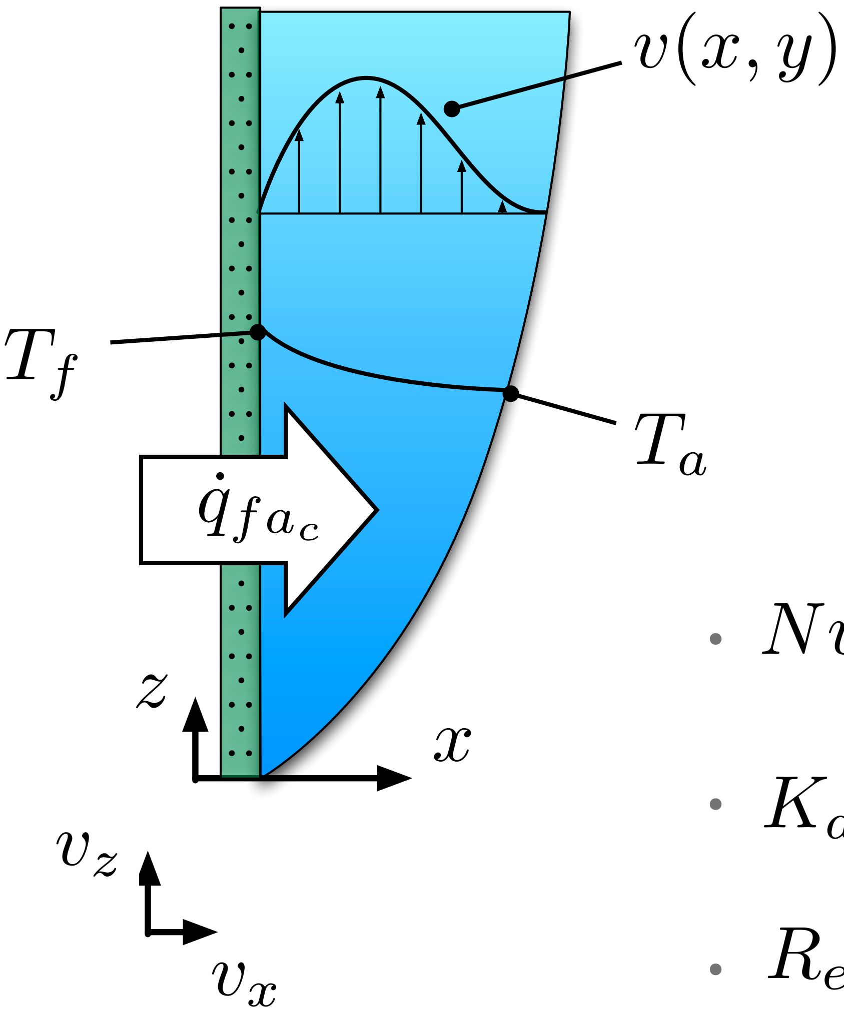


Warmtestroom door convectie

Warmtestroom door convectie



Warmtestroom door convectie

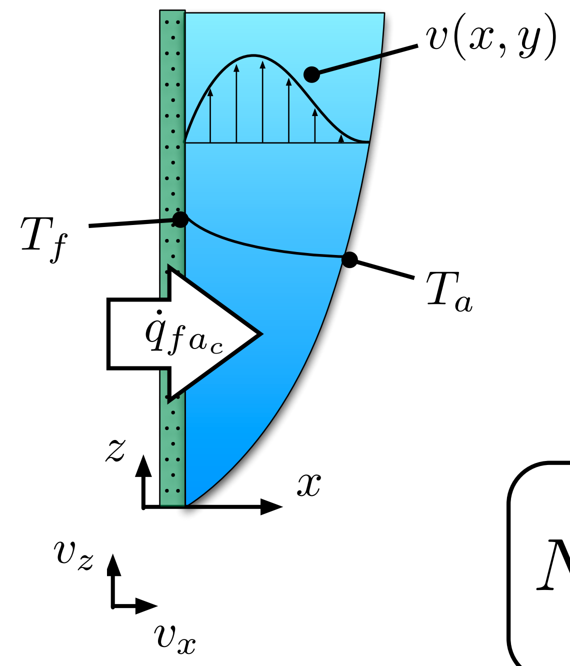


$$\dot{q}_{fa_c} = CH_{fa} \left(T_a - T_f\right)$$

$$CH_{fa} = \frac{Nu_a K_a}{2R_{eq}}$$

- Nu_a Nusselt getal (verhouding convectie en geleiding)
- K_a Thermische geleidbaarheid lucht
- R_{eq} Radius van een bol met volume V

Warmtestroom door convectie : Nusselt getal



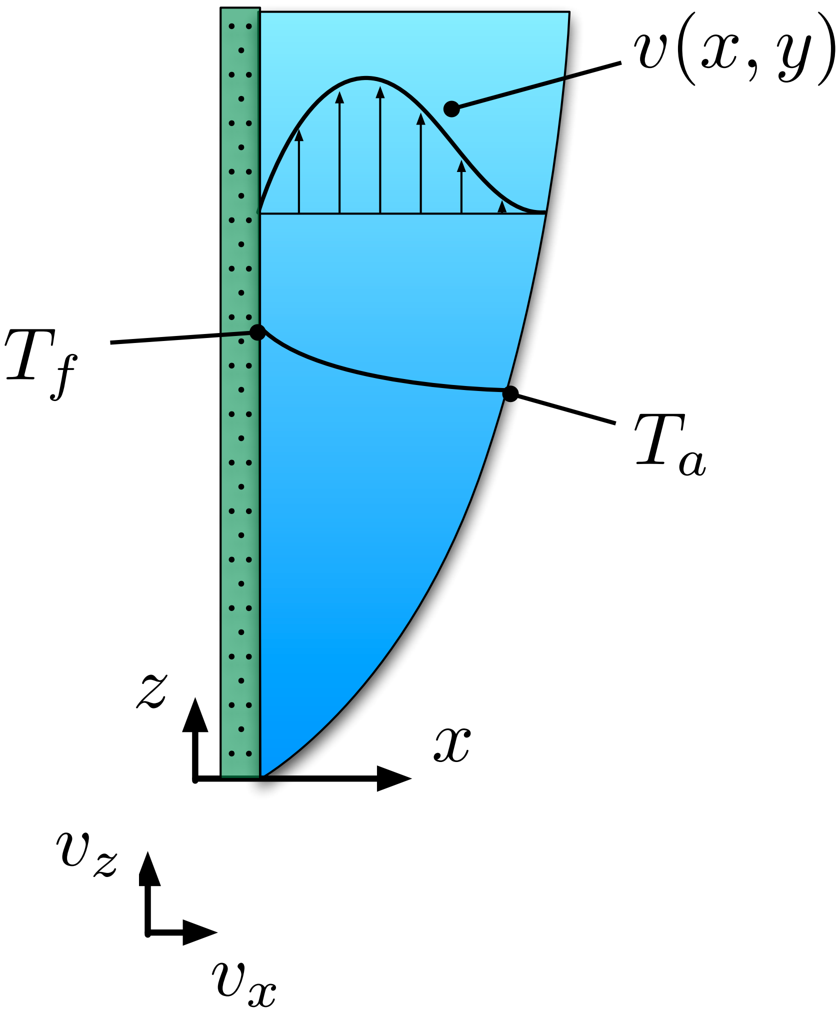
$$\dot{q}_{fa_c} = CH_{fa}\left(T_a - T_f\right)$$

$$CH_{fa} = \frac{Nu_a K_a}{2R_{eq}}$$

$$Nu_a = \max\left[0.37 Re^{0.6},\ \ 2.0 + 0.6\left(Gr_a Pr\right)^{\frac{1}{4}}\right]$$

- Nu_a Nusselt getal (verhouding convectie en geleiding)
- G_{r_A} Grashof getal $\quad G_{r_a} = g\rho_a^2 \dfrac{\left(T_f - T_a\right) R_{eq}^3}{T_a \mu_a^2}$
- Re Reynolds getal $\quad Re = 2\dfrac{dz}{dt}\dfrac{R_{eq}\rho_a}{\mu_a}$

Warmteoverdracht door convectie



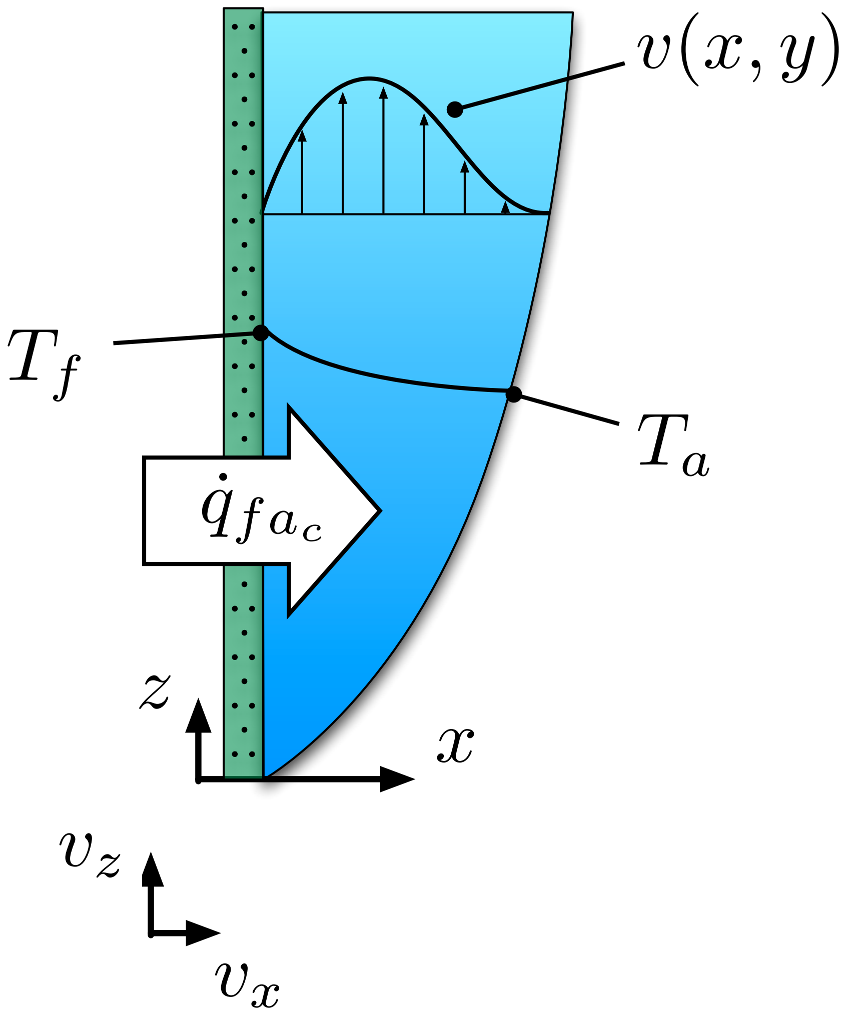
$$\mu_a = 1.49 \times 10^{-6} \left(\frac{T_a^{1.5}}{T_a + 112} \right)$$

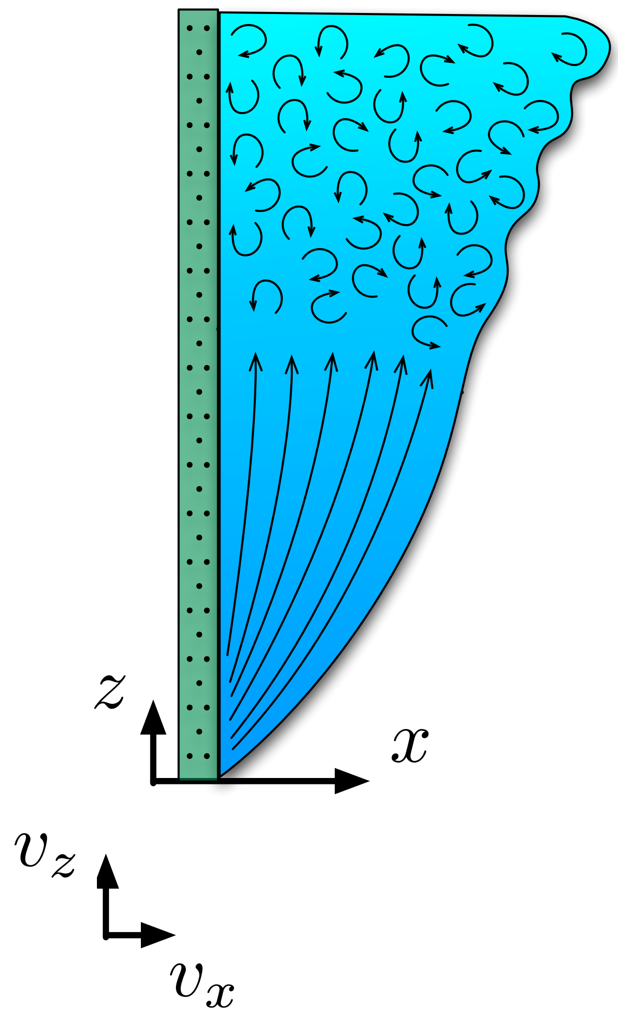
$$K_a = 1.99 \times 10^{-3} \left(\frac{T_a^{1.5}}{T_a + 112} \right)$$

- μ_a Viscositeit of (stroperigheid) van lucht
- K_a Thermische geleidbaarheid van lucht

Warmteoverdracht door convectie

- Bij hogere stroomsnelheden zal de stroming om de ballon turbulent worden



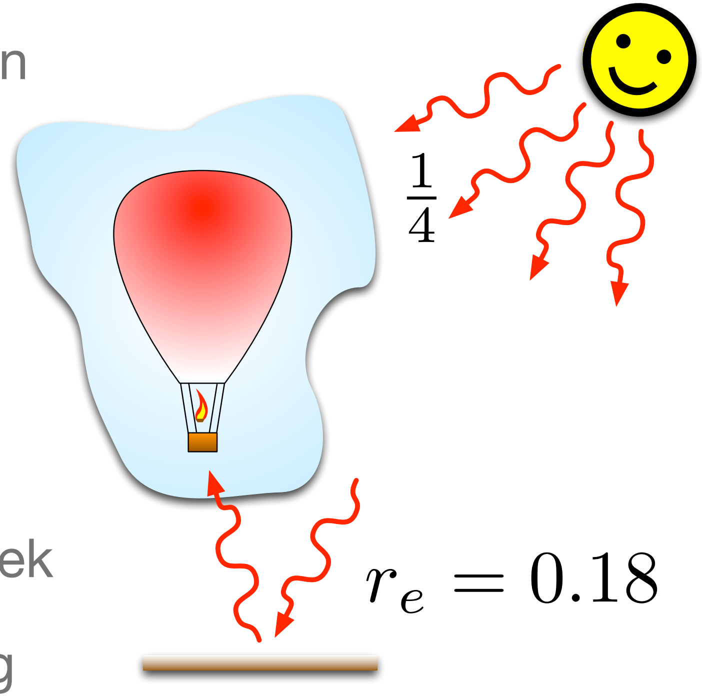


Warmteoverdracht door straling van de zon

Warmteoverdracht door straling van de zon

- De warmtestroom door infraroodstraling van de zon

$$G\alpha_{w_{eff}}\left(\frac{1}{4}+\frac{r_e}{2}\right)$$



- Hierin is:
  - G is de zonneconstante $\mathrm{G} = 1395\ \mathrm{W/m^2K}$
  - $\alpha_{w_{eff}}$ is de effectieve absorptie van ballondoek
  - τ_{sol} is de doorlaadbaarheid van zonnestraling
  - $r_{w_{sol}}$ is de reflectiewaarde van het ballondoek
  - α_w is de absorptiewaarde van het ballondoek voor infrarode straling

$$\alpha_{w_{eff}} = \alpha_w\left[1+\frac{\tau_{sol}(1-\alpha_g)}{1-r_{w_{sol}(1-\alpha_g)}}\right]$$

Warmteoverdracht door infrarood straling

Warmteoverdracht door infraroodstraling

- De uitwisseling van infrarode stralen tussen ballondoek en hete lucht wordt bepaald door

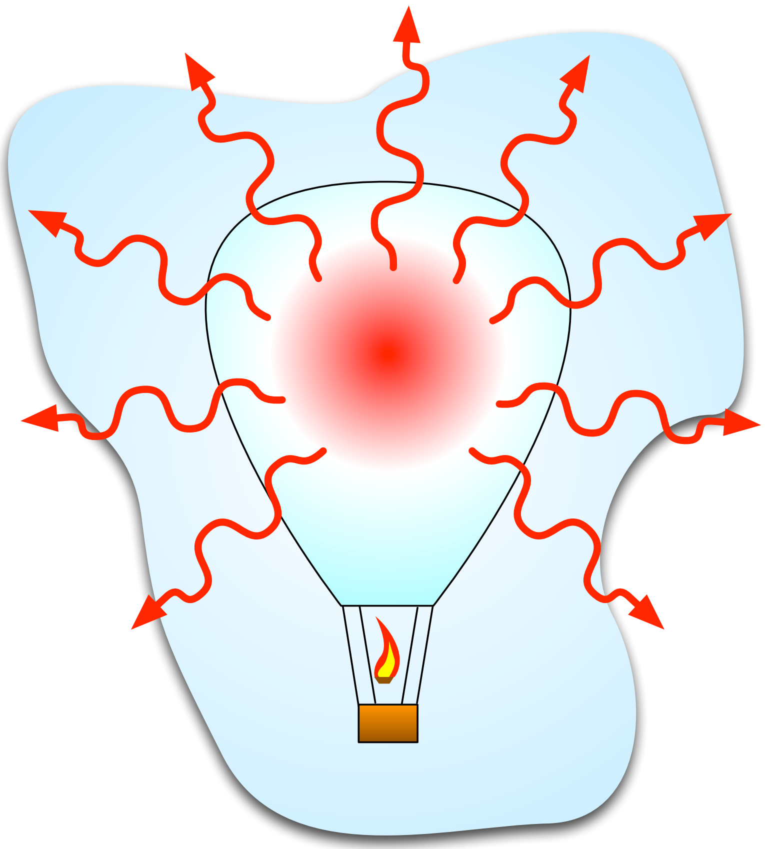
$$\epsilon_{int}\sigma\left(T_g^4 - T_f^4\right)$$

$$\epsilon_{int} = \frac{\epsilon_g \epsilon_w}{1 - r_w(1-\epsilon_g)}$$

- IR emmissie van de omringende lucht en van de hete lucht in de ballon

$$\epsilon_{g_{eff}}\sigma\left(T_{BB}^4 - T_f^4\right)$$

$$\epsilon_{g_{eff}} = \frac{\epsilon_g \tau_w}{1 - r_w(1-\epsilon_g)}$$



$$T_{BB} = 214.4\ \mathrm{K}$$
$$\sigma = 5.669 \times 10^{-8}\ \mathrm{W/m^2K^4}$$

Warmteoverdracht door infraroodstraling

- De uitwisseling van infrarode stralen tussen ballondoek en hete lucht wordt bepaald door

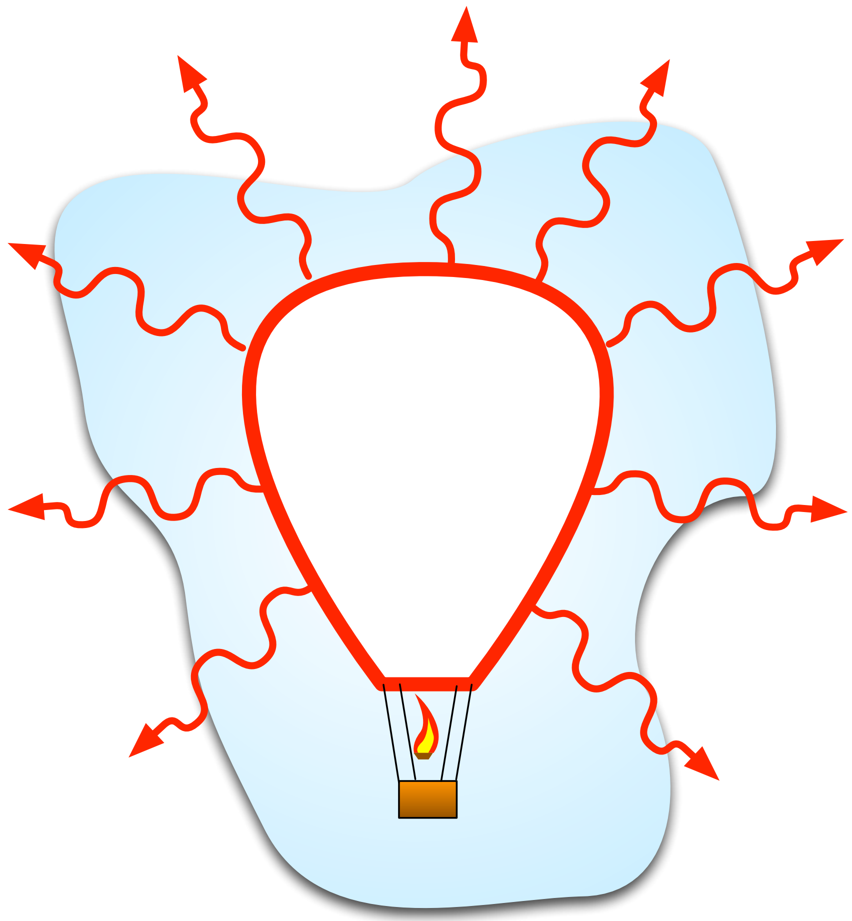
$$\epsilon_{int}\sigma\left(T_g^4 - T_f^4\right)$$

$$\epsilon_{int} = \frac{\epsilon_g \epsilon_w}{1 - r_w(1-\epsilon_g)}$$

- IR emmissie van de omringende lucht en van het ballondoek

$$\epsilon_{w_{eff}}\sigma\left(T_{BB}^4 - T_f^4\right)$$

$$\epsilon_{w_{eff}} = \epsilon_w\left[1 + \frac{\tau_w}{1 - r_w(1-\epsilon_g)}\right]$$



$$T_{BB} = 214.4 \text{ K}$$
$$\sigma = 5.669 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$$

Samenvattend:

- De warmtestromen van en naar het ballondoek zijn:

$$\dot{q}_f = \Big[G\alpha_{w_{eff}} \left(\tfrac{1}{4} + \frac{r_e}{2}\right) + \epsilon_{int}\sigma \left(T_g^4 - T_f^4\right) + \epsilon_{w_{eff}}\sigma \left(T_{BB}^4 - T_f^4\right) \\ + CH_{gf}\left(T_g - T_f\right) + CH_{fa}\left(T_a - T_f\right)\Big] S$$

- De warmtestromen van en naar de hete lucht in de ballon zijn:

$$\dot{q}_g = \big[G\alpha_{g_{eff}} \left(1 + r_e\right) - \epsilon_{int}\sigma \left(T_g^4 - T_f^4\right) + \epsilon_{g_{eff}}\sigma \left(T_{BB}^4 - T_g^4\right) \\ - CH_{gf}\left(T_g - T_f\right)\big] S$$

Warmestroom in verhouding : Hover op 1000 m

- Temperatuur hete lucht : 42.6 C
- Omgevingstemperatuur : 8.65 C
- Temperatuur ballondoek : 8.76 C

- Brander naar hete lucht : 134 kW
- Zonnestraling en reflectie naar hete lucht : 726 W
- Zonnestraling en reflectie naar ballondoek : 3.7 kW
- Infrarood emissie van het ballondoek : 11 kW
- Infrarode straling hete lucht en ballondoek : 2 W
- Infrarood straling koude lucht en ballondoek : 2 W
- Infrarood emissie van het ballondoek : 155 W
- Warmtestroom door infrarood emissie het aardoppervlak: 33 W

- Netto warmtestroom door convectie in de ballon: 138 kW
- Netto warmtestroom door convectie buiten de ballon: 127 kW

Samenvattend

- We hebben drie gekoppelde differentiaalvergelijkingen:

$$\left(m_{tot} + C_m \rho_a V\right) \frac{d^2 z}{dt^2} + \tfrac{1}{2} \rho_a A C_D \frac{dz}{dt} \left| \frac{dz}{dt} \right| = g \left(\rho_a V - m_{tot}\right)$$

$$m_f c_f \frac{dT_f}{dt} = \frac{dQ_f}{dt}$$

$$m_g c_{p_g} \frac{dT_g}{dt} = \frac{dQ_g}{dt} + u - \left(\frac{g m_g T_g}{T_a}\right) \frac{dz}{dt}$$

Deel 2

Vereenvoudigen (een tipje van de sluier...)

Vereenvoudigen

- Veronderstel $m_{tot} + C_m \rho_a V$ constant

- benader de kwadratische snelheidsterm van de drag door

$$\frac{dz}{dt}\left|\frac{dz}{dt}\right| \approx k\frac{dz}{dt} \qquad k = 0.75\max\left[\frac{dz}{dt}\right]$$

- Benader het thermische model met

$$-\frac{dQ_f}{dt} = a_1\frac{dz}{dt} + b_1 T_f + c_1 T_g$$

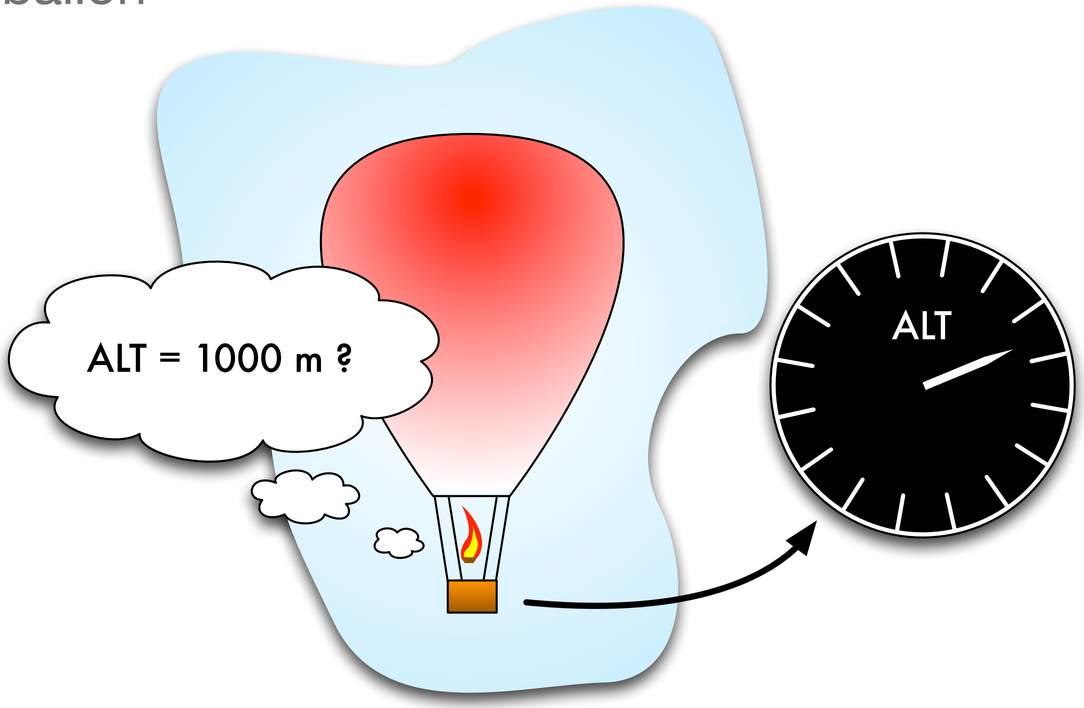
$$-\frac{dQ_g}{dt} + \left(\frac{g m_g T_g}{T_a}\right)\frac{dz}{dt} = a_2\frac{dz}{dt} + b_2 T_f + c_2 T_g$$

Deel 3

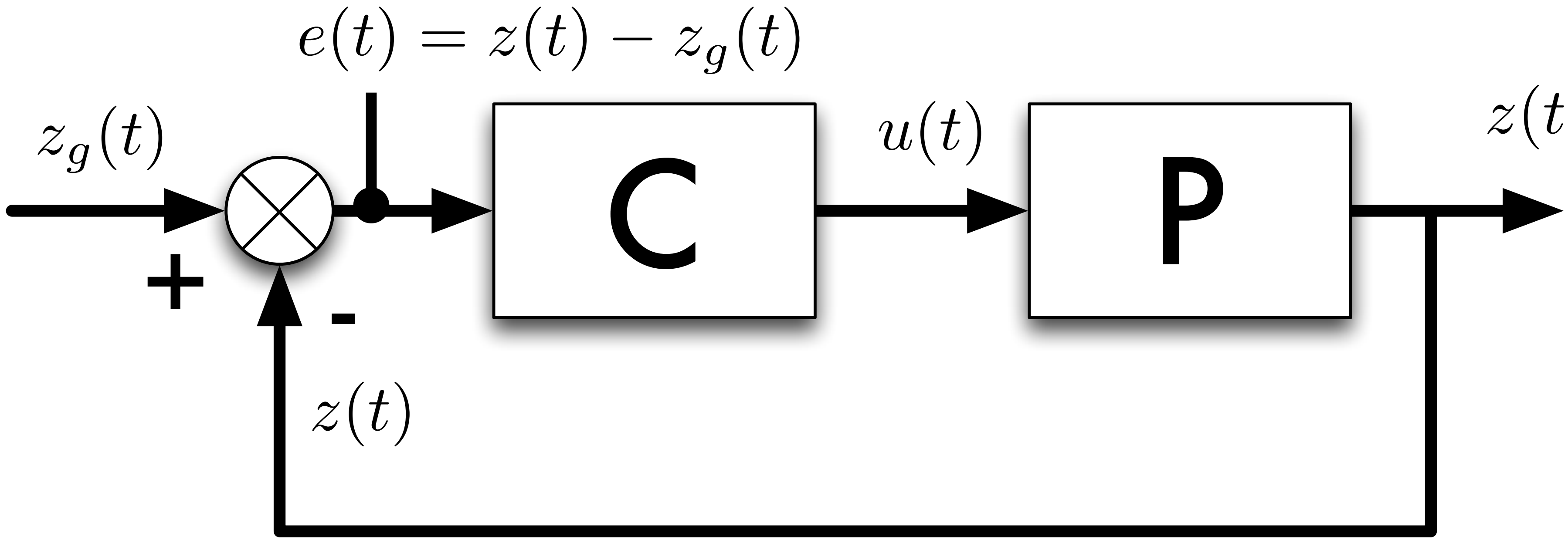
Wat kan de ballonvaarder doen om de ballon naar een gewenste hoogte te sturen?

Hoogteregelingen proportioneel

- Een Autopiloot voor een heteluchtballon
  - Wat wordt gemeten?
  - Wat is de stuurgrootheid?
  - Wat moet het systeem weten?
    - Calibratie?
- Laten we een poging wagen!

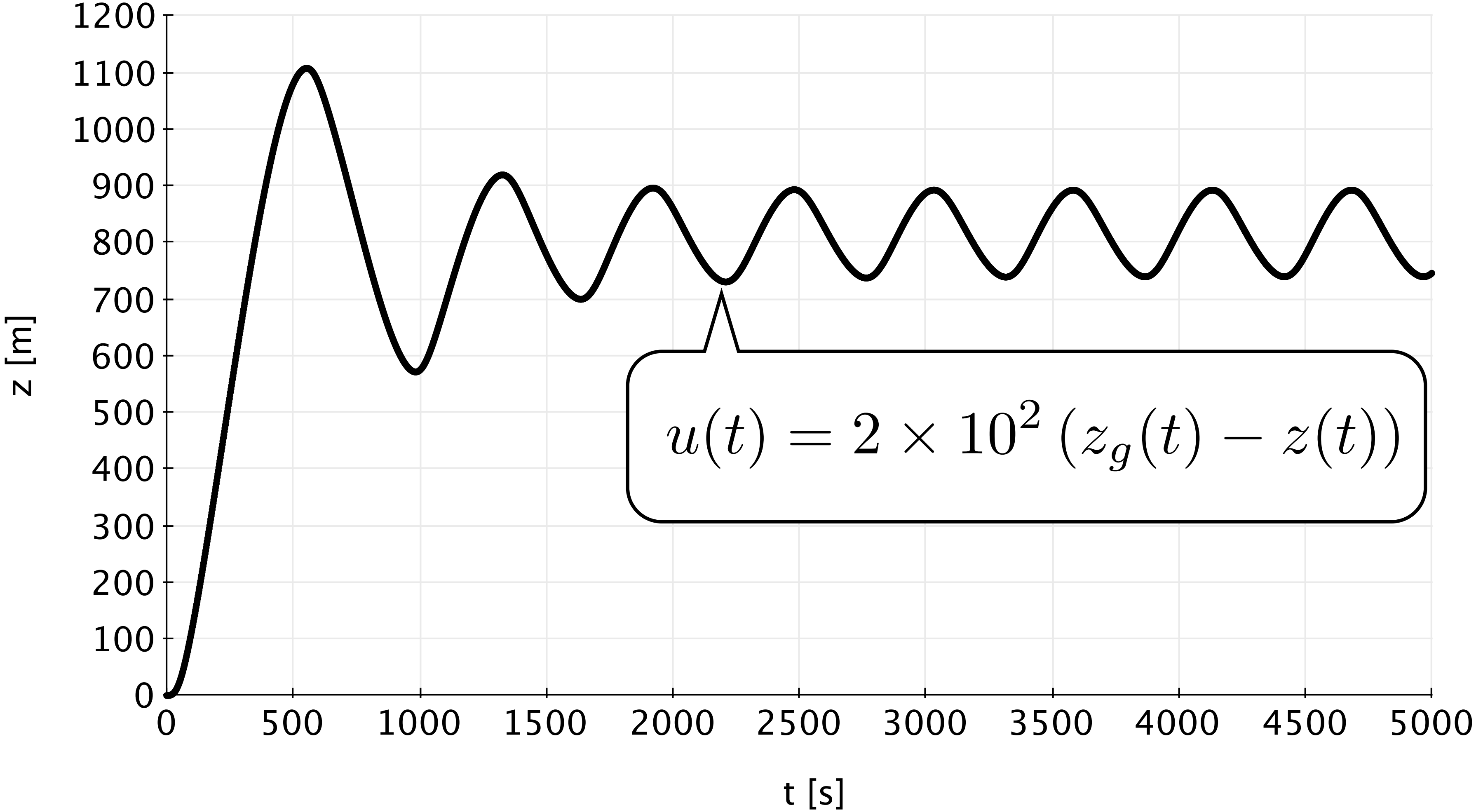


Hoogteregeling

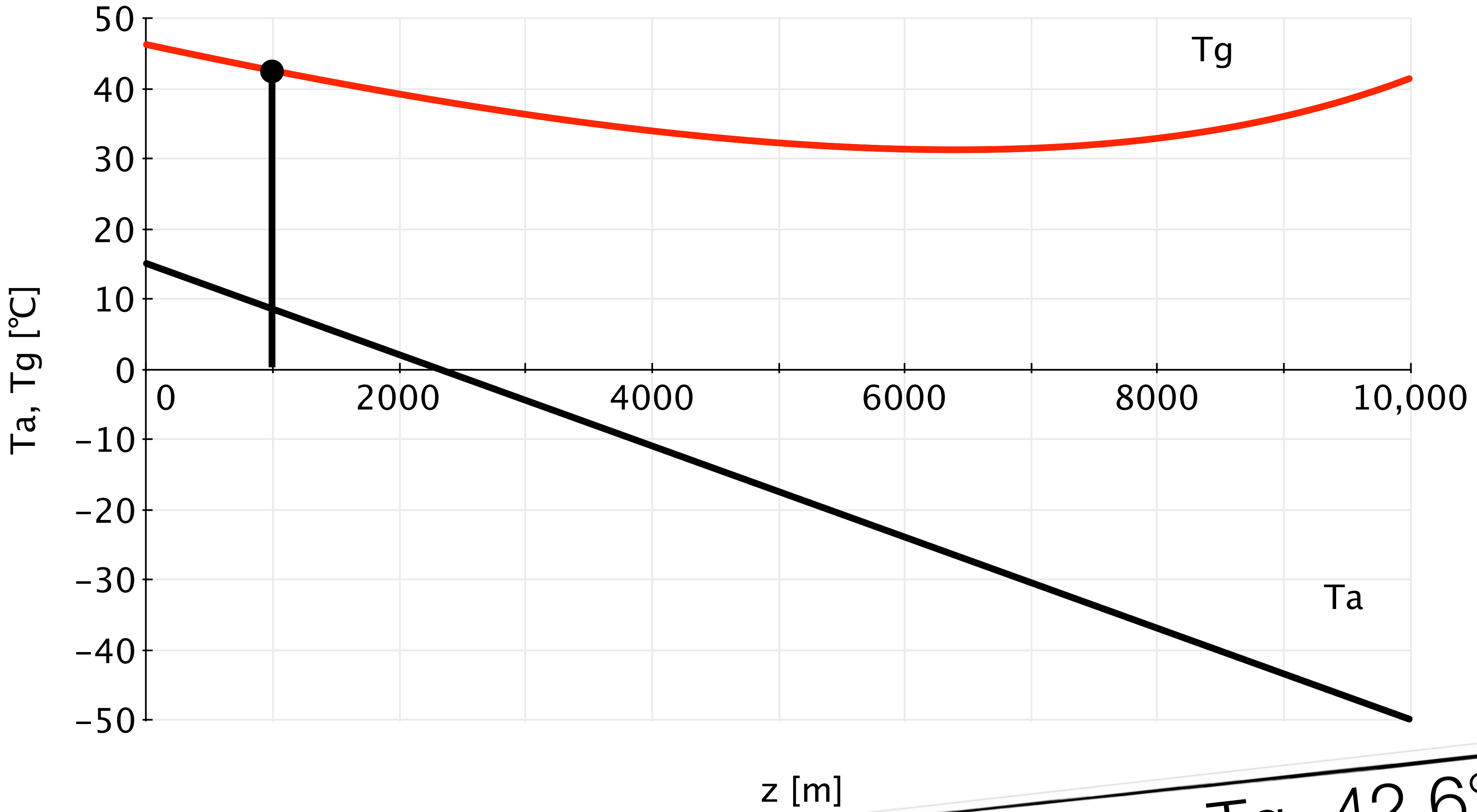


- De werkelijke hoogte van de ballon wordt vergeleken met de gewenste hoogte
- Het regelsysteem versterkt de fout en stuurt de brander aan
- Hoe ziet het regelsysteem C er uit?

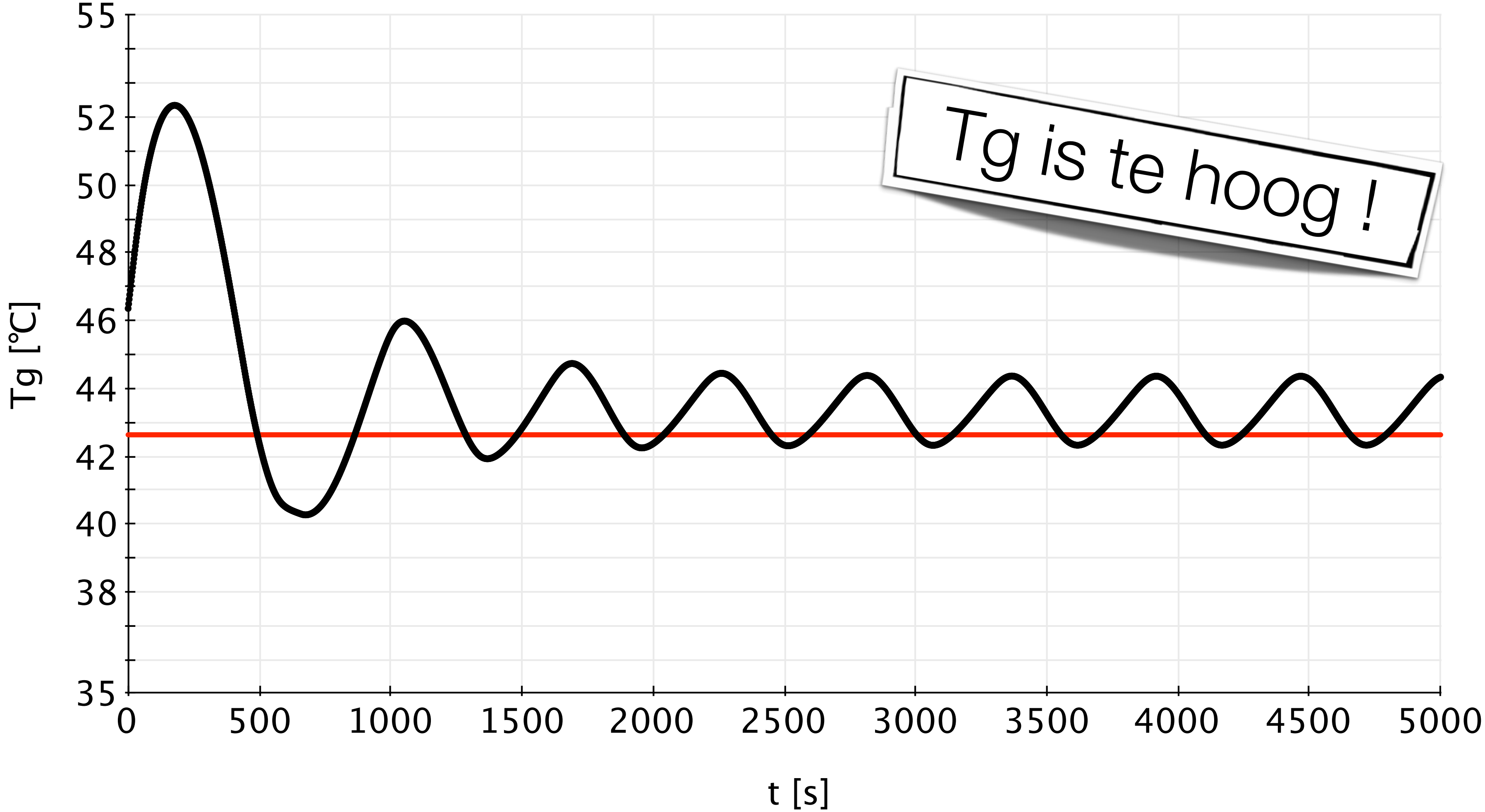
Proportionele regeling



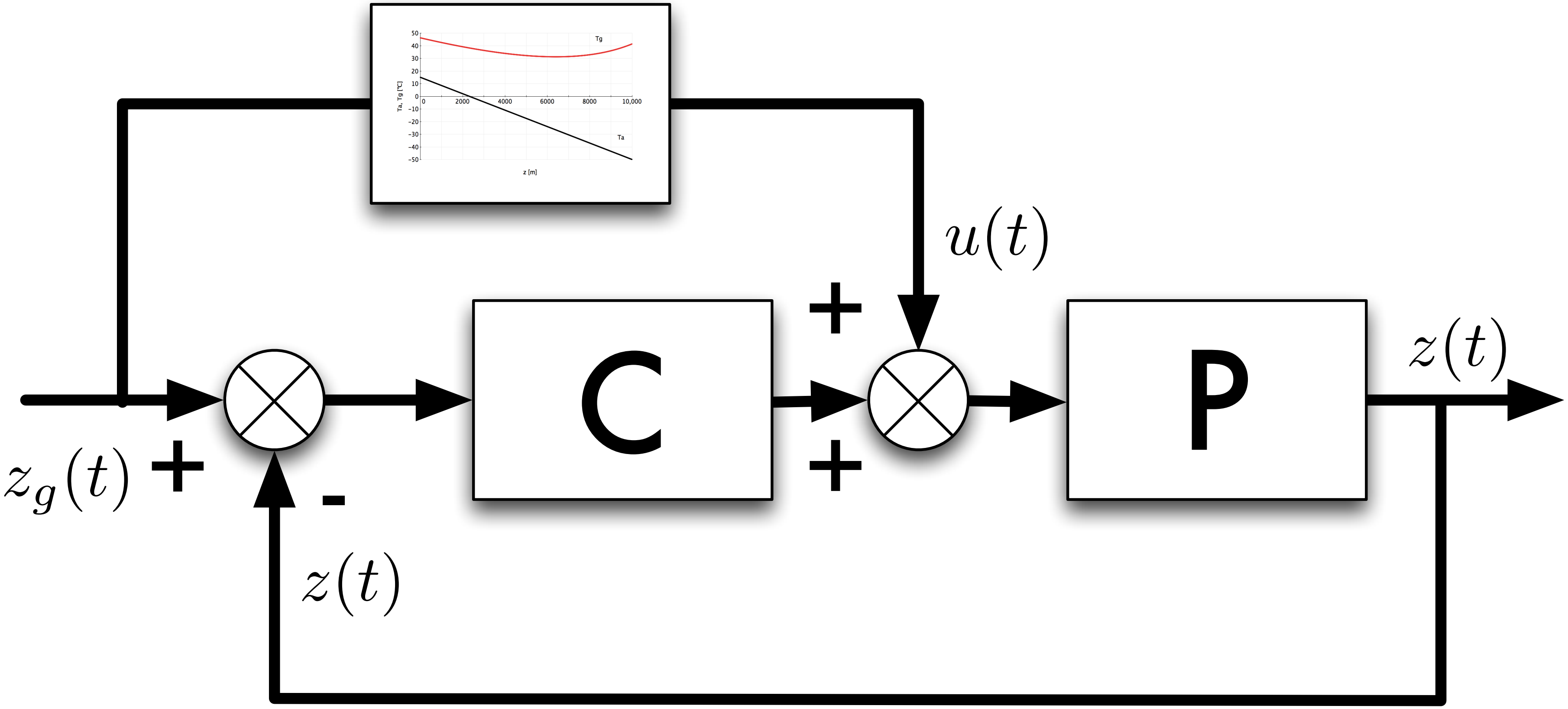
Temperatuur nodig voor hover



Hover 1000m, Tg=42.6°C

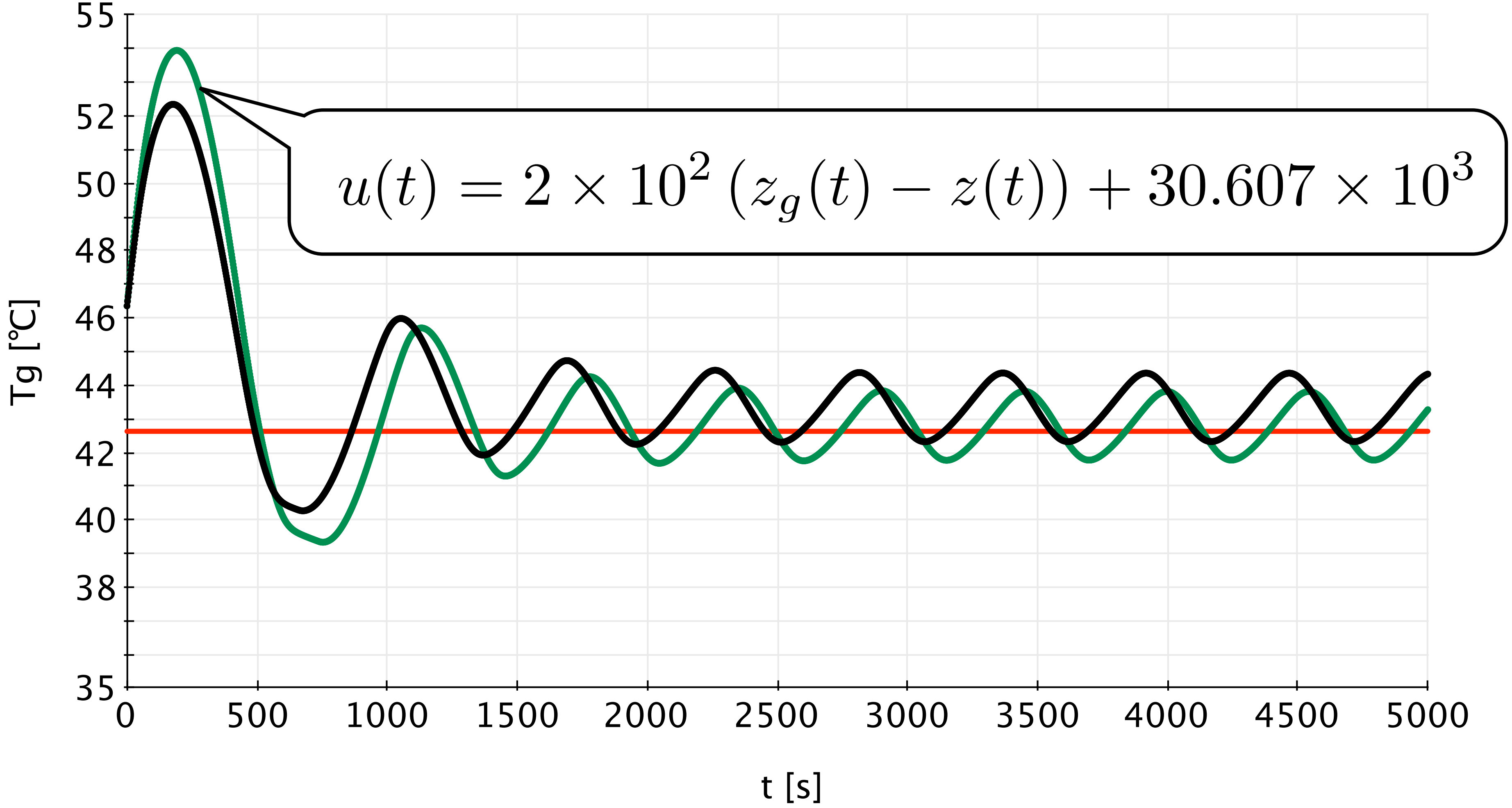

Tg is te hoog !
55
52
50
48
46
44
42
40
38
35
Tg [°C]
0
500
1000
1500
2000
2500
3000
3500
4000
4500
5000
t [s]

Hoogteregeling

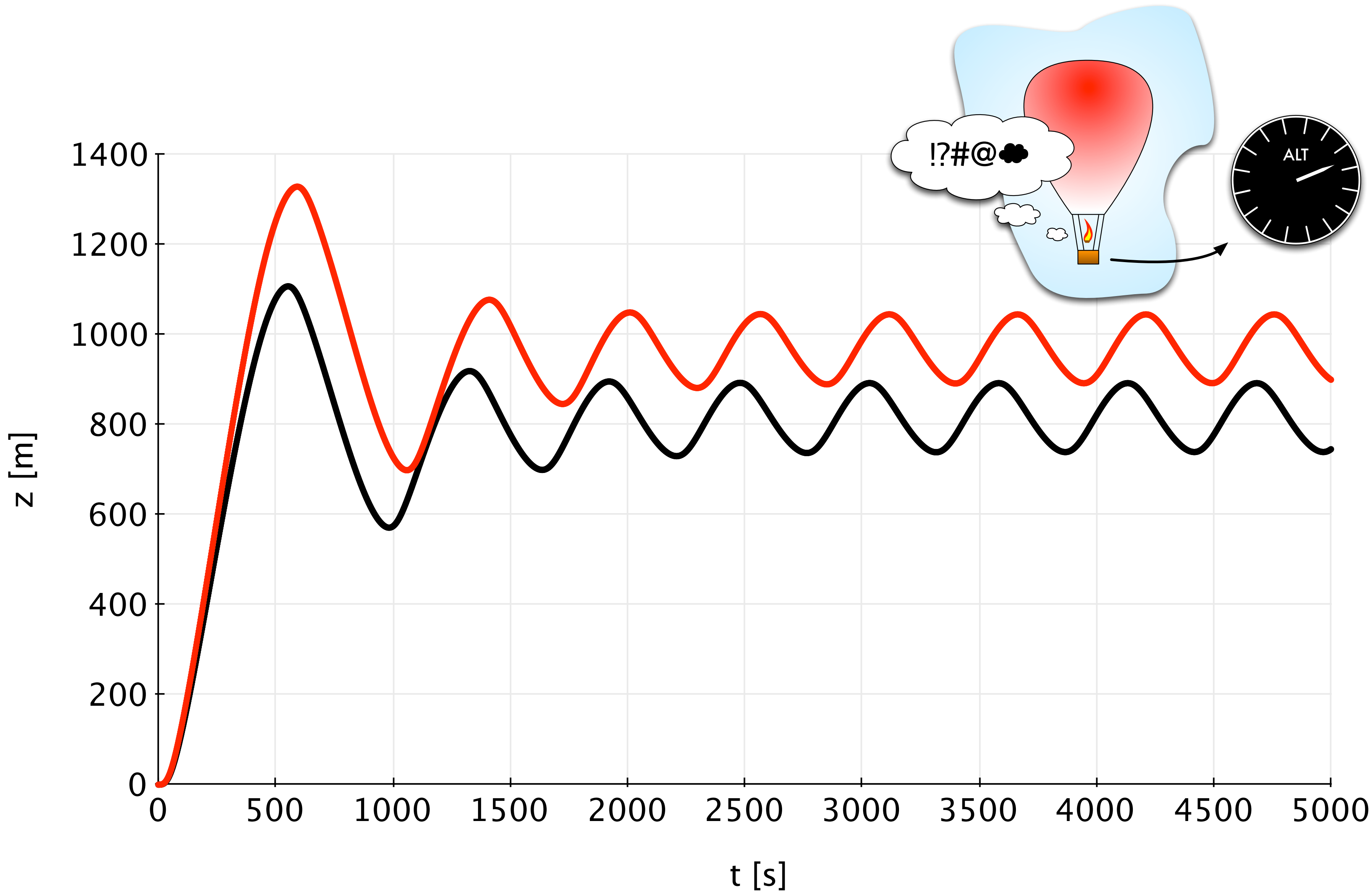


- De werkelijke hoogte van de ballon wordt vergeleken met de gewenste hoogte
- Het regelsysteem krijgt een offset op basis van de voor hover benodigde U(t)
  - Deze methode heeft Feed Forward....
- Hoe ziet het regelsysteem C er uit?

Proportioneel geregeld met statische correctie



Proportioneel geregeld met statische correctie



Regelen

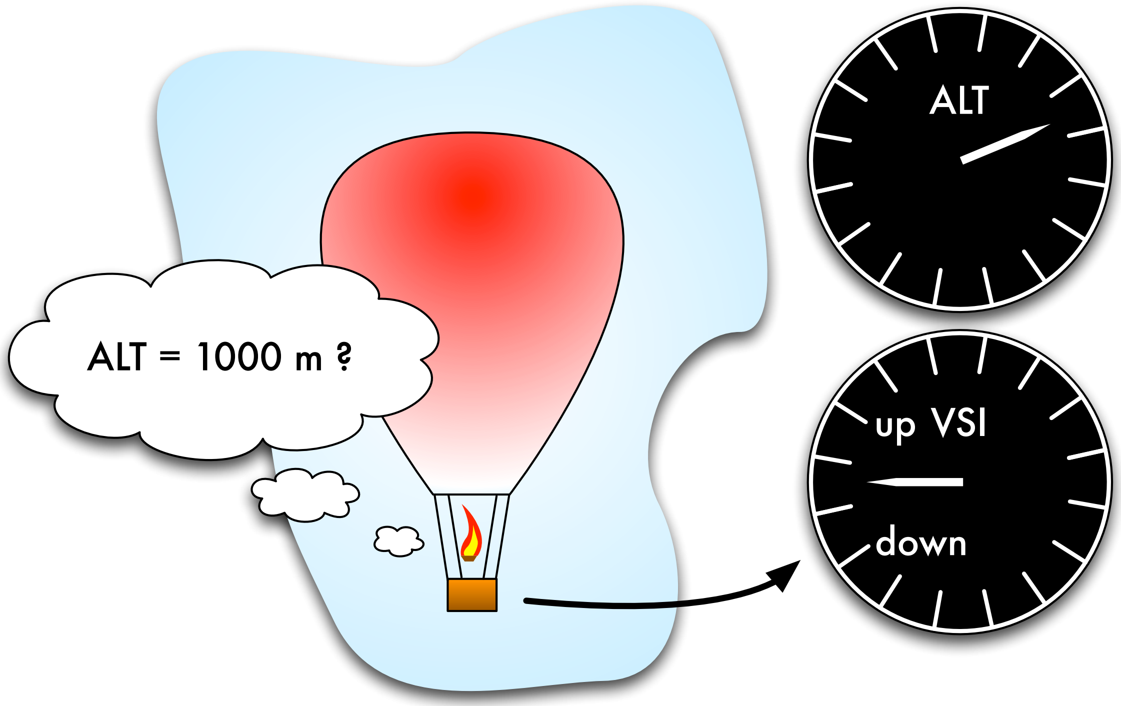
- Wat valt op?
  - Statische volgfout, de hoogte is niet 1000 m
  - Er is een oscillerend gedrag...
- Hoe kan dit?
- Wat kunnen we er aan doen?

Regelen

- Het versterken van de volgfout is niet genoeg (ook niet met statische correctie)

- Voeg een meetinstrument toe:

    - Meet de daal&stijgsnelheid!

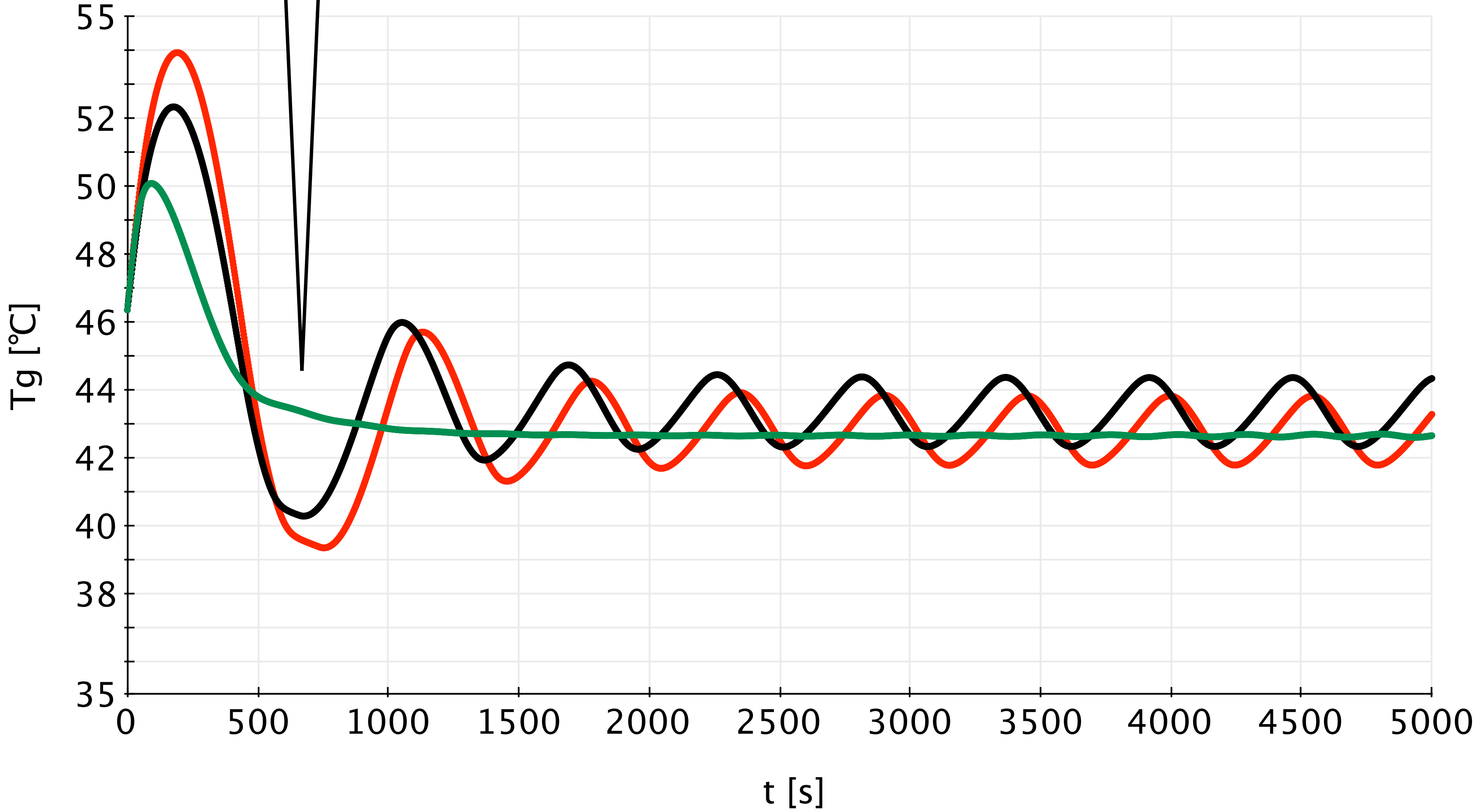


- Waarom is dit handig?

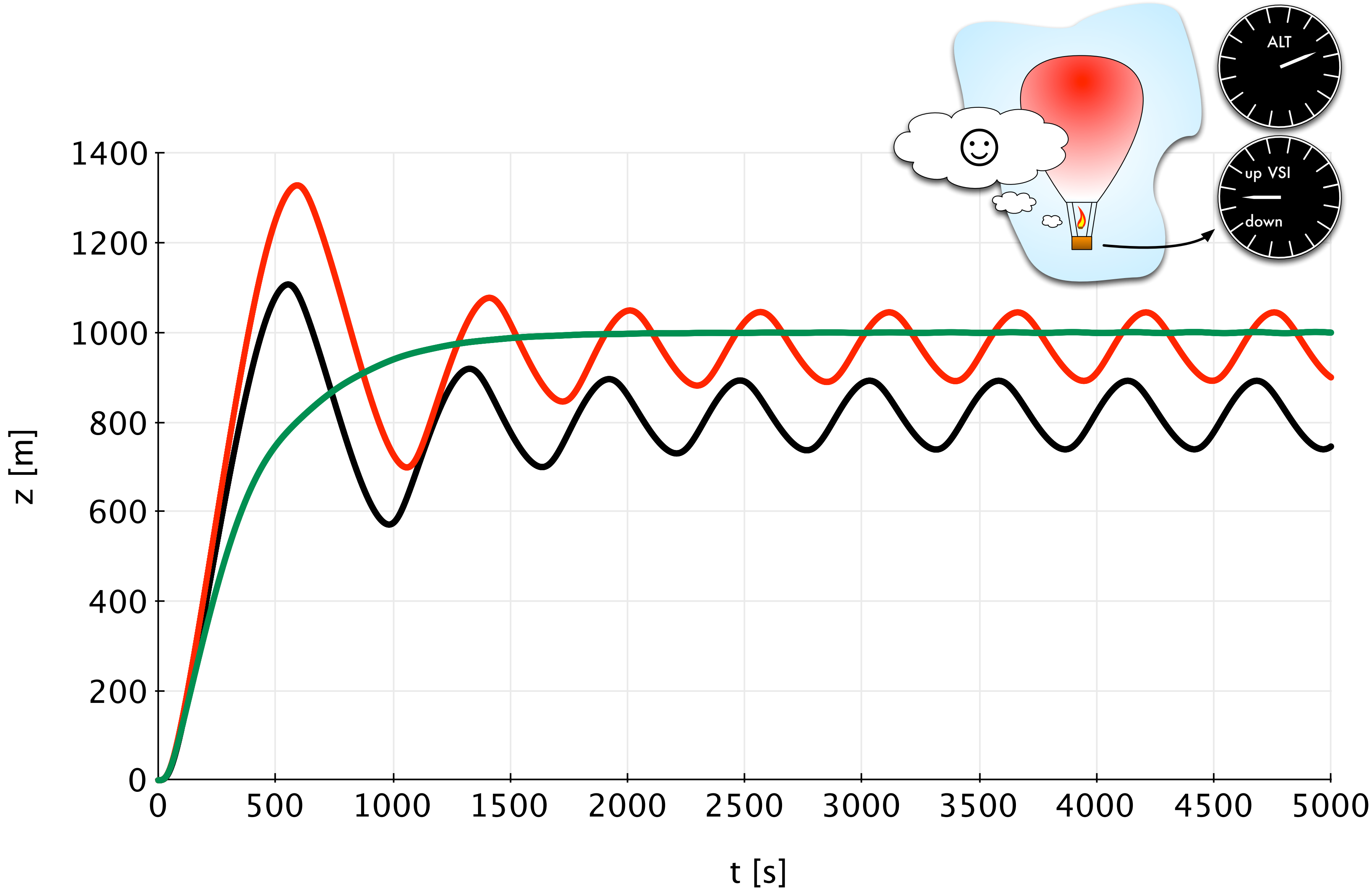
- Hoe kan men het zelfde bereiken met alleen de hoogtemeter?

PD geregeld met statische correctie

$$u(t) = 2 \times 10^2 \left(z_g(t) - z(t)\right) + 5 \times 10^4 \frac{dz(t)}{dt} + 30.607 \times 10^3$$



PD geregeld met statische correctie

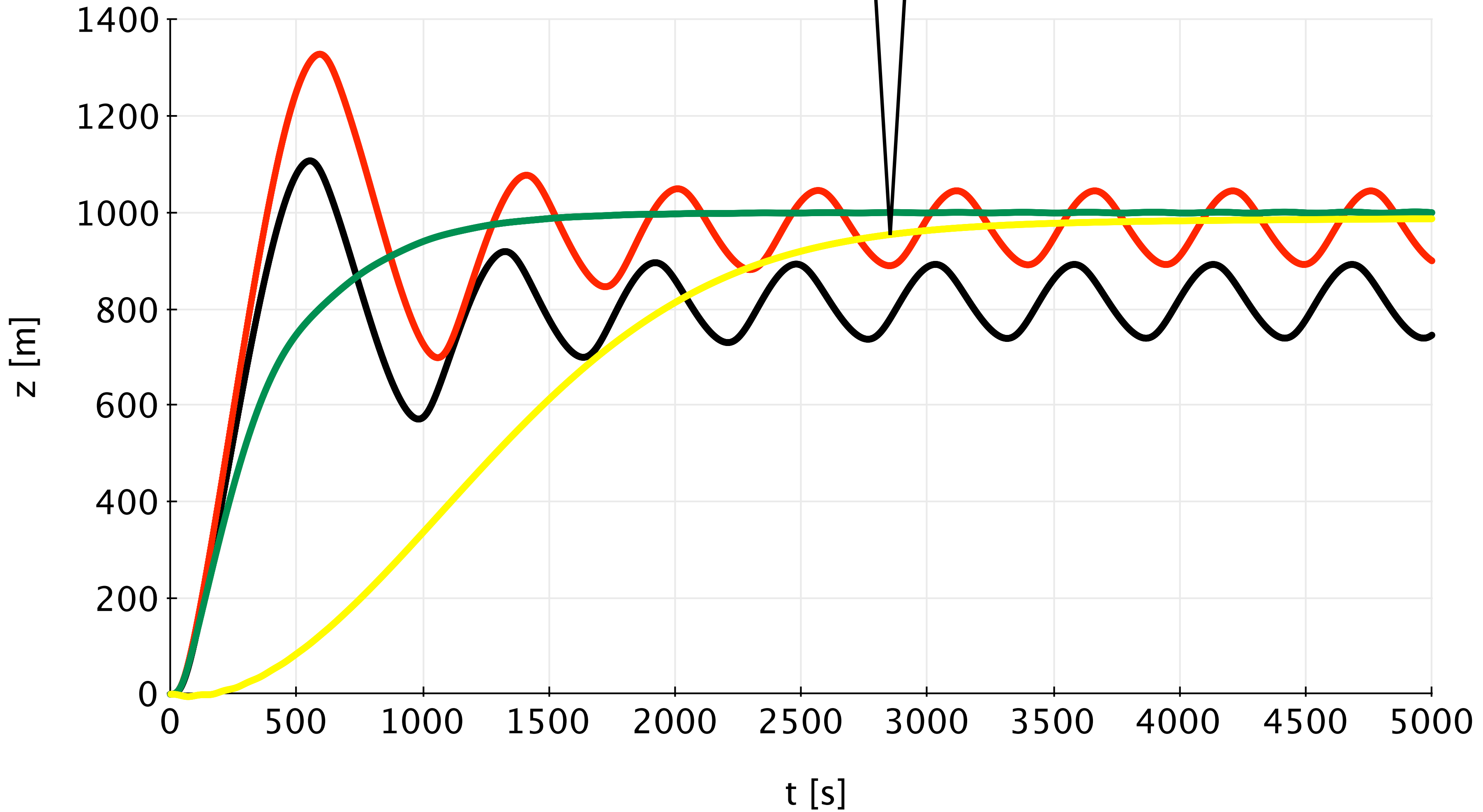


PD geregeld met statische correctie

- De PD regeling met statische correctie werkt, echter
  - De regeling is volledig gebaseerd op modelkennis....
- In de werkelijke wereld hebben modellen beperkingen:
  - Het gewicht is nooit helemaal bekend...
  - De thermische toestand is maar een ruwe schets van het werkelijke gedrag
- Wat nu? Hoe kunnen we met een beperkt model toch de fout naar nul brengen?
  - Feedback!

PID regelen zonder statische correctie

$$u(t) = 2 \times 10^{-2}\,(z_g(t) - z(t)) + 2 \times 10^{-1} \int z_g(t) - z(t)dt + 5 \times 10^{5}\,\frac{dz(t)}{dt}$$



Vragen?

Mathematica implementatie van het model

- De niet lineaire differentiaal vergelijkingen kunnen in mathematica worden ingevoerd en gesimuleerd met NDSolve
- We kunnen de vergelijkingen ook vereenvoudigen en lineariseren
- De opdracht komt volgende week......