# Simulace Sluneční soustavy

Dokumentace k zápočtovému programu pro předmět  ${\bf Programovani}~{\bf I(NPRG030)}$ 

Jan Waltl 10. února 2017

# Obsah

1	$ m \acute{U}vod$					
	1.1	Specifikace	4			
	1.2	Teorie	4			
		1.2.1 Analytický popis	4			
		1.2.2 Numerické řešení	5			
2	Náv	vrh programu	7			
	2.1	Třída Simulation	8			
		2.1.1 Veřejné rozhraní	8			
		2.1.2 Moduly	9			
		2.1.3 Návrh metody Start()	9			
		2.1.4 Implementace metody Start()	11			
	2.2	- · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	12			
	ъ	. 11°				
3			13			
		Parser				
	3.2	SimMethod				
	3.3	Viewer	15			
4	FormattedFileParser 1					
	4.1	Struktura dat	16			
	4.2	Detaily implementace	17			
5	Sola	arParser 1	١9			
•		Popis	19			
6	Imr	plementované simulační metody	20			
Ŭ	6.1	SemiImplicitEuler				
	0.1		20			
		6.1.2 Implementace				
	6.2	•	22			
	0.2		22			
			าก			

OBSAH OBSAH

7	IMC	GuiViewer	25
	7.1		$\frac{1}{25}$
			$\frac{-5}{25}$
			$\frac{-5}{25}$
		- F V -	$\frac{25}{25}$
		T	$\frac{26}{26}$
	7.2		$\frac{20}{26}$
	1.2		$\frac{20}{26}$
			_
		V	26
			26
			27
	7.3	Kreslení uživatelského rozhraní	27
8	Roz	šířitelnost a vylepšení	30
	8.1	v i	30
	8.2		31
	8.3		32
	8.4		$\frac{32}{32}$
9	Por		<b>34</b>
	9.1	Kruhový pohyb	34
		9.1.1 Teorie	34
		9.1.2 Explicitní Euler	34
		9.1.3 Implicitní Euler	35
			35
			35
	9.2	Sluneční soustava	35
	9.3		35
	9.4	v	35
	TT4		
10			43
		1 obertally	43
			43
	10.3	Pokročilé možnosti	44
11	Kon	npilace programu	46
-1		Git	
			46
			$\frac{40}{46}$
	$_{\rm LL.0}$	Lillux	±υ

## Organizace dokumentu

Tento text je organizován do následujících částí:

Úvod - První kapitola, zde je uvedena specifikace zápočtového programu a vysvětlena teoretická část.

**Programátorká část** - Kapitoly č.X až Y, které popisují jak design celého programu, tak jednotlivých částí. Zaměřují se na použité algoritmy a jejich implementaci včetně zdrojových kódů C++. Na konci jsou poté zmíněny možnosti dalšího rozšíření.

**Uživatelská příručka** - Poslední dvě kapitoly popisují jak program správně zkompilovat a také jak s ním pracovat z neprogramátorského pohledu.

Programátorská část vyžaduje určitou znalost C++ a OpenGL. Důležité koncepty a algoritmy jsou podrobně vysvětleny a vhodně doplněny zdrojovými kódy, které jsou psány následujícím formátem:

Text vystihující příklad (Název souboru)

```
#include <iostream>

int main()

{
    std::cout<<"Hello World!\n";
    return 0;
}</pre>
```

Všechny další uvedené zdrojové kódy se nachází ve složce Source/, která by měla být připojena k této dokumentaci. Z praktických důvodů **nemusí** být tyto soubory zkompilovatelné, popřípadě mohou být psány z části v pseudo-kódu. **Nejedná** se o zdrojové kódy samotného programu. Primární účel je pouze **popisný**, kde snaha je ilustrovat koncepty a algoritmy, které se v programu v nějaké formě skutečně vyskytují.

Zdrojové kódy samotného programu jsou také součástí dokumentace a obsahují komentáře, které mohou stát za přečtení.

# $\mathbf{\acute{U}vod}$

### 1.1 Specifikace

Program simuluje Sluneční soustavu za využití numerické integrace a Newtonova gravitačního zákona. Fyzikálně se jedná řešení problému n-těles - tzn. každé těleso gravitačně působí na všechna ostatní. Tento problém je velmi těžko řešitelný analytickým metodami pro větší n. Výpočetní síla počítačů spolu s metodami numerické integrace tak nabízí alternativní řešení tohoto problému.

Vstupem programu jsou strukturovaná data uložená v textovém souboru, která definují fyzikální veličiny simulované soustavy. Tedy polohy, rychlosti a hmotnosti simulovaných objektů.

Výstup je 2D grafická reprezentace simulované soustavy v reálném čase. Uživatelské rozhraní dovoluje měnit rychlost a přesnost simulace. Dále zobrazuje užitečné informace, jako jsou aktuální pozice, rychlosti pro každý simulovaný objekt vzhledem k jiným objektům.

Při vývoji programu byl kladen co největší důraz na pozdější rozšířitelnost. Výsledný program tedy poskytuje několik simulačních metod a možností vstupů a výstupů.

#### 1.2 Teorie

#### 1.2.1 Analytický popis

Newtonův Gravitační zákon (dále NGZ) popisuje vzájemné silové působení  $F_g$  dvou hmotných bodů  $^1$ , kde výsledná síla je přitažlivá.

$$F_g = \kappa \frac{m_1 m_2}{(x_1 - x_2)^2} \tag{1.1}$$

 $m_1, m_2$  jsou hmotnosti obou bodů a  $x_1, x_2$  jejich polohy.

Dále budeme pokládat simulované objekty za hmotné body, což je vzhledem k rozměrům hvězd, planet, měsíců a jejich vzdálenostem rozumná aproximace.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Myšlené těleso, kde jeho veškerá hmotnost je soustředěna do jednoho místa - **hmotného bodu**.

1 ÚVOD 1.2 Teorie

Nyní nám NGZ spolu s principem superpozice  $^2$  a Newtonovým Zákonem síly (1.2) dává pro n těles následující (1.3) soustavu n obyčejných diferenciálních rovnic. Kde neznámé  $\boldsymbol{x}_i, \ddot{\boldsymbol{x}}_i$  jsou vektory polohy, resp. zrychlení simulovaných těles. Mínus je zde kvůli přitažlivosti výsledné síly.

$$F = m\ddot{\boldsymbol{x}} \tag{1.2}$$

$$\ddot{\boldsymbol{x}}_{i} = -\kappa \sum_{j=1, j \neq i}^{n} \frac{m_{i} \left( \boldsymbol{x}_{i}(t) - \boldsymbol{x}_{j}(t) \right)}{\left( \boldsymbol{x}_{i}(t) - \boldsymbol{x}_{j}(t) \right)^{3}}. \quad \text{pro } i = 1 \dots n$$

$$(1.3)$$

Analytické řešení této soustavy rovnic by nám dalo možnost zjistit polohu, rychlost a zrychlení libovolného simulovaného objektu v libovolném čase na základě počátečních podmínek.

Bohužel vyřešit tuto soustavu je pro n => 3 velmi těžké.

#### 1.2.2 Numerické řešení

Pokud se soustava nedá vyřešit analyticky, můžeme se alespoň pokusit získat aproximativní řešení. Numerická integrace využívá toho, že nemusí být těžké spočítat derivace v libovolném čase. Navíc to dnešní počítače dokáží udělat velmi rychle. Pokud tedy dokážeme zjistit derivaci v každém bodě, tak bychom mohli původní funkci zrekonstruovat pomocí těchto derivací. Např. můžeme výslednou funkci aproximovat úsečkami, kde jejich směrnice je derivace hledané funkce. Toto přesně dělá nejjednodušší integrační metoda - Eulerova explicitní metoda (1.5). Mějme jednoduchou soustavu rovnic (1.4) . Je vidět, že řešením je funkce $y=e^t$ , což se snadno ověří zpětnou derivací.

$$\dot{y} = y, y(0) = 1 \tag{1.4}$$

$$y(t + \Delta t) = y(t) + \Delta t \cdot y'(t) \tag{1.5}$$

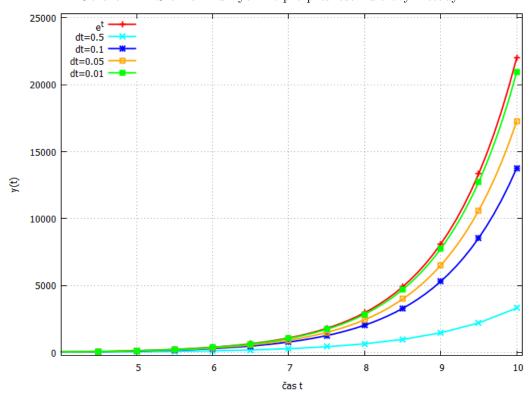
Zkusme tuto rovnici vyřešit numericky Eulerovou metodou (1.5). Výsledné hodnoty pro různé  $\Delta t$  jsou vykresleny na obrázku 1.1 spolu s analytickým řešením. Pro dostatečně malá  $\Delta t$  dostáváme relativně přesné řešení.

Eulerova metoda se dá použít i k řešení naší soustavy (1.3), což je podrobněji popsáno u její implementace v sekci 6.1. Také další integrační metody - semi-implicitní Euler a RK4 jsou popsány u svých implementací 6.1 resp. 6.2.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Princip superpozice říká, že výsledné silové účinky na těleso jsou dány součtem všech sil, které na něj působí.

1 ÚVOD 1.2 Teorie

Obrázek 1.1: Srovnání různých  $\Delta t$  pro přesnost Eulerovy metody



## Návrh programu

Tato kapitola se zabývá návrhem programu - jak je celý program navržen a popisuje jeho hlavní třídu - Simulation. V rámci které si představíme moduly, které se objevují v dalších kapitolách. Na úvod se podívejme jak by mohl vypadat jednoduchý main.cpp

Zdrojový kód 2.1: Hlavní program (Source/main.cpp)

```
1
   #include <iostream>
2
   #include <chrono>
   #include "Simulation.h"
3
   int main()
5
6
        //Celý program je zabalen do tohoto namespace
8
        using namespace solar;
9
        // Zpřístupňuje jednotky u čísel – např. 10s
        using namespace std::chrono_literals;
10
11
        try
12
            auto parser = std::make_unique<FormattedFileParser>("vstup.txt");
13
14
            auto viewer = std::make_unique < IMGuiViewer > (1200, 700, "Title");
15
            auto method = std::make_unique<RK4>();
16
17
            Simulation sim(std::move(parser), std::move(method), std::move(viewer));
18
            sim.Start(10ms, 100, 180'000, 300s);
19
        catch (const Exception& e)//Simulace používá vyjímky
20
21
22
            std::cout << "Simulation failed, reason:\n" << e.what();</pre>
        return 0;
24
25
```

Veškeré zdrojové kódy programu jsou zabaleny do jmenného prostoru solar. Simulation je hlavní třída, která se stará o celkový průběh simulace. Dále jsou zde vidět tři **moduly**, které jsou předány simulaci. Jejich detailní popis přijde později.

Simulation poté zajišťuje jejich vzájemnou spolupráci. Metoda Simulation::Start() následně spustí samotnou simulaci podle předepsaných parametrů. Pokud někde nastane chyba, dojde k vyvolání výjimky v podobě třídy solar::Exception, popřípadě jiných výjimek z rodiny std::exception.

#### 2.1 Třída Simulation

Je třída, která spojuje jednotlivé moduly do funkčního celku a zajišťuje průběh celé simulace, proto stojí za to se na ni podrobněji podívat. Nejprve se podíváme na veřejné rozhraní, které dovoluje simulaci ovládat. Poté nahlédneme i dovnitř abychom zjistili jak to celé funguje.

#### 2.1.1 Veřejné rozhraní

Přibližně takto vypadají veřejné metody třídy Simulation:

Zdrojový kód 2.2: Veřejně rozhraní Simulation (Source/simPublic.cpp)

```
class Simulation
1
2
   public:
3
4
5
        Simulation(parser_p parser, simMethod_p simMethod, viewer_p viewer);
        void Start(stepTime_t dt, size_t rawMult = 1, size_t DTMult = 1,
6
                   seconds maxSimTime = 0);
7
8
        void StartNotTimed(stepTime_t dt, size_t rawMult = 1, seconds maxRunTime = 0);
9
10
        //Nasledující jsou řídící funkce
11
        void StopSimulation();
        void PauseSimulation();
12
13
        void ResumeSimulation();
14
        void StepSimulation();
        bool IsPaused();
15
        bool IsRunnig();
16
        double GetDtime() const;
17
18
        void SetDTime(double newDT);
        double GetRunTime() const;
19
        const simulatedTime& GetSimTime() const;
20
21
        void SetSimTime(simulatedTime newSimTime);
22
        double GetFrameTime() const;
        size_t GetRawMultiplier() const;
23
24
        size_t GetDTMultiplier() const;
25
        void SetRawMultiplier(size_t newRawMult);
26
        void SetDTMultiplier(size_t newDTMult);
27
   };
```

**Řídící funkce** jsou funkce, které řídí spuštěnou simulaci. Jsou volány z modulů, ne z hlavního programu. Většinou se jedná o jednoduché funkce na 1-2 řádky, proto zde nejsou jednotlivě popsány, ale z jejich názvů je zřejmé co dělají. Případný náhled do zdrojových kódů by to měl objasnit.

**Konstruktor** očekává 3 moduly, které se budou v simulaci používat, podrobněji se na ně podíváme za okamžik. Zde jim také předá odkaz na simulovaná data.

**Metoda Start()** provádí samotnou simulaci. V této metodě stráví program většinu času, proto se na ni podrobně podíváme. Nejprve si vysvětlíme její teoretický návrh a poté i jeji implementaci, což nám také objasní její parametry.

#### 2.1.2 Moduly

Nyní si vysvětlíme co to **moduly** jsou a k čemu slouží. Zkusme se zaměřit co by měla každá simulace vlastně udělat.

- 1. **Načíst data**, bez nich není co simulovat. Což se dá popsat dvěma slovy a implementovat stovky způsoby. Takže by stálo za to, aby simulace uměla všechny.
- Simulovat data. Z teorie víme, že také neexistuje pouze jedna integrační metoda, takže bychom chtěli mít na výběr. Určitě není moc šťastné řešení zvolit jednu metodu a doufat, že bude stačit na všechny simulace.
- 3. **Uložit data**. Také se chceme našimi výsledky pochlubit, ale kdyby nám je simulace pracně získala a hned zahodila, tak to půjde těžko.
- 4. **Prohlížet data**. Představme si situaci: 3:38 ráno, naše nová verze simulace právě doběhla. Přidali jsme do ní nově objevené asteroidy u kterých chceme spočítat trajektorie. Z hrůzou ale zjistíme, že Země není tam kde má být, dokonce tam není vůbec! Co se mohlo asi stát? To je dobrá otázka, proto by mohlo být dobré mít přístup k datům i během simulace a třeba si je někam průběžně ukládat.

Teď už víme, co by měla každá simulace zvládnout, ale je vidět, že toho má umět celkem hodně a ještě různými způsoby. Nejlepší tedy bude, aby se simulace opravdu starala jen o to, aby tyto kroky proběhly, ale to jak přesně proběhnou přenecháme někomu jinému - modulům, které se vyskytují ve 3 druzích:

parser obstarává výrobu vstupních dat. Také na konci simulace může výsledná data uložit. simMethod provádí simulaci dat např. pomocí numerické integrace.

viewer má přístup k datům za běhu simulace a může je např. zobrazovat na obrazovku.

Práci jsme rozdělili, simulace by to celé měla tedy organizovat, což se děje právě pomocí metody Start(), tak si ji pojďme představit

#### 2.1.3 Návrh metody Start()

Takto nějak by mohla vypadat na první pohled rozumná implementace:

Zdrojový kód 2.3: Návrh metody Start() (Source/startPseudo.cpp)

```
void Simulation::Start(/*Parametry simulace*/)
2
3
        //Uložíme si parametry simulace
4
        //Parser načte data
5
        auto data = parser->Load();
6
        //Možná si potřebují simMethod a viewer něco připravit ještě před simulací,
7
8
        //ale potřebují k tomu už znát data - např. jejich velikost
        simMethod->_Prepare();
9
        viewer->_Prepare();
10
11
12
        while(!konec)//Necháme simulaci běžet
13
14
            simMethod->Step(); // Uděláme jeden krok simulace
            viewer->ViewData();// Podíváme se na simulovaná data
15
```

```
16 }
17 //Po doběhnutí simulace případně uložíme výsledná data
18 parser->Save(data);
19 }
```

Tato implementace by byla plně funkční, ale možná ne úplně vhodná pro náš cíl. Rádi bychom totiž prováděli a hlavně zobrazovali simulaci v reálném čase.

Zde ale není žádné časování, while smyčka bude probíhat jak nejrychleji může, bez jakékoliv kontroly. Což není špatné, pokud chceme nechat program běžet a podívat se jen na výsledky, popřípadě mezivýsledky uložené někde v souborech. K tomu přesně slouží metoda Simulation::StartNotTimed(), která má přibližně výše uvedenou implementaci.

**Časování** - K dosažení našeho cíle bude potřeba nějakým způsobem svázat reálný čas s tím simulovaným. Upravíme tedy předchozí příklad 2.3 následovně:

Zdrojový kód 2.4: Metoda Start() s časováním (Source/startPseudoTimed.cpp)

```
void Simulation::Start(time deltaT,/*další parametry*/)
1
2
3
        //Beze změny
4
        auto acc = 0;
        while (!konec)//Necháme simulaci běžet
6
7
8
            //Akumulátor času
            acc += LastFrameTime():
9
10
            while (acc > deltaT)
11
                 simMethod->Step(deltaT); // Uděláme jeden krok simulace
12
13
                 acc -= deltaT;
            }
14
15
            viewer->ViewData();// Podíváme se na simulovaná data
16
        //Beze změny
17
    }
18
```

Pokud bychom chtěli opravdu simulaci v reálném čase, tak se v každém průběhu smyčkou se podíváme jak dlouho trvala předchozí smyčka. Tolik času musíme odsimulovat. Naivní implementace by byla předat přímo tento čas acc metodě, která se stará o simulaci. Tím bychom dostali nedeterministický algoritmus <sup>1</sup>. Neboť trvání poslední smyčky je ovlivněno např. aktuálním vytížením počítače, což určitě není předvídatelné. A bohužel při počítaní s desetinnými čísly dochází k zaokrouhlovacím chybám, takže výsledek nezávisí pouze na vstupních datech, ale i na postupu výpočtu.

Řešení  $^2$  je naštěstí jednoduché, budeme odečítat pevnou hodnotu deltaT. A to tolikrát, abychom odsimulovali potřebný čas uložený v acc. Je pravda, že nakonci nemusí platit acc=0, ale bude platit  $acc \leq deltaT$ . A vzhledem k tomu, že acc si zachovává hodnotu mezi průběhy smyčkou, tak se zbytek času neztrácí, ale použije se v dalším průchodu. Takto dostaneme deterministický algoritmus.

 $<sup>^1{\</sup>rm Algoritmus},$ který nemusí nutně vracet stejný výsledek při opakovaném volání se stejnými vstupními hodnotami.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Zdroj: http://gafferongames.com/game-physics/fix-your-timestep/

Navíc máme objasněn první parametr - deltaT(dt) - základní časový krok simulace, který odpovídá  $\Delta t$  z teorie. Čím menší, tím je simulace přesnější, ale dochází k více voláním simulační metody, což může být potencionálně náročné na CPU. Pro nízké hodnoty by se mohlo snadno stát, že simulace přestane stíhat, tzn. že simulovat čas deltaT bude reálně trvat déle než deltaT. Např. simulace 10ms bude konstantně trvat 15ms, v dalším průběhu smyčkou se tedy bude simulace snažit simulovat uběhlých 15ms, což ale může trvat 22,5ms. V dalším průběhu se tedy musí odsimulovat 22,5ms...takový případ velmi rychle celý program odrovná. Proto je vhodné proměnnou acc omezit nějakou konstantou, např. 500ms. Poté sice začne docházet ke zpožďování simulace, ale kontrolovaným způsobem.

**Změna rychlosti** - Nyní bude naše simulace fungovat zcela správně a v reálném čase. Takže máme hotovo? Skoro, naše simulace je sice plně funkční, ale jediné co umí je předpovídat přítomnost a ještě jen s omezenou přesností. To není moc užitečné. Oběh Země kolem Slunce bude skutečně trvat 1 rok a Neptun to zvládne za 165 let. Tolik času nejspíše nemáme, proto by stálo za to najít nějaký způsob jak simulaci urychlit. Existují dva způsoby jak to udělat:

- Volat simulační metodu častěji. Například pro každý krok deltaT ji můžeme zavolat rawMultkrát. Toto zrychlení jde na úkor výpočetního výkonu nutného k udržení této rychlosti, viz. předchozí odstavec.
- 2. Volat simulační metodu s jiným deltaT, konkrétně s jeho DTMult násobkem. Tohoto zrychlení dosáhneme na úkor přesnosti. Protože předáváme větší  $\Delta t$  do simulační metody, což vede k menší přesnosti.

Parametry rawMult a DTMult přesně odpovídají argumentům implementované verze metody Simulation::Start().

Poslední parametr, který nebyl ještě vysvětlen je maxSimTime. Vzhledem k tomu, že volání funkce Start() může trvat velmi dlouho, tak je dobré nastavit horní limit, který garantuje přerušení smyčky po překročení zadaného času. maxSimTime=0 znamená maxSimTime=∞, tzn. simulace se přeruší pouze zavoláním funkce Simulation::StopSimulation(), kterou ale mohou volat pouze moduly, neboť jiné objekty nejsou při simulaci volány. Popřípadě se přeruší vyvoláním nějaké vyjímky.

#### 2.1.4 Implementace metody Start()

Poučeni nutnou dávkou teorie z předchozí části upravíme naši rozpracovanou implementaci 2.4 na 2.5. Což je už velmi podobné skutečné metodě použité v programu. Která navíc umožňuje simulaci pozastavit a také pomocí C++ knihovny chrono implementuje opravdové časování , které zde bylo uvedeno spíše koncepčně.

Zdrojový kód 2.5: Finální verze Simulation::Start() (Source/startFinal.cpp)

```
void Simulation::Start(time deltaT, size_t rawMult, size_t DTMult, time
1
       maxSimTime)
2
       // Připadné uložení parametrů
3
4
5
       //Parser načte data
       auto data = parser->Load();
6
7
       //Možná si potřebují simMethod a viewer něco připravit ještě před simulací,
       //ale potřebují k tomu už znát data - např. jejich velikost
8
       simMethod->_Prepare();
```

```
10
        viewer->_Prepare();
11
        auto acc = 0;
12
        //Simulace může být ukončena uplynutím zadaného času
13
14
        while (!konec && ElapsedTime()<maxSimTime)</pre>
15
            //Akumulátor času
16
17
            acc += LastFrameTime();
            while (acc > deltaT)
18
19
20
                 for (size_t i = 0; i < rawMult; i++)</pre>
21
                 simMethod->Step(deltaT*DTMult); // Uděláme jeden krok simulace
22
23
                 acc -= deltaT*DTMult;
24
25
26
            viewer->ViewData();// Podíváme se na simulovaná data
27
28
        //Po doběhnutí simulace případně uložíme výsledná data
29
        parser->Save(data);
30
```

### 2.2 Výjimky

Existují tři druhy výjimek, které program může vyvolat.

- 1. Nejčastěji to bude výjimka v podobě třídy Exception, která dědí z std::runtime\_error a tedy i std::exception. K této výjimce dojde zejména při chybě v otevírání/čtení souborů a inicializace knihoven, ale jedná se o hlavní třídu výjimek v tomto programu, takže je použita i v modulech pro hlášení chyb.
- 2. Na výjimku v podobě třídy GLError můžeme narazit při chybě týkající se OpenGL nepodařená inicializace, nedostatek paměti a podobně.
- 3. Výjimky dědící z std::exception program využívá standardní C++ knihovny, které můžou potencionálně také vyvolat výjímky.

Všechny tři druhy nabízí metodu what(), která vrátí krátký popis vyvolané výjimky.

## Popis modulů

Následující kapitoly se zabývají moduly popsanými v sekci 2.1.2. Nejprve si v této kapitole podrobně představíme každý ze 3 druhů modulů. V dalších kapitolách se pak podíváme na konkrétní moduly, které byly implementovány, včetně toho jak se program dá pomocí nich rozšířit.

Ale ještě před představením modulů musíme udělat malou odbočku a definovat si pár tříd a pojmů, které moduly hojně využívají.

**Třída SystemUnit** je jednoduchá třída, ze které dědí veškeré moduly a která modulům zajišťuje spojení s rozhraním třídy Simulation.

Matematický aparát ve formě tříd Vec2 a Vec4 nabízí základní matematické operace s vektory jako je sčítání, odčítání a násobení skalárem. Také jsou k dispozici funkce length() a lengthsq(), které počítají délku vektoru respektive její druhou mocninu.

**třída Unit** je základní jednotka simulace. Jedná se o jeden simulovaný objekt, který má své vlastnosti - polohu, rychlost, hmotnost, jméno a barvu. Kde poslední dvě jsou dobrovolné a simulace se bez nich obejde, ale jsou zde kvůli zobrazování na obrazovku. Její definice je uvedena v následujícím zdrojovém kódu 3.1

Zdrojový kód 3.1: Definice struktury Unit (Source/unit.cpp)

```
class Unit
1
2
3
    public:
        Unit(const Vec2& pos, const Vec2&vel, double mass,
4
5
             const Vec47 color, const std::string& name)
            :pos(pos), vel(vel), mass(mass), name(name), color(color)
6
7
        {}
9
        Vec2 pos, vel;
10
        double mass;
11
        Vec4 color;
12
        std::string name;
13
    };
```

typ simData\_t je std::vector<Unit> Používá jako typ pro simulovaná data.

3 POPIS MODULŮ 3.1 Parser

#### 3.1 Parser

Parser se stará o výrobu vstupních dat, také má přístup k výsledným datům, která tak může uložit. Všechny třídy **parser** modulů musí dědit z abstraktní třídy **Parser**, jejíž přesná implementace je zde:

Zdrojový kód 3.2: Abstraktní třída Parser (Source/parser.cpp)

Hlavní funkce, kterou každý **parser** musí implementovat je Load() . Její úkol je libovolným způsobem načíst data a vrátit je ve formě simData\_t. Dále může přepsat metodu Save(), která je zavolána na konci simulace s výslednými daty.

#### 3.2 SimMethod

Simulační metoda by měla zajistit samotnou simulaci. To jakým způsobem bude měnit data záleží pouze na ní. Může tedy použít libovolnou integrační metodu, ale pokud si bude házet imaginární kostkou, tak to bude fungovat také, ikdyž informační hodnota takové simulace je přinejlepším sporná. Podívejme se na přesnou definici abstraktní třídy SimMethod, která dává základ všem simulačním metodám

Zdrojový kód 3.3: Abstraktní třída SimMethod (Source/simMethod.cpp)

```
1
   class SimMethod : public SystemUnit
2
3
   public:
4
        //Provede jeden krok simulace
5
6
        virtual void operator()(double deltaT) = 0;
        //Voláno před spuštěním simulace
7
8
        virtual void Prepare() {};
9
        virtual ~SimMethod() = default;
10
   protected:
        //Ukazatel na simulovaná data NENÍ validní v konstruktoru dědících tříd,
11
12
        //ale až ve volání Prepare() a operator() (=po spojeni s třídou Simulation)
13
        simData_t* data;
14
   };
```

Všechny zděděné moduly musí implementovat alespoň metodu operator()(), která provede jeden krok simulace. Simulovaná data si drží pomocí svého ukazatele, který inicializuje Simulation ze svého konstruktoru. Pokud potřebuje inicializovat své proměnné v závislosti na vstupních datech, tak může přepsat metodu Prepare(). Tato funkce je volána před startem simulace, ale po načtení dat, takže k ním má metoda už přístup. Což se může hodit pro metody, které potřebují znát velikost dat a podle toho si vytvořit dočasné proměnné.

 $3~POPIS~MODUL\r{U}$  3.3 Viewer

#### 3.3 Viewer

Poslední typ modulu - **viewer** - má přistup k datům za běhu simulace a je reprezentován abstraktní třídou Viewer jejíž definice je zde:

Zdrojový kód 3.4: Abstraktní třída Viewer (Source/viewer.cpp)

```
1
    class Viewer :public SystemUnit
2
3
4
    public:
5
        //Volána pří každém průchodu smyčkou
        virtual void operator()() = 0;
6
7
        //Příprava svých dat, pokud je potřeba
        virtual void Prepare() {}
virtual ~Viewer() = default;
8
9
10
    protected:
        //Ukazatel na simulovaná data NENÍ validní v konstruktoru dědících tříd,
11
12
        //ale až ve volání Prepare() a operator()
13
        simData_t* data;
    };
14
```

Každý **viewer** musí alespoň implementovat metodu **operator()()**, která je volána při každém průchodu smyčkou a má tedy vždy přístup k aktuálně simulovaným datům. Také, pokud potřebuje, může přepsat metodu **Prepare()** 

## FormattedFileParser

Tento parser načítá strukturovaná data z textového souboru.

Parser očekává základní SI jednotky - metry, sekundy, kilogramy. Ale výstupní simData\_t obsahuje objekty se vzdáleností v  $\mathrm{AU}(1,5.10^9~\mathrm{m})$ , časem v rocích(pozemské - 365 dní) a hmotností v násobcích hmotnosti Slunce(1,988435.10³0 kg přesně). Důvod je ten, že hodnoty v těchto jednotkách jsou více normalizované a dochází k menším zaokrouhlovacím chybám.

#### 4.1 Struktura dat

Začneme hned příkladem, takto by mohl vypadat správný vstupní soubor s daty:

```
color<1.0 0.88 0.0 1.0>
    position < 0.0 0.0 >
    velocity<0.0 0.0>
   mass < 1.98843e30 > }
    { name < Earth >
   color<0.17 0.63 0.83 1.0>
   position < 149.6e9 0.0>
   velocity<0 29800.0>
10
11
    mass < 5.9736e24 > }
12
   { name < Moon >
13
    color<0.2 0.2 0.2 1.0>
15 position < 150.0e9 0.0>
    velocity<0 30822.0>
    mass < 7.3476 e 22 > }
```

FormattedFileParser by z tohoto souboru vytvořil data obsahující 3 objekty pojmenované - Sun, Earth, Moon s určitými vlastnostmi.

Každý objekt je popsán uvnitř páru složených závorek {}. Všechny parametry objektu jsou dobrovolné, čili {} je validní bezejmenný objekt, který se nachází v klidu na pozici (0,0) a má nulovou hmotnost. Pokud se ale parametr objeví, musí mít správný formát, který je obecně název<hodnoty>. Následuje přesný výčet a formát parametrů:

**name**<**jméno**> - jméno objektu. Jsou dovoleny pouze znaky ANSCII, čili bez diakritiky. Pokud není uvedeno, pak je prázdné.

**color**<**R G B A**> - barva objektu. Očekávají se 4 desetinná čísla v rozmezi od 0.0 do 1.0 představující barvu ve formátu RGBA. Pokud není uvedeno, pak je bíla.

**velocity**<**X Y**> - počáteční rychlost objektu. Očekává dvě desetinná čísla reprezentující rychlost ve vodorovném a svislém směru. Nesmí zde být napsány fyzikální jednotky - tzn. **velocity**<10e2 m/s 8e3 m/s> **není** validní vstup. Ale implicitně by hodnoty měly být v m/s. Pokud není uvedeno, pak je (0,0).

 $\mathbf{position}{<}\mathbf{X}~\mathbf{Y}{>}~$  - počáteční pozice objektu. Identické s rychlostí, očekávají se hodnoty v metrech.

mass <hmotnost> - hmotnost objektu vyjádřená jedním desetinným číslem v kilogramech. Také zde nesmí být jednotky uvedeny. Pokud není uvedeno, pak je nulová hmotnost.

**Dodatek k číslům** - jsou povoleny jak celá, tak desetinná čísla. Je dovolena pouze desetinná tečka. Číslo 104.25 můžeme zapsat například následujícími způsoby: 104.25 1.0425e2. **Parser** ovšem **neumí** aritmetiku, takže následující **není** validní vstup: 10425/100 104 + 0.25  $1.0425 * 10^2$ .

FormattedFileParser je relativně shovívavý k formátování, takže následující je opravdu ekvivalentní definice objektu Sun z předchozího příkladu, ovšem čitelnost takového vstupu ponecháme bez komentáře.

```
{ name
                                   Bylo nebylo <Sun> za
2
   sedmerocolor
                                                              0.0
                                                                       1.0 a
                     horami <1.0
                                           0.88
3
            sedmero
        velocityrekamiposition
                                       jedno
   0.0
5
6
    0.0
          male
7
                          1.98843e30
                                       kralovstvi
   > }
8
```

### 4.2 Detaily implementace

Takto vypadá deklarace konstruktoru:

FormattedFileParser(**const** std::string& inputFileName,**const** std::string& outputFileName="");
Parser tedy očekává vstupní a případně výstupní iméno souboru. **včetně** cesty a případně výstupní iméno souboru. **včetně** cesty a případně výstupní iméno souboru.

Parser tedy očekává vstupní a případně výstupní jméno souboru, **včetně** cesty a přípony k souboru. Samotné načítání a ukládání probíhá v metodách Load() respektive Save().

Na vlastní implementaci není koncepčně nic extra zajímavého. Load() načte celý soubor do std::string ve kterém si pak vždy najde dvojici {}, ve které se pokusí najít názvy parametrů. Pokud nějaký najde, pak k němu ještě najde nejbližší dvojici <> ve které poté očekává správné hodnoty. Tento jednoduchý způsob zajišťuje výše ukázanou flexibilitu formátování. Všechno ostatní, co by se v dokumentu mohlo nacházet(například komentáře) prostě ignoruje.

Save() vytvoří soubor, pokud byl nějaký zadán, do kterého předaná data uloží. Což se děje podobným způsobem - každý parametr "zabalí"do správného formátu.

Při nekorektním vstupu, nemožnosti otevřít vstupní soubor nebo vytvořit soubor výstupní vyvolají funkce výjimku Exception.

Poznámka autora: Je pravda, že načítání by nutně nemuselo načítat celý soubor najednou, ale pouze bloky závorek. Ale při velikosti textových souborů a operační paměti průměrného počítače nebyla paměť nejvyšší prioritou při programování zpracování vstupu.

## SolarParser

### 5.1 Popis

Tento jednoduchý **parser** nedělá nic jiného, než načte data o Sluneční soustavě, která má zabudována pevně ve své implementaci. Momentálně se jedná o následující objekty:

- 1. Hvězdy Slunce
- 2. Planety Merkur, Venuše, Země, Mars, Jupiter, Saturn, Uran, Neptun
- 3. Trpasličí planety Pluto
- 4. Měsíce Měsíc, Phobos, Deimos, Io, Europa, Ganymed, Callisto

Výstupní sim<br/>Data\_t obsahuje objekty se vzdáleností v AU(1, 5.109 m), časem v rocích<br/>(pozemské - 365 dní) a hmotností v násobcích hmotnosti Slunce<br/>(1, 988435.10 $^{30}$ kg přesně). Důvod je ten, že hodnoty v těch<br/>to jednotkách jsou více normalizované a dochází k menším zaokrouhlovacím chybám.

Také dokáže uložit výsledky simulace do formátovaného textového souboru stejného jako FormattedFileParser.

# Implementované simulační metody

### 6.1 SemiImplicitEuler

#### 6.1.1 Teorie

Při představení numerické integrace jsme si ukázali explicitní Eulerovu metodu pro numerické řešení obyčejné diferenciální rovnice. Ještě existuje implicitní verze (6.1) této metody, která je teoreticky shodná s explicitní až na to, že derivaci vyčíslíme v čase  $t+\Delta t$ .

$$y(t + \Delta t) = y(t) + \Delta t \cdot y'(t + \Delta t)$$
(6.1)

Nyní se podívejme jak bychom řešili jednoduchou diferenciální rovnici (6.2). Na ní nelze Eulerovu metodu přímo použít neboť ta řeší jen rovnice s první derivaci. Ale pomůžeme si tím, že každá obyčejná diferenciální rovnice n-tého stupně se dá převést na n rovnic prvního stupně. Takže rovnici z (6.2) si upravíme na dvě rovnice (6.3a) a (6.3b)

$$\ddot{x}(t) = k.x(t) \label{eq:x0}$$
s počátečními podmínkami:  $x(0) = x_0, \quad \dot{x}(0) = v_0$ 

$$\dot{x}(t) = v(t) \tag{6.3a}$$

$$\dot{v}(t) = k.x(t) \tag{6.3b}$$

Toto jsou sice dvě rovnice, ale obě obsahují pouze první derivaci, už tedy můžeme použít Eulera. Tak to zkusme nejdříve s (6.3b) a implicitní verzí. Tím dostaneme rovnici (6.4). Teď použijeme stejný postup i na (6.3a) a výsledkem je (6.5). Nyní stačí dosadit první rovnici

do druhé a po úpravě dostaneme hledaný výsledek v podobě rovnice (6.6).

$$v(t + \Delta t) = v(t) + \Delta t.\dot{v}(t + \Delta t) = v(t) + \Delta t.k.x(t + \Delta)$$
(6.4)

$$x(t + \Delta t) = x(t) + \Delta t \cdot \dot{x}(t + \Delta t) = x(t) + \Delta t \cdot v(t + \Delta t)$$
(6.5)

$$x(t + \Delta t) = x(t) + \Delta t. [v(t) + \Delta t.k.x(t + \Delta)]$$

$$x(t + \Delta t) - \Delta t^{2}.k.x(t + \Delta t) = x(t) + \Delta t.v(t)$$

$$x(t + \Delta t) = \frac{x(t) + \Delta t \cdot v(t)}{1 - \Delta t^2 k} \tag{6.6}$$

To sice dalo určitou práci, ale dostali jsme správné řešení. Na pravé straně (6.6) máme proměnné pouze v čase t. Ty už umíme spočítat, protože x(t) dostaneme z předchozího integračního kroku a v(t) spočítáme z levé strany (6.4), kde napravo budeme mít  $v(t-\Delta t)$  a x(t). Obě tyto hodnoty jsou také známy z předchozího integračního kroku.

Naše soustava rovnic (1.3) je nápadně podobná předchozí rovnicí, což samozřejmě není náhoda. Pokud se ale nyní budeme stejný postup snažit aplikovat na naší soustavu rovnic, tak zjistíme, že to nebude fungovat. Narazíme totiž na to, že po dosazení obou rovnic nebudeme schopni explicitně vyjádřit  $x(t+\Delta t)$ . Bohužel toto je daň za vyšší stabilitu implicitních metod - nutnost vyřešení další rovnice. V našem případě bychom museli použít numerické řešení i pro samotnou rovnici, což dělat nebudeme.

Místo toho použi<br/>jeme semi-implicitní Eulerovu metodu. Místo dvojitého použití implicitní metody použi<br/>jeme implicitní pro (6.8) a explicitní verzi pro (6.7). Explicitní verze nám dovolí snadno spočítat<br/>  $v(t+\Delta t)$  neboť hodnoty v čase t už známe. Tím j<br/>sme ale získali i potřebnou hodnotu  $v(t+\Delta t)$  pro implicitní verzi druhé rovnice. Vlastně j<br/>sme z obou metod vzali to nejlepší - jednoduchost explicitní a větší stabilitu implicitní metody. Výsledný mix je metoda, která je jednoduchá na implementaci a relativně přesná pro naše účely.  $^1$ 

$$v(t + \Delta t) = v(t) + \Delta t \cdot \dot{v}(t) \tag{6.7}$$

$$x(t + \Delta t) = x(t) + \Delta t \cdot \dot{x}(t + \Delta t) = x(t) + \Delta t \cdot v(t + \Delta t)$$

$$(6.8)$$

Naše finální soustava (1.3) po použití této metody bude (6.9) pro  $i = 1 \dots N$ 

$$\boldsymbol{v}_{i}(t + \Delta t) = \boldsymbol{v}_{i}(t) - \Delta t \cdot \kappa \sum_{j=1, j \neq i}^{n} \frac{m_{i}}{\left[\boldsymbol{x}_{i}(t) - \boldsymbol{x}_{j}(t)\right]^{3}} \cdot \left[\boldsymbol{x}_{i}(t) - \boldsymbol{x}_{j}(t)\right]$$
(6.9a)

$$\mathbf{x}_i(t + \Delta t) = \mathbf{x}_i(t) + \mathbf{v}_i(t + \Delta t) \tag{6.9b}$$

#### 6.1.2 Implementace

Když jsme si metodu pracně teoreticky popsali, tak se nyní podívejme na to, jak bychom ji implementovali do našeho programu. Implementace by mohla vypadat například jako v 6.1

Zdrojový kód 6.1: Semi-implicitní Eulerova integrační metoda (Source/euler.cpp)

```
void SemiImplicitEuler::operator()(double step)

//Projdeme všechny dvojice
for (auto left = data->begin(); left != data->end(); ++left)

for (auto right = left + 1; right != data->end(); ++right)
```

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Srovnání explicitní, implicitní a semi-implicitních integračních metod se věnuje kapitola XXX

```
7
            {
                auto distLR = dist(left->pos, right->pos);
8
                distLR = distLR*distLR*distLR;
9
10
11
                Vec2 dir = left->pos - right->pos;
                Vec2 acc = - kappa / distLR * dir;//Bez hmotnosti
12
                // v(t+dt) = v(t) + dt*acc(t) - explicitní
13
14
                left->vel += step*acc*right->mass;// Přidáme správnou hmotnost
                right->vel -= step*acc*left->mass;// a opačný směr
15
16
17
            //x(t+dt) = x(t) + dt * v(t + dt); - implicitní
18
19
            //XXX-> je nyní v čase t+dt
20
            left->pos += step*left->vel;
        }
21
    }
22
```

Soustava (6.9) nám říká, že nejdříve musíme spočítat novou rychlost objektu, která ale záleží na polohách všech ostatních. Takže musíme projít všechny dvojice, což nám zajistí dvojitá for smyčka. Dále potřebuje sečíst sumu, což se děje právě ve vnitřní smyčce. Protože je silové působení symetrické a pouze opačného směru, tak to můžeme udělat vždy pro celou dvojici najednou. Vnitřní smyčka nám spočítala správnou rychlost levého(left) objektu. Můžeme tedy spočítat jeho novou polohu dle (6.9).

Důležité je ověřit, že opravdu počítáme správně veličiny a hlavně ve správný čas. A skutečně je to takto správně, protože pozice levého objektu už v dalších smyčkách není použita a zároveň vnitřní smyčka opravdu správně spočítala novou rychlost levého objektu, kde pozice pravých objektů ještě upraveny nebyly a jsou tedy v čase t.

#### 6.2 RK4

#### **6.2.1** Teorie

V předchozí sekci jsme implementovali semi-implicitní Eulerovu integrační metodu. Tato metoda lokálně aproximovala hledanou funkci pomocí úseček. Což znamenalo, že jsme na intervalu  $[t,t+\Delta t]$  považovali derivaci za konstantu, a to samozřejmě nemusí být pravda. Proto se podívejme na další metodu - **Runge-Kutta čtvrtého řádu(RK4)** . Která počítá derivaci vícekrát v různých bodech časového intervalu  $[t,t+\Delta t]$  a poté provede vážený průměr ze kterého poté dopočítá novou hodnotu hledané funkce. Mějme rovnici (6.10), pak RK4 dává numerické řešení ve formě rovnice (6.11). Jedná se o explicitní verzi, ke které existuje ještě varianta implicitní, kterou ale implementovat nebudeme.

$$\dot{\boldsymbol{y}}(t) = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{y}, t) \quad \boldsymbol{y}(0) = \boldsymbol{y}_{0}$$

$$\boldsymbol{y}(t + \Delta t) = \boldsymbol{y}(t) + \frac{\Delta t}{6} \left[ \boldsymbol{k}_{1} + 2\boldsymbol{k}_{2} + 2\boldsymbol{k}_{3} + \boldsymbol{k}_{4} \right]$$

$$\boldsymbol{k}_{1} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{y}(t), t)$$

$$\boldsymbol{k}_{2} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{y}(t) + \Delta t \frac{\boldsymbol{k}_{1}}{2}, t + \frac{\Delta t}{2})$$

$$\boldsymbol{k}_{3} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{y}(t) + \Delta t \frac{\boldsymbol{k}_{2}}{2}, t + \frac{\Delta t}{2})$$

$$\boldsymbol{k}_{4} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{y}(t) + \Delta t.\boldsymbol{k}_{3}, t + \Delta t)$$

$$(6.11)$$

Zkusme tedy tuto metodu aplikovat na naši soustavu (1.3). Použijeme stejný trik jako u Eulerovy metody (6.3) a z jedné rovnice druhého řádu uděláme dvě rovnice první řádu (6.12).

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{v}(t) \tag{6.12a}$$

$$\dot{\boldsymbol{v}}(t) = -\kappa \sum_{i=1, i \neq i}^{n} \frac{m_i}{\left[\boldsymbol{x}_i(t) - \boldsymbol{x}_j(t)\right]^3} \cdot \left[\boldsymbol{x}_i(t) - \boldsymbol{x}_j(t)\right]$$
(6.12b)

Ve výše zmíněném popisu RK4 (6.10) se žádná soustava na první pohled nevyskytuje, v zadání je pouze jedna funkce, ale vektorová. Proto definujme následující vektorovou funkci (6.13). Pak vlastně řešíme rovnici (6.14) s neznámou funkcí  $\boldsymbol{u}(t)$ , na kterou přesně aplikujeme RK4.

$$\boldsymbol{u}(t) := (\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{v}(t)) \equiv (x_x, x_y, v_x, v_y)(t)$$
(6.13)

$$\dot{\boldsymbol{u}}(t) = (\dot{\boldsymbol{x}}(t), \dot{\boldsymbol{v}}(t)) = (\boldsymbol{v}(t), -\kappa \sum_{j=1, j \neq i}^{n} \frac{m_i \left[ \boldsymbol{x_i}(t) - \boldsymbol{x_j}(t) \right]}{\left[ \boldsymbol{x_i}(t) - \boldsymbol{x_j}(t) \right]^3})$$
(6.14)

#### 6.2.2 Implementace

Nyní se budeme věnovat tomu, jak by se RK4 dalo zakomponovat do našeho programu. Implementace už je trochu delší, ale podrobně si ji vysvětlíme.

Zdrojový kód 6.2: Runge-Kutta integrační metoda (Source/RK4.cpp)

```
1
2
    struct AccVel//Derivace u(t)
    { Vec2 acc, vel; };
    struct VelPos//u(t)
4
    { Vec2 vel, pos; };
    //Pomocná proměnná pro každý objekt,
    //která ukládá dočasný stav pro výpočet koeficientů
    std::vector<VelPos> temps;
9
    //Koeficienty k1,k2,k3,k4 pro každý objekt
10
11
    std::array<std::vector<AccVel>, 4> kXs;
12
13
    //Inicializujeme temps a vynulujeme koeficienty pro první voláni funkce.
14
15
    void RK4::operator()(double step)
16
        //Vypočte koeficient
17
        auto computeKx = [&](size_t x, double mult)
18
19
            x = x - 1; //Číslování od jedničky - k1,k2,k3,k4
20
            //Projdeme všechny dvojice
            for (size_t i = 0; i < data->size(); ++i)
22
23
                auto& left = temps[i];
24
                for (size_t j = i + 1; j < data->size(); ++j)
25
26
27
                     auto& right = temps[j];
                    auto distLR = dist(left.pos, right.pos);
28
29
                     distLR = distLR*distLR*distLR;
                     Vec2 dir = left.pos - right.pos;
30
```

```
Vec2 acc = -physicsUnits::G / distLR * dir;
31
32
33
                     //Spočítáme zrychlení
                     //Které uložíme do koefficientů
34
35
                     kXs[x][i].acc += acc*(*data)[j].mass;
                     kXs[x][j].acc -= acc*(*data)[i].mass;
36
37
38
                 //Spočítáme rychlost
                 kXs[x][i].vel = left.vel;
39
40
                 //Posuneme dočasný stav pro výpočet dalšího koeficientu
                 left.vel = (*data)[i].vel + mult*step*kXs[x][i].acc;
41
                 left.pos = (*data)[i].pos + mult*step*kXs[x][i].vel;
42
43
            }
44
        };
45
46
        computeKx(1, 0.5);
        computeKx(2, 0.5);
computeKx(3, 1.0);
47
48
        computeKx(4, 0.0);//Už nikam neposouváme
49
50
51
        for (size_t i = 0; i < data->size(); ++i)
52
            //provedeme krok podle RK4
53
54
             (*data)[i].vel += step / 6.0 *(kXs[0][i].acc + 2 * kXs[1][i].acc + 2 *
55
        kXs[2][i].acc + kXs[3][i].acc);
56
             (*data)[i].pos += step / 6.0
                                            *(kXs[0][i].vel + 2 * kXs[1][i].vel + 2 *
        kXs[2][i].vel + kXs[3][i].vel);
57
             //Načteneme nový stav do dočasných proměnných
58
            temps[i] = {(*data)[i].vel,(*data)[i].pos};
59
             //Vynulujeme koeficienty
60
            kXs[0][i] = {Vec2(), Vec2()};
61
62
            kXs[1][i] = {Vec2(), Vec2()};
            kXs[2][i] = {Vec2(), Vec2()};
63
64
            kXs[3][i] = {Vec2(), Vec2()};
65
        }
66
67
    }
```

Nejprve si všimneme, že naše soustava nezávisí přímo na čase, ale pouze na aktuální poloze a rychlosti. Budeme také už potřebovat nějaké dočasné proměnné, konkrétně si budeme ukládat všechny 4 koeficienty pro každý objekt. Dále si ještě vytvoříme proměnnou, kam budeme ukládat mezistavy simulace - temps.

Nyní se zaměřme na funkci computeKx, která počítá koeficient. Z toho jak jsou koeficienty definované je musíme počítat postupně, protože do koeficientu  $k_i$  dosazujeme stav  $y(t)+mult.\Delta t.k_{i-1}$ . Výpočet koeficientu je vlastně jen jeden krok explicitní Eulerovy metody. Akorát neintegrujeme simulovaná data, ale právě jen dočasný stav. Také nepočítáme posun o  $\Delta t$  ale o jeho násobek - mult argument.

Explicitní metodu už máme vymyšlenou z minula, tomu také odpovídá implementace. Na konci nám ale ještě přibude finální integrace dat pomocí (6.11). A také musíme nastavit dočasné proměnné pro další volání funkce.

## **IMGuiViewer**

Je grafický **viewer**, který zobrazuje simulované objekty ve 2D a dovoluje ovládání simulace pomocí uživatelského rozhraní. Jeho implementace je rozdělena do relativně velkého množství tříd a využívá externí knihovny, které si představíme jako první.

### 7.1 Třída OpenGLBackend a GLFW&GLEW

Tento program používá k vykreslování grafiky OpenGL, tato třída má na starosti jeho správnou inicializaci. Používá k tomu knihovnu **GLFW** a **GLEW**. GLFW¹ poskytuje funkce k vytvoření okna do kterého může poté OpenGL kreslit. GLEW² se stará o získání OpenGL funkcí, které se musí načíst za běhu aplikace z konkrétních grafických ovladačů na cílovém počítači. Přesná implementace je dostupná ve zdrojových kódech programu. Ale jedná se ve větší míře o přepsání doporučené implementace na stránkách obou knihoven.

#### 7.1.1 Třída Shader

Slouží pro jednoduší vytváření OpenGL shaderů, tedy malých programů určených pro grafickou kartu, které říkají jak má interpretovat a kreslit předaná data.

### 7.1.2 Řešení OpenGL chyb

OpenGL samo nemá výjimky a chyby sděluje pomocí funkce glGetError(), která vrací typ chyby pokud nějaká nastala. Proto byla vytvořena funkce ThrowOnError, která zavolá glGetError() a při jakékoliv chybě vyvolá výjimku právě v podobě třídy GLError.

### 7.1.3 Úvod do OpenGL

... NewFrame, že se prekresluje frame a díky vnější smyčce to funguje...

 $<sup>^{1} \</sup>rm http://www.glfw.org/$ 

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>http://glew.sourceforge.net/

#### 7.1.4 Třída ImGuiBackend a ImGui

Se stará o integraci knihovny **ImGui**<sup>3</sup>, která poskytuje nástroje k vytvoření uživatelského rozhraní. Její implementace byla také vytvořena na základě příkladů uvedených na stránkách knihovny a dokumentace v souborech imgui. h a imgui. cpp. Pojď me si v rychlosti představit nějaké funkce knihovny, abychom pak lépe pochopili její použití při tvorbě uživatelského rozhraní.

**ImGui** je psáno v C++ ale z vnějšího pohledu vypadá spíše jako C, nejsou zde žádné složité třídy a většina prvků je z vnějšku bezstavová. To, co je tím myšleno vysvětluje následující kód \*Draw Button, draw if pressed, \*C printf-like text \*Draw window \*Výjimka jsou comboboxy,selectables - stav si musíme uchovávat sami. \*Příklady použítí, že je skoro bezestavová - jen to co je mezi newframe a render,

#### 7.2 Kreslení simulace

Nyní představíme pár tříd, které se starají o vykreslení samotných simulovaných dat

#### 7.2.1 třída OMSAR

OMSAR(z Offset-Move-Scale-Aspect-Ratio) slouží k transformaci mezi souřadnou soustavou simulovaných dat a normalizovanými souřadnicemi, které využívá OpenGL. Jedná se o třídu ze které mají ostatní třídy zdědit sadu funkcí, která právě popsanou transformaci zajišťuje. Pomocí této třídy je také zajištěno posouvání obrazovky a přibližování/oddalování, což se děje pomocí dvou proměnných Vec2 offset(posouvání) a scale(přibližování). Tyto dvě proměnné využívají ostatní třídy, aby si správně posunuly vykreslované prvky na obrazovku.

#### 7.2.2 třídy CircleBuffer a SimDataDrawer

První jmenovaná třída umí vykreslit kruh o zadaném poloměru do středu obrazovky. K tomu využívá prvky OpenGL - konkrétně **buffery**. Pro posouvání se musí použít správný **shader**.

Druhá jmenovaná třída vykresluje data, kde jednomu objektu odpovídá právě jeden CircleBuffer - kruh. Data vykresluje pomocí funkce Draw(), která zajišťuje správný shader a využívá právě OMSAR k určení polohy jednotlivých kruhů.

#### 7.2.3 třída UnitTrail

Při simulaci Sluneční soustavy by se nám hodilo nejen vidět aktuální polohu všech objektů, ale i jejich minulé polohy. Tato třída vykresluje lomenou čáru, která pak slouží jako "stopa" za simulovaným objektem. Ideálně bychom tedy chtěli mít pouze funkci, která přidá další bod lomené čáry a to aktuální polohu.O to jak bude stopa uložena a kreslena se starat nechceme. Samozřejmě bude omezená maximální délku, ale to si má také ohlídat sama. Ještě pro úplnost existuje funkce Clear, která uloženou čáru smaže.

 $<sup>^3 \</sup>rm https://github.com/ocornut/imgui$ 

Algoritmus Využijeme toho, že OpenGL přímo podporuje kreslení lomených čar, stačí zadat množinu bodů a ono samo mezi nimi vykreslí lomenou čáru. Navíc použijeme indexované vykreslování, tedy, že řekneme OpenGL v jakém pořadí má body vykreslit, což ve výsledku zajistí, že se celá množina bodů nemusí ležet ve správném pořadí a při přidávání bodů ii nebude nutné celou posunout.

Mějme dvě pole - bodů velikosti **n** a indexů o délce **2n**. Dále máme objekt, který postupně projde body **A-B-C-D-E-F**. Tak pokud za ním chceme vykreslit stopu(lomenou čáru) o maximálně **n** bodech. Pak vytvoříme funkci Push(Bod b), která umístí předaný bod do pole bodů. Pokud už je plné tak začne přepisovat body od začátku. Pole indexů vyplníme čísly od **1** do **n** dvakrát. Obrázek 7.1 popisuje jak bude algoritmus pro náš objekt fungovat při projití všech bodů, kde v každém bodě zavoláme Push(bod) a délka stopy je **n=3**. Pokud jsou v obrázku černě vyplněné např. indexy 2,3,1. Tak to znamená, že se vykreslí přímka v pořadí: body[2],body[3],body[1](což je napsáno vpravo).

Takže jediné co nám stačí je vytvořit indexové pole a posouvat odkud se má číst. Poté můžeme body v bufferu přepisovat, ale nemusíme celé pole posouvat při každém vložení.

poznámka: Teoreticky žádné indexy nepotřebujeme a mohli bychom kreslit vždy pouze úsečku. Ale zavolání jednoho vykreslení je v OpenGL relativně drahé, proto je lepší kreslit co nejvíce dat jedním příkazem. Proto také máme jeden kontinuální buffer pro body a jeden pro indexy. Tento algoritmus tedy považuji za kompromis mezi rychlostí a čitelností kódu. Teoreticky také stačí index buffer o velikosti n a pak čáru kreslit na dvakrát, protože je v bufferu buď uložená kontinuálně a nebo rozložená do dvou částí. Což by byla rozumná paměťová optimalizace, ale indexy zas tolik místa nezabírají a navíc existuje pouze jeden globální buffer pro všechny instance třídy UnitTrail neboť je jen pro čtení.

#### 7.2.4 Třída LineTrailsDrawer

Tato třída vytvoří pro každý simulovaný objekt jednu UnitTrail, do kterých pak periodicky ukládá jejich pozice a také všechny stopy vykresluje, k čemuž používá správný shader a informace z OMSAR. Nabízí také pár kontrolních funkcí jako selektivní mazání/vypínání/zapínání stop pro jednotlivé objekty.

#### 7.3 Kreslení uživatelského rozhraní

Celé uživatelské rozhraní využívá plně knihovnu **ImGui** a je rozděleno do několika následujících souborů.

MouseControls Skupina funkcí, která implementuje ovládání pomocí myši. Tedy posouvání obrazovky a přibližování/oddalování.

**SimProperties** Skupina funkcí, které vykreslují okno s informacemi o simulaci a také dovolují simulaci ovládat.

Visuals Skupina funkcí, která vykresluje okno s ovládáním grafických prvků, tedy momentálně pouze kreslení stop za objekty. Dovoluje stopy selektivně vypínat/zapínat pro všechy objekty.

UnitsProperties třída, která vykresluje okno, které zobrazuje fyzikální informace o vybraném objektu.

Vykreslí: A Indexy
1 2 3 1 2 3 Body A B Indexy
1 2 3 1 2 3 AB Body
A B C Indexy

1 2 3 1 2 3 ABC Body
D B C Indexy
1 2 3 1 2 3 BCD Body
D E C Indexy
1 2 3 1 2 3 CDE Indexy

1 2 3 1 2 3 Body
D E F DEF

Obrázek 7.1: Kreslení stopy za objektem procházejícím body A-B-C-D-E-F

Koncepčně na těchto třídách není nic moc zajímavého. Ze zdrojových kódů a názvů funkcí v nich je celkem jasné co dělají.

## Rozšířitelnost a vylepšení

Pokud jste už zkusili výsledný program spustit a samou radostí nad skvělou simulací vám něco uniklo a vy jste v panice začali hledat tlačítko na vrácení o krok zpět, tak jste zjistili, že tam žádné není. Simulace ve výchozím stavu neprovádí žádné cachování/ukládání mezivýsledků, takže se nelze vrátit zpět. Což je určitě užitečné rozšíření, ale my zkusíme něco trochu jiného - **přehrávač simulací**. Přehrávač by měl umět zaznamenat probíhající simulaci a poté ji přehrát jako video, tedy včetně přeskakování na libovolné místo simulace a zrychlení/zpomalení přehrávání.

### 8.1 Návrh přehrávače

Jak by se takový přehrávač dal implementovat? Co kdybychom vytvořili následující třídy:

- Třída ViewAndRecord, která se chová jako libovolný jiný viewer, ale navíc si "tajně" zaznamenává simulaci do souboru.
- 2. Trojice tříd ReplayerParser, ReplayerMethod a ReplayerViewer které by se starali o samotné přehrávání simulace.
- 3. Dvoji tříd RecordedSimulation a ReplayedSimulation které vše zabalují do funkčního celku.

Celý přehrávač je plně funkční a součástí výsledného programu, proto si zde všechny koncepty alespoň přibližně představíme. Navíc se v původním programu vlastně koncepčně vůbec nic nezměnilo, vše plyne z flexibility modulů.

Poznámka autora: Při pohledu do git <sup>1</sup> historie projektu zjistíte, že je to samozřejmě lež - měnilo se skoro všechno. Za prvé se úplně rozebral ImGuiViewer - vytáhly se z něj jednotlivé části, které se umístily do svých vlastních tříd. ImGuiViewer z nich poté znovu sestavil zpět. Výsledná podoba je ta uvedená v dokumentaci, ve které jsou jednotlivé části co nejvíce nezávislé a hlavně znovupoužitelné. Za druhé se zpřehlednilo rozhraní třídy Simulation, hlavně práce s časem, kdy se přešlo od desetinných čísel k celočíselné reprezentaci, která netrpí na zaokrouhlování. Obě úpravy nebyly nutné z hlediska původní funkčnosti, ale už při implementaci se mi návrh moc nelíbil(zvlášť GUI bylo nepřehledné), každopádně cíl, byl nejdřív

 $<sup>^{1}</sup>$ Viz. Kapitola 10 Uživatelská příručka

dostat funkční kód a pak ho zkrášlovat dle potřeby. Ve výsledku se velká část uživatelského rozhraní pro ImGuiViewer použila i pro ReplayerViewer, což by předtím vyžadovalo ošklivé CTRL+C a CTRL+V.

#### 8.2 Zaznamenání simulace

Ideálně bychom chtěli zaznamenat jakoukoliv simulaci, což můžeme udělat například následujícím způsobem:

Zdrojový kód 8.1: Návrh jak by se simulace dala zaznamenávat (Source/recording.cpp)

```
class ViewAndRecord : public Viewer
1
    public:
3
4
        //Zaznamenává simulaci do souboru 'outFileName'
        ViewAndRecord(const std::string& outFileName, viewer_p viewer);
5
6
        `ViewAndRecord()override final;
        void Prepare() override final;
        void operator()() override final;
8
    private:
9
10
        //Implementační detaily...
    };
11
12
    class RecordedSimulation
13
14
    public:
15
        //Outfile - soubor kam se uloží záznam
16
17
        RecordedSimulation(parser_p parser, simMethod_p simMethod, viewer_p viewer,
                            const std::string& outFile) :
18
19
            sim(std::move(parser), std::move(simMethod),
20
                 std::make_unique<ViewAndRecord>(outFile, std::move(viewer)))
21
        {
22
23
        //Stejné funkce pro spuštění,které zavolají sim.XXX() verzi.
        void Start(stepTime_t dt, size_t rawMult, size_t DTMult, seconds maxRunTime);
24
25
        void StartNotTimed(stepTime_t dt, size_t rawMult, seconds maxRunTime);
26
    private:
        Simulation sim;
27
28
```

Díky modulům se zaznamenávání simulace docílí velmi jednoduše, protože jediné co musíme změnit je, že "zabalíme" zvolený **viewer** do třídy ViewerAndRecord a poté ho předáme jako obyčejný **viewer** simulaci. Při běhu simulace bude pak volán ViewerAndRecord, který ale v rámci své **operator()()** také zavolá předaný **viewer** a navíc si bude na pozadí ukládat probíhající simulaci.

Čili takto jednoduše jsme docílili zaznamenání skoro libovolné simulace. Co se týče formátu záznamu, tak se jedná o binární soubor, kde jeho přesná specifikace je popsána u zdrojových kódů v souboru FileFormats/ReplayerFile.txt. Zaznamenávání je nastaveno tak, že jeden simulovaný krok odpovídá jednomu záznamu. Odsimulovaný čas si ViewAndRecord snadno zjistí pomocí funkce simTime Simulation::GetSimTime(). Slovo "skoro" na začátku odstavce odkazuje na to, že tento postup selže, pokud někdo bude měnit simulovaný čas pomocí void Simulation::SetSimTime(simTime), což ale klasická simulace dělat nepotřebuje.

#### 8.3 Přehrávání

Přehrávání docílíme tím, že simulaci budeme podstrkovat data, která si přečteme ze souboru se zaznamenanou simulací místo toho abychom je simulovali sami. Tento podvod bude zajišťovat právě třída ReplayerMethod. Technicky potřebujeme ještě parser - ReplayerParser, ale ten jediné co udělá je, že přečte první data ze stejného souboru a tím vytvoří simData\_t, která se od tohoto modulu očekávají. Pro zobrazení použijeme třídu ReplayerViewer, která využívá pracně vytvořené části z modulu IMGuiViewer. Navíc ještě přidává okno, které obsahuje ovládání přehrávání. Mezi funkce patří slíbené zpomalení/zrychlení přehrávání a také přeskočení do libovolného bodu záznamu.

Jak to funguje? ReplayerMethod si přečte aktuální odsimulovaný čas, podle toho si v souboru najde záznam, který tomu má odpovídat a simulovaná data prostě změní podle tohoto záznamu. Ve skutečnosti ještě provede lineární interpolaci mezi dvěma záznamy, aby byl výsledek plynulejší při menších rychlostech. ReplayerMethod je poté zobrazí bez ohledu na jejich původ. Pokud potřebujeme přehrávání zpomalit, tak využijeme parametru DTMultiplier. A pokud chceme přeskočit někam jinam, tak změníme odsimulovaný čas pomocí void Simulation::SetSimTime(simTime).

Tím máme vlastně všechny moduly určené, ale nutit uživatele k tomu aby je vytvářel sám je zbytečné. Proto se o toto stará třída ReplayedSim, která obsahuje samotnou simulaci, které předá potřebné moduly.

### 8.4 Vylepšení a opravy

V průběhu prací na programu jsem si vedl v souboru plán toho, na čem budu pracovat, časem se tam objevily různé věci, které se do finálního programu z různých důvodů nedostaly, proto je zmíním alespoň zde jako možná vylepšení a také opravy toho co nebylo ještě opraveno.

Fyzikální jednotky Asi hlavní věc, která programu momentálně chybí je nějaký ucelený systém fyzikálních jednotek. simData\_t obsahují pouze data, takže záleží na dohodě mezi moduly, v jakém formátu tyto data jsou. Což je samozřejmě nepraktické. Řešení by bylo změnit simData\_t z vektoru na alespoň strukturu, která by měla pomocné proměnné označující v jakých jednotkách data jsou. Například pomocí enum, popřípadě rovnou dvojice (čitatel, jmenovatel) pro převod do jednotek SI, stejně jako používá knihovna std::chrono.

Šablony pro vektory Není potřeba nic extra složitého, ale stálo by za to mít obecný vektor pro libovolný počet prvků a hlavně pro libovolná data. V samotném vektoru není potřeba moc změn, jen přepsání double na T a přidání pár template, ale tím se rozbije valná většina kódu všude možně v programu, takže oprava je zdlouhavá a otravná. Každopádně obecné vektory by se na pár místech v kódu hodily - GUI, OpenGL.

Rozšíření do 3D Pokud bychom měli obecný vektor, tak rozšíření do 3D už je skoro hotové, protože integrační metody fungují pro libovolnou dimenzi a kód v nich by se skoro přepisovat nemusel. Do vykreslení pak stačí přidat projekční matici a "trackball" pro ovládání myší a bylo by hotovo.

Zaznamenávání podle simMethod Momentálně je zaznamenávání simulace vázáno na viewer, což je nepraktické, protože data opravdu mění simMethod a může se stát díky

časování, že simulace proběhne vícekrát a my se na mezidata nepodíváme. Toto hodnotím jako špatný návrh, který by se měl opravit. Momentálně je to spíše opravdu jako zaznamenávání obrazovky při přehrávání simulace. Když se přehrávaná simulace bude sekat,tak bude zasekaný i záznam, přitom by stačilo si ukládat samotnou simulaci a ne obrazovku se simulací.

- **Zpomalení přehrávané simulace** Pokud byla simulace zaznamenána v reálném čase, tedy DTmult = RawMult = 1, tak nejde při přehrávání zpomalit, protože to k tomu využívá právě DTmult, který ale nemůže být menší než 1. Bohužel mě nenapadá uspokojivé řešení, ale situace by neměla nastat moc často, protože simulaci přítomnosti moc často nechceme. Navíc zpomalení neposkytuje žádné nové informace, jen dochází k lineární interpolaci mezi záznamy, aby i pomalejší přehrávání bylo plynulé.
- Lepší než lineární interpolace Momentálně přehrávání používá lineární interpolaci polohy, což není moc přesné. Dala by se interpolovat i rychlost a zohlednit to v poloze. Aby se např. obíhající měsíc pohyboval po oblouku a ne po přímce mezi záznamy. Jde to vidět například u měsíců Jupitera, které jsou stabilní pro RK4 i při vysokém simulačním kroku a při zpomaleném přehrávání se pohybují spíše po mnohoúhelníku než kružnici. Ale toto je jen vizuální detail, nic podstatného.
- Lepší GUI Uživatelské rozhraní je podle mého názoru dostatečné, ale knihovna ImGui je celkem rozsáhlá a nabízí podporu např. pro kreslení grafů. Takže by se dal program rozšířit o velmi detailní statistiky např. rozložení hmotnosti a rychlostí v soustavě. A také celkové energie systému, se kterou by se dala sledovat chyba integrační metody, protože energie uzavřeného systému je konstantní. Také by si GUI zasloužilo lepší podporu pro různé velikosti okna, což momentálně funguje, ale není to moc hezky napsané.
- Nějaké zajímavé integrační metody Toto by neměl být vůbec problém, kvůli tomu přesně existují moduly. Původně jsme chtěl přidat alespoň jednu vícekrokovou metodu, ale upřímně se mi už nechce, program je už dostatečně velký. Ale zajímalo by mě, jak si vedou v poměru přesnost/výkon hlavně vzhledem k RK4. Také využití OpenGL shaderů k simulaci by bylo zajímavý, což by mohlo dovolit simulovat více objektů.
- Komprese zaznamenaných simulací Aktuálně nedochází k žádné kompresi záznamu, takže po 5 minutách simulace při zaznamenání každých 10ms má soubor velikost kolem 15MB (30 tisíc záznamů). Avšak těžko říct kolik se bude dát reálně ušetřit, 7Zip tento konkrétní soubor zkomprimuje na 12MB pomocí algoritmu LZMA2, což není nic extra.

Ale malý krok simulace nevolíme většinou kvůli nutnosti znát polohu v každém čase, ale kvůli přesnosti simulace a samotných výsledků, takže řešením by byla možnost změnit ve třídě ViewAndRecord jak často se má zaznamenávat, což je úprava na pár řádku (změna timeStep a multiplier v .cpp by měla stačit).

## Porovnání integračních metod

V této kapitole alespoň zběžně porovnáme implementované integrační metody. Protože potencionálního uživatele by mohlo zajímat, kterou metodu by měl použít pro co nejpřesnější ale i nejrychlejší výsledek.

Srovnání bude probíhat nejdříve na případu kruhového pohybu. Důvod je ten, že je to podobný případ jako gravitace a také už pro něj máme vyřešenou implicitní verzi Eulerovy metody. Budeme hodnotit přesnost, stabilitu v závislost na  $\Delta t$  a výpočetní složitost.

V dalších sekcích už nebudeme metody znovu vysvětlovat, pouze se odkážeme na odpovídající kapitoly.

### 9.1 Kruhový pohyb

Zdrojové kódy použitých metod, které byly použity k získání dat, jsou dostupné v souboru Source/stabilita.cpp. Dále je zde soubor plot.gp pomocí něhož a gnuplotu <sup>1</sup> vznikly všechny obrázky.

#### 9.1.1 Teorie

Pohyb po kružnici v rovině můžeme zapsat rovnicí (9.1), kde  $\omega$  je úhlová rychlost. Což je také řešení diferenciální rovnice (9.2)

$$\boldsymbol{u}(t) = (x, y)(t) = (\cos(\omega t), \sin(\omega t)) \tag{9.1}$$

$$\ddot{\boldsymbol{u}}(t) = -\omega^2 u(t) \quad \boldsymbol{u}(0) = (1,0) \quad \dot{\boldsymbol{u}}(0) = (0,1)$$
 (9.2)

V dalších částech zvolíme  $\omega = 1$ .

#### 9.1.2 Explicitní Euler

Explicitní Eulerovu metodu jsme si představili v úvodní teorii 1.2.2. Zde jen připomeneme, že si opět rovnici (9.2) rozdělíme na dvě rovnice prvního řádu a integrujeme je samostatně. Výsledky jsou zobrazeny v grafu na obrázku 9.1, z něhož je vidět, že explicitní metoda diverguje od správného řešení pro libovolné  $\Delta t$  Což není moc překvapivé, protože považuje derivaci na integračním oboru za konstantní, což je na počátku tečna procházející bodem

<sup>1</sup>http://www.gnuplot.info/

(1,0) a tím dojde vždy k posunu směrem ven z kružnice. Takže tato metoda není moc vhodná pro naši simulaci, proto není ani implementována.

#### 9.1.3 Implicitní Euler

Implicitní Eulerova metoda byla ukázána v části 6.1 i s řešením jedné rovnice (6.1), které můžeme použít, neboť platí, že  $k=-\omega^2$ . Bohužel ani tato metoda není ideální jak ukazuje obrázek 9.2. Dochází zde k opačnému jevu, což je způsobeno tím, že integrace probíhá po tečně v čase  $t+\Delta t$ , což vede k posunu směrem do kružnice. Implicitní metoda nebyla použita, protože se z naší soustavy (1.3) nedá jednoduše vyjádřit a stejně by nepřinesla užitečné výsledky.

#### 9.1.4 Semi-implicitní Euler

Tato metoda je navrhnuta také v části 6.1 jako jednodušší řešení implicitní verze. Z obrázků 9.3 a 9.4 je vidět, že je tato metoda navíc stabilní i pro větší  $\Delta t$ , ale pro ně není už moc přesná.

#### 9.1.5 RK4

Poslední implementovaná metoda je RK4, která je popsána v sekci 6.2. Její přesnost zachycují obrázky 9.5 a 9.6. Tedy už při  $\Delta t=0.1$  se jedná o velmi stabilní metodu a je přesnější než semi-implicitní metoda . Ale naopak pro vyšší  $\Delta t$  stabilní není.

#### 9.2 Sluneční soustava

Pojďme se ještě podívat na srovnání stability semi-implicitní a RK4 metody na příkladu naší Sluneční soustavy. Jako indikátor stability použijeme stabilitu oběžných drah měsíců, protože ty mají nejkratší oběžné doby a nestabilita se zde projeví jako první. Samozřejmě toto je pouze nutná a ne postačující podmínka správné simulace, ale pro běžné porovnání by mohla stačit. Naměřené údaje jsou uvedeny v tabulce 9.4. Vyšší hodnoty nejsou podstatné, protože se zde ve velké míře projeví nepřesnost, která vyvolá nestabilitu systému. Každopádně to ukazuje, že semi-implicitní Eulerova metoda je stabilnější, což i trochu naznačovaly obrázky u kruhového pohybu, ale také obrázek 9.4 ukazuje stabilní, avšak nesprávný "orbit". Na druhou stranu obrázek 9.6 uvádí RK4 jako přesnější metodu pro podobné  $\Delta t$ . Přesnost se bohužel pro Sluneční soustavu nedá nijak jednoduše ověřit.

### 9.3 Rychlosti

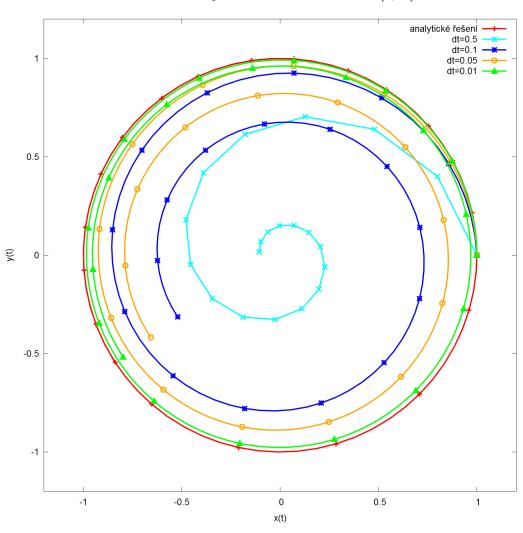
- pro různé N objektů a různé optimalizace.

#### 9.4 Závěr

Proč RK4

analytické řešení -dt=0.5 -dt=0.1 -dt=0.05 -dt=0.01 -1.5 0.5 y(t) 0 -0.5 -1 -1.5 -2 └ -2 -0.5 -1.5 0 0.5 1.5 2 -1 x(t)

Obrázek 9.1: Explicitní Eulerova metoda  $t \in [0,10]$ 



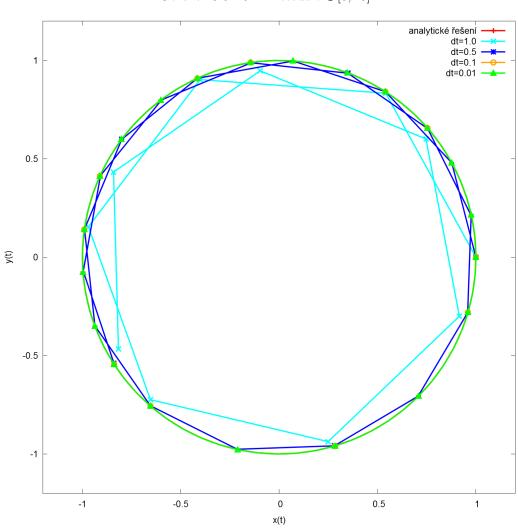
Obrázek 9.2: Implicitní Eulerova metoda  $t \in [0,10]$ 

analytické řešení dt=0.5 dt=0.25 dt=0.1 dt=0.01 0.5 y(t) 0 -0.5 -0.5 0.5 -1 0 1 x(t)

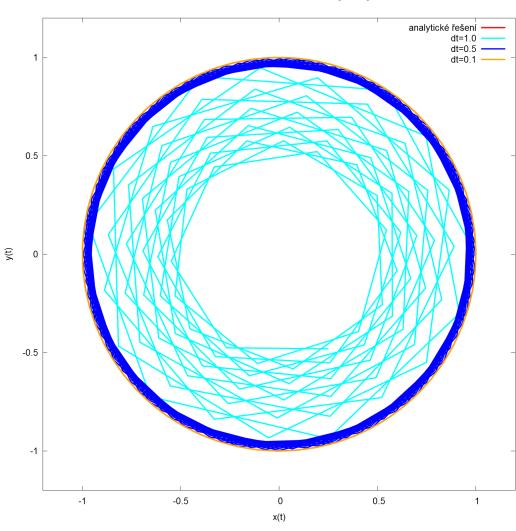
Obrázek 9.3: Semi-implicitní Eulerova metoda  $t \in [0,10]$ 

analytické řešení dt=0.5 dt=0.1 dt=0.01

Obrázek 9.4: Semi-implicitní Eulerova metoda  $t \in [0,100]$ 



Obrázek 9.5: RK4 metoda  $t \in [0, 10]$ 



Obrázek 9.6: RK4 metoda  $t \in [0, 10]$ 

Tabulka 9.1: Stabilita měsíců pro semi-implicitní Eulerovu a RK4 metodu

		ěsíc	Pho		Dein	•		.0	Euro		Gany			listo	Ce	lkem
DTmult	S	R	S	R	S	R	S	R	S	R	S	R	S	R	S	R
70 000	1	✓	1	✓	✓	<b>√</b>	1	✓	<b>✓</b>	✓	1	<b>√</b>	✓	✓	7	7
80 000	1	1	1	Х	1	1	1	1	✓	1	1	✓	1	✓	7	6
300 000	1	✓	<b>✓</b> *	X	1	✓	1	1	✓	✓	1	✓	1	✓	7	6
320 000	/	✓	X	X	1	X	✓	✓	✓	✓	1	✓	1	✓	6	5
400 000	/	✓	Х	X	1	X	✓	X	✓	✓	1	✓	1	✓	6	4
1 000 000	1	✓	Х	X	✓	X	✓	X	✓	X	1	✓	✓	✓	6	3
1 200 000	1	1	Х	X	<b>/</b> **	X	1	X	<b>X</b> **	X	<b>X</b> **	1	1	✓	4	3
$1\ 300\ 000$	✓	✓	Х	X	X	X	X	X	X	X	✓	✓	✓	✓	3	3

 $S{=}semi{-}implicitn\'i;~R{=}RK4~metoda.~Krok~simulace~byl~DTmult*10ms.$ 

Stabilita znamená, že měsíc stále obíhal kolem své planety po 5/20/60 letech simulovaného času pro  $DTmult \geq 0/ \geq 3.10^5/ \geq 10^6$ . Tabulka neobsahuje všechny hodnoty, pouze ty, kolem kterých došlo ke změnám.

<sup>\*</sup>Phobos opisuje 13-úhelník, ale je stabilní.

<sup>\*\*</sup>Ganyméd a Europa se nejspíše srazily, Deimos stabilně opisuje 12-úhelník.

### Kapitola 10

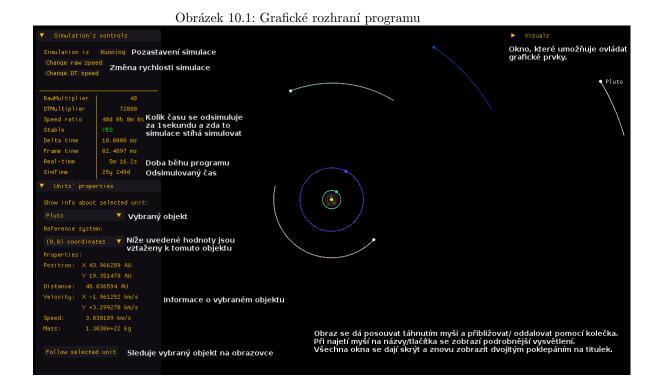
### Uživatelská příručka

### 10.1 Požadavky

Vyžaduje verzi OpenGL 3 nebo vyšší, navíc je potřeba balíček Microsoft Visual C++ 2015 Redistributable, který je ve formě .dll přibalen. Pokud by s ním přesto byly problémy, tak doporučuji stáhnout a nainstalovat jeho aktuální verzi z https://www.microsoft.com/cs-CZ/download/details.aspx?id=53840

### 10.2 Základní ovladání

Při spuštění se program otevře v výchozím grafickém režimu, kde dojde k nahrání zabudované Sluneční soustavy. Simulace se ovládá pomocí grafického rozhraní - Obrázek 10.1.



#### 10.3 Pokročilé možnosti

Program také nabízí pokročilejší ovládání pomocí příkazové řádky, s níž je možné načítat simulovaná data ze souboru, vybrat si integrační metody a také možnost zaznamenat a následně přehrát uložené simulace. Pro vypsání nápovědy a všech dostupných příkazů v českém jazyce použijte: SolarSystem.exe vstup.txt

Uveď me zde alespoň pár dalších příkladů spuštění:

#### $1. \ \, \textbf{SolarSystem.exe vstup.txt}$

Načte vstupní data z formátovaného souboru vstup. txt a spustí simulaci, která bude běžet v reálném čase a zobrazovat se v okně 1200x700 s uživatelským rozhraním.

- 2. SolarSystem.exe -sim -p formatted -i vstup.txt -m RK4 -v win Ekvivalentní zápis předchozího příkladu. S explicitním použitím modulů.
- 3. SolarSystem.exe -sim -rm 24 -dm 3600 -x 300 Spustí podobnou simulaci jako v 1. příkladu. Akorát bude mít 3600x větší integrační krok a bude probíhat 10x rychleji. Ve výsledku se tedy odsimuluje jeden den za jednu reálnou sekundu. Simulace se vypne po 5 minutách běhu.
- 4. SolarSystem.exe -record -r zaznam.replay -p formatted -i vstup.txt -o vystup.txt -m semiEuler -rm 24 -dm 3600 -x 60

Zaznamená 60 sekundovou simulaci do souboru zaznam.replay, vstupní data načte z formátovaného souboru vstup.txt a výsledná data uloží do vystup.txt ve stejném formátu. Simulace bude simulovat jeden den za jednu sekundu pomocí semi-implicitní

Eulerovy integrační metody. Simulace se spustí v grafickém prostředí stejně jako v 1. příkladě.

#### $5. \ {\bf Solar System. exe} \ {\bf zaznam. replay}$

Přehraje zaznamenanou simulaci z předchozího příkladu v grafickém prostředí.

K .exe souboru je přiložen vzorový formátovaný text vstup.txt a také jeden záznam simulace zaznam.replay. Přesný popis formátovaného vstupního souboru je uveden v sekci 4.1 . Pro detailní vysvětlení parametrů simulace je k dispozici popis v sekci 2.1.3.

### Kapitola 11

### Kompilace programu

### 11.1 Git

Tato dokumentace spolu se zdrojovými kódy programu je veřejně dostupná na:

https://bitbucket.org/Quimby/solar/src

Popřípadě přímo stažitelná pomocí git:

https://Quimby@bitbucket.org/Quimby/solar.git

### 11.2 Windows

Visual studio projekt...knihovny už jsou, stačí zkompilovat

#### 11.3 Linux

Potřeba zkompilovat knihovny dle návodu, překopírovat do libraries. Udělat makefile?

# Seznam zdrojových kódů

2.1	Hlavní program (Source/main.cpp)	7
2.2	Veřejně rozhraní Simulation (Source/simPublic.cpp)	8
2.3	Návrh metody Start() (Source/startPseudo.cpp)	G
2.4	Metoda Start() s časováním (Source/startPseudoTimed.cpp)	10
2.5	Finální verze Simulation::Start() (Source/startFinal.cpp)	11
3.1	Definice struktury Unit (Source/unit.cpp)	13
3.2	Abstraktní třída Parser (Source/parser.cpp)	14
3.3	Abstraktní třída SimMethod (Source/simMethod.cpp)	14
3.4	Abstraktní třída Viewer (Source/viewer.cpp)	15
6.1	Semi-implicitní Eulerova integrační metoda (Source/euler.cpp)	21
6.2	Runge-Kutta integrační metoda (Source/RK4.cpp)	23
8.1	Návrh jak by se simulace dala zaznamenávat (Source/recording.cpp)	31

# Seznam obrázků

1.1	Srovnání různých $\Delta t$ pro přesnost Eulerovy metody	6
7.1	Kreslení stopy za objektem procházejícím body A-B-C-D-E-F	28
9.1	Explicitní Eulerova metoda $t \in [0, 10]$	36
9.2	Implicitní Eulerova metoda $t \in [0, 10]$	37
9.3	Semi-implicitní Eulerova metoda $t \in [0, 10]$	38
9.4	Semi-implicitní Eulerova metoda $t \in [0, 100]$	39
9.5	RK4 metoda $t \in [0, 10]$	40
	RK4 metoda $t \in [0, 10]$	
10.1	Grafické rozhraní programu	44

# Seznam tabulek

9.1	Stabilita r	něsíců pro	semi-implic	itní Eulerovu	a RK4 metodu	42
g.1	- otabilita i	mesica bro	semi-mond	лын тэшегоуи	i a nn4 meiodu	 42