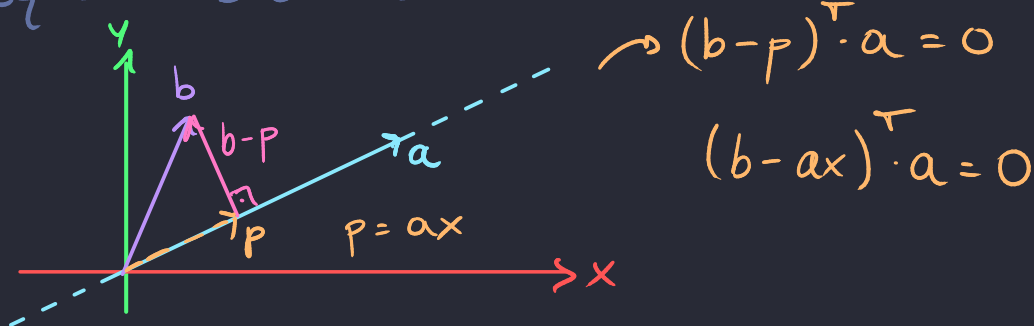


PROJEÇÃO ORTOGONAL

DEF: DADOS 2 VETORES $a, b \in E$, QUEREMOS ENCONTRAR A PROJEÇÃO DE b EM a .



ENTÃO PROCURAMOS x TAL QUE $a^T(b-ax) = 0$

$$a^T b - a^T a x = 0 \quad \rightarrow \quad \|a\| \neq 0 \therefore x = \frac{a^T b}{a^T a} \in \mathbb{R}$$

$$a^T b = a^T a x$$

LOGO
$$p = a \cdot \frac{a^T b}{a^T a} = \frac{a \cdot a^T}{a^T \cdot a} \cdot b$$

COMO PROJEÇÃO É UMA TRANSFORMAÇÃO LINEAR, PODEMOS ESCRREVÊ-LA COMO MULTIPLICAÇÃO DE MATRIZES TALS QUE

$$T(b) = P \cdot b$$

PROJEÇÃO DE b EM a

LOGO, PELAS DEFINIÇÕES ANTERIORES

$$P = \frac{a \cdot a^T}{a^T \cdot a}$$

PROPRIEDADES

- P É POSTO \perp
- P É SIMÉTRICA
- $P^2 = P$

DEM

$$\frac{aa^T}{a^Ta} = P \Rightarrow P^2 = \frac{a \cdot \cancel{(a^T \cdot a)} \cdot a^T}{\cancel{(a^Ta)} \cdot \frac{a^T \cdot a}{a^T \cdot a}} \Rightarrow P^2 = \frac{a \cdot a^T}{a^T \cdot a}$$