# Atenção

“O material a seguir é uma videoaula apresentada pelo bolsista Jardel Cabral, do Programa de Residência Pedagógica da UFPE. Com o professor André Costa como preceptor, o objetivo é utilizá-lo como material de estudos do IFPE para fins de atividades remotas no período de pandemia da Covid-19. Seu uso, sua cópia ou sua divulgação em parte ou no todo, por quaisquer meios existentes, somente poderá ser realizado mediante autorização expressa do servidor ou do IFPE. Caso contrário, estarão sujeitos às penalidades legais vigentes.”

20/12/2021

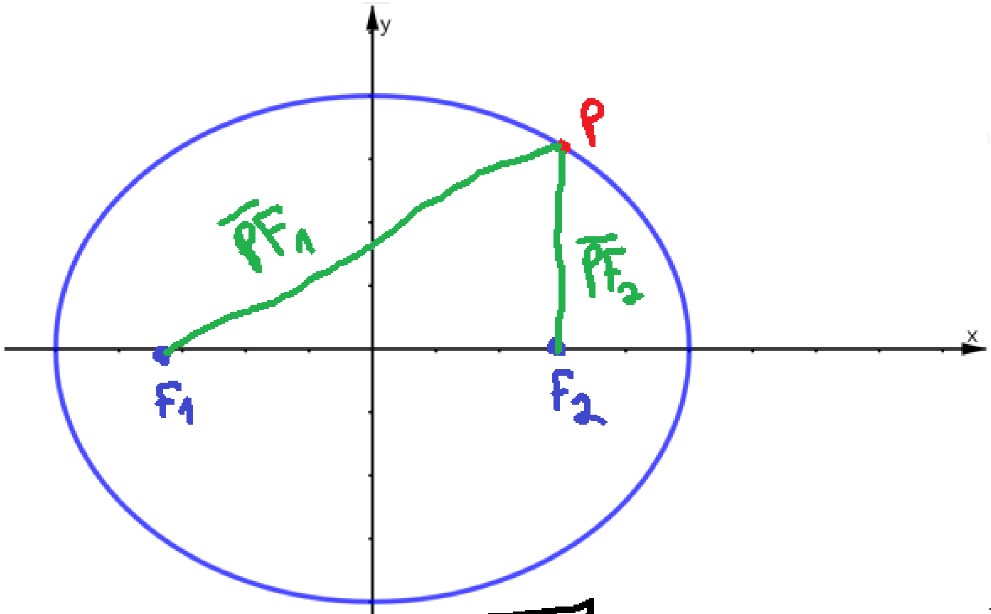
# Matemática 5 (Química)

## Aula 11

Jardel Cabral

rp.jardelcabral@recife.ifpe.edu.br

# Elipse

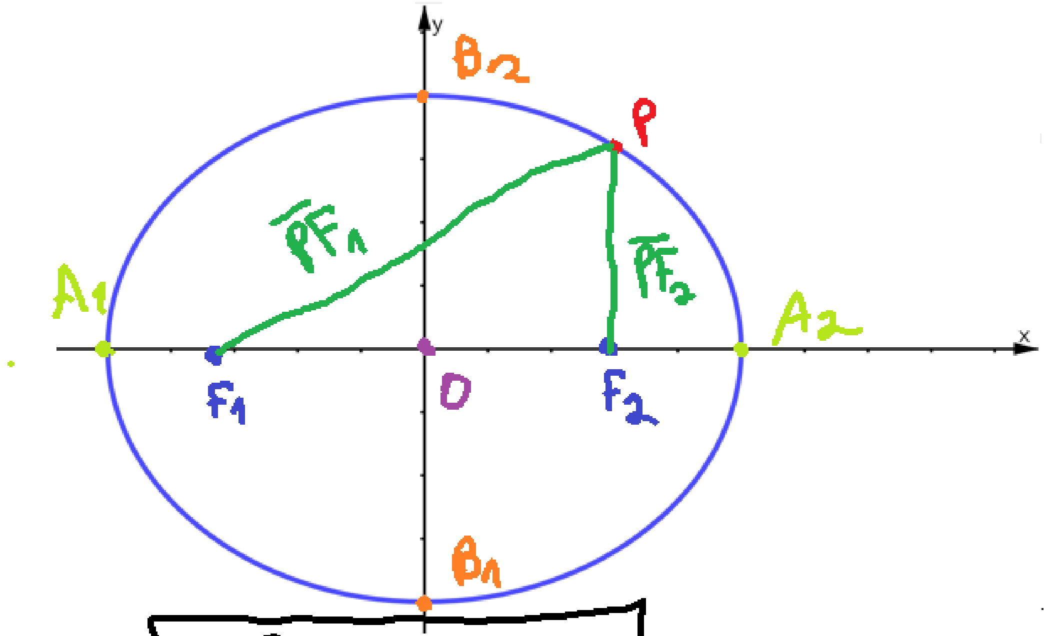



$$\boxed{\overline{PF_1} + \overline{PF_2} = K}$$

definição:

A elipse é o lugar geométrico de todos os pontos P em que a soma das distâncias de P a dois pontos fixos ($F_1$ e $F_2$) é constante (igual a $K \in \mathbb{R}^+$)

# Elipse

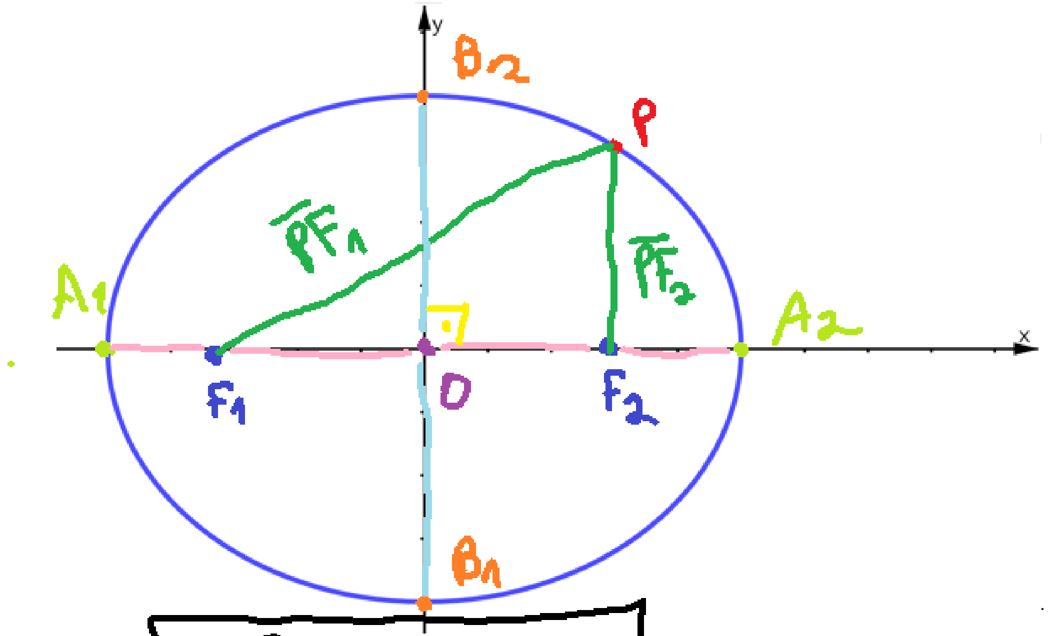



$$\boxed{\overline{PF_1} + \overline{PF_2} = K}$$

Elementos da elipse:

- $F_1$ e $F_2$ são chamados de focos da elipse
- O é denominado de centro da elipse. O é ponto médio de $F_1F_2$.
- $A_1, A_2, B_1, B_2$ são denominados de vértices da elipse.

# Elipse

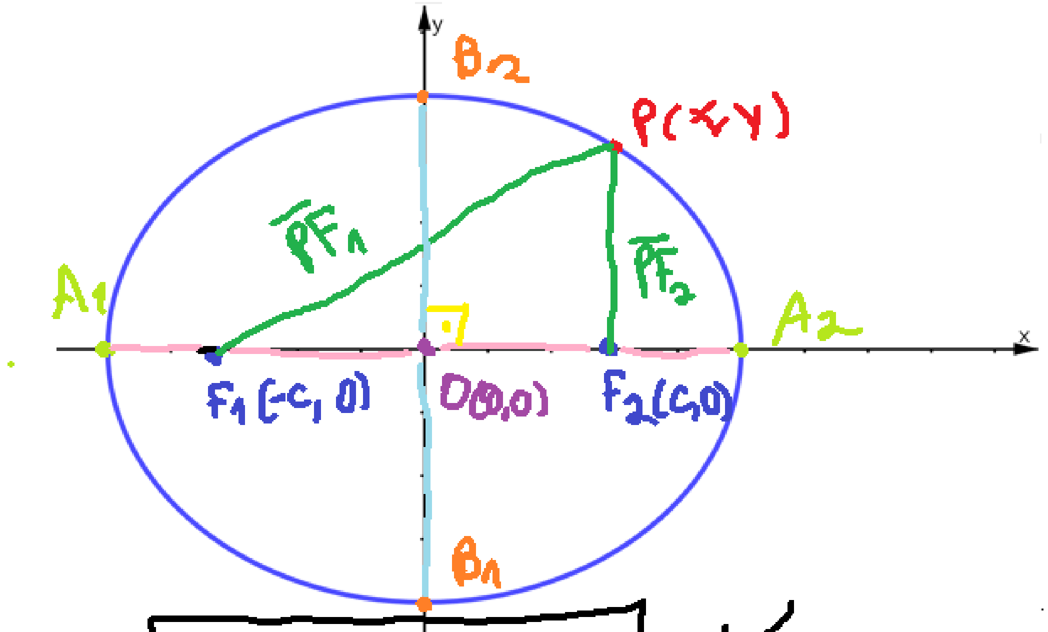



$$\boxed{\overline{PF_1} + \overline{PF_2} = K}$$

Elementos da elipse:

- $A_1A_2$ (o segmento) é denominado de eixo maior da elipse e $B_1B_2$ é o eixo menor.
- $A_1O$, $A_2O$: semieixos maiores
- $B_1O$, $B_2O$: semieixos menores
- $PF_1$ e $PF_2$ são denominados de raios vetores de P.

# Elipse (na geometria analítica)




$$\boxed{\overline{PF_1} + \overline{PF_2} = K}$$

## 1) elipse centrada na origem

- Considerando $O(0,0)$ e $F_1(-c,0)$ e $F_2(c,0)$ ($c \in \mathbb{R}$), pode-se verificar que:

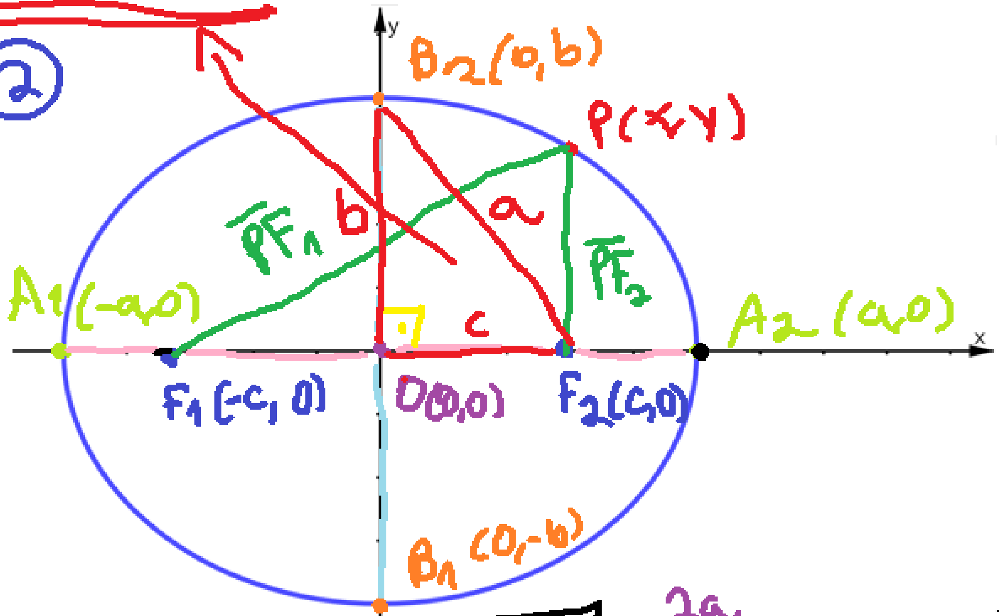
→ $\overline{A_1F_1} = \overline{A_2F_2}$ (colando P em $A_1$ e em $A_2$)

→ $\overline{B_1F_1} = \overline{B_1F_2}$ e $\overline{B_2F_1} = \overline{B_2F_2}$ (por LAL)

# Elipse (na geometria analítica)

$$\underline{a^2 = b^2 + c^2}$$

(2)




$$\boxed{\overline{PF_1} + \overline{PF_2} = K} \rightarrow 2a$$

1)

(1)

- Assim, temos:

  $A_1(-a,0)$ e $A_2(a,0)$

  $B_1(0,-b)$ e $B_2(0,b)$

  (com $a, b \in \mathbb{R}$)

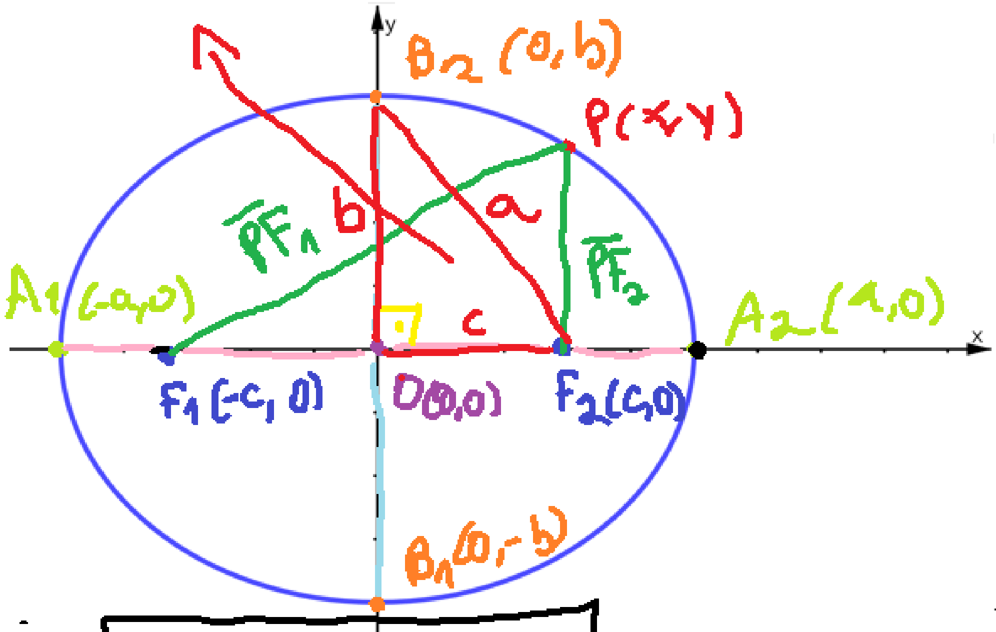
- É fato que: $\underline{K = 2a}$

  e $\overline{B_2F_2} = \overline{B_2F_1} = \overline{B_1F_2} = \overline{B_1F_1} = a$

  (por quê?)

# Elipse (na geometria analítica)

$a^2 = b^2 + c^2$




$$\boxed{\overline{PF_1} + \overline{PF_2} = K} = 2a$$

## Equação reduzida da Elipse:

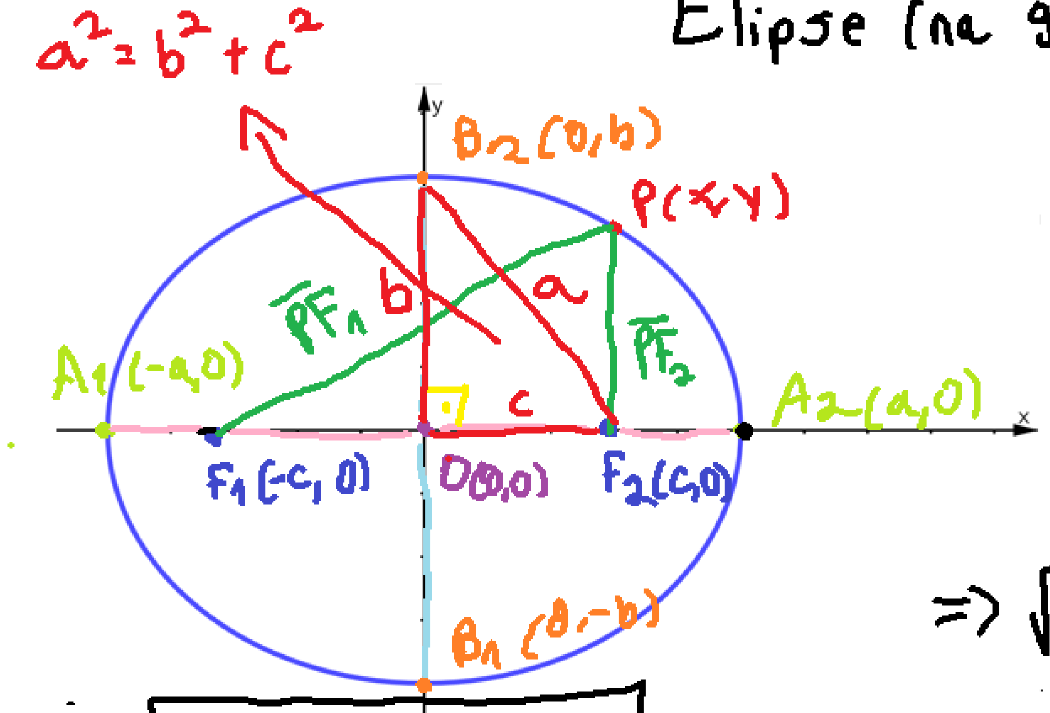
considerando que:

i) $a^2 = b^2 + c^2$

ii) $\overline{PF_1} + \overline{PF_2} = 2a$

Podemos deduzir a eq. reduzida da elipse.

# Elipse (na geometria analítica)




$$\boxed{\overline{PF_1} + \overline{PF_2} = 2a}$$

Equação reduzida da Elipse:

$$dist_{P,F_1} + dist_{P,F_2} = 2a$$

$$\sqrt{(x-(-c))^2 + (y-0)^2} + \sqrt{(x-c)^2 + (y-0)^2} = 2a$$

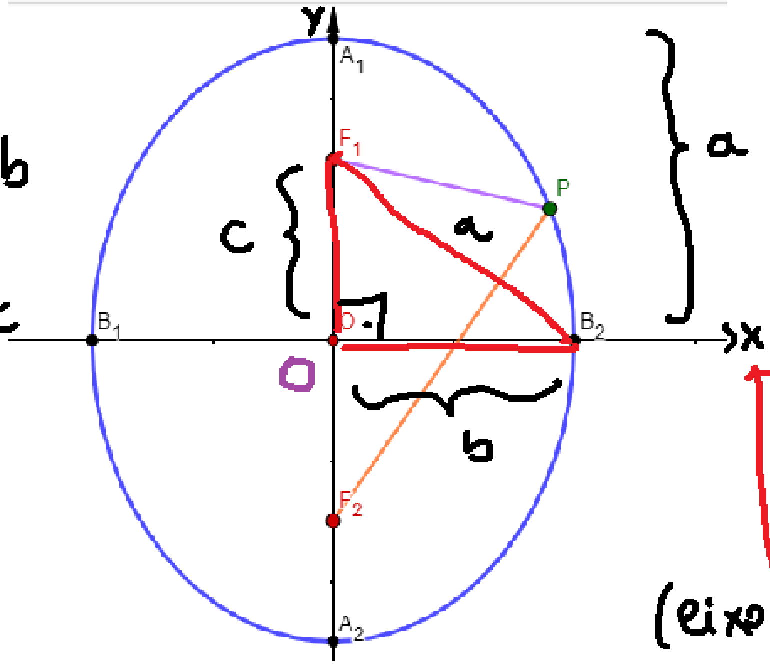
$$\Rightarrow \sqrt{(x+c)^2 + y^2} = 2a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2} \xrightarrow{\ \ } (\ )^2 = \dots$$

$$\dots = b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2 \quad \div a^2b^2 \quad \boxed{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1}$$

Eq. reduzida da elipse

Obs: Se os focos da elipse estão sobre o eixo y, a equação reduzida tem formato:

$$\boxed{\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1}$$




obs: $a > b$
e
$a > c$

2) eq. reduzida com centro em $O(x_0, y_0)$:

$$\boxed{\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1}$$

(eixo maior paralelo a $Ox$)

ou

$$\boxed{\frac{(x-x_0)^2}{b^2} + \frac{(y-y_0)^2}{a^2} = 1}$$

(eixo maior paralelo a $Oy$)

Eq. geral da elipse:

↳ formato: $$Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$$

onde $A, B \neq 0$ e $A, B, C, D, E \in \mathbb{R}$

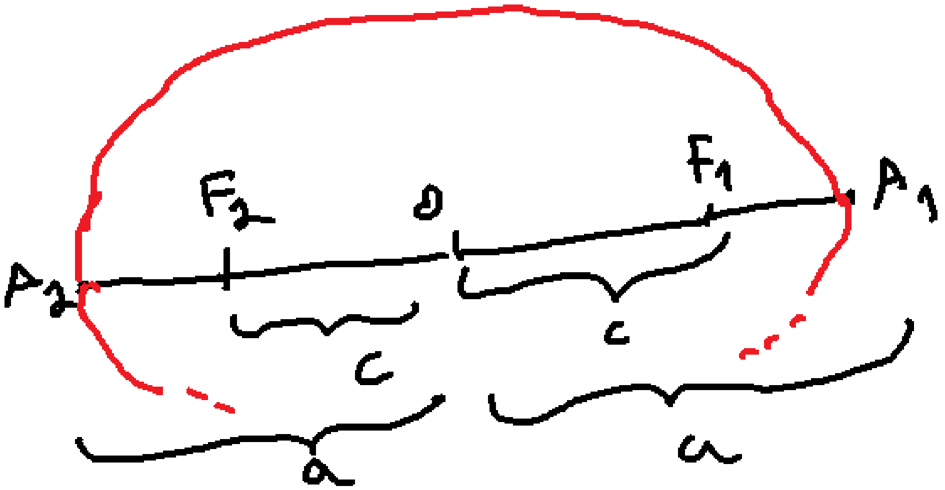
↳ Para reescrever no formato da equação reduzida, completamos quadrados (Assim como fazíamos com circunferências)

# Excentricidade (e):

Definimos excentricidade como a razão $\frac{c}{a}$.

ou seja: $\boxed{e = \frac{c}{a}}$

Com ela, conseguimos medir o quão achatada ou arredondada é a elipse.




Obs: $0 \leq e < 1$

# Exercícios Propostos

**1.** Faça um esboço, encontre as coordenadas dos focos e calcule as excentricidades das elipses de equação:

a) $25x^2 + 9y^2 = 1$

b) $4x^2 + y^2 + 8x - 4y + 4 = 0$