Álgebra Linear 04/09/24

BASE

- **DEF.:** O conjunto de vetores $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ é uma base do espaço vetorial E se:
  - ▷ $v_1, \dots, v_n$ são linearmente independentes
  - ▷ $\text{span}(\{v_1, \dots, v_n\}) = E$ $C([v_1 \cdots v_n])$

- Se $\{v_1, \dots, v_n\}$ é uma base de E

$$\forall u \in E, \quad u = \sum_{k=1}^{n} \alpha_k v_k, \quad \alpha_j \in \mathbb{R}$$

(ESSA COMBINAÇÃO É ÚNICA)

DEM UNICIDADE

SEJAM $u = x_1 v_1 + \dots + x_n v_n = y_1 v_1 + \dots + y_n v_n, \quad y_j, x_j \in \mathbb{R}$

$x_1 v_1 + \dots + x_n v_n = y_1 v_1 + \dots + y_n v_n$

$0 = v_1(y_1 - x_1) + \dots + v_n(y_n - x_n)$

PELA DEFINIÇÃO, COMO $v_1, \dots, v_n$ SÃO LINEARMENTE INDEPENDENTES, $\alpha_1 v_1 + \dots + \alpha_n v_n = 0 \iff \alpha_1 = \dots = \alpha_n = 0$, OU SEJA

$y_1 = x_1, \dots, y_n = x_n$.

- Exemplos de base

BASE CANÔNICA $\mathbb{R}^2$: $\text{span}\left(\left\{\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right\}\right)$

BASE CANÔNICA $\mathbb{R}^3$: $\text{span}\left(\left\{\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}\right\}\right)$

BASE CANÔNICA $\mathbb{R}^n$: $\text{span}(\{\text{i-ésima col. de } I \mid i \in \{1, \dots, n\}\})$

BASE P^n (POLINÔMIOS): $P^n = \{p(x) = a_0 + a_1 x_1 + \dots + a_n x^n;\ a_0, a_1, \dots, a_n \in \mathbb{R}\}$

BASE $P^n = \{p_0, p_1, \dots, p_n\}$ T.Q $p_0(x) = 1,\ p_1(x) = x, \dots, p_n(x) = x^n$