Atenção

“O material a seguir é uma videoaula apresentada pelo bolsista Jardel Cabral, do Programa de Residência Pedagógica da UFPE. Com o professor André Costa como preceptor, o objetivo é utilizá-lo como material de estudos do IFPE para fins de atividades remotas no período de pandemia da Covid-19. Seu uso, sua cópia ou sua divulgação em parte ou no todo, por quaisquer meios existentes, somente poderá ser realizado mediante autorização expressa do servidor ou do IFPE. Caso contrário, estarão sujeitos às penalidades legais vigentes.”

20/01/2022

Matemática 5 (Química)

Aula 14.1

Jardel Cabral

rp.jardelcabral@recife.ifpe.edu.br

Problemas

1. Faça um esboço do gráfico das parábolas abaixo. Encontre as coordenadas do foco, do vértice e a equação da diretriz em cada caso:

a) $y = x^2$ **b)** $4x = 2y - y^2$

Solução:

"Rô"

a) Seja $\rho: y = x^2$. Essa equação está no formato 2). Assim a abertura da parábola está virada para cima. Vamos encontrar o valor de 'c' ao comparar as equações de ρ e 2).

Equações de uma parábola:

1) $4cx = y^2$

2) $4cy = x^2$

3) $4c(x - x_0) = (y - y_0)^2$

4 $4c(y - y_0) = (x - x_0)^2$

$$1 \cdot y = x^2$$
$$4cy = x^2 \Rightarrow 4c = 1 \therefore c = 1/4$$

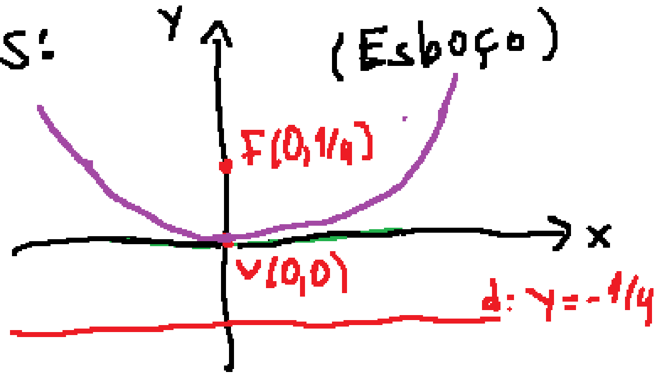
Pelo formato da equação P, temos que o vértice, V, tem coordenadas $(0,0)$. Assim, podemos encontrar as coordenadas do foco F e a equação da reta diretriz ao andarmos 'c' unidades na direção do eixo de simetria (partindo do vértice).

No nosso caso, como a abertura está para cima, o eixo de simetria está na vertical. Logo, temos:

- $F\left(\overset{\to 0}{0}, \overset{\to 0+c}{1/4}\right)$

- $d: y = -1/4$

  $y = -c$



1. Faça um esboço do gráfico das parábolas abaixo. Encontre as coordenadas do foco, do vértice e a equação da diretriz em cada caso:

a) $y = x^2$ **b)** $4x = 2y - y^2$

Pergunta: o ponto $A(3,-1)$ é um ponto de $P: y = x^2$?

↳ Resposta: Não! pois $A(x_A, y_A) \in P: y = x^2 \iff y_A = x_A^2$ "se, e só se"

As coordenadas de A devem satisfazer a equação da curva.

Probleminha: Encontre um ponto de $P: y = x^2$.

↳ Resposta: Ao atribuir um valor para x (ou y) e resolver a equação, encontraremos um ponto

Vamos encontrar um ponto atribuindo valor para x e depois para y:

⇝ Atribuindo para x:

$x = 3$ (minha escolha)

$\leadsto \quad P: y = x^2 \xrightarrow{x=3} y = 3^2 \therefore y = 9$

Assim, temos $A(3,9)$ e $A \in P$.

⇝ Atribuindo para y:

$y = 16$ (minha escolha)

$a^2 - b^2 = (a+b)\cdot(a-b)$

$\leadsto \quad P: y = x^2 \xrightarrow{y=16} 16 = x^2 \Rightarrow x^2 - 16 = 0 \Rightarrow (x-4)(x+4) = 0$

$\Rightarrow x = 4$ ou $x = -4$ (*)

(*): Assim, temos $B_1(4,16)$ e $B_2(-4,16)$. Ambos pontos de P.

1. Faça um esboço do gráfico das parábolas abaixo. Encontre as coordenadas do foco, do vértice e a equação da diretriz em cada caso:

a) $y = x^2$ **b)** $4x = 2y - y^2$ $\Longleftrightarrow$ $4x + y^2 - 2y = 0$

Solução:

b) Vamos completar quadrados e ver se o resultado tem o formato de uma das equações vistas.

$$4x = 2y - y^2$$

Parece com: $y^2 - 2y + 1 = (y-1)^2$

$4x = 2y - y^2 \xrightarrow{\cdot(-1)} -4x = -2y + y^2 \xrightarrow{+1} -4x+1 = y^2 - 2y + 1$

$\Rightarrow -4x + 1 = (y-1)^2$. Vamos fatorar o termo $-4x+1$: → Escrever como um produto

Equações de uma parábola:

1) $4cx = y^2$

2) $4cy = x^2$

3) $4c(x - x_0) = (y - y_0)^2$

4 $4c(y - y_0) = (x - x_0)^2$

-mato de uma das equações vistas.

Equações de uma parábola:

1) $4cx = y^2$

2) $4cy = x^2$

3) $4c(x - x_0) = (y - y_0)^2$

4) $4c(y - y_0) = (x - x_0)^2$

$$4x = 2y - y^2$$

Parece com: $y^2 - \overset{2y}{2y} + 1 = (y-1)^2$

$$4x = 2y - y^2 \xrightarrow{\cdot(-1)} -4x = -2y + y^2 \xrightarrow{+1} -4x+1 = y^2 - 2y + 1$$

→ Escrever como um produto

$\Rightarrow -4x+1 = (y-1)^2$. Vamos fatorar o termo $-4x+1$:

Vamos colocar o coeficiente de x em evidência:

$-4x+1 \rightsquigarrow -4(x + b)$. Queremos que: $-4b = +1$. Logo, $b = -1/4$. Assim,

$-4x+1 = -4(x - 1/4)$. Portanto, a equação pode ser escrita como: $-4(x-1/4) = (y-1)^2$

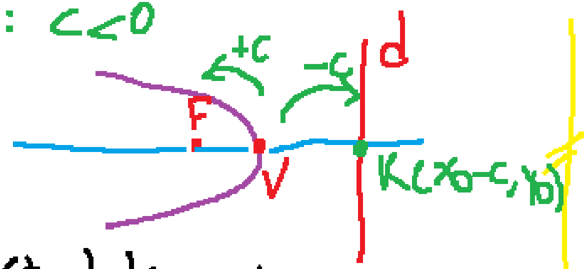
Vimos que $4x = 2y - y^2$ pode ser escrito como: $-4(x-1/4) = (y-1)^2$.

Comparando essa equação com a equação 3) temos:

$$\underset{4c(x-x_0) = (y-y_0)^2}{-4(x-1/4) = (y-1)^2} \Rightarrow \bullet\ 4c = -4 \quad \therefore c = -1 \qquad \bullet\ -x_0 = -1/4 \quad \therefore x_0 = 1/4 \qquad \bullet\ -y_0 = -1 \quad y_0 = 1$$

Assim, temos que o vértice V tem coordenadas $(\overset{x_0}{1/4}, \overset{y_0}{1})$.

Obs: $c<0$



(tentativa de esboço)

Pela equação, sabemos que a abertura está virada para a esquerda. Assim,

- $F(\underset{x_0+c}{3/4}, \underset{y_0}{1})$
- $d: x = 5/4$ ($x = x_0 - c$)

2. Encontre os pontos de interseção entre a reta $r: 3x - y - 2 = 0$ e a parábola $p: x = y^2$.

Solução: Os pontos de interseção podem ser encontrados ao resolver o sistema:

$$\begin{cases} 3x - y - 2 = 0 & (r) \\ x = y^2 & (p) \end{cases}$$

(Essa ideia é válida para quaisquer outras curvas nas quais temos as equações)

$$\rightsquigarrow \begin{cases} y = 3x - 2 \\ x = y^2 \end{cases} \rightsquigarrow x = (3x - 2)^2$$

Fica como exercício terminar a resolução