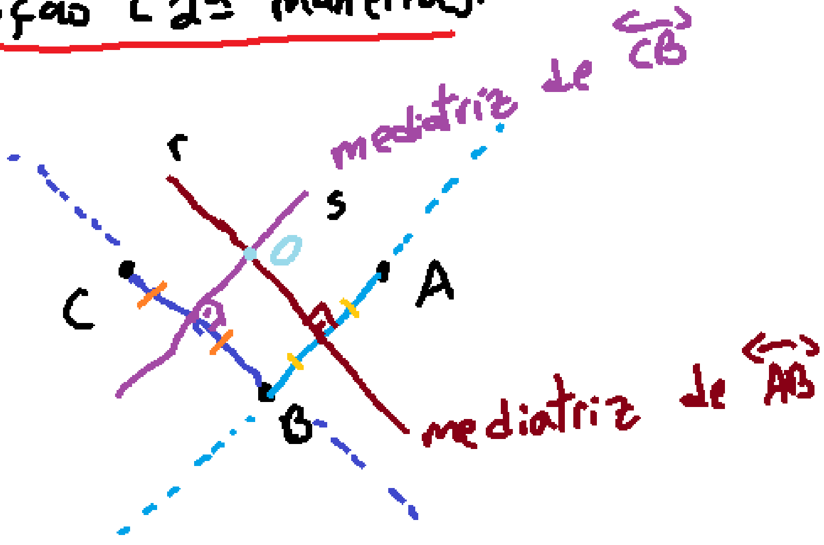
Solução (2ª maneira):



(Esboço)

- Sabe-se que O é a interseção das retas r e s, mediatrizes, respectivamente, das retas $\overleftrightarrow{AB}$ e $\overleftrightarrow{CB}$. (Por quê?)
- Vamos encontrar as equações de r e de s para encontrar O:

$$\overleftrightarrow{AB}: \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow -x - y + 5 = 0$$

Analogamente, $\overleftrightarrow{CB}$: $\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 2x - y - 1 = 0$

Daí, como $r \perp \overleftrightarrow{AB}$, então $r: -x + y + d = 0$ (Por quê?)

Como M, o ponto médio de AB, é um ponto de r, podemos encontrar d:

$\rightarrow M\left(\frac{2+3}{2}, \frac{3+2}{2}\right) = M\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$.

Daí, $-\frac{5}{2} + \frac{5}{2} + d = 0 \Rightarrow d = 0$

Portanto,

$r: -x + y = 0$

Analogamente, considerando $\overleftrightarrow{CB}$ e s, temos que

$$s: x + 2y + q = 0$$

Como N, ponto médio de $\overleftrightarrow{CB}$, é um ponto de s, então podemos encontrar q:

$$\rightarrow N\left(\frac{1+2}{2}, \frac{1+3}{2}\right) = N\left(\frac{3}{2}, 2\right)$$

Daí,

$$\frac{3}{2} + 2 \cdot 2 + q = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{3}{2} + 4 + q = 0 \quad \therefore q = -\frac{11}{2}$$

Assim, $s: x + 2y - \frac{11}{2} = 0 \overset{\cdot 2}{\Longleftrightarrow} 2x + 4y - 11 = 0$

$$O: \begin{cases} -x+y=0 \\ 2x+4y-11=0 \end{cases} \rightsquigarrow \begin{cases} y=x \\ 2x+4y-11=0 \end{cases} \rightsquigarrow 2x+4x-11=0$$

$$\Rightarrow 6x = 11$$

$$\therefore x = \frac{11}{6}$$

Daí, como $y=x$, temos que $O(11/6, 11/6)$. Para encontrar a equação reduzida de γ, precisamos encontrar R.

Note que:

$$dist_{O,C} = R \Rightarrow \sqrt{(11/6-1)^2+(11/6-1)^2} = R \Rightarrow \sqrt{2(11/6-1)^2} = R$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} \cdot \sqrt{(11/6-1)^2} = R \Rightarrow \sqrt{2} \cdot (11/6-1) = R \therefore R = \frac{5\sqrt{2}}{6}$$

Obs: Note que $\frac{5\sqrt{2}}{6} = \frac{5}{3\sqrt{2}}$. Assim, $\gamma: (x-11/6)^2+(y-11/6)^2 = \frac{25}{18}$

Para encontrar t, tangente a γ que passa por C,

reta

basta fazer o que foi feito em (Δ)

Logo, $\gamma: \left(x-\frac{11}{6}\right)^2+\left(y-\frac{11}{6}\right)^2=\frac{25}{18}$

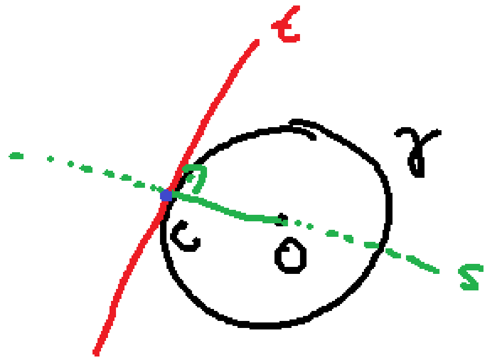
(Δ) Para determinar uma reta tangente a γ que passa por $C(1,1)$,

considere a reta $s=\overleftrightarrow{OC}$: $\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 11/6 & 11/6 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \left(\frac{11}{6}-1\right)x+\left(1-\frac{11}{6}\right)y=0$

$\Rightarrow \left(\frac{11}{6}-1\right)x=-\left(1-\frac{11}{6}\right)y$

$\Rightarrow \left(11/6-1\right)x=\left(11/6-1\right)y$

$\Rightarrow x=y \Leftrightarrow x-y=0$



(Esboço)

Como $\overleftrightarrow{OC} \perp t$, se $t: ax+by+c=0$, então

$1\cdot a+(-1)\cdot b=0 \Rightarrow a-b=0 \Rightarrow a=b$. Tome $a=1$.

Se $a=1$, como $b=a$, então $b=1$. Logo,

$$t: x+y+c=0$$

Daí, considerando que $C(1,1) \in t$, então:

$$1+1+c=0 \quad \therefore c=-2$$

Logo, $t: x+y-2=0$