

## MATRIZES ORTOGONAIS

◦ UMA MATRIZ É **ORTOGONAL** SE SUAS COLUNAS SÃO ORTONORMAIS

◦  $Q_{m \times n}$  É ORTOGONAL SE  $Q^T Q = I$  ( $m \geq n$ )

$$Q_{n \times m}^T Q_{m \times n} = \begin{bmatrix} -q_1- \\ \vdots \\ -q_n- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} | & & | \\ q_1 & \dots & q_n \\ | & & | \end{bmatrix} \Rightarrow \text{ELEMENTO } ij \rightarrow \text{SE } i=j, \text{ ENTÃO } q_i \cdot q_i = 1, \text{ SE } i \neq j, \underline{q_i \cdot q_j = 0}$$

◦ SE  $Q$  É QUADRADA:  $Q^T Q = Q Q^T = I \therefore Q^{-1} = Q^T$

$Q_{n \times n} \Rightarrow n$  PIVÔS  $\Rightarrow C(Q) = \mathbb{R}^n$

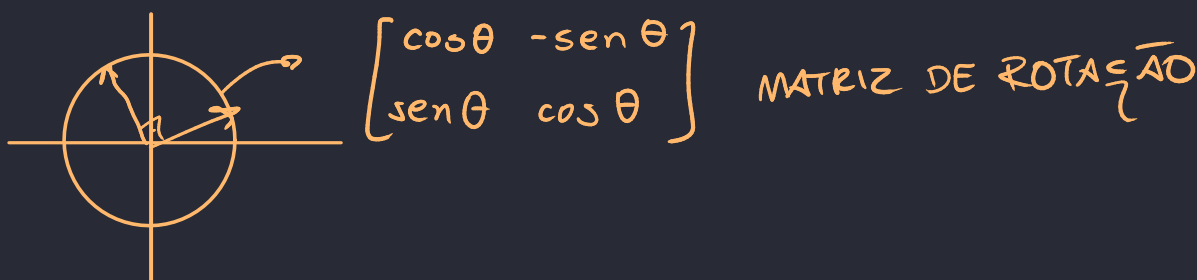
$$Q^T Q = I \Rightarrow Q^T \overset{I}{Q} \cdot \cancel{Q^{-1}} = Q^{-1} \Rightarrow Q^T = Q^{-1}$$

### EXEMPLOS

◦ MATRIZ DE PERMUTAÇÃO  
COLUNAS SÃO  $e_i$ 's

◦ MATRIZES ORTOGONAIS NO  $\mathbb{R}^2$

PODEMOS ESCREVER NO CÍRCULO UNITÁRIO



## PROPRIEDADES

◦ PRESERVAM COMPRIMENTO:  $\|Qx\| = \|x\|$

$$\|Qx\|^2 = x^T \underbrace{Q^T Q}_I x = x^T x = \|x\|^2$$

◦ COLUNAS SÃO BOAS PARA PROJEÇÃO

$P_{C(A)} = A(A^T A)^{-1} A^T$ , QUANDO  $A$  É ORTOGONAL ENTÃO

$$P_{C(A)} = A A^T$$