Atenção

“O material a seguir é uma videoaula apresentada pelo bolsista Jardel Cabral, do Programa de Residência Pedagógica da UFPE. Com o professor André Costa como preceptor, o objetivo é utilizá-lo como material de estudos do IFPE para fins de atividades remotas no período de pandemia da Covid-19. Seu uso, sua cópia ou sua divulgação em parte ou no todo, por quaisquer meios existentes, somente poderá ser realizado mediante autorização expressa do servidor ou do IFPE. Caso contrário, estarão sujeitos às penalidades legais vigentes.”

11/11/2021

Matemática 5 (Química)

Aula 5.1

Jardel Cabral

rp.jardelcabral@recife.ifpe.edu.br

Resumindo:

→ Equação geral da reta:

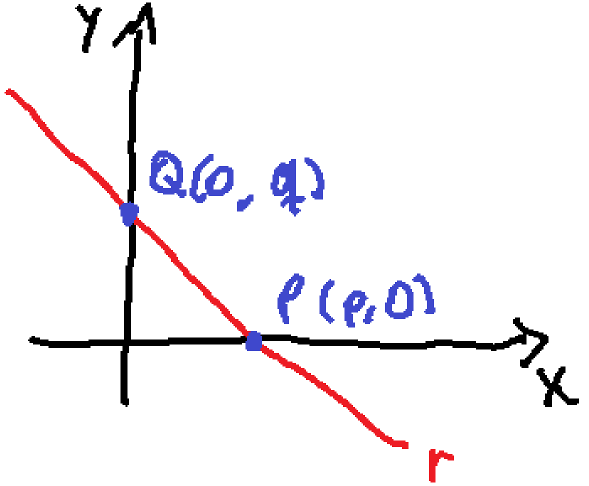
- tem formato: $ax+by+c=0$ (com $a,b,c \in \mathbb{R}$ e $a=0 \Rightarrow b \neq 0$ e $b=0 \Rightarrow a \neq 0$)

- Pode ser encontrada a partir de dois pontos (da reta) $A(x_A, y_A)$ e $B(x_B, y_B)$:

$$\underbrace{\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \end{vmatrix} = 0}_{\text{condição de alinhamento de pontos}}$$

⇝ calculamos o determinante para encontrar a equação da reta

Equação Segmentária da Reta



Como obter?

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ p & 0 & 1 \\ 0 & q & 1 \end{vmatrix} = 0$$

↳ formato: $r: \frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$

↳ vantagens:

- Se conhecemos os pontos em que r intercepta os eixos ordenados, podemos encontrar a sua equação segmentária

Obs: se $(0,0) \in r$ ou r vertical (ou horizontal), NÃO podemos utilizar essa equação.

Equação fundamental da reta

Equação fundamental da reta r

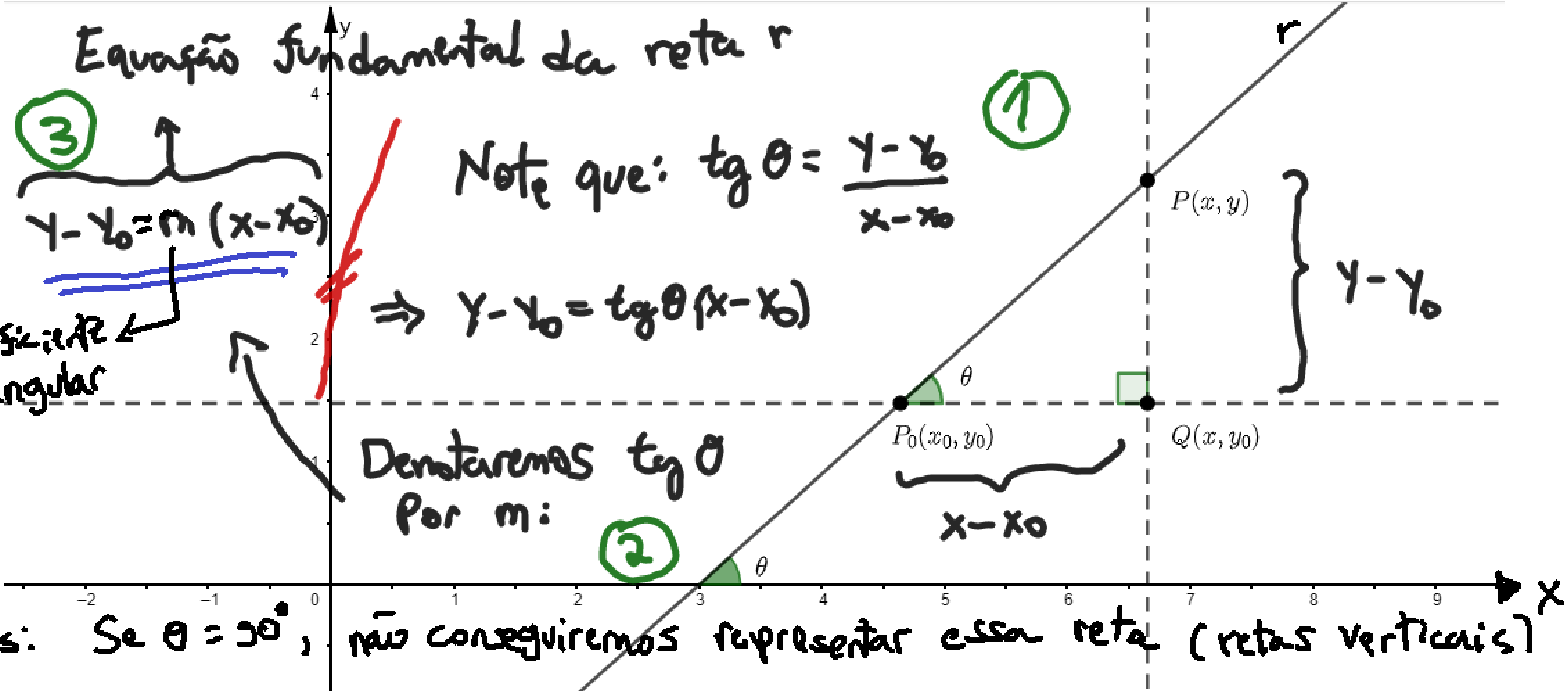
(1) Note que: $tg\,\theta = \dfrac{y-y_0}{x-x_0}$

$\Rightarrow y - y_0 = tg\,\theta\,(x-x_0)$

(2) Denotaremos $tg\,\theta$ por m:

(3) $y - y_0 = m\,(x-x_0)$

coeficiente angular



Obs: Se $\theta = 90°$, não conseguiremos representar essa reta (retas verticais)

*: · Eq. Geral
· Eq. fundamental

Equação reduzida da reta

$$r: y = mx + n$$

n → coeficiente linear ($f(x) = ax + b$)

m → coeficiente angular (ou declividade)

→ utilizada geralmente para expressar uma relação entre y e x

Obs: $m = tg\,\theta$, onde θ é o ângulo entre r e o eixo x (mesmo que a eq. fundamental)

Obs_2: É possível obtê-la a partir de outros formatos* de equação

- Toda reta pode ser representado por pelo menos uma das equações vistas anteriormente!

- Convertendo de uma equação a outra:

Eq. Geral → Eq. Segmentária

$$(ax+by+c=0) \rightarrow \left(\frac{x}{p}+\frac{y}{q}=1\right)$$

$$ax+by+c=0 \Rightarrow ax+by=-c \quad \div(-c)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{a}{-c}\right)x+\left(\frac{b}{-c}\right)y=1 \Rightarrow \underbrace{\frac{x}{\left(\frac{-c}{a}\right)}}_{p}{}^{*}+\underbrace{\frac{y}{\left(\frac{-c}{b}\right)}}_{q}=1$$

$$*: \frac{x/1}{-c/a}=\frac{x}{1}\cdot\frac{a}{-c}=\left(\frac{a}{-c}\right)x$$

Eq. Geral → Eq. Reduzida

$$(ax+by+c=0) \qquad (y=mx+n)$$

$$ax+by+c=0 \Rightarrow by=-ax-c \quad \div b$$

$$\Rightarrow y=\left(\frac{-a}{b}\right)x-\frac{c}{b} \Leftrightarrow y=\underbrace{\left(\frac{-a}{b}\right)}_{m}x+\underbrace{\left(\frac{-c}{b}\right)}_{n}$$

Eq. Reduzida $\longrightarrow$ Eq. fundamental

$(y = mx + n)$ $\qquad$ $(y - y_0 = m(x - x_0))$

- Se temos a eq. reduzida, então temos o valor de m. Daí, se soubermos das coordenadas de um ponto da reta, poderemos considerá-lo como nosso ponto $P_0(x_0, y_0)$.

- Como obter um ponto de uma reta (sabendo de sua equação)?
  ↳ Resposta: atribua um valor para x (ou y) e resolva a equação obtida

Ex: $r: 3x - 4y + 5 = 0$ $\quad$ Atribuindo 3 a x (ou seja $x = 3$): $3 \cdot 3 - 4y + 5 = 0 \Rightarrow 9 - 4y + 5 = 0$

$\therefore y = 7/2$

↳ $P(3, 7/2) \in r$

$\hookrightarrow P(3, 7/2) \in r$

Ex: $r: 3x - 4y + 5 = 0$ Atribuindo 3 a x (ou seja $x=3$): $3 \cdot 3 - 4y + 5 = 0 \Rightarrow 9 - 4y + 5 = 0$
$\therefore y = 7/2$

Vamos encontrar a equação fundamental da reta r:

1º) Converter a eq. Geral p/ a eq. reduzida:

$$r: 3x - 4y + 5 = 0 \Rightarrow 4y = 3x + 5 \Rightarrow y = \underbrace{\tfrac{3}{4}}_{m}x + \underbrace{\tfrac{5}{4}}_{n}$$

Assim, $m = \frac{3}{4}$

2º) obter a eq. fundamental: $(y - y_0 = m(x - x_0))$

Note que $m = \frac{3}{4}$ e $P(3, 7/2) \in r$. Logo, $r: y - 7/2 = \frac{3}{4}(x - 3)$

Equações Paramétricas da reta (P. 23 da Hiper Apostila)

O que é?

- É uma forma de representar uma reta a partir de duas equações lineares (uma para cada coordenada de um ponto da reta)

↳ Ou seja, conjunto de todos os pontos $P(x, y)$ nos quais

$$r: \begin{cases} x = a + b \cdot t \\ y = c + d \cdot t \end{cases} \quad \text{Parâmetro}$$

(x e y funções lineares de t e $a, b, c, d \in \mathbb{R}$)

Variando t sobre os números reais, obtemos todos os pontos de r

Ela é comumente utilizada para representar trajetórias de um ponto

Obs: Se t variar apenas sobre um intervalo real $[t_i, t_s]$*, então $P(x,y)$ vai descrever um segmeto (de reta) de extremidades $P(x(t_i), y(t_i))$* e $P(x(t_s), y(t_s))$*.

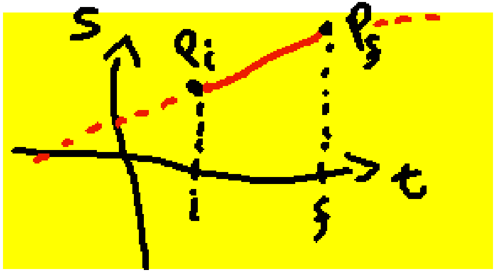
Obs₂: Podemos obter pontos da reta ao atribuir valores para t (o parâmetro).

---

*: $t_i \leq t \leq t_s$, onde $t_i, t_s \in \mathbb{R}$

*: $x = x(t) = a + b \cdot t \Rightarrow x(t_i) = a + b \cdot t_i$ e $P(x,y)$
$y = y(t) = c + d \cdot t \Rightarrow y(t_s) = c + d \cdot t_s$

Exemplo: Um ponto $P(x,y)$ se move pelo plano cartesiano e descreve a trajetória



$$\begin{cases} x = 3-2t \\ y = 5t \end{cases}$$

Calcule a distância percorrida por P no intervalo $0 \le t \le 3$.

Resposta: Precisamos calcular $P(x(0), y(0))$ e $P(x(3), y(3))$ pois esses pontos serão as extremidades do segmento de reta descrito por $P(x,y)$ no intervalo $0 \le t \le 3$.

$\rightarrow P(x(0), y(0)) = P(3-2\cdot 0, 5\cdot 0) = P_1(3,0)$

$\rightarrow P(x(3), y(3)) = P(3-2\cdot 3, 5\cdot 3) = P_2(-3,15)$

$\cdot\ \text{dist}_{P_1P_2} = \sqrt{(3-(-3))^2 + (15-0)^2} = \sqrt{6^2+15^2}$