UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
PRINCÍPIOS DE CONTAGEM - 2023.1
PROFESSOR: WILLIKAT BEZERRA DE MELO
TURMA: 2Z

MONITOR: JARDEL FELIPE CABRAL DOS SANTOS

ENCONTRO DE MONITORIA - 15/08/2023

PROBLEMAS

1. De um baralho de *Poker* (7, 8, 9, 10, valete, dama, rei e ás, cada um desses grupos aparecendo em 4 naipes: copas, ouros, paus, espadas), sacam-se simultaneamente 5 cartas. Quantas são as extrações nas quais se forma:

(a) uma trinca (três cartas em um grupo e as outras duas em dois outros grupos diferentes)?

(b) um "flush" (5 cartas do mesmo naipe, não sendo elas de grupos consecutivos)?

2. Quantas rodas de ciranda com exatamente 5 pessoas podem ser formadas de um grupo de 8 pessoas?

RESOLUÇÃO

1.
Note que não existe uma ordem para as cartas pois elas estão sendo sacadas simultaneamente. Assim,

(a)
Há $C_1^8 = 8$ maneiras de escolher o grupo de cartas que formarão a trinca, pois existem 8 grupos de cartas. Feita essa escolha, há $C_3^4 = 4$ maneiras de escolher os naipes das 3 cartas. Resta escolher os grupos e naipes das duas cartas que sobraram.

Há $C_2^7 = 21$ maneiras de escolher os grupos das cartas, visto que elas devem ser de grupos distintos e não podem ser do grupo escolhido para a trinca. Por fim, para cada carta há $C_1^4 = 4$ maneiras de escolher seu naipe. Não há problema haver duas ou mais cartas de um mesmo naipe.

Desse modo, pelo princípio multiplicativo, há $8 \cdot 4 \cdot 21 \cdot 4 \cdot 4 = 12288$ extrações que satisfazem a propriedade desejada.

(b)

Há $C_1^4 = 4$ maneiras de escolher o naipe das cartas que formarão o "flush". Feita essa escolha, há $C_5^8 = 56$ maneiras de escolher os grupos das 5 cartas. Porém, dos grupos escolhidos estão incluidos àqueles que são consecutivos. Uma maneira de calcular quantos são é listando todos eles:

1. O conjunto $\{7, 8, 9, 10, J\}$
2. O conjunto $\{8, 9, 10, J, Q\}$
3. O conjunto $\{9, 10, J, Q, K\}$
4. O conjunto $\{10, J, Q, K, A\}$

Desse modo, a quantidade de grupos não consecutivos de 5 cartas é $56 - 4 = 52$. Assim, pelo princípio multiplicativo, há $4 \cdot 52 = 208$ extrações que satisfazem a propriedade desejada.

2.
Há $C_5^8 = 56$ maneiras de escolher as pessoas que farão parte da roda de ciranda. Feita essa escolha, há $Q_5^5 = 4! = 24$ maneiras de formar rodas de ciranda com as pessoas escolhidas. Desse modo, pelo princípio multiplicativo, há $56 \cdot 24 = 1344$ rodas de cirandas que podem ser formadas satisfazendo a condição estabelecida.