### Técnicas de Inteligencia Artificial Óscar García

# Tema 4. Reglas

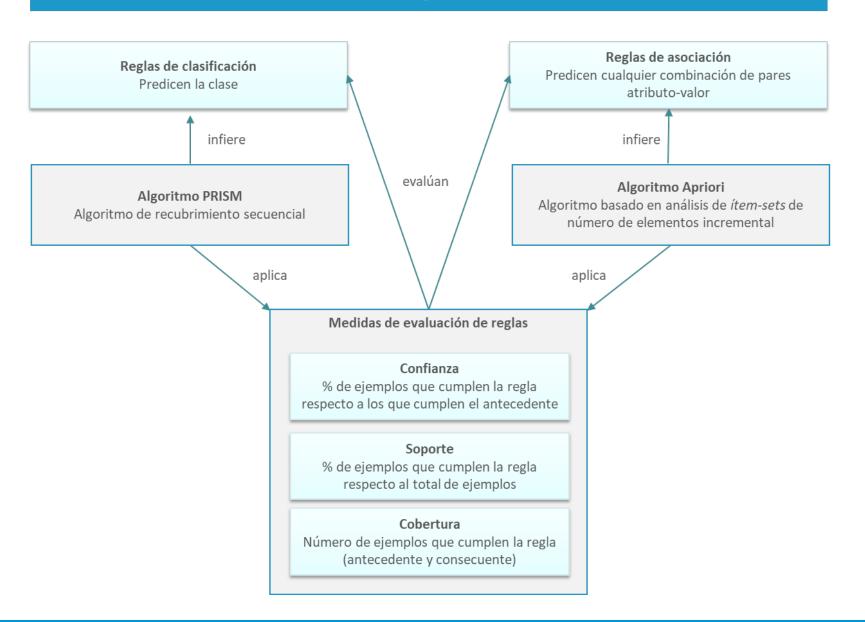


### Contenidos

- ▶ [4.1] Esquema y objetivos
- ▶ [4.2] Reglas de clasificación y reglas de asociación
- ▶ [4.3] Algoritmos de aprendizaje de reglas de clasificación
- [4.4] Algoritmos de aprendizaje de reglas de asociación
- [4.5] Aplicaciones y ejemplos de implementación



#### Reglas





### **Objetivos**

- Representar conocimiento mediante reglas de clasificación y de asociación
- Aplicar algoritmos básicos de construcción de reglas para resolver problemas de aprendizaje
- Identificar aplicaciones prácticas de las técnicas de aprendizaje de reglas de clasificación o asociación



### Representación del conocimiento mediante reglas

- Partes de una regla:
  - Antecedente: condición
  - Consecuente: conclusión o acción

```
SI <antecedente>
ENTONCES <consecuente>
```

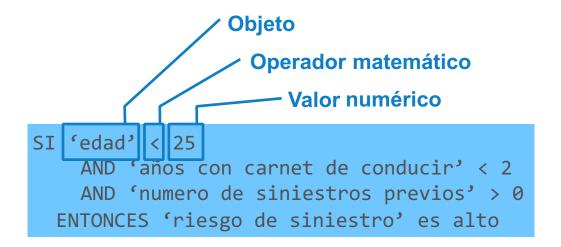
- Estructuras más complejas:
  - Múltiples condiciones unidas por operadores lógicos
    - AND (conjunción)
    - OR (disyunción)
  - Múltiples conclusiones

```
SI <antecedente 1>
   AND <antecedente 2>
   AND <antecedente 3>
   ENTONCES <consecuente 1>
   <consecuente 2>
```

### Representación del conocimiento mediante reglas

Estructura del antecedente

```
SI <objeto> <operador> <valor>
ENTONCES <consecuente>
```



- Tipos de operadores
  - Matemáticos → Valor numérico del objeto
  - Lingüísticos → Valor lingüístico del objeto



### Representación del conocimiento mediante reglas

Estructura del consecuente

```
Opción 1
                  SI <antecedente>
                    ENTONCES <objeto> <operador> <valor>
Opción 2
                  SI <antecedente>
                    ENTONCES <objeto> = <expresión aritmética>
SI 'edad' < 25
     AND 'años con carnet de conducir' < 2
    AND 'numero de siniestros previos' > 0
   ENTONCES 'riesgo de siniestro' es alto
 Objeto
           Operador lingüístico
                                Valor lingüístico
                      SI 'edad' < 25
```

SI 'edad' < 25

AND 'años con carnet de conducir' < 2

AND 'numero de siniestros previos' > 0

ENTONCES 'riesgo de siniestro' = 'edad' \* 1,5

**Objeto** 

Expresión aritmética



SI <antecedente>
 ENTONCES <consecuente>



### **REGLAS DE ASOCIACIÓN**

- Predicen valores de atributos, combinaciones de valores de atributos, o la propia clase
- Descubrir combinaciones de pares atributo-valor que ocurren con cierta frecuencia

Restricciones de valores de los atributos

SI temperatura=media
ENTONCES humedad = alta

Cualquier combinación de valores de atributos

### **REGLAS DE CLASIFICACIÓN**

- Predicen la clase
- Clasificar futuras instancias

Restricciones de valores de los atributos

```
SI humedad=alta
AND ambiente =soleado
ENTONCES jugar = No
```

Valor de la clase



SI <antecedente>
 ENTONCES <consecuente>



### **REGLAS DE ASOCIACIÓN**

¿Qué productos compran conjuntamente los clientes del supermercado?



Fuente: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Shopping\_cart with food clip art 2.svg

### **REGLAS DE CLASIFICACIÓN**

¿Qué enfermedad se le diagnosticaría a un paciente que tiene ciertos síntomas?



Fuente: https://pixabay.com/en/prognosis-icon-patient-chart-2803190/



### Específicamente dos medidas populares que se suelen utilizar con el fin de evaluar una regla son:

#### Confianza

### Confianza $(A \rightarrow B) = P(B|A)$

- Probabilidad de que el consecuente de la regla se cumpla si se da el antecedente
- Proporción de ejemplos que satisfacen la regla (cumplen el antecedente y consecuente) respecto a aquellos ejemplos que sólo satisfacen el antecedente
- Mide el interés de la regla

### Soporte

Soporte 
$$(A \rightarrow B) = P(A \Omega B)$$

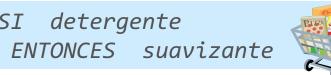
- Probabilidad de que se cumpla el antecedente y el consecuente de la regla
- Proporción de ejemplos que satisfacen la regla (cumplen el antecedente y el consecuente) respecto al número total de ejemplos
- Mide la frecuencia de la regla

### Específicamente dos medidas populares que se suelen utilizar con el fin de evaluar una regla son:

#### Confianza

Soporte

detergente



Probabilidad de que la compra de un detergente conduzca a la compra de un suavizante

Frecuencia con la que se han comprado a la vez detergente y suavizante

#### Ejemplo:

- Se están analizando 1 000 cestas de la compra
- 100 cestas contienen detergente y suavizante
- 20 cestas contienen detergente pero no suavizante

Confianza = 100/120 = 0.833

Soporte = 100/1000 = 0.1

### Específicamente dos medidas populares que se suelen utilizar con el fin de evaluar una regla son:

#### Confianza

Soporte

SI detergente
ENTONCES suavizante



Probabilidad de que la compra de un detergente conduzca a la compra de un suavizante Frecuencia con la que se han comprado a la vez detergente y suavizante

### Ejemplo:

- Se están analizando 1 000 cestas de la compra
- 1 cesta contiene detergente y suavizante
- No hay ninguna otra cesta que contenga detergente

Confianza = 1/1 = 1

Soporte = 1/1000 = 0,001

### Regla irrelevante:

tiene alta confianza pero cubre casos poco frecuentes

### Específicamente dos medidas populares que se suelen utilizar con el fin de evaluar una regla son:

Confianza

Soporte

Sin embargo otras métricas son necesarias

Lift

lift 
$$(A,B) = \frac{P(B|A)}{P(B)} = \frac{confianza (A \rightarrow B)}{P(B)}$$

- Relación entre la probabilidad de que el consecuente de la regla se cumpla si se da el antecedente y la probabilidad de que se cumpla el consecuente de la regla
- Mide la correlación entre la ocurrencia de un hecho A y un hecho B
  - lift = 1 A es independiente de B
  - lift > 1 correlación entre A y B → A probablemente implica B [regla útil]
  - lift < 1 correlación negativa entre A y B → A probablemente implica ¬B</li>



### Específicamente dos medidas populares que se suelen utilizar con el fin de evaluar una regla son:

Confianza

Soporte

Sin embargo otras métricas son necesarias

Han, J., Kamber, M., & Pei, J. (2012). Data mining: concepts and technique.

San Francisco: Morgan Kaufmann.

Lift



Ejemplo (Han et al, 2012):

- Se analizan 10 000 transacciones
- 6 000 contienen juegos de ordenador
- 7 500 incluyen vídeos → Probabilidad de comprar vídeos es de 0.75
- 4 000 incluyen tanto vídeos como juegos de ordenador

'Juegos de ordenador' → 'videos' (soporte 0.4, confianza 0.66)

Confianza = 4000/6000 = 0,66

Soporte = 4000/10000 = 0.4

Lift = 0.66/0.75 = 0.88 < 1  $\rightarrow$  Juegos y videos compiten entre sí

Ejemplo: Problema "Jugar al aire libre", J.R. Quinlan (1986)

### **REGLAS DE ASOCIACIÓN**

#### Regla 1:

SI Ambiente es nublado ENTONCES Jugar = sí

### Regla 2:

SI Temperatura es baja ENTONCES Humedad es normal

#### Regla 3:

SI Temperatura es media ENTONCES Humedad es alta

Id	Ambiente	Temperatura	Humedad	Viento	Jugar
E1	soleado	Alta	Alta	Falso	No
E2	soleado	Alta	Alta	Verdadero	No
E3	nublado	Alta	Alta	Falso	Sí
E4	Lluvioso	Media	Alta	Falso	Sí
E5	Lluvioso	Baja	Normal	Falso	Sí
E6	Lluvioso	Baja	Normal	Verdadero	No
E7	Nublado	Baja	Normal	Verdadero	Sí
E8	Soleado	Media	Alta	Falso	No
E9	Soleado	Baja	Normal	Falso	Sí
E10	Lluvioso	Media	Normal	Falso	Sí
E11	Soleado	Media	Normal	Verdadero	Sí
E12	Nublado	Media	Alta	Verdadero	Sí
E13	Nublado	Alta	Normal	Falso	Sí
E14	lluvioso	Media	alta	Verdadero	No

**REGLA DE CLASIFICACIÓN** 

▶ Ejemplo: Problema "Jugar al aire libre", J.R. Quinlan (1986)

#### Regla 3:

SI Temperatura es media ENTONCES Humedad es alta

Id	Ambiente	Temperatura	Humedad	Viento	Jugar
E1	soleado	Alta	Alta	Falso	No
E2	soleado	Alta	Alta	Verdadero	No
E3	nublado	Alta	Alta	Falso	Sí
E4	Lluvioso	Media	Alta	Falso	Sí
E5	Lluvioso	Baja	Normal	Falso	Sí
E6	Lluvioso	Baja	Normal	Verdadero	No
E7	Nublado	Baja	Normal	Verdadero	Sí
E8	Soleado	Media	Alta	Falso	No
E9	Soleado	Baja	Normal	Falso	Sí
E10	Lluvioso	Media	Normal	Falso	Sí
E11	Soleado	Media	Normal	Verdadero	Sí
E12	Nublado	Media	Alta	Verdadero	Sí
E13	Nublado	Alta	Normal	Falso	Sí
E14	lluvioso	Media	alta	Verdadero	No

Confianza (Temperatura = media -> Humedad = alta) = 
$$\frac{4}{6}$$
 = 0,67

Ejemplo: Problema "Jugar al aire libre", J.R. Quinlan (1986)

#### Regla 3:

SI Temperatura es media ENTONCES Humedad es alta

Id	Ambiente	Temperatura	Humedad	Viento	Jugar
E1	soleado	Alta	Alta	Falso	No
E2	soleado	Alta	Alta	Verdadero	No
E3	nublado	Alta	Alta	Falso	Sí
E4	Lluvioso	Media	Alta	Falso	Sí
E5	Lluvioso	Baja	Normal	Falso	Sí
E6	Lluvioso	Baja	Normal	Verdadero	No
<b>E</b> 7	Nublado	Baja	Normal	Verdadero	Sí
E8	Soleado	Media	Alta	Falso	No
E9	Soleado	Baja	Normal	Falso	Sí
E10	Lluvioso	Media	Normal	Falso	Sí
E11	Soleado	Media	Normal	Verdadero	Sí
E12	Nublado	Media	Alta	Verdadero	Sí
E13	Nublado	Alta	Normal	Falso	Sí
E14	lluvioso	Media	alta	Verdadero	No

Soporte (temperatura = media -> humedad = alta) =  $\frac{4}{14}$  = 0,29

Ejemplo: Problema "Jugar al aire libre", J.R. Quinlan (1986)

#### Regla 3:

SI Temperatura es media ENTONCES Humedad es alta

Id	Ambiente	Temperatura	Humedad	Viento	Jugar
E1	soleado	Alta	Alta	Falso	No
E2	soleado	Alta	Alta	Verdadero	No
E3	nublado	Alta	Alta	Falso	Sí
E4	Lluvioso	Media	Alta	Falso	Sí
E5	Lluvioso	Baja	Normal	Falso	Sí
E6	Lluvioso	Baja	Normal	Verdadero	No
<b>E</b> 7	Nublado	Baja	Normal	Verdadero	Sí
E8	Soleado	Media	Alta	Falso	No
E9	Soleado	Baja	Normal	Falso	Sí
E10	Lluvioso	Media	Normal	Falso	Sí
E11	Soleado	Media	Normal	Verdadero	Sí
E12	Nublado	Media	Alta	Verdadero	Sí
E13	Nublado	Alta	Normal	Falso	Sí
E14	lluvioso	Media	alta	Verdadero	No

Lift (Temperatura = media -> Humedad = alta) = 
$$\frac{4/6}{7/14}$$
 = 1,33

- Algoritmos de recubrimiento secuencial
  - Aprendizaje directo de conjuntos de reglas de clasificación



 Uso iterativo de un procedimiento que seleccione una única regla de buena precisión pero sin necesidad de que cubra todos los ejemplos positivos



Algoritmo básico de recubrimiento secuencial

```
PROCEDIMIENTO Recubrimiento_secuencial (Clases, atributos, ejemplos)

COMIENZO

Reglas ← {}

Para cada clase C de Clases

COMIENZO

E ← Ejemplos

Mientras (E contenga ejemplos de la clase C)

COMIENZO

Regla ← AprenderUnaRegla (C, E, Atributos)

Reglas ← Reglas + {Regla}

E ← E - {Ejemplos de E clasificados correctamente por Regla}

FIN

FIN

Devolver Reglas

FIN
```

 Se podría incluir una condición adicional que evalúe la calidad de la regla aprendida para considerar o descartar esta regla



Algoritmo básico de aprendizaje de una regla

```
PROCEDIMIENTO AprenderUnaRegla (Clase, Ejemplos, Atributos)
COMIENZO
    Regla ← regla con antecedente A vacío y con consecuente Clase
    MIENTRAS (regla cubre algún ejemplo negativo AND Atributos \neq \emptyset)
    COMIENZO
         Restricciones ← {}
         Para cada atributo A no utilizado en la regla
              COMIENZO
                   Para cada valor v de A
                   COMIENZO
                        Restricciones ← Restricciones + {A=v}
                   FIN
              FIN
         Restriccion ← mejorRestriccion (Restricciones, regla)
         Regla ← añadir restricción al antecedente
         Atributos ← atributos – {atributo de Restriccion}
    FIN
    Devolver Regla
FIN
```

Búsqueda codiciosa (sin retroceso) de lo general a lo específico



- Algoritmo PRISM (Cendrowska, 1987)
  - Algoritmo de recubrimiento secuencial
  - Aprendizaje de las reglas basado en la medida de confianza (utilizada en el procedimiento mejorRestriccion)
  - Lógica del algoritmo:
    - Se escoge la regla más general (sin restricciones en el antecedente)
    - Se selecciona la mejor restricción en base a la confianza
    - En caso de empate se escoge la restricción de mayor cobertura (o mayor soporte)





Aplicación del algoritmo PRISM

```
{Ambiente, Temperatura,
                                                      Humedad, Viento}
                                            {No, Sí}
                                                                        {E1, E2, ... E14}
PROCEDIMIENTO Recubrimiento secuencial (Clases, atributos, ejemplos)
COMIENZO
     Reglas ← {}
     Para cada clase C de Clases C= No
     COMIENZO
          E \leftarrow Ejemplos \quad E = \{E1, E2, \dots E14\}
          Mientras (E contenga ejemplos de la clase C)
                                                                  VERDADERO
```

Id	Ambiente	Temperatura	Humedad	Viento	Jugar
E1	soleado	Alta	Alta	Falso	No
E2	soleado	Alta	Alta	Verdadero	No
E3	nublado	Alta	Alta	Falso	Sí
E4	Lluvioso	Media	Alta	Falso	Sí
E5	Lluvioso	Baja	Normal	Falso	Sí
E6	Lluvioso	Baja	Normal	Verdadero	No
<b>E</b> 7	Nublado	Baja	Normal	Verdadero	Sí
E8	Soleado	Media	Alta	Falso	No
E9	Soleado	Baja	Normal	Falso	Sí
E10	Lluvioso	Media	Normal	Falso	Sí
E11	Soleado	Media	Normal	Verdadero	Sí
E12	Nublado	Media	Alta	Verdadero	Sí
E13	Nublado	Alta	Normal	Falso	Sí
E14	lluvioso	Media	alta	Verdadero	No

COMIENZO

Regla ← AprenderUnaRegla (C, E, Atributos)

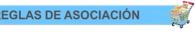




```
{E1, E2, ... E14} {Ambiente, Temperatura, Humedad, Viento}
PROCEDIMIENTO AprenderUnaRegla (Clase, Ejemplos, Atributos)
COMIENZO
     Regla ← regla con antecedente A vacío y con consecuente Clase
               SI --- ENTONCES jugar = No
     MIENTRAS (regla cubre algún ejemplo negativo AND Atributos ≠ ∅) VERDADERO
     COMIENZO
          Restricciones ← {}
          Para cada atributo A no utilizado en la regla A = Ambiente
                COMIENZO
                     Para cada valor v de A v = soleado
                     COMIENZO
                          Restricciones ← Restricciones + {A=v}
                          Restricciones = {Ambiente = soleado}
                     FIN
                FIN
                Restricciones = {Ambiente=soleado, Ambiente=nublado, Ambiente=lluvioso, Temperatura=alta,
                Temperatura=media, Temperatura=baja, Humedad=alta, Humedad=normal, Viento=verdadero,
               Viento = falso}
          Restriccion ← mejorRestriccion (Restricciones, regla)
```

Id	Ambiente	Temperatura	Humedad	Viento	Jugar
E1	soleado	Alta	Alta	Falso	No
E2	soleado	Alta	Alta	Verdadero	No
E3	nublado	Alta	Alta	Falso	Sí
E4	Lluvioso	Media	Alta	Falso	Sí
E5	Lluvioso	Baja	Normal	Falso	Sí
E6	Lluvioso	Baja	Normal	Verdadero	No
<b>E</b> 7	Nublado	Baja	Normal	Verdadero	Sí
E8	Soleado	Media	Alta	Falso	No
E9	Soleado	Baja	Normal	Falso	Sí
E10	Lluvioso	Media	Normal	Falso	Sí
E11	Soleado	Media	Normal	Verdadero	Sí
E12	Nublado	Media	Alta	Verdadero	Sí
E13	Nublado	Alta	Normal	Falso	Sí
E14	lluvioso	Media	alta	Verdadero	No





Aplicación del algoritmo PRISM

Restricciones = {Ambiente=soleado, Ambiente=nublado, Ambiente=Iluvioso, Temperatura=alta, Temperatura=media, Temperatura=baja, Humedad=alta, Humedad=normal, SI --- ENTONCES jugar = No Viento=verdadero, Viento = falso}

Restriccion ← mejorRestriccion (Restricciones, regla)

SI Ambiente=soleado ENTONCES jugar = No

Confianza = 3/5 = 0.6

Id	Ambiente	Temperatura	Humedad	Viento	Jugar
E1	soleado	Alta	Alta	Falso	No
E2	soleado	Alta	Alta	Verdadero	No
E3	nublado	Alta	Alta	Falso	Sí
E4	Lluvioso	Media	Alta	Falso	Sí
E5	Lluvioso	Baja	Normal	Falso	Sí
E6	Lluvioso	Baja	Normal	Verdadero	No
<b>E</b> 7	Nublado	Baja	Normal	Verdadero	Sí
E8	Soleado	Media	Alta	Falso	No
E9	Soleado	Baja	Normal	Falso	Sí
E10	Lluvioso	Media	Normal	Falso	Sí
E11	Soleado	Media	Normal	Verdadero	Sí
E12	Nublado	Media	Alta	Verdadero	Sí
E13	Nublado	Alta	Normal	Falso	Sí
E14	lluvioso	Media	alta	Verdadero	No



### Aplicación del algoritmo PRISM

Restricciones = {Ambiente=soleado, Ambiente=nublado, Ambiente=lluvioso, Temperatura=alta, Temperatura=media, Temperatura=baja, Humedad=alta, Humedad=normal, Viento=verdadero, Viento = falso}

SI --- ENTONCES jugar = No

Restriccion ← mejorRestriccion (Restricciones, regla)

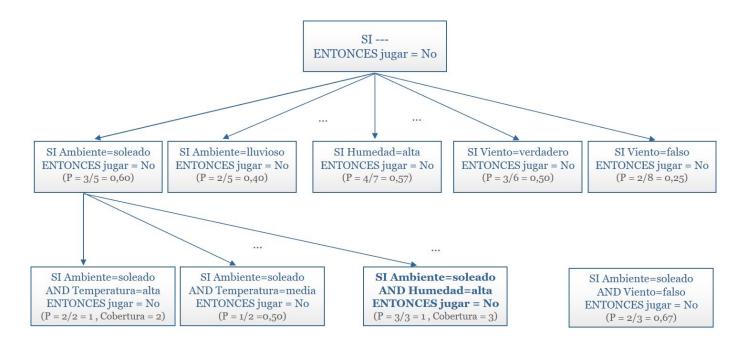
Id	Ambiente	Temperatura	Humedad	Viento	Jugar
E1	soleado	Alta	Alta	Falso	No
E2	soleado	Alta	Alta	Verdadero	No
E3	nublado	Alta	Alta	Falso	Sí
E4	Lluvioso	Media	Alta	Falso	Sí
E5	Lluvioso	Baja	Normal	Falso	Sí
E6	Lluvioso	Baja	Normal	Verdadero	No
<b>E</b> 7	Nublado	Baja	Normal	Verdadero	Sí
E8	Soleado	Media	Alta	Falso	No
E9	Soleado	Baja	Normal	Falso	Sí
E10	Lluvioso	Media	Normal	Falso	Sí
E11	Soleado	Media	Normal	Verdadero	Sí
E12	Nublado	Media	Alta	Verdadero	Sí
E13	Nublado	Alta	Normal	Falso	Sí
E14	lluvioso	Media	alta	Verdadero	No

SI Ambiente=soleado ENTONCES jugar = No	Confianza = 0,6
SI Ambiente=nublado ENTONCES jugar = No	Confianza = 0
SI Ambiente=Iluvioso ENTONCES jugar = No	Confianza = 0,4
SI Temperatura=alta ENTONCES jugar = No	Confianza = 0,5
SI Temperatura=media ENTONCES jugar = No	Confianza = 0,33
SI Temperatura=baja ENTONCES jugar = No	Confianza = 0,25
SI Humedad=alta ENTONCES jugar = No	Confianza = 0,57
SI Humedad=normal ENTONCES jugar = No	Confianza = 0,14
SI Viento=verdadero ENTONCES jugar = No	Confianza = 0,5
SI Viento = falso ENTONCES jugar = No	Confianza = $0.25$

Restricción = Ambiente=soleado

Aplicación del algoritmo PRISM

Restricciones = {Ambiente=soleado, Ambiente=nublado, Ambiente=Iluvioso, Temperatura=alta, Temperatura=media, Temperatura=baja, Humedad=alta, Humedad=normal, SI --- ENTONCES jugar = No Viento=verdadero, Viento = falso} Restriccion ← mejorRestriccion (Restricciones, regla)







```
PROCEDIMIENTO AprenderUnaRegla (Clase, Ejemplos, Atributos)
COMIENZO
     Regla ← regla con antecedente A vacío y con consecuente Clase
    MIENTRAS (regla cubre algún ejemplo negativo AND Atributos \neq \emptyset)
     COMIENZO
          Restricciones ← {}
          Para cada atributo A no utilizado en la regla
               COMIENZO
                    Para cada valor v de A
                    COMTENZO
                         Restricciones ← Restricciones + {A=v}
                    FIN
               FIN
          Restriccion ← mejorRestriccion (Restricciones, regla)
               Ambiente=soleado
          Regla ← añadir restricción al antecedente
               SI Ambiente=soleado ENTONCES jugar = No
          Atributos ← atributos – {atributo de Restriccion}
              Atributos = {Temperatura, Humedad, Viento}
     FIN
```



```
PROCEDIMIENTO AprenderUnaRegla (Clase, Ejemplos, Atributos)
COMIENZO
      Regla ← regla con antecedente A vacío y con consecuente Clase
      MIENTRAS (regla cubre algún ejemplo negativo AND Atributos \neq \emptyset)
                   Regla: SI Ambiente=soleado ENTONCES jugar = No
                                                                                                       Viento
                                                                                                             No
                   Atributos = {Temperatura, Humedad, Viento}
                                                                                    soleado
                                                                                           Alta
                                                                                                  Alta
                                                                                                      Verdadero
                                                                                                              No
                                                                                    nublado
                   => VERDADERO
                                                                                    Lluvioso
                                                                                           Media
                                                                                                 Alta
                                                                                   Lluvioso
                                                                                                 Normal
                                                                                    Lluvioso
                                                                                           Baja
                                                                                                 Normal
                                                                                                      Verdadero
                                                                                    Nublado
                                                                                           Baja
                                                                                                 Normal
                                                                                                      Verdadero
                                                                                    Soleado
                                                                                           Media
                                                                                                 Alta
                                                                                                       Falso
                                                                                    Soleado
                                                                                                 Normal
                                                                                                       Falso
                                                                                           Baja
      COMIENZO
                                                                                    Lluvioso
                                                                                           Media
                                                                                                 Normal
                                                                                                       Falso
                                                                                   Soleado
                                                                                          Media
                                                                                                 Normal
                                                                                                      Verdadero
             Restricciones ← {}
                                                                                           Media
                                                                                                 Alta
                                                                                                      Verdadero
                                                                                    Nublado
                                                                                           Alta
                                                                                                 Normal
             Para cada atributo A no utilizado en la regla
                                                                                    lluvioso
                                                                                           Media
                   COMIENZO
                          Para cada valor v de A
                          COMIENZO
                                Restricciones ← Restricciones + {A=v}
                          FIN
                   FTN
             Restricciones = {Temperatura=alta, Temperatura=media, Temperatura=baja, Humedad=alta,
             Humedad=normal, Viento=verdadero, Viento = falso}
             Restriccion ← mejorRestriccion (Restricciones, regla)
```



Aplicación del algoritmo PRISM

Restricciones = {Temperatura=alta, Temperatura=media, Temperatura=baja, Humedad=alta, Humedad=normal, Viento=verdadero, Viento = falso}

SI Ambiente=soleado **ENTONCES** jugar = No



Restriccion ← mejorRestriccion (Restricciones, regla)

Id	Ambiente	Temperatura	Humedad	Viento	Jugar
E1	soleado	Alta	Alta	Falso	No
E2	soleado	Alta	Alta	Verdadero	No
E3	nublado	Alta	Alta	Falso	Sí
E4	Lluvioso	Media	Alta	Falso	Sí
E5	Lluvioso	Baja	Normal	Falso	Sí
E6	Lluvioso	Baja	Normal	Verdadero	No
E7	Nublado	Baja	Normal	Verdadero	Sí
E8	Soleado	Media	Alta	Falso	No
E9	Soleado	Baja	Normal	Falso	Sí
E10	Lluvioso	Media	Normal	Falso	Sí
E11	Soleado	Media	Normal	Verdadero	Sí
E12	Nublado	Media	Alta	Verdadero	Sí
E13	Nublado	Alta	Normal	Falso	Sí
E14	lluvioso	Media	alta	Verdadero	No

SI Ambiente=soleado AND Temperatura=baja ENTONCES jugar = No SI Ambiente=soleado AND Humedad=alta ENTONCES jugar = No SI Ambiente=soleado AND Humedad=normal ENTONCES jugar = No SI Ambiente=soleado AND Viento=verdadero ENTONCES jugar = No Confian Confian	nza = 0,5 nza = 0 nza = 1
---	---------------------------------

Cobertura = 2 Cobertura = 3

SI Ambiente=soleado AND Temperatura=alta ENTONCES jugar = No SI Ambiente=soleado AND Humedad=alta ENTONCES jugar = No

Restricción = Humedad=alta





```
PROCEDIMIENTO AprenderUnaRegla (Clase, Ejemplos, Atributos)
COMIENZO
    Regla ← regla con antecedente A vacío y con consecuente Clase
    MIENTRAS (regla cubre algún ejemplo negativo AND Atributos \neq \emptyset)
    COMIENZO
         Restricciones ← {}
         Para cada atributo A no utilizado en la regla
              COMIENZO
                   Para cada valor v de A
                   COMTENZO
                        Restricciones ← Restricciones + {A=v}
                    FIN
              FIN
         Restriccion ← mejorRestriccion (Restricciones, regla)
               Humedad=alta
          Regla ← añadir restricción al antecedente
              SI Ambiente=soleado AND Humedad=alta ENTONCES jugar = No
         Atributos ← atributos – {atributo de Restriccion}
              Atributos = {Temperatura, Viento}
     FIN
```



```
PROCEDIMIENTO AprenderUnaRegla (Clase, Ejemplos, Atributos)
COMIENZO
     Regla ← regla con antecedente A vacío y con consecuente Clase
     MIENTRAS (regla cubre algún ejemplo negativo AND Atributos \neq \emptyset) => FALSO
                Regla: SI Ambiente=soleado AND Humedad=alta ENTONCES jugar = No
               Atributos = {Temperatura, Viento}
                                                                                Alta
                                                                                    Falso
                                                                     soleado
                                                                                   Verdadero
     COMIENZO
          Restricciones ← {}
                                                                                   Verdadero
          Para cada atributo A no utilizado en la regla
                                                                                   Verdadero
                                                                                    Falso
                COMIENZO
                     Para cada valor v de A
                     COMIENZO
                          Restricciones ← Restricciones + {A=v}
                     FIN
                FIN
          Restriccion ← mejorRestriccion (Restricciones, regla)
          Regla ← añadir restricción al antecedente
          Atributos ← atributos – {atributo de Restriccion}
     FIN
Devolver Regla
FIN
                             SI Ambiente=soleado AND Humedad=alta ENTONCES jugar = No
```

Ambiente	Temperatura	Humedad	Viento	Jugar
soleado	Alta	Alta	Falso	No
soleado	Alta	Alta	Verdadero	No
nublado	Alta	Alta	Falso	Sí
Lluvioso	Media	Alta	Falso	Sí
Lluvioso	Baja	Normal	Falso	Sí
Lluvioso	Baja	Normal	Verdadero	No
Nublado	Baja	Normal	Verdadero	Sí
Soleado	Media	Alta	Falso	No
Soleado	Baja	Normal	Falso	Sí
Lluvioso	Media	Normal	Falso	Sí
Soleado	Media	Normal	Verdadero	Sí
Nublado	Media	Alta	Verdadero	Sí
Nublado	Alta	Normal	Falso	Sí
lluvioso	Media	alta	Verdadero	No
	soleado nublado Lluvioso Lluvioso Lluvioso Nublado Soleado Soleado Lluvioso Soleado Nublado Nublado	soleado Alta soleado Alta nublado Alta Lluvioso Media Lluvioso Baja Lluvioso Baja Nublado Baja Soleado Media Soleado Baja Lluvioso Media Soleado Media Soleado Media Nublado Media Nublado Alta	soleado Alta Alta soleado Alta Alta nublado Alta Alta Lluvioso Media Alta Lluvioso Baja Normal Lluvioso Baja Normal Nublado Baja Normal Soleado Media Alta Soleado Media Alta Soleado Media Normal Lluvioso Media Normal Lluvioso Media Normal Nublado Media Normal Nublado Media Normal Nublado Media Normal Nublado Alta	soleadoAltaAltaFalsosoleadoAltaAltaVerdaderonubladoAltaAltaFalsoLluviosoMediaAltaFalsoLluviosoBajaNormalVerdaderoNubladoBajaNormalVerdaderoSoleadoMediaAltaFalsoSoleadoBajaNormalFalsoLluviosoMediaNormalFalsoSoleadoMediaNormalVerdaderoNubladoMediaAltaVerdaderoNubladoAltaNormalFalso



```
PROCEDIMIENTO Recubrimiento secuencial (Clases, atributos, ejemplos)
COMIENZO
       Reglas ← {}
       Para cada clase C de Clases C= No
       COMIENZO
              E \leftarrow Ejemplos \quad E = \{E1, E2, \dots E14\}
              Mientras (E contenga ejemplos de la clase C)
              COMIENZO
                     Regla ← AprenderUnaRegla (C, E, Atributos)
                            SI Ambiente=soleado AND Humedad=alta ENTONCES jugar = No
                     Reglas ← Reglas + {Regla}
                            Reglas = {SI Ambiente=soleado AND Humedad=alta ENTONCES jugar = No}
                     E ← E - {Ejemplos de E clasificados correctamente por Regla}
                            E = \{E3, ... E7, E9, ... E14\}
                                                                                   Temperatura
                                                                                                             Jugar
                                                                            soleado
                                                                                                     Falso
                                                                                                              No
                                                                            soleado
                                                                                                    Verdadero
                                                                                                              No
                                                                            nublado
                                                                                              Alta
                                                                                                              Sí
                                                                     E3
                                                                                      Alta
                                                                                                     Falso
                                                                     E4
                                                                            Lluvioso
                                                                                     Media
                                                                            Lluvioso
                                                                                     Baja
                                                                                             Normal
                                                                                                     Falso
                                                                                                              Sí
                                                                                                    Verdadero
                                                                                                              No
                                                                     E6
                                                                            Lluvioso
                                                                                     Baja
                                                                                             Normal
                                                                     E7
                                                                            Nublado
                                                                                     Baja
                                                                                             Normal
                                                                                                    Verdadero
                                                                                                              Sí
                                                                            Soleado
                                                                                                     Falso
                                                                                                              No
                                                                                     Media
                                                                                              Alta
                                                                            Soleado
                                                                                             Normal
                                                                                                     Falso
                                                                                                              Sí
                                                                     E9
                                                                                     Baja
                                                                     E10
                                                                            Lluvioso
                                                                                     Media
                                                                                             Normal
                                                                                                     Falso
                                                                                                              Sí
                                                                                                    Verdadero
                                                                                                              Sí
                                                                     E11
                                                                            Soleado
                                                                                     Media
                                                                                             Normal
                                                                     E12
                                                                            Nublado
                                                                                              Alta
                                                                                                    Verdadero
                                                                            Nublado
                                                                                                              Sí
                                                                     E13
                                                                                      Alta
                                                                                             Normal
                                                                                                     Falso
              FIN
                                                                            lluvioso
                                                                                                    Verdadero
```



```
PROCEDIMIENTO Recubrimiento secuencial (Clases, atributos, ejemplos)
COMIENZO
     Reglas ← {}
     Para cada clase C de Clases C= No
     COMIENZO
                                                                           nublado
                                                                                 Alta
           E ← Ejemplos
                                                                           Lluvioso
                                                                                Media
                                                                           Lluvioso
           Mientras (E contenga ejemplos de la clase C)
                                                                           Lluvioso
                      E = {E3, ... E7, E9, ... E14} => Verdadero
                                                                           Soleado
                                                                                     Normal
                                                                           Lluvioso
                COMIENZO
                 Regla ← AprenderUnaRegla (C, E, Atributos)
                 Regla ← AprenderUnaRegla (No, {E3, ... E7, E9, ... E14}, {Ambiente, Temperatura,
                                          Humedad, Viento}
                 Reglas ← Reglas + {Regla}
                 E ← E - {Ejemplos de E clasificados correctamente por Regla}
           FIN
     FTN
     Devolver Reglas
           Reglas = {SI Ambiente=soleado AND Humedad=alta ENTONCES jugar = No,
                    SI ...}
FIN
```

Aplicación del algoritmo PRISM

Id	Ambiente	Temperatura	Humedad	Viento	Jugar
<del>- Ei</del>	soleado	Alta	Alta	Falso	No
E2	soleado	Alta	Alta	Verdadero	No
E3	nublado	Alta	Alta	Falso	Sí
E4	Lluvioso	Media	Alta	Falso	Sí
E5	Lluvioso	Baja	Normal	Falso	Sí
E6	Lluvioso	Baja	Normal	Verdadero	No
<b>E</b> 7	Nublado	Baja	Normal	Verdadero	Sí
E8	Soleado	Media	Alta	Falso	No
E9	Soleado	Baja	Normal	Falso	Sí
E10	Lluvioso	Media	Normal	Falso	Sí
E11	Soleado	Media	Normal	Verdadero	Sí
E12	Nublado	Media	Alta	Verdadero	Sí
E13	Nublado	Alta	Normal	Falso	Sí
E14	lluvioso	Media	alta	Verdadero	No



### REC

# Algoritmos de aprendizaje de reglas de clasificación

### Ejemplo PRISM en Weka

```
weka.classifiers.rules.Prism
Scheme:
           weather.symbolic
Relation:
Instances:
           14
Attributes: 5
        outlook
        temperature
        humidity
        windy
        play
Test mode: 10-fold cross-validation
=== Classifier model (full training set) ===
Prism rules
If outlook = overcast then yes
If humidity = normal
 and windy = FALSE then yes
If temperature = mild
 and humidity = normal then yes
If outlook = rainy
 and windy = FALSE then yes
If outlook = sunny
 and humidity = high then no
If outlook = rainy
 and windy = TRUE then no
Time taken to build model: 0 seconds
```

```
=== Stratified cross-validation ===
=== Summarv ===
Correctly Classified Instances
                                           64.2857 %
Incorrectly Classified Instances
                                           21.4286 %
Kappa statistic
                            0.4375
Mean absolute error
                               0.25
                                 0.5
Root mean squared error
Relative absolute error
                              59.2264 %
Root relative squared error
                               105.9121 %
UnClassified Instances
                                          14.2857 %
Total Number of Instances
                                 14
=== Detailed Accuracy By Class ===
         TP Rate FP Rate Precision Recall F-Measure MCC
                                                           ROC Area PRC Area Class
         1.000 0.600 0.700
                                 1.000 0.824
                                                        0.589
                                                                 0.687
                                                 0.529
                                                                         ves
         0.400 0.000 1.000
                                 0.400 0.571
                                                 0.529
                                                         0.700
                                                                 0.614
                                                                         no
Weighted Avg. 0,750 0,350 0,825
                                       0.750 0.718
                                                       0.529
                                                                       0.657
=== Confusion Matrix ===
a b <-- classified as
70 \mid a = yes
32 | b = no
```

=== Run information ===

Id E1 E2	Ambiente soleado soleado	<b>Temperatura</b> Alta Alta	<b>Humedad</b> Alta Alta	Viento Falso Verdadero	<i>Jugar</i> No No	_	REGLAS DE ASOCIACIÓN
E3 E4	nublado Lluvioso	Alta Media	Alta Alta	Falso Falso	Sí Sí		SI Ambiente es nublado ENTONCES Jugar = sí
E5 E6	Lluvioso Lluvioso	Baja Baja	Normal Normal	Falso Verdadero	Sí No		SI Temperatura es baja
E7 E8	Nublado Soleado	Baja Media	Normal Alta	Verdadero Falso	Sí No		ENTONCES Humedad es normal
E9 E10 E11	Soleado Lluvioso Soleado	Baja Media Media	Normal Normal Normal	Falso Falso Verdadero	Sí Sí Sí		SI Temperatura es media ENTONCES Humedad es
E12 E13	Nublado Nublado	Media Alta	Alta Normal	Verdadero Falso	Sí Sí		alta
E14	lluvioso	Media	alta	Verdadero	No		

- Fases del aprendizaje de reglas de asociación
  - Encontrar aquellas reglas cuya frecuencia sea superior a un valor de soporte establecido.
  - De las reglas extraídas en el paso 1, seleccionar aquellas cuya confianza es superior a un valor determinado.



#### Algoritmo Apriori

- Pretende generar ítem-sets que cumplan una cobertura mínima
- Definiciones:
  - Ítem: Par atributo-valor
  - İtem-set: conjunto de pares atributo-valor
  - k-ítem-set: conjunto de k pares atributo-valor
  - Cobertura: número de instancias que cumplen los valores en los ítem-sets

#### El algoritmo apriori utiliza dos fases:

FASE 1: Generación de ítem-sets





#### El algoritmo apriori utiliza dos fases:

FASE 1: Generación de ítem-sets

Id	Ambiente	Temperatura	Humedad	Viento	Jugar
E1	soleado	Alta	Alta	Falso	No
E2	soleado	Alta	Alta	Verdadero	No
E3	nublado	Alta	Alta	Falso	Sí
E4	Lluvioso	Media	Alta	Falso	Sí
E5	Lluvioso	Baja	Normal	Falso	Sí
E6	Lluvioso	Baja	Normal	Verdadero	No
<b>E</b> 7	Nublado	Baja	Normal	Verdadero	Sí
E8	Soleado	Media	Alta	Falso	No
E9	Soleado	Baja	Normal	Falso	Sí
E10	Lluvioso	Media	Normal	Falso	Sí
E11	Soleado	Media	Normal	Verdadero	Sí
E12	Nublado	Media	Alta	Verdadero	Sí
E13	Nublado	Alta	Normal	Falso	Sí
E14	lluvioso	Media	alta	Verdadero	No

- Fase 0: Determinar la cobertura mínima
  - Ej. Ítem-set de Cobertura = 3 → Regla con Soporte = 3/14 = 0.21
- Fase 1: Generar k-ítem-sets escogiendo los que cumplen la cobertura mínima
  - Iterar en k (número de pares atributo-valor en el ítem-set)





#### El algoritmo apriori utiliza dos fases:

FASE 1: Generación de ítem-sets

- Primera iteración: 1-ítem-sets
  - Generar ítem-sets de 1 par atributo-valor

Id	Ambiente	Temperatura	Humedad	Viento	Jugar
E1	soleado	Alta	Alta	Falso	No
E2	soleado	Alta	Alta	Verdadero	No
E3	nublado	Alta	Alta	Falso	Sí
E4	Lluvioso	Media	Alta	Falso	Sí
E5	Lluvioso	Baja	Normal	Falso	Sí
E6	Lluvioso	Baja	Normal	Verdadero	No
<b>E</b> 7	Nublado	Baja	Normal	Verdadero	Sí
E8	Soleado	Media	Alta	Falso	No
E9	Soleado	Baja	Normal	Falso	Sí
E10	Lluvioso	Media	Normal	Falso	Sí
E11	Soleado	Media	Normal	Verdadero	Sí
E12	Nublado	Media	Alta	Verdadero	Sí
E13	Nublado	Alta	Normal	Falso	Sí
E14	lluvioso	Media	alta	Verdadero	No





#### El algoritmo apriori utiliza dos fases:

FASE 1: Generación de ítem-sets

FASE 2: Generación de reglas a partir de los ítems-sets generados en la fase 1

- Primera iteración: 1-ítem-sets
  - Calcular la cobertura de los ítem-sets

Id	Ambiente	Temperatura	Humedad	Viento	Jugar
E1	soleado	Alta	Alta	Falso	No
E2	soleado	Alta	Alta	Verdadero	No
E3	nublado	Alta	Alta	Falso	Sí
E4	Lluvioso	Media	Alta	Falso	Sí
E5	Lluvioso	Baja	Normal	Falso	Sí
E6	Lluvioso	Baja	Normal	Verdadero	No
<b>E</b> 7	Nublado	Baja	Normal	Verdadero	Sí
E8	Soleado	Media	Alta	Falso	No
E9	Soleado	Baja	Normal	Falso	Sí
E10	Lluvioso	Media	Normal	Falso	Sí
E11	Soleado	Media	Normal	Verdadero	Sí
E12	Nublado	Media	Alta	Verdadero	Sí
E13	Nublado	Alta	Normal	Falso	Sí
E14	lluvioso	Media	alta	Verdadero	No

Ambiente = soleado



Cobertura = 5





#### El algoritmo apriori utiliza dos fases:

FASE 1: Generación de ítem-sets

- Primera iteración: 1-ítem-sets
  - Calcular la cobertura de los ítem-sets

Id	Ambiente	Temperatura	Humedad	Viento	Jugar	_	Item-sets de 1 elemento	Cobertura
E1	soleado	Alta	Alta	Falso	No		Ambiente=soleado	5
E2	soleado	Alta	Alta	Verdadero	No			
E3	nublado	Alta	Alta	Falso	Sí		Ambiente=nublado	4
E4	Lluvioso	Media	Alta	Falso	Sí		Ambiente=lluvioso	5
E5	Lluvioso	Baja	Normal	Falso	Sí		Temperatura=alta	4
E6	Lluvioso	Baja	Normal	Verdadero	No		Temperatura=media	6
E7	Nublado	Baja	Normal	Verdadero	Sí		Temperatura=baja	4
E8	Soleado	Media	Alta	Falso	No		Humedad=alta	7
E9	Soleado	Baja	Normal	Falso	Sí		Humedad=normal	7
E10	Lluvioso	Media	Normal	Falso	Sí		Viento=falso	8
E11	Soleado	Media	Normal	Verdadero	Sí		Viento=verdadero	6
E12	Nublado	Media	Alta	Verdadero	Sí		Jugar=si	9
E13	Nublado	Alta	Normal	Falso	Sí		Jugar=no	5
E14	lluvioso	Media	alta	Verdadero	No			3



#### El algoritmo apriori utiliza dos fases:

FASE 1: Generación de ítem-sets

FASE 2: Generación de reglas a partir de los ítems-sets generados en la fase 1

- Primera iteración: 1-ítem-sets
  - Escoger los ítem-sets que cumplen la cobertura mínima (3)

Id	Ambiente	Temperatura	Humedad	Viento	Jugar
E1	soleado	Alta	Alta	Falso	No
E2	soleado	Alta	Alta	Verdadero	No
E3	nublado	Alta	Alta	Falso	Sí
E4	Lluvioso	Media	Alta	Falso	Sí
E5	Lluvioso	Baja	Normal	Falso	Sí
E6	Lluvioso	Baja	Normal	Verdadero	No
<b>E</b> 7	Nublado	Baja	Normal	Verdadero	Sí
E8	Soleado	Media	Alta	Falso	No
E9	Soleado	Baja	Normal	Falso	Sí
E10	Lluvioso	Media	Normal	Falso	Sí
E11	Soleado	Media	Normal	Verdadero	Sí
E12	Nublado	Media	Alta	Verdadero	Sí
E13	Nublado	Alta	Normal	Falso	Sí
E14	lluvioso	Media	alta	Verdadero	No

<i>Item-sets</i> de 1 elemento	Cobertura
Ambiente=soleado	5
Ambiente=nublado	4
Ambiente=lluvioso	5
Temperatura=alta	4
Temperatura=media	6
Temperatura=baja	4
Humedad=alta	7
Humedad=normal	7
Viento=falso	8
Viento=verdadero	6
Jugar=si	9
Jugar=no	5

Todos tienen la mínima cobertura





#### El algoritmo apriori utiliza dos fases:

FASE 1: Generación de ítem-sets

FASE 2: Generación de reglas a partir de los ítems-sets generados en la fase 1

- Segunda iteración: 2-ítem-sets
  - Generar *ítem-sets* de 2 pares atributo-valor combinando los *ítem-sets* encontrados en la primera iteración

#### Item-sets de 1 elemento

Ambiente=soleado

Ambiente=nublado

Ambiente=lluvioso

Temperatura=alta

Temperatura=media

Temperatura=baja

Humedad=alta

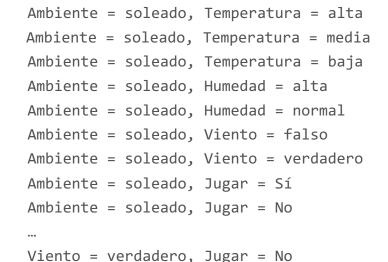
Humedad=normal

Viento=falso

Viento=verdadero

Jugar=si

Jugar=no







#### El algoritmo apriori utiliza dos fases:

FASE 1: Generación de ítem-sets

FASE 2: Generación de reglas a partir de los ítems-sets generados en la fase 1

- Segunda iteración: 2-ítem-sets
  - Calcular la cobertura de los ítem-sets y escoger los ítem-sets que cumplen la cobertura mínima (3)

Id	Ambiente	Temperatura	Humedad	Viento	Jugar	_
E1	soleado	Alta	Alta	Falso	No	
E2	soleado	Alta	Alta	Verdadero	No	Ambiente = <u>soleado</u> , remperatura =
E3	nublado	Alta	Alta	Falso	Sí	
E4	Lluvioso	Media	Alta	Falso	Sí	
E5	Lluvioso	Baja	Normal	Falso	Sí	Cobertura = 2
E6	Lluvioso	Baja	Normal	Verdadero	No	- Cobolitara 2
E7	Nublado	Baja	Normal	Verdadero	Sí	
E8	Soleado	Media	Alta	Falso	No	:No oumple le coherture minim
E9	Soleado	Baja	Normal	Falso	Sí	¡No cumple la cobertura mínim
E10	Lluvioso	Media	Normal	Falso	Sí	
E11	Soleado	Media	Normal	Verdadero	Sí	
E12	Nublado	Media	Alta	Verdadero	Sí	
E13	Nublado	Alta	Normal	Falso	Sí	
E14	lluvioso	Media	alta	Verdadero	No	



alta

#### (F)

# Algoritmos de aprendizaje de reglas de asociación

#### El algoritmo apriori utiliza dos fases:

FASE 1: Generación de ítem-sets

- Segunda iteración: 2-ítem-sets
  - Calcular la cobertura de los ítem-sets y escoger los ítem-sets que cumplen la cobertura mínima (3)

Id	Ambiente	Temperatura	Humedad	Viento	Jugar	_
E1	soleado	Alta	Alta	Falso	No	
E2	soleado	Alta	Alta	Verdadero	No	Ambiente = soleado, Humedad = alta
E3	nublado	Alta	Alta	Falso	Sí	
E4	Lluvioso	Media	Alta	Falso	Sí	
E5	Lluvioso	Baja	Normal	Falso	Sí	Cobertura = 3
E6	Lluvioso	Baja	Normal	Verdadero	No	
<b>E</b> 7	Nublado	Baja	Normal	Verdadero	Sí	
E8	Soleado	Media	Alta	Falso	No	Cumple la cobertura mínima
E9	Soleado	Baja	Normal	Falso	Sí	'
E10	Lluvioso	Media	Normal	Falso	Sí	→ se selecciona el ítem-set
E11	Soleado	Media	Normal	Verdadero	Sí	
E12	Nublado	Media	Alta	Verdadero	Sí	
E13	Nublado	Alta	Normal	Falso	Sí	
E14	lluvioso	Media	alta	Verdadero	No	





#### El algoritmo apriori utiliza dos fases:

FASE 1: Generación de ítem-sets

- Segunda iteración: 2-ítem-sets
  - Calcular la cobertura de los ítem-sets y escoger los ítem-sets que cumplen la cobertura mínima (3)

<i>Item-sets</i> de 2 elementos	Cobertura	Item-sets de 2 elementos	Cobertura
Ambiente=lluvioso, temperatura=media	3	Temperatura=media, jugar=sí	4
Ambiente=lluvioso, humedad=normal	3	Humedad=alta, viento=falso	4
Ambiente=soleado, humedad=alta	3	Humedad=alta, viento=verdadero	3
Ambiente=lluvioso, viento=falso	3	Humedad=normal, viento=falso	4
Ambiente=soleado, viento=falso	3	Humedad=normal, viento=verdadero	3
Ambiente=lluvioso, jugar=si	3	Humedad=normal, jugar=si	6
Ambiente=nublado, jugar=si	4	Humedad=alta, jugar=si	3
Ambiente=soleado, jugar=no	3	Humedad=alta, jugar=no	4
Temperatura=alta, humedad=alta	3	Viento=falso, jugar=si	6
Temperatura=baja, humedad=normal	4	Viento=verdadero, jugar=si	3
Temperatura=media, humedad=alta	4	Viento=verdadero, jugar=no	3
Temperatura=alta, viento=falso	3	,,, 0	Ü
Temperatura=media, viento=falso	3		
Temperatura=media, viento=verdadero	3		
Temperatura=baja, jugar=sí	3		





#### El algoritmo apriori utiliza dos fases:

FASE 1: Generación de ítem-sets

- Tercera iteración: 3-ítem-sets
  - Generar *ítem-sets* de 3 pares atributo-valor combinando los *ítem*sets de dos elementos

Item-sets de 2 elementos	Cobertura	Item-sets de 2 elementos	Cobertura		
Ambiente=lluvioso, temperatura=media	3	Temperatura=media, jugar=sí	4		Ambiente = lluvio
Ambiente=lluvioso, humedad=normal	3	Humedad=alta, viento=falso	4		Temperatura = med
Ambiente=soleado, humedad=alta	3	Humedad=alta, viento=verdadero	3		Humedad = normal
Ambiente=lluvioso, viento=falso	3	Humedad=normal, viento=falso	4		
Ambiente=soleado, viento=falso	3	Humedad=normal, viento=verdadero	3		Ambianta - coload
Ambiente=lluvioso, jugar=si	3	Humedad=normal, jugar=si	6		Ambiente = solead
Ambiente=nublado, jugar=si	4	Humedad=alta, jugar=si	3	$\Box$	Humedad = alta,
Ambiente=soleado, jugar=no	3	Humedad=alta, jugar=no	4	•	Jugar = no
Temperatura=alta, humedad=alta	3	Viento=falso, jugar=si	6		
Temperatura=baja, humedad=normal	4	Viento=verdadero, jugar=si	3		•••
Temperatura=media, humedad=alta	4	Viento=verdadero, jugar=no	3		
Temperatura=alta, viento=falso	3	viento=verdadero, jugar=no	3		
Temperatura=media, viento=falso	3				
Temperatura=media, viento=verdadero	3				
Temperatura=baja, jugar=sí	3				





#### El algoritmo apriori utiliza dos fases:

FASE 1: Generación de ítem-sets

- Tercera iteración: 3-ítem-sets
  - Calcular la cobertura de los ítem-sets y escoger los ítem-sets que cumplen la cobertura mínima (3)

Id	Ambiente	Temperatura	Humedad	Viento	Jugar
E1	soleado	Alta	Alta	Falso	No
E2	soleado	Alta	Alta	Verdadero	No
E3	nublado	Alta	Alta	Falso	Sí
E4	Lluvioso	Media	Alta	Falso	Sí
E5	Lluvioso	Baja	Normal	Falso	Sí
E6	Lluvioso	Baja	Normal	Verdadero	No
<b>E</b> 7	Nublado	Baja	Normal	Verdadero	Sí
E8	Soleado	Media	Alta	Falso	No
E9	Soleado	Baja	Normal	Falso	Sí
E10	Lluvioso	Media	Normal	Falso	Sí
E11	Soleado	Media	Normal	Verdadero	Sí
E12	Nublado	Media	Alta	Verdadero	Sí
E13	Nublado	Alta	Normal	Falso	Sí
E14	lluvioso	Media	alta	Verdadero	No





#### El algoritmo apriori utiliza dos fases:

FASE 1: Generación de ítem-sets

FASE 2: Generación de reglas a partir de los ítems-sets generados en la fase 1

- Tercera iteración: 3-ítem-sets
  - Calcular la cobertura de los ítem-sets y escoger los ítem-sets que cumplen la cobertura mínima (3)

Id	Ambiente	Temperatura	Humedad	Viento	Jugar
E1	soleado	Alta	Alta	Falso	No
E2	soleado	Alta	Alta	Verdadero	No
E3	nublado	Alta	Alta	Falso	Sí
E4	Lluvioso	Media	Alta	Falso	Sí
E5	Lluvioso	Baja	Normal	Falso	Sí
E6	Lluvioso	Baja	Normal	Verdadero	No
<b>E</b> 7	Nublado	Baja	Normal	Verdadero	Sí
E8	Soleado	Media	Alta	Falso	No
E9	Soleado	Baja	Normal	Falso	Sí
E10	Lluvioso	Media	Normal	Falso	Sí
E11	Soleado	Media	Normal	Verdadero	Sí
E12	Nublado	Media	Alta	Verdadero	Sí
E13	Nublado	Alta	Normal	Falso	Sí
E14	lluvioso	Media	alta	Verdadero	No

Ambiente = soleado, Humedad = alta, Jugar = no



Cumple la cobertura mínima

→ se selecciona el ítem-set



#### (F)

# Algoritmos de aprendizaje de reglas de asociación

#### El algoritmo apriori utiliza dos fases:

FASE 1: Generación de ítem-sets

- Tercera iteración: 3-ítem-sets
  - Calcular la cobertura de los ítem-sets y escoger los ítem-sets que cumplen la cobertura mínima (3)

Item-sets de 3 elementos	Cobertura
Ambiente=soleado, humedad=alta, jugar=no	3
Ambiente=lluvioso, viento=falso, jugar=si	3
Temperatura=baja, humedad=normal, jugar=si	3
Humedad=normal, viento=falso, jugar=si	4



#### El algoritmo apriori utiliza dos fases:

FASE 1: Generación de ítem-sets

- Cuarta iteración: 4-ítem-sets
  - Generar *item-sets* de 4 pares atributo-valor combinando los *item-sets* de tres elementos

Item-sets de 3 elementos	Cobertura
Ambiente=soleado, humedad=alta, jugar=no	3
Ambiente=lluvioso, viento=falso, jugar=si	3
Temperatura=baja, humedad=normal, jugar=si	3
Humedad=normal, viento=falso, jugar=si	4





#### El algoritmo apriori utiliza dos fases:

FASE 1: Generación de ítem-sets

FASE 2: Generación de reglas a partir de los ítems-sets generados en la fase 1

Fase 2: Generar reglas de asociación a partir de los *ítem-sets*, descartando las reglas que no superan un mínimo valor de confianza

Ei. Confianza = 0.9

#### Item-sets de 1 elemento

Ambiente=soleado Ambiente=nublado Ambiente=lluvioso Temperatura-alta Temperatura-media Temperatura=baja Humedad=alta Humedad=normal Viento=falso /iento=verdadero Jugar=si Jugar=no

#### Item-sets de 2 elementos

Ambiente=lluvioso, temperatura=media Ambiente=lluvioso, humedad=normal Ambiente=soleado, humedad=alta Ambiente=lluvioso, viento=falso Ambiente=soleado, viento=falso Ambiente=lluvioso, jugar=si Ambiente=nublado, jugar=si Ambiente=soleado, jugar=no Temperatura=alta, humedad=alta Temperatura=baja, humedad=normal Temperatura=media, humedad=alta Temperatura=alta, viento=falso Temperatura=media, viento=falso Temperatura=media, viento=verdadero Temperatura=baja, jugar=sí

#### Item-sets de 2 elementos

Temperatura=media, jugar=sí Humedad=alta, viento=falso Humedad=alta, viento=verdadero Humedad=normal, viento=falso Humedad=normal, viento=verdadero Humedad=normal, jugar=si Humedad=alta, jugar=si Humedad=alta, jugar=no Viento=falso, jugar=si Viento=verdadero, jugar=si Viento=verdadero, jugar=no

#### Item-sets de 3 elementos Ambiente=soleado, humedad=alta,

jugar=no Ambiente=lluvioso, viento=falso, jugar=si Temperatura=baja, humedad=normal, jugar=si Humedad=normal, viento=falso, jugar=si





#### El algoritmo apriori utiliza dos fases:

FASE 1: Generación de ítem-sets

FASE 2: Generación de reglas a partir de los ítems-sets generados en la fase 1

Generar reglas de asociación a partir de los *ítem-sets*

Item-sets de 3 elementos	Cobertura
Ambiente=soleado, humedad=alta, jugar=no	3
$\bigcirc$	

```
SI ambiente = soleado
ENTONCES humedad=alta AND jugar=no
SI ambiente = soleado AND humedad=alta
ENTONCES jugar=no
SI ambiente = soleado AND jugar=no
ENTONCES humedad=alta
SI humedad=alta
ENTONCES jugar=no AND ambiente=soleado
SI humedad=alta AND jugar= no
ENTONCES ambiente=soleado
SI jugar=no
ENTONCES humedad=alta AND ambiente=soleado
```





#### El algoritmo apriori utiliza dos fases:

FASE 1: Generación de ítem-sets

FASE 2: Generación de reglas a partir de los ítems-sets generados en la fase 1

Calcular la confianza de las reglas

SI ambiente = soleado ENTONCES humedad=alta AND jugar=no

Id	Ambiente	Temperatura	Humedad	Viento	Jugar
E1	soleado	Alta	Alta	Falso	No
E2	soleado	Alta	Alta	Verdadero	No
E3	nublado	Alta	Alta	Falso	Sí
E4	Lluvioso	Media	Alta	Falso	Sí
E5	Lluvioso	Baja	Normal	Falso	Sí
E6	Lluvioso	Baja	Normal	Verdadero	No
<b>E</b> 7	Nublado	Baja	Normal	Verdadero	Sí
E8	Soleado	Media	Alta	Falso	No
E9	Soleado	Baja	Normal	Falso	Si
E10	Lluvioso	Media	Normal	Falso	Sí
E11	Soleado	Media	Normal	Verdadero	Sí
E12	Nublado	Media	Alta	Verdadero	Sí
E13	Nublado	Alta	Normal	Falso	Sí
E14	lluvioso	Media	alta	Verdadero	No

Confianza = 
$$\frac{3}{5}$$
 = 0,60

¡No cumple la confianza mínima!



#### El algoritmo apriori utiliza dos fases:

FASE 1: Generación de ítem-sets

FASE 2: Generación de reglas a partir de los ítems-sets generados en la fase 1

Calcular la confianza de las reglas

SI ambiente = soleado AND humedad=alta ENTONCES jugar=no

Id	Ambiente	Temperatura	Humedad	Viento	Jugar
E1	soleado	Alta	Alta	Falso	No
E2	soleado	Alta	Alta	Verdadero	No
E3	nublado	Alta	Alta	Falso	Sí
E4	Lluvioso	Media	Alta	Falso	Sí
E5	Lluvioso	Baja	Normal	Falso	Sí
E6	Lluvioso	Baja	Normal	Verdadero	No
E7	Nublado	Baja	Normal	Verdadero	Sí
E8	Soleado	Media	Alta	Falso	No
E9	Soleado	Baja	Normal	Falso	Sí
E10	Lluvioso	Media	Normal	Falso	Sí
E11	Soleado	Media	Normal	Verdadero	Sí
E12	Nublado	Media	Alta	Verdadero	Sí
E13	Nublado	Alta	Normal	Falso	Sí
E14	lluvioso	Media	alta	Verdadero	No

Confianza = 
$$\frac{3}{3}$$
 = 1

Cumple la confianza mínima



#### El algoritmo apriori utiliza dos fases:

FASE 1: Generación de ítem-sets

FASE 2: Generación de reglas a partir de los ítems-sets generados en la fase 1

Calcular la confianza de las reglas

Item-sets de 3 elementos	Cobertura
Ambiente=soleado, humedad=alta, jugar=no	3
lacksquare	

SI ambiente = soleado Conf = 3/5 = 0.6ENTONCES humedad=alta AND jugar=no SI ambiente = soleado AND humedad=alta ENTONCES jugar=no Conf = 3/3 = 1SI ambiente = soleado AND jugar=no Conf = 3/3 = 1ENTONCES humedad=alta SI humedad=alta Conf = 3/7 = 0.43ENTONCES jugar=no AND ambiente=soleado SI humedad=alta AND jugar= no Conf = 3/4 = 0.75ENTONCES ambiente=soleado SI jugar=no ENTONCES humedad=alta AND ambiente=soleado Conf = 3/5 = 0.6



#### El algoritmo apriori utiliza dos fases:

FASE 1: Generación de ítem-sets

FASE 2: Generación de reglas a partir de los ítems-sets generados en la fase 1

Descartar las reglas que no superan un mínimo valor de confianza

Confianza mínima = 0.9

-SI ambiente = soleado	
ENTONCES humedad=alta AND jugar=no	Conf: 0.6
SI ambiente = soleado AND humedad=alta	
ENTONCES jugar=no	Conf: 1
SI ambiente = soleado AND jugar=no	
ENTONCES humedad=alta	Conf: 1
SI humedad=alta	
ENTONCES jugar=no AND ambiente=soleado	Conf. 0.43
SI humedad=alta AND jugar= no	
ENTONCES ambiente=soleado	Conf: 0 75
ST_jugar=no	
ENTONCES humedad=alta AND ambiente=soleade	Conf: 0.6





#### El algoritmo apriori utiliza dos fases:

FASE 1: Generación de ítem-sets

- Repetir el proceso para cada uno de los ítem-sets
- Conjunto final de reglas

```
SI ambiente = soleado AND humedad = alta
                                               Conf: 1
ENTONCES jugar = no
SI ambiente = soleado AND jugar = no
                                               Conf: 1
ENTONCES humedad = alta
SI ambiente = nublado
                                               Conf: 1
ENTONCES jugar = sí
SI temperatura = baja
ENTONCES humedad= normal
                                               Conf: 1
SI humedad = normal AND viento= falso
                                               Conf: 1
ENTONCES jugar = si
SI ambiente = lluvioso AND viento = falso
                                               Conf: 1
ENTONCES jugar = si
SI ambiente = lluvioso AND jugar = si
                                               Conf: 1
ENTONCES viento = falso
SI temperatura = baja AND jugar = sí
                                               Conf: 1
ENTONCES humedad = normal
```





#### Ejemplo Apriori en Weka

```
=== Run information ===
Scheme:
             weka.associations.Apriori -N 10 -T 0 -C 0.9 -D 0.05 -U 1.0 -M 0.21 -S -1.0 -c -1
            weather.symbolic
Relation:
Instances:
           14
Attributes: 5
        outlook
        temperature
        humidity
        windy
        play
=== Associator model (full training set) ===
Apriori
Minimum support: 0.21 (3 instances)
Minimum metric <confidence>: 0.9
                                        Best rules found:
Number of cycles performed: 16
                                         1. outlook=overcast 4 ==> play=yes 4 <conf:(1)> lift:(1.56) lev:(0.1) [1] conv:(1.43)
Generated sets of large itemsets:
                                         2. temperature=cool 4 ==> humidity=normal 4 <conf:(1)> lift:(2) lev:(0.14) [2] conv:(2)
                                         3. humidity=normal windy=FALSE 4 ==> play=yes 4 <conf:(1)> lift:(1.56) lev:(0.1) [1] conv:(1.43)
Size of set of large itemsets L(1): 12
                                         4. outlook=sunny play=no 3 ==> humidity=high 3
                                                                                            <conf:(1)> lift:(2) lev:(0.11) [1] conv:(1.5)
```

5. outlook=sunny humidity=high 3 ==> play=no 3

6. outlook=rainy play=yes 3 ==> windy=FALSE 3

7. outlook=rainy windy=FALSE 3 ==> play=yes 3



Size of set of large itemsets L(2): 26

Size of set of large itemsets L(3): 4

8. temperature=cool play=yes 3 ==> humidity=normal 3 <conf:(1)> lift:(2) lev:(0.11) [1] conv:(1.5)

<conf:(1)> lift:(2.8) lev:(0.14) [1] conv:(1.93)

<conf:(1)> lift:(1.75) lev:(0.09) [1] conv:(1.29)

<conf:(1)> lift:(1.56) lev:(0.08) [1] conv:(1.07)

# Ejemplo práctico de aplicación (apriori)

- Aplicación algoritmo apriori
- Reglas de asociación
- Grocery dataset en kaggle
  - https://www.kaggle.com/shazadudwadia/supermarket
- kaggle:
  - Más de 37 000 datasets en kaggle
  - Registro gratuito mediante Google, etc.
  - Incluye notebooks para trabajar en Python o R online
  - Incluye también cursos





# Ejemplo práctico de aplicación (apriori)

- Grocery dataset en kaggle
  - https://www.kaggle.com/shazadudwadia/supermarket
- En lugar de emplear un notebook, trabajaremos offline
- Descargamos y descomprimimos el .ZIP
  - Download y descomprimimos
  - GroceryStoreDataSet.csv

```
"MILK,BREAD,BISCUIT"
"BREAD,MILK,BISCUIT,CORNFLAKES"
"BREAD,TEA,BOURNVITA"
```

"JAM, MAGGI, BREAD, MILK"

• • •

- No tiene header alguno
- Cada línea representa una cesta de la compra de un cliente

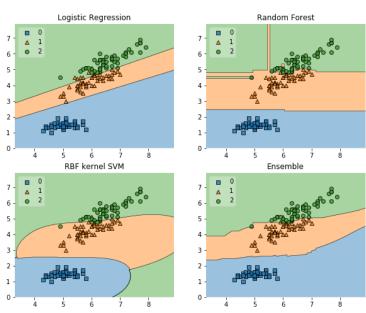


# Ejemplo práctico de aplicación (apriori)

- http://rasbt.github.io/mlxtend/
- PS C:\Users\xxx> pip install mlxtend



- MLxtend (Machine Learning extensions) incluye extensiones útiles para realizar técnicas de machine learning, incluyendo, por ejemplo, el algoritmo apriori.
- Además, incluye interesantes ayudas para utilizar gráficos como regiones de decisión
  - Aunque no lo usaremos,
     pues ahora no estamos
     trabajando con
     clasificadores



### Cargamos y visualizamos el dataset

```
# librerías necesarias
import pandas as pd
# recordad emplear aquí la ruta absoluta o relativa hasta
# nuestro dataset descargado
# en función de en que ruta estamos ejecutando nuestro script
df = pd.read csv('./GroceryStoreDataSet.csv', names=['products
'], header=None)
print("---df---")
print(df)
print("---df.columns---")
print(df.columns)
print("---df.values---")
print(df.values)
```

### Cargamos y visualizamos el dataset

```
---df---
                             products
0
                  MILK, BREAD, BISCUIT
1
     BREAD, MILK, BISCUIT, CORNFLAKES
                 BREAD, TEA, BOURNVITA
3
                JAM, MAGGI, BREAD, MILK
4
                   MAGGI, TEA, BISCUIT
5
                 BREAD, TEA, BOURNVITA
6
                MAGGI, TEA, CORNFLAKES
            MAGGI, BREAD, TEA, BISCUIT
8
                 JAM, MAGGI, BREAD, TEA
9
                           BREAD, MILK
10
    COFFEE, COCK, BISCUIT, CORNFLAKES
    COFFEE, COCK, BISCUIT, CORNFLAKES
11
12
             COFFEE, SUGER, BOURNVITA
13
                   BREAD, COFFEE, COCK
                 BREAD, SUGER, BISCUIT
14
15
            COFFEE, SUGER, CORNFLAKES
16
               BREAD, SUGER, BOURNVITA
17
                  BREAD, COFFEE, SUGER
18
                  BREAD, COFFEE, SUGER
         TEA, MILK, COFFEE, CORNFLAKES
19
```

## Cargamos y visualizamos el dataset

```
---df.values---
---df.columns---
Index(['products'], dtype='object') [['MILK,BREAD,BISCUIT']
                                           ['BREAD, MILK, BISCUIT, CORNFLAKES']
                                           ['BREAD, TEA, BOURNVITA']
                                           ['JAM, MAGGI, BREAD, MILK']
                                           ['MAGGI, TEA, BISCUIT']
                                           ['BREAD, TEA, BOURNVITA']
                                           ['MAGGI, TEA, CORNFLAKES']
                                           ['MAGGI, BREAD, TEA, BISCUIT']
                                           ['JAM, MAGGI, BREAD, TEA']
                                           ['BREAD, MILK']
                                           ['COFFEE, COCK, BISCUIT, CORNFLAKES']
                                           ['COFFEE, COCK, BISCUIT, CORNFLAKES']
                                           ['COFFEE, SUGER, BOURNVITA']
                                           ['BREAD, COFFEE, COCK']
                                           ['BREAD, SUGER, BISCUIT']
                                           ['COFFEE, SUGER, CORNFLAKES']
                                           ['BREAD, SUGER, BOURNVITA']
                                           ['BREAD, COFFEE, SUGER']
```



['BREAD, COFFEE, SUGER']

['TEA,MILK,COFFEE,CORNFLAKES']]

### Preprocesamos los datos

```
# librerías necesarias
import pandas as pd
from mlxtend.preprocessing import TransactionEncoder
# recordad emplear aquí la ruta absoluta o relativa hasta nuestro da
taset descargado
# en función de en que ruta estamos ejecutando nuestro script
df = pd.read csv('./GroceryStoreDataSet.csv', names=['products'], he
ader=None)
# preprocesamos los datos usando las comas como separadores
data = list(df["products"].apply(lambda x:x.split(',')))
print("---data---")
print(data)
print()
# convertimos los datos a un formato que entienda mlxtend
te = TransactionEncoder()
te data = te.fit(data).transform(data)
df = pd.DataFrame(te data,columns=te.columns )
print("---df.head()---")
print(df.head())
print()
```

### Preprocesamos los datos

```
---data---
[['MILK', 'BREAD', 'BISCUIT'],
['BREAD', 'MILK', 'BISCUIT', 'CORNFLAKES'],
['BREAD', 'TEA', 'BOURNVITA'],
['JAM', 'MAGGI', 'BREAD', 'MILK'],
['MAGGI', 'TEA', 'BISCUIT'],
['BREAD', 'TEA', 'BOURNVITA'],
['MAGGI', 'TEA', 'CORNFLAKES'],
['MAGGI', 'BREAD', 'TEA', 'BISCUIT'],
['JAM', 'MAGGI', 'BREAD', 'TEA'],
['BREAD', 'MILK'],
['COFFEE', 'COCK', 'BISCUIT', 'CORNFLAKES'],
['COFFEE', 'COCK', 'BISCUIT', 'CORNFLAKES'],
['COFFEE', 'SUGER', 'BOURNVITA'],
['BREAD', 'COFFEE', 'COCK'],
['BREAD', 'SUGER', 'BISCUIT'],
['COFFEE', 'SUGER', 'CORNFLAKES'],
['BREAD', 'SUGER', 'BOURNVITA'],
['BREAD', 'COFFEE', 'SUGER'],
['BREAD', 'COFFEE', 'SUGER'],
['TEA', 'MILK', 'COFFEE', 'CORNFLAKES']]
```

### Preprocesamos los datos

```
---df.head()---
  BISCUIT
            BOURNVITA
                        BREAD
                                COCK
                                      COFFEE
                                               CORNFLAKES
                                                              JAM
                                                                   MAGGI
                                                                            MILK
                                                                                  SUGER
                                                                                            TEA
                False
                               False
                                        False
                                                    False
                                                            False
                                                                   False
                                                                                  False
                                                                                          False
      True
                         True
                                                                            True
      True
                False
                         True
                               False
                                        False
                                                      True
                                                            False
                                                                   False
                                                                            True
                                                                                  False
                                                                                          False
     False
                               False
                                        False
                                                    False
                                                            False
                                                                   False
                                                                           False
                                                                                  False
                                                                                           True
                 True
                         True
    False
                False
                               False
                                        False
                                                    False
                                                             True
                                                                    True
                                                                            True
                                                                                  False
                                                                                          False
                         True
      True
                False
                        False
                               False
                                        False
                                                    False
                                                            False
                                                                    True
                                                                           False
                                                                                  False
                                                                                           True
```



# Aplicación del algoritmo apriori

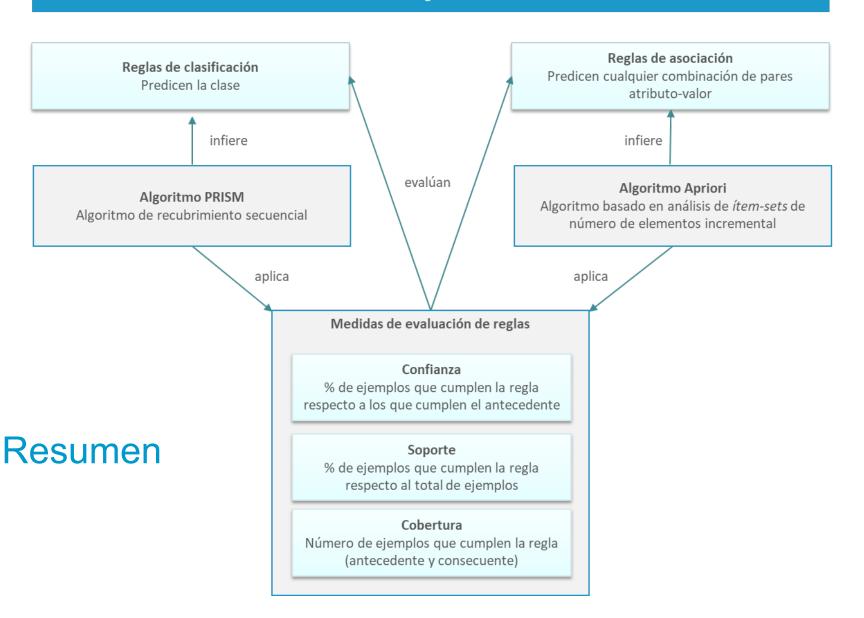
```
# Librerías necesarias
import pandas as pd
from mlxtend.preprocessing import TransactionEncoder
from mlxtend.frequent_patterns import a priori
# recordad emplear aquí la ruta absoluta o relativa hasta nuestro d
ataset descargado
# en función de en que ruta estamos ejecutando nuestro script
df = pd.read csv('./GroceryStoreDataSet.csv', names=['products'], h
eader=None)
# preprocesamos los datos usando las comas como separadores
data = list(df["products"].apply(lambda x:x.split(',')))
# convertimos los datos a un formato que entienda mlxtend
te = TransactionEncoder()
te data = te.fit(data).transform(data)
df = pd.DataFrame(te data,columns=te.columns )
# procedemos a aplicar el algoritmo apriori
df1 = apriori(df, min_support=0.01, use_colnames=True)
df1 = df1.sort values(by="support",ascending=False)
print(df1)
```

# Obtenemos asociaciones ordenadas de forma descendiente en base a su soporte

```
itemsets
    support
       0.65
                                        (BREAD)
       0.40
                                       (COFFEE)
                                      (BISCUIT)
       0.35
0
10
       0.35
                                          (TEA)
       0.30
5
                                   (CORNFLAKES)
55
                  (CORNFLAKES, MILK, BISCUIT)
       0.05
57
       0.05
                    (SUGER, BREAD, BOURNVITA)
                              (SUGER, BISCUIT)
17
       0.05
                           (CORNFLAKES, MAGGI)
37
       0.05
82
       0.05
              (COFFEE, MILK, TEA, CORNFLAKES)
```



#### Reglas





# Gracias por vuestra atención ¿Dudas?



Imagen por Peggy und Marco Lachmann-Anke Licencia: Creative Commons Zero

# UNIVERSIDAD INTERNACIONAL LITTERNACIONAL DE LA RIOJA

www.unir.net