Álgebra Linear

09/08/24

Geometria das equações lineares

Nota: Objetivo da Álgebra Linear é resolver (quando possível) n equações com m variáveis

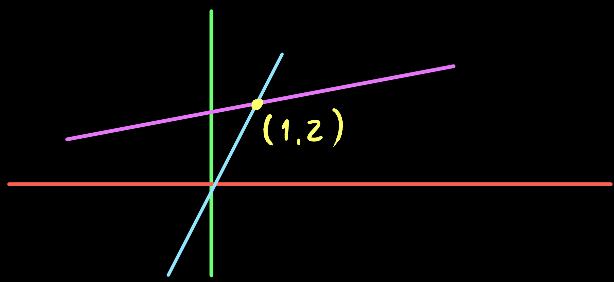
Visualização de Sistemas Lineares

- Row Picture

▷ Achamos o resultado com intersecções de linhas

Exemplo

$$\begin{cases} 2x - y = 0 \\ -x + 2y = 3 \end{cases}$$



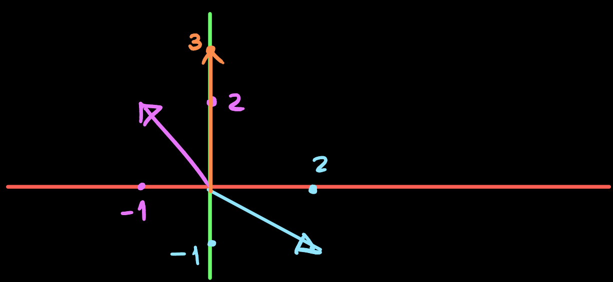
$$S = \{(1,2)\}$$

- Column Picture

▷ Visualisamos o sistema como uma combinação linear entre vetores

$$\begin{cases} 2x - y = 0 \\ -x + 2y = 3 \end{cases} \rightarrow x\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} + y\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Combinação linear



$$S = \{(1,2)\}$$

- Forma Matricial
  - ▷ Usamos matrizes para representar o sistema

$$\begin{cases} 2x - y = 0 \\ -x + 2y = 3 \end{cases} \longrightarrow Ax = b \longrightarrow \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$$

vetor x, y

matriz de coeficientes

Vetores

- Objeto matemático usado para fazer operações com quantidades incomparáveis

- Combinação Linear
  - ▷ Sendo $v \in \mathbb{R}^n$, e $\alpha_i \in \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$ e todo vetor $\alpha_i \in \mathbb{R}^n$, o vetor v pode ser escrito na forma:

$$v = k_1 \cdot \alpha_1 + k_2 \cdot \alpha_2 + \dots + k_n \cdot \alpha_n \quad , \; k_i \in \mathbb{R}$$

- Produto Interno
  - ▷ Dado $v, p \in \mathbb{R}^n$, tal que $v = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ e $p = (b_1, b_2, \dots, b_n)$, o produto interno dos vetores é

$$v \cdot p = \sum_{i=1}^{n} a_i b_i$$

  - ▷ É simétrico e linear

$$v \cdot p = p \cdot v$$

- Norma do vetor
  - ▷ Visualmente em $\mathbb{R}^2$ e $\mathbb{R}^3$, é o tamanho do vetor, em $\mathbb{R}^n$ definimos como:

$$v \in \mathbb{R}^n / v = (a_1, a_2, \dots, a_n), \; \|v\| := \sqrt{\sum_{i=1}^{n} a_i^2}$$