ÁLGEBRA LINEAR 15/09

MUDANÇA DE BASE

- SEJA $\mathcal{U}=\{u_1,\dots,u_n\}$ E $\mathcal{V}=\{v_1,\dots,v_n\}$ DUAS BASES DO MESMO ESPAÇO VETORIAL U.
- VAMOS VERIFICAR QUE

$$P_{n\times n}=\begin{bmatrix} | & & | \\ [u_1]_v & \dots & [u_n]_v \\ | & & | \end{bmatrix}$$

MUDA OS VETORES DA BASE V PARA A BASE U, i.e:

$$[u]_v = P\cdot [u]_u$$

DEM

$x=[u]_u \longrightarrow u=\sum_{j=1}^{n} x_j u_j = \sum_{j=1}^{n} x_j \sum_{i=1}^{n} p_{ij} v_i$

$y=[u]_v$

$P_j=[u_j]_v \Rightarrow$ j-ésima coluna $\Rightarrow u_j=\sum_{i=1}^{n} p_{ij} v_i$

$$= \sum_{i=1}^{n} \boxed{\sum_{j=1}^{n} p_{ij} x_j}\, v_i$$

$$\sum_{j=1}^{n} p_{ij} x_j = y_i$$

$$[u]_v = P[u]_u \Leftarrow y=Px$$

$$\boxed{[u]_u = P^{-1}[u]_v}$$

- SEJA $T: U\to U$, E $A=[T]_u$ E $B=[T]_v$ ENTÃO

$$A=P^{-1}BP$$

DEM

$$(P^{-1}BP)[u]_u = P^{-1}B(P[u]_u) = P^{-1}\cdot B\cdot [u]_v = P^{-1}[T(u)]_v = [T]_u[u]_u$$

$$A[u]_u$$