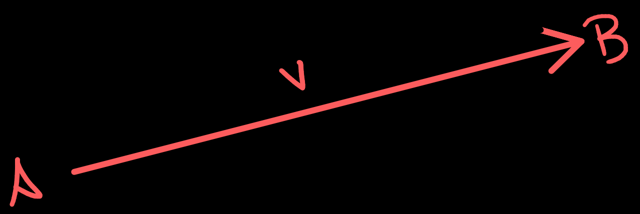
Geometria Analítica 26/02/24

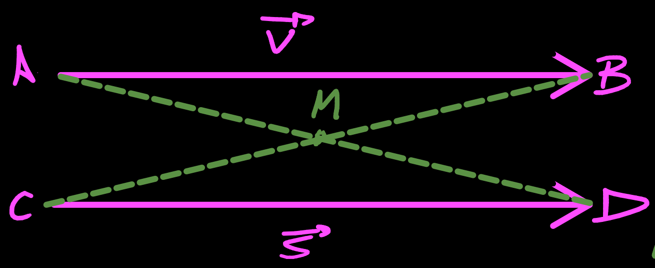
Vetores

- Vetor é um segmento orientado



$= \vec{AB} = V$

- Vetores iguais $\Rightarrow$ Colocamos 2 vetores como iguais quando possuem mesmo sentido, direção e valor



$\vec{v} = \vec{s}$

- Matematicamente, possuem mesmo ponto médio.

- Vetor Nulo $\Rightarrow$ Vetor sem valor, direção e sentido.

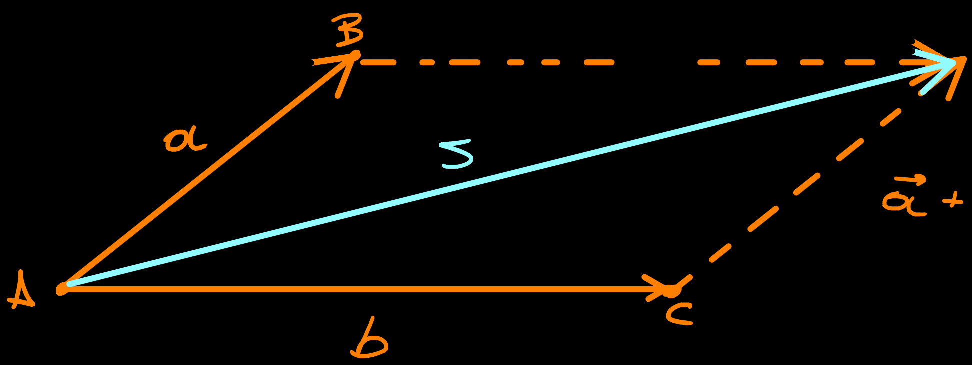
$\vec{AA} = 0$ $\quad$ $\dot{A}$

- Operações Básicas

→ Adição

- Regra do Paralelogramo

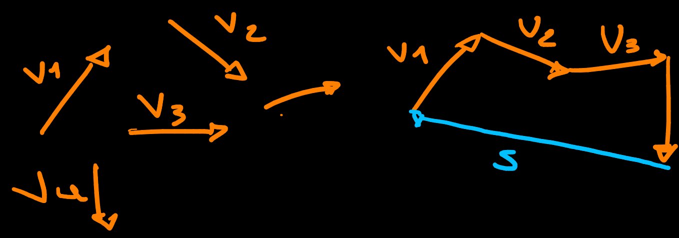
Ao somar dois vetores, o vetor resultante é a diagonal do paralelogramo de lados formados pelos vetores.



$\vec{a} + \vec{b} = \vec{s}$

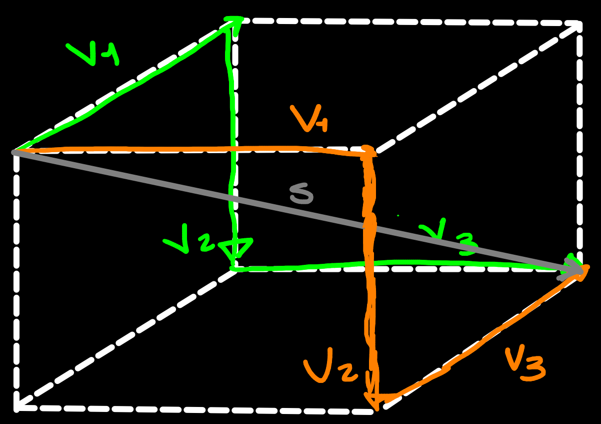
- **Regra do Polígono**

Dados n vetores V, o resultado de $\sum_{i=1}^{n} V_n$ pode ser representado como o vetor que liga A e B, sendo A a origem de V_1 e B o ponto final de V_n, fechando um polígono



$\Rightarrow V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = S$

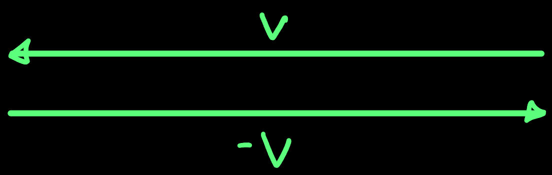
Essas Regras também se aplicam em espaços 3D.



$V_1 + V_2 + V_3 = S$

$V_1 + V_2 + V_3 = S$

A soma de dois vetores inversos é um vetor nulo.

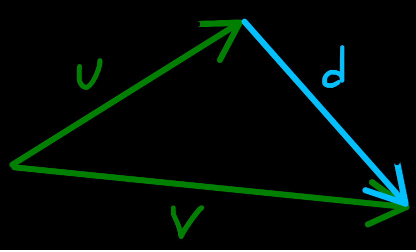


$V + (-V) = 0$

Propriedades:
Comutatividade: $U+V=V+U$
Associatividade: $(U+V)+W=U+(V+W)$
E. Neutro: $U+0=0+U=0$
Inverso Aditivo: $U+(-U)=0$

→ **Diferença**

Dados dois vetores U e V, tem-se como V-U o vetor que completa o triângulo formado por U e V



$d = V - U$

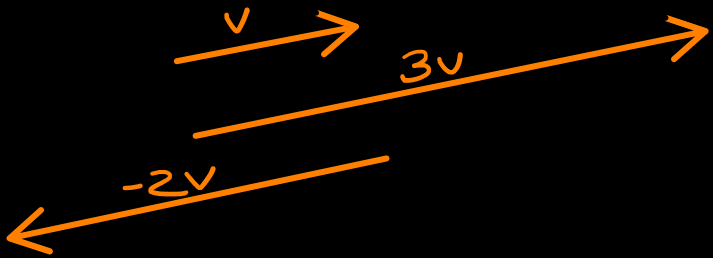
→ MULTIPLICAÇÃO POR NÚMERO REAL

DADO UM $\alpha \in \mathbb{R}$ E UM VETOR v, DEFINIMOS $\alpha \cdot v$ COMO:

(I) SE $\alpha = 0$ OU $v = 0$ ENTÃO $\alpha \cdot v = 0$ (VETOR NULO)

(II) SE $\alpha > 0$ E $v \neq 0$ ENTÃO αv POSSUI MESMA DIREÇÃO E SENTIDO QUE v E COMPRIMENTO $= \alpha \cdot v$

(III) SE $\alpha < 0$ E $v \neq 0$, ENTÃO $\alpha \cdot v$ POSSUI MESMA DIREÇÃO E SENTIDO CONTRÁRIO A v, COM COMPRIMENTO $= |\alpha \cdot v|$.



PROPRIEDADES

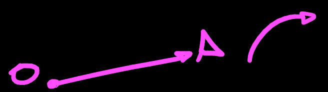
ASSOCIATIVIDADE: $\alpha(\beta v) = (\alpha\beta)v$

DISTRIBUTIVIDADE: $(\alpha + \beta)v = \alpha v + \beta v$, $\alpha(u + v) = \alpha u + \alpha v$

INVERSO: $(-1)v = -v$

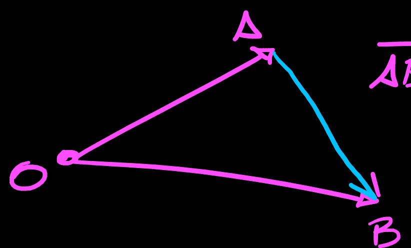
- PLANO COM ORIGEM

CONSIDERAMOS NO PLANO UM PONTO FIXO O (ORIGEM), ASSIM PODEMOS ASSOCIAR CADA PONTO X DO PLANO COMO O VETOR $\overrightarrow{OX} = X$



$\overrightarrow{OA} = A$

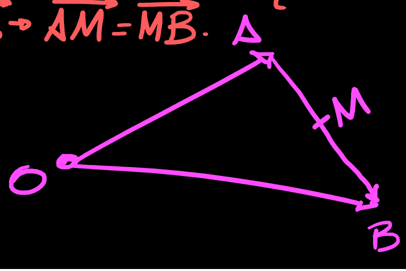
NESSE PENSAMENTO, PODEMOS DECLARAR DOIS PONTOS A E B E O VETOR QUE LIGA ESSES PONTOS COMO $B - A$



$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$

$\overrightarrow{AB} = B - A$

NESTA MESMA FIGURA, TRAÇAMOS UM PONTO M NO SEGMENTO $\overrightarrow{AB}$ DE FORMA QUE $2 \cdot \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} \rightarrow \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$.



$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB} \longrightarrow A - M = M - B$

$2M = A + B$

$$\boxed{M = \frac{A+B}{2}}$$

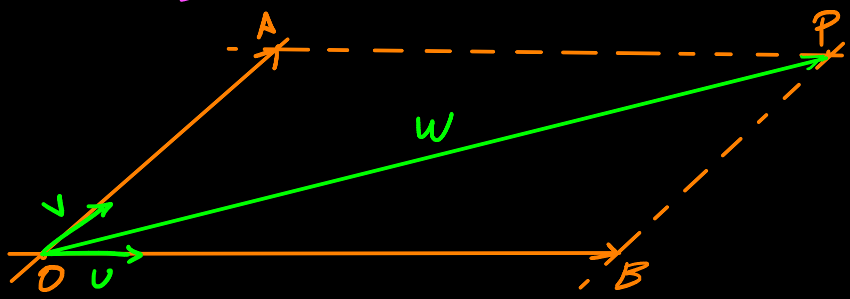
• Combinação Linear

Dados dois vetores u e v, tem-se como a combinação linear entre eles, qualquer vetor w escrito como

$$w = \alpha \cdot u + \beta \cdot v$$

Se u e v são colineares, então qualquer combinação linear entre os dois está na mesma reta.

Teorema ⇒ Se u e v não são colineares, então qualquer vetor do plano pode ser escrito como uma combinação linear de u e v.



Sejam u e v vetores não colineares e O a origem do plano e seja $w = \vec{OP}$ (vetor qualquer)

Traçando por P retas paralelas a u e v obtemos nas intersecções os pontos A e B tais que $\vec{OA} = \alpha \cdot v$ e $\vec{OB} = \beta \cdot u$.

Como as intersecções são únicas e $\vec{OP} = \vec{OA} + \vec{OB}$, temos que:

$$\underline{w = \alpha \cdot v + \beta \cdot u}$$

• Baricentro de um triângulo