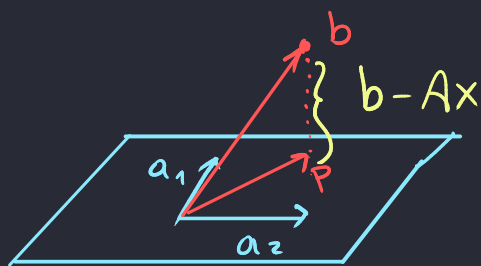


ÁLGEBRA LINEAR

22/09

PROJEÇÃO NO PLANO

◦ SEJA a_1 E a_2 A BASE DE UM PLANO, QUEREMOS ACHAR x_1 E $x_2 \in \mathbb{R}$ TAL QUE O VETOR p PROJETADO É $x_1 a_1 + x_2 a_2$.



◦ NOTA-SE: $x_1 a_1 + x_2 a_2 = [a_1 \ a_2] x = Ax$

$$\text{QUEREMOS } a_i^T (b - Ax) = 0$$

$$i \in \{1, \dots, \dim C(A)\}$$

◦ OU SEJA, QUEREMOS

$$A^T (b - Ax) = 0$$

$$\rightarrow A^T b - A^T A x = 0$$

$$A^T b = A^T A x$$

$A^T A$ É QUADRADA
SE $A^T A$ FOR INVERSÍVEL:

$$x = (A^T A)^{-1} \cdot A^T b$$

LOGO

$$p = A (A^T A)^{-1} \cdot A^T \cdot b$$

◦ MATRIZ PROJEÇÃO $P = A (A^T A)^{-1} \cdot A^T$

$$P^2 = A (A^T A)^{-1} (A^T \cdot A) (A^T A)^{-1} A^T = A (A^T A)^{-1} A^T$$

$$P^T = (A (A^T A)^{-1} A^T)^T = A ((A^T A)^{-1})^T A^T = A (A^T A)^{-1} A^T$$

PROJEÇÃO EM $C(A)$

◦ SABEMOS QUE $C(A) \perp N(A^T)$

$$b \notin C(A) \Rightarrow b = p + p^\perp \text{ t.q. } p \in C(A) \wedge p^\perp \in N(A^T)$$

$\hookrightarrow Pb$ (projeção de b em $C(A)$)

◦ OLHANDO A PROJEÇÃO EM $N(A^T)$ $(I - P)$

$$P_N = \text{proj. em } N(A^T)$$

$$p^\perp = b - p \Rightarrow p^\perp = b - Pb \Rightarrow p^\perp = (I - P)b$$

$$\{b = Pb - (I - P)b\}$$

QUANDO $A^T A$ É INVERSÍVEL?

◦ $A^T A$ TEM INVERSA SE, E SOMENTE SE, COLUNAS DE A FOREM LI.

PROVA

QUEST 4, LISTA 7

POR QUE PROJETER?

◦ NEM SEMPRE $Ax = b$ TEM SOLUÇÃO

◦ PROJETANDO b EM $C(A)$, TEMOS UMA "SOLUÇÃO" SE b TIVESSE SOLUÇÃO.