Álgebra Linear 20/10/24

Potências de Matriz

- Já vimos que $\to Ax = \lambda x$, então λ^k é autovalor de A^k, e os autovetores se mantém.

- Outra forma de vermos:

Suponha A diagonalizável

$$A = S\Lambda S^{-1} \Rightarrow A^2 = S\Lambda S^{-1} S\Lambda S^{-1} = S\Lambda^2 S^{-1}$$

Indução:

$$A^k = S\Lambda S S^{-1}\Lambda^{k-1} S^{-1} = S\Lambda^k S^{-1}$$

- Uma conclusão que tiramos é:

Se todo autovalor satisfaz $1 < |\lambda|$, então $A^k \to 0$ se $k \to +\infty$

DEM

$$A^k = S\Lambda^k S^{-1}$$

$\hookrightarrow_{k\to\infty}$ e $\forall \lambda_i, |\lambda_i| < 1$, então $\Lambda^k \to 0 \Rightarrow \underline{A^k \to 0}$

$\to \exists \lambda_i ; |\lambda_i| > 1 \Rightarrow A^k$ diverge

Uma condição para $\exists |\lambda_i| < 1$, é $|\det A| > 1$, mas o contrário não vale