

JARDEL FELIPE CABRAL DOS  
SANTOS  
BOLSISTA DO PROGRAMA DE  
RESIDÊNCIA PEDAGÓGICA  
DA UFPE

# MATEMÁTICA V: ENCONTRO SÍNCRONO DE QUÍMICA (24/05/2021)

**RP.JARDELCABRAL@RECIFE.UFPE.EDU.BR**

# EQUAÇÃO GERAL DE UMA RETA

Em geometria analítica (no plano cartesiano):

Pontos são representados por pares ordenados

Algumas operações com pontos: cálculo da distância, cálculo da área de um triângulo formado por três pontos, divisão de segmentos

Mas e a Reta?

Conjunto de pontos alinhados (no plano)



# EQUAÇÃO GERAL DE UMA RETA

Problema: Quando que o ponto  $P(x, y)$  é alinhado (ou colinear) com os pontos  $A(3, -3)$  e  $B(7, 3)$ ?

Os pontos são alinhados

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 3 & -3 & 1 \\ 7 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow -3x + 7y + 9 + 21 - 3x - 3y = 0$$

$$\Leftrightarrow -3x + 7y + 9 + 21 - 3x - 3y = 0$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{-6x + 4y + 30 = 0}_{(1)}$$

Sempre que  $P(x, y)$  satisfaz (1),

$P$  será alinhado com  $A, B$ .

A equação (1) é denominada de  
Equação geral da reta  $\overleftrightarrow{AB}$

# EQUAÇÃO GERAL DE UMA RETA

Equação geral de uma reta qualquer:  $P(x, y)$  da reta  $AB$

onde  $A(x_A, y_A)$  e  $B(x_B, y_B)$ . (\*)

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow \overbrace{y_A x + x_B y + x_A \cdot y_B - x_B y_A}^{(*)} - y_B x - x_A y = 0$$

$$\Leftrightarrow \overbrace{(y_A - y_B)x}^a + \overbrace{(x_B - x_A)y}^b + (x_A y_B - x_B y_A) = 0$$



$\Leftrightarrow$

$$ax + by + c = 0$$



coeficientes

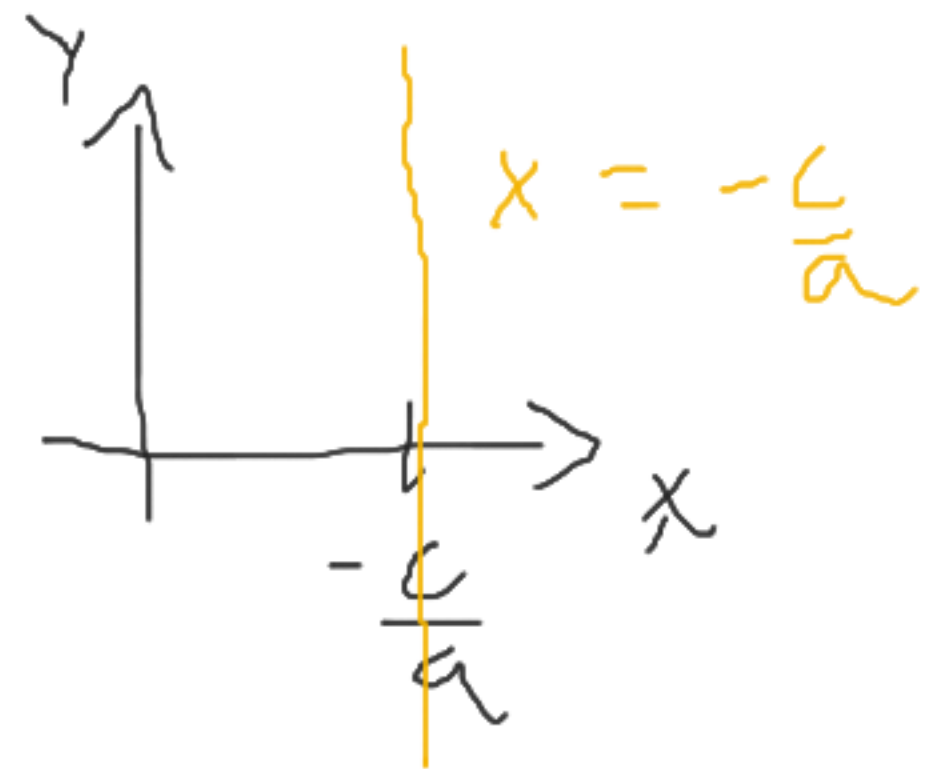
Eq. Geral de  
uma reta

Casos Particulares:

1)  $a = 0$  :  $by + c = 0 \Leftrightarrow y = -\frac{c}{b}$



$$2) \quad b=0 \quad ; \quad ax + c = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{c}{a}$$



Exercício: Encontre uma eq. de reta que  
passa pelos pontos  $A(0,5)$  e  $B(16,3)$ .

Sol:  $\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 0 & 5 & 1 \\ 16 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 0$

$$\Leftrightarrow 5x + 16y - 80 - 3x = 0$$

$$2x + 16y - 80 = 0$$

(representam a)  
(mesma reta)  $\updownarrow$

$$x + 8y - 40 = 0$$

$$\begin{cases} x - 1 = 0 \\ (2) \\ 2x - 2 = 0 \end{cases}$$

(tem a mesma solução)



# EQUAÇÃO FUNDAMENTAL E REDUZIDA DE UMA RETA

Equação Fundamental da reta (deduzida no Geogebra):

$$Y - Y_A = m(x - x_A), \text{ onde}$$

$A(x_A, y_A)$  é um ponto dado

$$m = \operatorname{tg} \alpha$$

ângulo entre a reta e o eixo  $x$

Obs:

Ângulo  $\alpha$  medido no sentido anti-horário



Equação reduzida de uma reta

$$y - y_A = m(x - x_A) \quad (\text{Eq. fundamental})$$

$$\Leftrightarrow y - y_A = mx - mx_A$$

$$\Leftrightarrow y = mx - \underbrace{mx_A + y_A}_n$$

$$\Leftrightarrow \boxed{y = mx + n.}$$

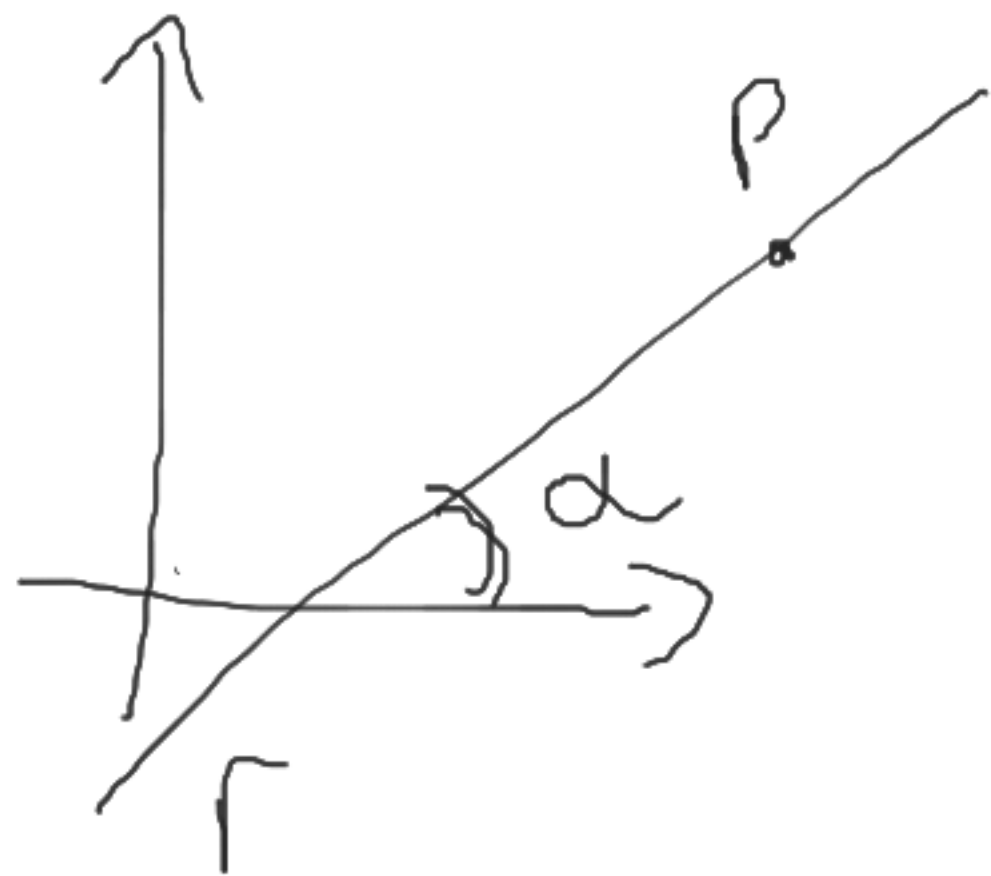
coeficiente angular

Equação reduzida  
de uma reta

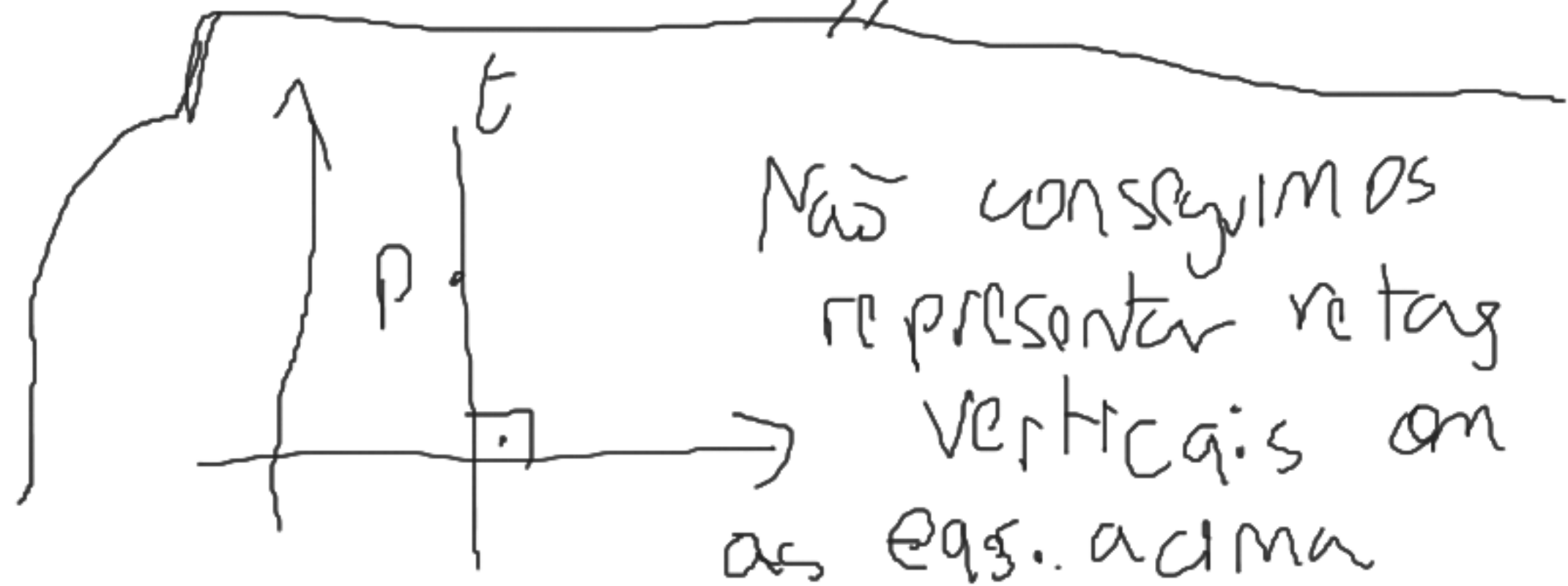
coeficiente linear

Um problema com as equações  
fundamental e reduzida:

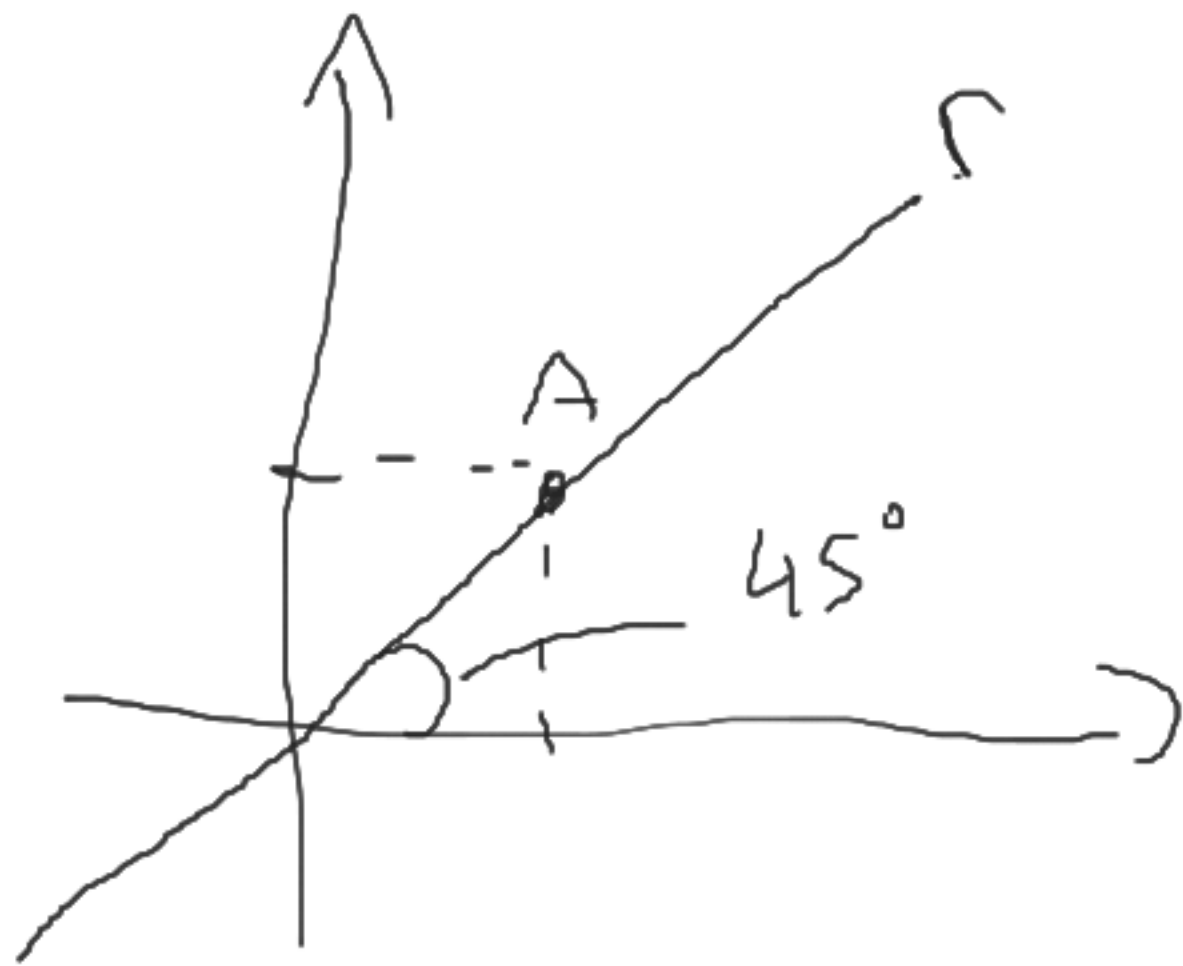
retas verticais



—> eq. fundamentais  
e reduzidas



Exercício: Encontre uma equação de reta que  
passa por  $A(1,1)$  e faz um  
ângulo de  $45^\circ$  com o eixo  $x$ .

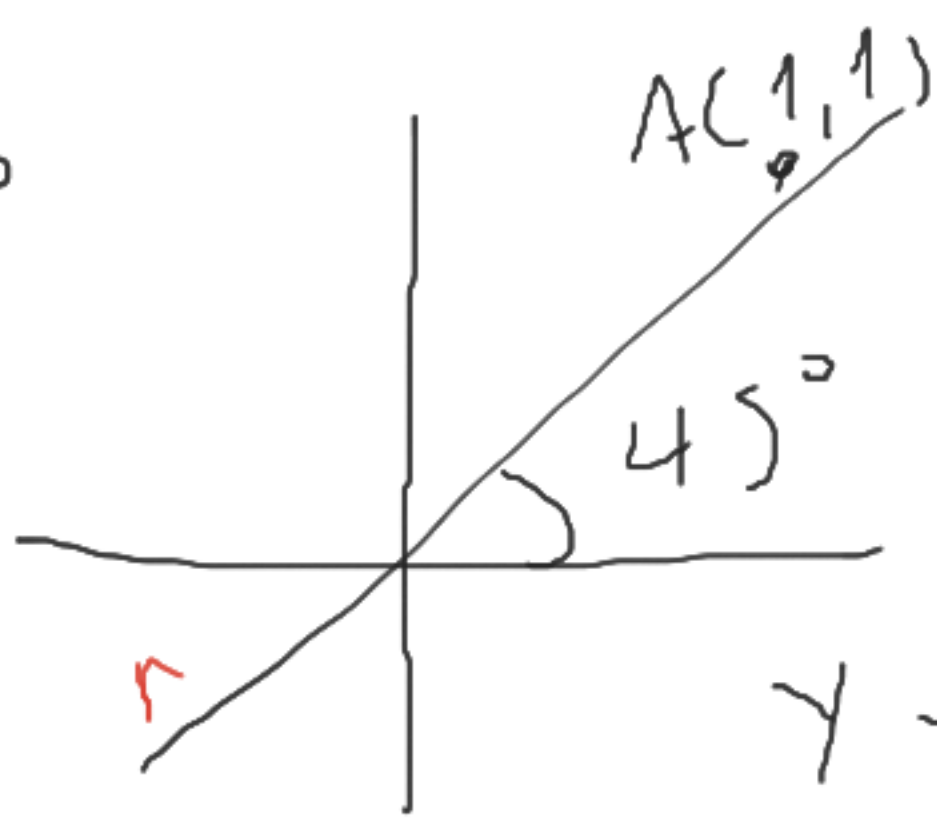


$$\left\{ \begin{array}{l} y - y_0 = m(x - x_0) \\ y = mx + n \\ ax + by + c = 0 \end{array} \right.$$

Equações vistas

Obs:  $m = \tan \alpha$

Sol:



$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$y - 1 = \tan 45^\circ (x - 1)$$

$$y - 1 = 1 \cdot (x - 1)$$

$$y - 1 = x - 1$$

$$y = x$$

$$y - x = 0$$

$\longleftrightarrow$

$$x - y = 0$$

$$1 \rightarrow \frac{\sin 45^\circ}{\cos 45^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 1$$