

Aufgabenblatt 5 zur Vorlesung

Elementare Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik A
WS 2004/05

Stundenübung

Aufgabe 21. Die Zufallsvariable X sei geometrisch verteilt mit Parameter p . Zeigen Sie, dass

$$P(X = n + k \mid X > n) = P(X = k) \text{ für alle } n, k \in \mathbb{N}$$

gilt. Beantworten Sie in diesem Zusammenhang die folgende Frage: Wenn beim wiederholten Wurf einer fairen Münze nach zwanzig Versuchen “Kopf” noch nicht erschienen ist, ist dann die Wahrscheinlichkeit, im nächsten Versuch “Kopf” zu erhalten, größer als $1/2$?

Aufgabe 22. (negative Binomialverteilung) Ein Zufallsexperiment, in dem ein bestimmtes Ereignis A mit Wahrscheinlichkeit p eintritt ($0 < p < 1$), wird bis zum zweiten Eintreten von A wiederholt; X bezeichne die Anzahl der Versuchswiederholungen. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsmassenfunktion von X . (Man nennt die hier auftretende Verteilung auch die *negative Binomialverteilung* mit Parametern 2 und p .)

Aufgabe 23.

- (a) Sei X binomialverteilt mit den Parametern n und p . Berechnen Sie $P(X \text{ ist gerade})$.
- (b) Sei X Poisson-verteilt mit Parameter λ . Berechnen Sie $P(X \text{ ist gerade})$.

Hausübung

Aufgabe 24.

- (a) Ein fairer Würfel wird zweimal geworfen; X bezeichne das Minimum der beiden erhaltenen Augenzahlen. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsmassenfunktion von X .
- (b) Ein Paar fairer Würfel wird sechsenddreißigmal geworfen; X sei die Anzahl der erhaltenen Doppel-Sechsen. Mit welchen Wahrscheinlichkeiten nimmt X die Werte 1, 3 und 6 an? Welche Werte liefert die Approximation durch eine Poisson-Verteilung im Sinne von Satz 4.4? Versuchen Sie eine Aussage über die Qualität der Approximation zu machen.

(3/3 Punkte)

Aufgabe 25. (Banach's matchbox problem) Herr B. war ein passionierter Pfeifenraucher und hatte stets in seiner linken und in seiner rechten Tasche jeweils eine Streichholzschachtel, die beide anfänglich n Streichhölzer enthielten. Benötigte Herr B. ein Streichholz, so wählte er eine der beiden Taschen zufällig aus und entnahm der darin befindlichen Schachtel ein Streichholz. Irgendwann war dann natürlich die gewählte Schachtel leer. Mit welcher Wahrscheinlichkeit enthielt die andere Schachtel in diesem Moment noch genau k ($0 \leq k \leq n$) Streichhölzer?

(4 Punkte)

Abgabe der Hausübungen in den Übungsstunden vom 22. bis 24. November.