Álgebra Linear

11/09/24

Coordenadas

- Def: Dado um vetor $w \in V$. Onde V é um espaço vetorial, $\exists! \, x_1, \dots, x_n$; $w = x_1 v_1 + \dots + x_n v_n$ onde $v_k \in$ base de V. O vetor $x = [x_1, \dots, x_n]$ é dito como as coordenadas de v na base de V.

Notação: $x = [w]_v$

- Propriedade: $[\alpha u + v]_u = \alpha [u]_u + [v]_u$

DEM:

$$u = \sum_{k=1}^{n} x_k u_k \to [u]_u = x$$

$$v = \sum_{j=1}^{n} y_j u_j \to [v]_u = y$$

$$\alpha u + v = \alpha \sum_{k=1}^{n} x_k u_k + \sum_{j=1}^{n} y_j u_j$$

$$(\alpha x_1 + y_1) \cdot u_1 + \dots + (\alpha x_n + y_n) u_n$$

$$\therefore [\alpha u + v]_u = \alpha [u]_u + [v]_u$$

- Se $T(u)$ é transformação $T: U \to U$, então:

$$[T]_u = A = \left[[T(u_1)]_u \quad \dots \quad [T(u_n)]_u \right]$$

- Podemos generalizar para $T: U \to U$

- $[T(u)]_u = [T]_u [u]_u$

DEM:

$$T(u) = T\left(\sum_{j=1}^{n} x_j u_j\right) = \sum_{j=1}^{n} x_j T(u_j) \Rightarrow [T(u)]_u = \sum_{j=1}^{n} x_j [T(u_j)]_u$$

$$[T]_u \cdot \underbrace{[u]_u}_{x}$$