

Aufgabenblatt 9 zur Vorlesung

Elementare Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik A
WS 2004/05

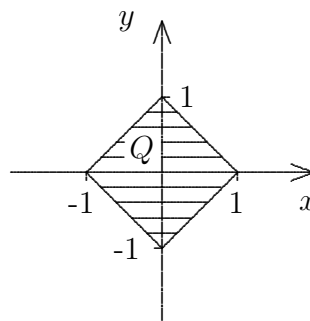
Stundenübung

Aufgabe 41. Ein fairer sechseitiger Würfel werde zweimal geworfen, X_1 bzw. X_2 seien die Augenzahlen beim ersten bzw. beim zweiten Wurf. Weiter bezeichnen $Y_1 := \min\{X_1, X_2\}$ und $Y_2 := \max\{X_1, X_2\}$.

- (a) Stellen Sie die Wahrscheinlichkeitsmassenfunktion von Y_1 und Y_2 sowie die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsmassenfunktion von Y_1 und Y_2 tabellarisch dar.
- (b) Berechnen Sie die Erwartungswerte $E(Y_2 - Y_1)$ und $E(Y_1 + Y_2)$.
- (c) Sind Y_1 und Y_2 unabhängig?

Aufgabe 42. Die gemeinsame Dichte der Zufallsvariablen X und Y sei auf der in der Abbildung angegebenen Fläche konstant und verschwinde außerhalb dieser Fläche.

- (a) Bestimmen Sie die Randdichten f_X bzw. f_Y zu den Zufallsvariablen X bzw. Y .
- (b) Sind die Zufallsvariablen X und Y stochastisch unabhängig?



Hausübung

Aufgabe 43. Beim Kartenspiel “Bridge” werden von den 52 Karten eines üblichen Kartenspiels (bestehend aus jeweils As, 2, 3, ..., 10, Bube, Dame und König in den Farben Kreuz, Pik, Herz und Karo) jeweils 13 an die vier Spieler Nord, Ost, Süd und West ausgeteilt. Es sei X die Anzahl der Asse von Spieler Nord, Y die Anzahl der Asse von Spieler Süd.

- (a) Bestimmen Sie (tabellarisch) die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsmassenfunktion von X und Y .
- (b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit haben beide Spieler dieselbe Anzahl von Assen?
- (c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit haben Spieler Nord und Süd zusammen alle vier Asse?

(3/2/1 Punkte)

Aufgabe 44.

- (a) Es sei Z der Flächeninhalt eines Rechtecks mit den Seitenlängen X und Y ; wir setzen voraus, dass X und Y unabhängig und auf dem Intervall $(0, 1)$ gleichverteilt sind. Bestimmen Sie die gemeinsame Verteilungsfunktion von X und Y sowie den Erwartungswert und die Verteilungsfunktion von Z .
- (b) Die Zufallsvariablen V und W besitzen die gemeinsame Dichtefunktion

$$f_{V,W}(v, w) = \begin{cases} c \cdot (w^2 - v^2) \cdot e^{-w} & , \text{ falls } -w \leq v \leq w, 0 < w < \infty \\ 0 & , \text{ sonst.} \end{cases}$$

mit einer Konstanten $c \in \mathbb{R}$. Bestimmen Sie c .

(2/2 Punkte)

Abgabe der Hausübungen in den Übungsstunden vom 20. Dezember bis 22. Dezember.