UNIVERSITÄT HANNOVER
Institut für Mathematische Stochastik

Prof. Dr. R. Grübel
Dr. C. Franz, M. Kötter, M. Reich

Hannover, 3. November 2004

Aufgabenblatt 3 zur Vorlesung

Elementare Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik A
WS 2004/05

Stundenübung

Aufgabe 11. Bei der Fußball EM 2004 gab es in der Vorrunde die vier Gruppen A, B, C, D mit jeweils vier Teams.

(a) Wie viele Vorrundenspiele finden pro Gruppe statt, wenn jedes Team genau einmal gegen jedes andere spielt? Angenommen in einer Gruppe sind n Teams. Wie viele Vorrundenspiele finden dann pro Gruppe statt?

(b) Wir nehmen an, dass die 16 Teams zufällig auf die vier Gruppen aufgeteilt werden, so dass jede Aufteilung gleichwahrscheinlich ist. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Deutschland und die Niederlande in einer Gruppe sind?

(c) Die Hälfte der Teams wird mit Trikots der Marke XXL ausgestattet. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in der Gruppe A alle Teams Trikots der Marke XXL tragen? Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass es mindestens eine Gruppe gibt, in der alle Teams Trikots der Marke XXL tragen?

Aufgabe 12. Drei Freunde wollen Skat spielen. Dazu mischen sie die Karten gut durch und verteilen sie dann nach den üblichen Regeln (d.h. jeder von ihnen bekommt 10 Karten, 2 Karten wandern in den "Skat").
Beim nun folgenden "Reizen" kommt es insbesondere darauf an, wieviele Buben man selber hat und wieviele eventuell noch im "Skat" liegen. Deshalb bezeichne $A(i,j)$ das Ereignis, dass Spieler 1 genau i Buben erhält und genau j Buben im "Skat" liegen. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit von $A(i,j)$ für alle $i,j \in \mathbb{N}_0$.

Aufgabe 13. Zeigen Sie, dass es $\binom{n+k-1}{k}$ Möglichkeiten gibt, die Zahl k als Summe von n nichtnegativen ganzen Zahlen zu schreiben. Wieviele Möglichkeiten ergeben sich, wenn die n Summanden positive ganze Zahlen seien sollen?

Hausübung

Aufgabe 14. In diesem Jahr soll in Niedersachsen die täglich stattfindende Keno-Lotterie gestartet werden. Dabei werden in einer Urne 70 durchnummerierte Kugeln gut durchmischt und anschließend 20 Kugeln nacheinander und ohne Zurücklegen entnommen. Die Mitspieler haben zuvor einen Tippschein mit 2 bis 10 verschiedenen Zahlen von 1 bis 70 angekreuzt, in der Hoffnung, dass diese gezogen werden.
Wir untersuchen die Fälle näher, dass 2 oder 10 Zahlen angekreuzt werden.

(a) Wie wahrscheinlich ist es, bei 2 getippten Zahlen zu gewinnen, d.h. beide getippten Zahlen befinden sich unter den 20 gezogenen?

(b) Bei 10 getippten Zahlen gewinnt man, wenn 0,5,6,7,8,9 oder alle 10 Zahlen richtig sind. Berechnen Sie für jeden dieser Fälle die Gewinnwahrscheinlichkeit.

(c) Wie hoch ist beim Tippen von 10 Zahlen die Gesamtgewinnwahrscheinlichkeit? Vergleichen Sie dieses Ergebnis mit dem Ergebnis von Teil (a).

(2/4/1 Punkte)

Aufgabe 15.

(a) Eine Gruppe von n Banditen versteckt sich in den n Häusern einer Geisterstadt. Jeder Bandit wählt unabhängig von den anderen eines der Häuser als Versteck, wobei jedes Haus mit derselben Wahrscheinlichkeit gewählt wird. Dabei darf es vorkommen, dass mehrere Banditen dasselbe Haus als Versteck wählen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich in mindestens einem Haus kein Bandit verbirgt?

(b) Verwenden Sie Aufgabenteil (a), um zu zeigen, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$n! = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{n}{k} (n-k)^n.$$

(2/4 Punkte)

Abgabe der Hausübungen in den Übungsstunden vom 8. bis 10. November.