# Álgebra Linear

04/09/24

## Linearmente Independentes

- Seja $E$ um espaço vetorial, dizemos que $v_1, \ldots, v_n$ são linearmente independentes (LI) se

$$\sum_{k=1}^{n} \alpha_k v_k = 0 \iff \alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_n = 0$$

- Caso contrário, eles são Linearmente Dependentes

**Teorema**

- Se $v_1, \ldots, v_n$ são LD, eu posso escrever algum vetor $v_j \in \{v_1, \ldots, v_n\}$ como combinação linear dos outros vetores.

**Dem**

$\exists\, x_1, \ldots, x_n \in \mathbb{R}$, pelo menos dois não-nulos tais que

$$\sum_{k=1}^{n} x_k v_k = 0$$

Sem perca de generalidade, podemos supor $x_n \neq 0$

$$v_n = \frac{-1}{x_n}\left(x_1 v_1 + \ldots + x_{n-1} v_{n-1}\right)$$

$$v_n = \frac{-x_1}{x_n} v_1 + \ldots + \left(-\frac{x_{n-1}}{x_n}\right) v_{n-1}$$

$v_n$ é uma combinação linear dos outros vetores.