$with\ (LinearAlgebra)$

$lar, IsUnitary, JordanBlockMatrix, JordanForm, KroneckerProduct, LA\_Main, LUDecomposition, LeastSquares, LinearSolve, LyapunovSolv$

Se hallara la relacion existente entre los parametros dispersion SB2 en una impedancia de referencia ZB2 medidos en un analizador vectorial de redes a una impedancia de referencia ZB1, para una red de dos puertos lineal

Se hallara la relacion existente entre los parametros dispersion SB2 en una impedancia de referencia ZB2 medidos en un analizador vectorial de redes a una impedancia de referencia ZB1, para una red de dos puertos lineal

Matriz de dispersion de la red de la red en una impedancia referencia de ZB2

$e1 := S_{B2} = \begin{bmatrix} S1_{B2} & S12_{B2} \\ S21_{B2} & S22_{B2} \end{bmatrix}$

$$S_{B2} = \begin{bmatrix} S11_{B2} & S12_{B2} \\ S21_{B2} & S22_{B2} \end{bmatrix}$$

atriz de dispersion para la misma red en la impedancia ZB1, impedancia del VNA

$e2 := S_{B1} = \begin{bmatrix} S11_{B1} & S12_{B1} \\ S21_{B1} & S22_{B1} \end{bmatrix}$

$$S_{B1} = \begin{bmatrix} S11_{B1} & S12_{B1} \\ S21_{B1} & S22_{B1} \end{bmatrix}$$

Vectores de seal incidente A y reflejada B en ambos puertos de la red

$e3 := A = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$

$$A = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

$e4 := B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$

$$B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

Ecuacion que describe la red, en la impedancia ZB2

$e5 := B = S_{B2}A$

$$B = S_{B2}A$$

En el puerto 2 se encuetra la carga de la red ZL, suponiendo un desacople en la carga, se tiene que

$e6 := a_2 = \Gamma_L b2$

$$a_2 = \Gamma_L b2$$

De la isa forma, en el puerto uno de la red se ubica el generador, se tiene la siguiente relacion

$e7 := a_1 = v + \Gamma_S b1$

$$a_1 = v + \Gamma_S\, b1$$

Expresando las ecuaciones para a1 (e7) y a2 (e6) de forma matricial

$$e8 := A = \begin{bmatrix} v \\ 0 \end{bmatrix} + delayDotProduct\left(\begin{bmatrix} \Gamma_S & 0 \\ 0 & \Gamma_L \end{bmatrix}, B\right)$$

$$A = delayDotProduct\left(\begin{bmatrix} \Gamma_S & 0 \\ 0 & \Gamma_L \end{bmatrix}, B\right) + \begin{bmatrix} v \\ 0 \end{bmatrix}$$

Sustituyendoas ecuaciones para a1 (e7) y a2 (e6) en el vector de seal incidente A

$$e9 := subs\,(e6, e7, e3)$$

$$A = \begin{bmatrix} v + \Gamma_S\, b1 \\ \Gamma_L\, b2 \end{bmatrix}$$

Ecuacion que describe el comportamiento de red en base a parametros S, con impedancia de referencia ZB2

$$e10 := B = delayDotProduct\,(S_{B2}, A)$$

$$B = delayDotProduct\,(S_{B2}, A)$$

Sustituyendo en la ecuacion del sistema B (e10) el vector A (e8)

$$e11 := subs\,(e8, e10)$$

$$B = delayDotProduct\left(S_{B2}, delayDotProduct\left(\begin{bmatrix} \Gamma_S & 0 \\ 0 & \Gamma_L \end{bmatrix}, B\right) + \begin{bmatrix} v \\ 0 \end{bmatrix}\right)$$

"Intentando" que Maple despeje B...

$$B - delayDotProduct\left(S_{B2}, delayDotProduct\left(\begin{bmatrix} \Gamma_S & 0 \\ 0 & \Gamma_L \end{bmatrix}, B\right) + \begin{bmatrix} v \\ 0 \end{bmatrix}\right) = 0$$

Despejando el vector B de la ecuacion (e11) (la barra de division denota invesion de matriz)

$$e13 := B = delayDotProduct\left(delayDotProduct\left(\left(\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - delayDotProduct\left(S_{B2}, \begin{bmatrix} \Gamma_S & 0 \\ 0 & \Gamma_L \end{bmatrix}\right)\right)\right.\right.\right.$$

$$B = delayDotProduct\left(delayDotProduct\left(\left(-delayDotProduct\left(S_{B2}, \begin{bmatrix} \Gamma_S & 0 \\ 0 & \Gamma_L \end{bmatrix}\right) + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\right)^{-1}, S_{B2}\right), \begin{bmatrix} v \\ 0 \end{bmatrix}\right)$$

Sustituyendo la matriz SB2 en la ecuacion de B anterior (e13)

$$e14 := subs\,(e1, e13)$$

$$delayDotProduct\left(delayDotProduct\left(\left(-delayDotProduct\left(\begin{bmatrix} S11_{B2} & S12_{B2} \\ S21_{B2} & S22_{B2} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \Gamma_S & 0 \\ 0 & \Gamma_L \end{bmatrix}\right) + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\right)^{-1}, \begin{bmatrix} S11_{B2} & S12_{B2} \\ S21_{B2} & S22_{B2} \end{bmatrix}\right)\right.$$

Simplificando para resolver la inversion de matriz en la `ltima ecuacin`, *se ha resuelto el vector* B (`seal`

Simplificando para resolver la inversion de matriz en la `ltima ecuacin`, *se ha resuelto el vector* B (`seal`

Simplificando para resolver la inversion de matriz en la `ltima ecuacin`, *se ha resuelto el vector* B (`seal`

$e15 := simplify\,(e14)$

$$B = \left[\begin{array}{c} -\frac{(S11_{B2} S22_{B2} \Gamma_L - S11_{B2} - S12_{B2} \Gamma_L S21_{B2}) v}{S11_{B2} \Gamma_S S22_{B2} \Gamma_L - S11_{B2} \Gamma_S - S22_{B2} \Gamma_L + 1 - S12_{B2} \Gamma_L S21_{B2} \Gamma_S} \\ \frac{S21_{B2} v}{S11_{B2} \Gamma_S S22_{B2} \Gamma_L - S11_{B2} \Gamma_S - S22_{B2} \Gamma_L + 1 - S12_{B2} \Gamma_L S21_{B2} \Gamma_S} \end{array}\right]$$

Sustituyendo ahora el vector B en la ecuacin que expresa el vector A en funcion de los coeficientes de reflexion en fuente y carga

$e16 := subs\,(e15, e8)$

$$A = delayDotProduct\left(\left[\begin{array}{cc} \Gamma_S & 0 \\ 0 & \Gamma_L \end{array}\right], \left[\begin{array}{c} -\frac{(S11_{B2} S22_{B2} \Gamma_L - S11_{B2} - S12_{B2} \Gamma_L S21_{B2}) v}{S11_{B2} \Gamma_S S22_{B2} \Gamma_L - S11_{B2} \Gamma_S - S22_{B2} \Gamma_L + 1 - S12_{B2} \Gamma_L S21_{B2} \Gamma_S} \\ \frac{S21_{B2} v}{S11_{B2} \Gamma_S S22_{B2} \Gamma_L - S11_{B2} \Gamma_S - S22_{B2} \Gamma_L + 1 - S12_{B2} \Gamma_L S21_{B2} \Gamma_S} \end{array}\right]\right) + \left[\begin{array}{c} v \\ 0 \end{array}\right]$$

Simplificando esta ultia ecuacion

$e17 := simplify\,(e16)$

$$A = \left[\begin{array}{c} -\frac{v (S22_{B2} \Gamma_L - 1)}{S11_{B2} \Gamma_S S22_{B2} \Gamma_L - S11_{B2} \Gamma_S - S22_{B2} \Gamma_L + 1 - S12_{B2} \Gamma_L S21_{B2} \Gamma_S} \\ \frac{\Gamma_L S21_{B2} v}{S11_{B2} \Gamma_S S22_{B2} \Gamma_L - S11_{B2} \Gamma_S - S22_{B2} \Gamma_L + 1 - S12_{B2} \Gamma_L S21_{B2} \Gamma_S} \end{array}\right]$$

Los parametros que mediria el VNA con impedancia ZB1 en una red de impedancia ZB2 son los cocientes de las seales reflejadas e incidentes en los puertos de esta red, dados por los vectores A (e17) y B (e15). Estos prametros vienen dados por las siguientes expresiones

Los parametros que mediria el VNA con impedancia ZB1 en una red de impedancia ZB2 son los cocientes de las seales reflejadas e incidentes en los puertos de esta red, dados por los vectores A (e17) y B (e15). Estos prametros vienen dados por las siguientes expresiones

$e19 := S11_{B1} = \frac{B_{1,1}}{A_{1,1}}$

$$S11_{B1} = \frac{B_{1,1}}{A_{1,1}}$$

$e20 := S12_{B1} = \frac{B_{1,1}}{A_{2,1}}$

$$S12_{B1} = \frac{B_{1,1}}{A_{2,1}}$$

$e21 := S21_{B1} = \frac{B_{2,1}}{A_{1,1}}$

$$S21_{B1} = \frac{B_{2,1}}{A_{1,1}}$$

$e22 := S22_{B1} = \frac{B_{2,1}}{A_{2,1}}$

$$S22_{B1} = \frac{B_{2,1}}{A_{2,1}}$$

$e23 := eval\,(subs\,(e15, e17, e19))$

$$S11_{B1} = \frac{S11_{B2} S22_{B2} \Gamma_L - S11_{B2} - S12_{B2} \Gamma_L S21_{B2}}{S22_{B2} \Gamma_L - 1}$$

$e24\ :=\ eval\left(subs\left(e15, e17, e20\right)\right)$

$$S12_{B1} = -\frac{S11_{B2} S22_{B2} \Gamma_L - S11_{B2} - S12_{B2} \Gamma_L S21_{B2}}{\Gamma_L S21_{B2}}$$

$e25\ :=\ eval\left(subs\left(e15, e17, e21\right)\right)$

$$S21_{B1} = -\frac{S21_{B2}}{S22_{B2} \Gamma_L - 1}$$

$e26\ :=\ eval\left(subs\left(e15, e17, e22\right)\right)$

$$S22_{B1} = {\Gamma_L}^{-1}$$

Se aprecia que los parametros que indicaria un VNA midiendo una red lineal de dos puertos con impedancia desacoplada no dependen del coeficiente de reflexion en la carga, y el parametro S22B1 depende unicamente del coeficiente de reflexion en la carga

Se aprecia que los parametros que indicaria un VNA midiendo una red lineal de dos puertos con impedancia desacoplada no dependen del coeficiente de reflexion en la carga, y el parametro S22B1 depende unicamente del coeficiente de reflexion en la carga

Esta medicion se debe repetir intercambiando los puertos, es decir, el puerto que se conecto a la salida del VNA ahora debe colocarse en la entrada. Los puertos intercambian de roles, el puerto de entrada pasa a ser la salida. Hecho esto, se miden un nuevo conjunto de parametros de dispersion.

Esta medicion se debe repetir intercambiando los puertos, es decir, el puerto que se conecto a la salida del VNA ahora debe colocarse en la entrada. Los puertos intercambian de roles, el puerto de entrada pasa a ser la salida. Hecho esto, se miden un nuevo conjunto de parametros de dispersion.

Se coloca el generado con tension normalizada en el puerto 2, el vectro de seal incidente resulta ahora de

$$e27\ :=\ A = delayDotProduct\left(\begin{bmatrix} \Gamma_L & 0 \\ 0 & \Gamma_S \end{bmatrix}, B\right) + \begin{bmatrix} 0 \\ v \end{bmatrix}$$

$$A = delayDotProduct\left(\begin{bmatrix} \Gamma_L & 0 \\ 0 & \Gamma_S \end{bmatrix}, B\right) + \begin{bmatrix} 0 \\ v \end{bmatrix}$$

$Sustituyendo\ el^2\ (vector)\ Aenla\ ecuacion\ de\ red\ parasistema\ e10$

$e28\ :=\ subs\left(e27, e10\right)$

$$B = delayDotProduct\left(S_{B2}, delayDotProduct\left(\begin{bmatrix} \Gamma_L & 0 \\ 0 & \Gamma_S \end{bmatrix}, B\right) + \begin{bmatrix} 0 \\ v \end{bmatrix}\right)$$

$Despenjando\ el\ vertor\ de$ `seales`$reflejadas\ B$

$$e29\ :=\ B = delayDotProduct\left(delayDotProduct\left(\left(\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - delayDotProduct\left(S_{B2}, \begin{bmatrix} \Gamma_L & 0 \\ 0 & \Gamma_L \end{bmatrix}\right)\right)\right)\right)\right)$$

$$B = delayDotProduct\left(delayDotProduct\left(\left(-delayDotProduct\left(S_{B2}, \begin{bmatrix} \Gamma_L & 0 \\ 0 & \Gamma_L \end{bmatrix}\right) + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\right)^{-1}, S_{B2}\right), \begin{bmatrix} 0 \\ v \end{bmatrix}\right)$$

Sustituyendo la matriz de dispersion SB2 en l impedancia de la red

$e30 := subs(e1, e29)$

$$delayDotProduct\left(delayDotProduct\left(\left(-delayDotProduct\left(\begin{bmatrix} S11_{B2} & S12_{B2} \\ S21_{B2} & S22_{B2} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \Gamma_L & 0 \\ 0 & \Gamma_L \end{bmatrix}\right) + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\right)^{-1}, \begin{bmatrix} S11_{B2} & S12_{B2} \\ S21_{B2} & S22_{B2} \end{bmatrix}\right)\right.$$

Simplificando se obtienen las ondas reflejadas en funcion de los parametros de dispersion, coeficientes de reflexion en carga y fuente y la tension normalizada del generador

$e31 := simplify(e30)$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{S12_{B2} v}{S11_{B2}\Gamma_L{}^2 S22_{B2} - S11_{B2}\Gamma_L - S22_{B2}\Gamma_L + 1 - S12_{B2}\Gamma_L{}^2 S21_{B2}} \\ -\frac{(-S12_{B2}\Gamma_L S21_{B2} + S11_{B2} S22_{B2}\Gamma_L - S22_{B2})v}{S11_{B2}\Gamma_L{}^2 S22_{B2} - S11_{B2}\Gamma_L - S22_{B2}\Gamma_L + 1 - S12_{B2}\Gamma_L{}^2 S21_{B2}} \end{bmatrix}$$

Sustituyendo el vector B (e31) en la expresion para el vector de ondas incidentes A (e27) en funcion del desacople en los puertos

$e32 := subs(e31, e27)$

$$A = delayDotProduct\left(\begin{bmatrix} \Gamma_L & 0 \\ 0 & \Gamma_S \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \frac{S12_{B2} v}{S11_{B2}\Gamma_L{}^2 S22_{B2} - S11_{B2}\Gamma_L - S22_{B2}\Gamma_L + 1 - S12_{B2}\Gamma_L{}^2 S21_{B2}} \\ -\frac{(-S12_{B2}\Gamma_L S21_{B2} + S11_{B2} S22_{B2}\Gamma_L - S22_{B2})v}{S11_{B2}\Gamma_L{}^2 S22_{B2} - S11_{B2}\Gamma_L - S22_{B2}\Gamma_L + 1 - S12_{B2}\Gamma_L{}^2 S21_{B2}} \end{bmatrix}\right) + \begin{bmatrix} 0 \\ v \end{bmatrix}$$

Simplificando se obtiene el vector de onda incidentes en funcion de parametros de red

$e33 := simplify(e32)$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{S12_{B2}\Gamma_L v}{S11_{B2}\Gamma_L{}^2 S22_{B2} - S11_{B2}\Gamma_L - S22_{B2}\Gamma_L + 1 - S12_{B2}\Gamma_L{}^2 S21_{B2}} \\ \frac{v\left(S12_{B2}\Gamma_L S21_{B2}\Gamma_S - S11_{B2}\Gamma_S S22_{B2}\Gamma_L + \Gamma_S S22_{B2} + S11_{B2}\Gamma_L{}^2 S22_{B2} - S11_{B2}\Gamma_L - S22_{B2}\Gamma_L + 1 - S12_{B2}\Gamma_L{}^2 S21_{B2}\right)}{S11_{B2}\Gamma_L{}^2 S22_{B2} - S11_{B2}\Gamma_L - S22_{B2}\Gamma_L + 1 - S12_{B2}\Gamma_L{}^2 S21_{B2}} \end{bmatrix}$$

Ahora se calculan los parametros de dispersion segun los mide el VNA, recordando que se han invertido los roles de los puertos (en el puerto 2 o de salida de la red se ha colocado el generador)(Se intercambian indices 1 por 2 y 2 por 1)

Ahora se calculan los parametros de dispersion segun los mide el VNA, recordando que se han invertido los roles de los puertos (en el puerto 2 o de salida de la red se ha colocado el generador)(Se intercambian indices 1 por 2 y 2 por 1)

$e34 := S11R_{B1} = \frac{B_{2,1}}{A_{2,1}}$

$$S11R_{B1} = \frac{B_{2,1}}{A_{2,1}}$$

$e35 := S12R_{B1} = \frac{B_{2,1}}{A_{1,1}}$

$$S12R_{B1} = \frac{B_{2,1}}{A_{1,1}}$$

$$e36 := S21R_{B1} = \frac{B_{1,1}}{A_{2,1}}$$

$$S21R_{B1} = \frac{B_{1,1}}{A_{2,1}}$$

$$e37 := S22R_{B1} = \frac{B_{1,1}}{A_{1,1}}$$

$$S22R_{B1} = \frac{B_{1,1}}{A_{1,1}}$$

$$e38 := simplify(eval(subs(e30, e32, e34)))$$

$$S11R_{B1} = -\frac{-S12_{B2}\Gamma_L S21_{B2} + S11_{B2}S22_{B2}\Gamma_L - S22_{B2}}{S12_{B2}\Gamma_L S21_{B2}\Gamma_S - S11_{B2}\Gamma_S S22_{B2}\Gamma_L + \Gamma_S S22_{B2} + S11_{B2}{\Gamma_L}^2 S22_{B2} - S11_{B2}\Gamma_L - S22_{B2}\Gamma_L + 1 - S12_{B2}{\Gamma_L}^2 S21_{B2}}$$

$$e39 := simplify(eval(subs(e30, e32, e35)))$$

$$S12R_{B1} = -\frac{-S12_{B2}\Gamma_L S21_{B2} + S11_{B2}S22_{B2}\Gamma_L - S22_{B2}}{S12_{B2}\Gamma_L}$$

$$e40 := simplify(eval(subs(e30, e32, e36)))$$

$$S21R_{B1} = \frac{S12_{B2}}{S12_{B2}\Gamma_L S21_{B2}\Gamma_S - S11_{B2}\Gamma_S S22_{B2}\Gamma_L + \Gamma_S S22_{B2} + S11_{B2}{\Gamma_L}^2 S22_{B2} - S11_{B2}\Gamma_L - S22_{B2}\Gamma_L + 1 - S12_{B2}{\Gamma_L}^2 S21_{B2}}$$

$$e41 := simplify(eval(subs(e30, e32, e37)))$$

$$S22R_{B1} = {\Gamma_L}^{-1}$$

$$solve(\{e23, e24, e25, e26, e38, e39, e40, e41\})$$