ÁLGEBRA LINEAR

30/08/24

POSTO

- INDICA O NÚMERO DE PIVÔS DE UMA MATRIZ

- MATRIZ DE POSTO 1

▷ SE r (NÚMERO DE PIVÔS) = 1, ENTÃO TODA LINHA É MÚLTIPLA DA LINHA PIVÔ.

▷ ISSO TAMBÉM IMPLICA QUE TODA COLUNA É MÚLTIPLA DA COLUNA PIVÔ $\therefore A = uv^T$

$$A = \begin{bmatrix} u & \alpha_1 u & \dots & \alpha_{n-1} u \end{bmatrix} \Rightarrow u \begin{bmatrix} 1 & \alpha_1 & \dots & \alpha_n \end{bmatrix}$$

▷ $N(A) = v^T x$

$$x \in N(A) \Leftrightarrow \underset{m\times n}{A}\underset{n\times 1}{x} = 0 \Rightarrow \underset{m\times 1\, 1\times n}{(uv^T)}\overset{n\times 1}{x} = 0 \Leftrightarrow u\,\underbrace{(\underset{1\times n}{v^T}\underset{n\times 1}{x})}_{\text{ESCALAR}} = 0$$

$$\boxed{v^T x = 0}$$

SOLUÇÕES DO SISTEMA PELO POSTO

- POSTO COMPLETO NAS COLUNAS ($r = n$, $n \leq m$)

▷ TODAS AS COLUNAS SÃO PIVÔ

▷ 0 OU 1 SOLUÇÃO DEPENDENDO DE $b \rightarrow b \in C(A)$

- POSTO COMPLETO NAS LINHAS ($r = m$, $m \leq n$)

▷ TODAS AS LINHAS SÃO PIVÔ $\rightarrow C(A) = \mathbb{R}^m$

▷ INFINITAS SOLUÇÕES INDEPENDENTE DE b $\quad |N(A)| > 1$

- Matriz Escalonada

  - Posto completo ($r = n = m$)

    $$R = I$$

  - Posto completo nas colunas

    $$R = \begin{bmatrix} I_{n \times n} \\ O_{m-n \times o} \end{bmatrix}$$

  - Posto completo nas linhas

    $$R = \begin{bmatrix} I_{m \times m}, & F_{m \times n-m} \end{bmatrix}$$

  - Caso geral

    $$R = \begin{bmatrix} I_{r \times r} & F_{r \times n-r} \\ O_{m-r \times r} & O_{m-r \times n-r} \end{bmatrix}$$