Atenção

“O material a seguir é uma videoaula apresentada pelo bolsista Jardel Cabral, do Programa de Residência Pedagógica da UFPE. Com o professor André Costa como preceptor, o objetivo é utilizá-lo como material de estudos do IFPE para fins de atividades remotas no período de pandemia da Covid-19. Seu uso, sua cópia ou sua divulgação em parte ou no todo, por quaisquer meios existentes, somente poderá ser realizado mediante autorização expressa do servidor ou do IFPE. Caso contrário, estarão sujeitos às penalidades legais vigentes.”

11/11/2021

Matemática 5 (Química)

Aula 5.2

Jardel Cabral

rp.jardelcabral@recife.ifpe.edu.br

1. Encontre os pontos em que a reta $r : 3x + 5y - 6 = 0$ intercepta os eixos ordenados.

Todo ponto do eixo y tem abscissa $x=0$

Todo ponto do eixo x tem ordenada $y=0$

Um ponto do eixo x sempre tem ordenada $y=0$.

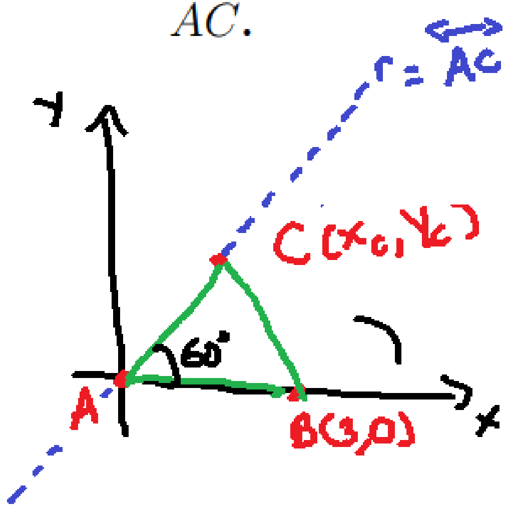
Quero encontrar o ponto de r com ordenada $y=0$:

$$\boxed{3x+5\cdot 0-6=0} \Rightarrow 3x-6=0 \therefore x=2$$

Assim, o ponto de interseção de r com o eixo x é $P(2,0)$

Como exercício, termine a resolução do problema!

2. Considere um triângulo equilátero ΔABC, onde $A(0,0)$, $B(3,0)$ e $C(x_C, y_C)$. Determine as coordenadas do ponto C e a equação da reta suporte do lado AC.



Vamos representar $\overleftrightarrow{AC}$ utilizando a eq. fundamental: $\left(r: y - y_0 = \underset{\hookrightarrow \, tg\,\theta}{m}(x - x_0) \quad P_0(x_0, y_0) \in r \right)$

Note que $\underset{\hookrightarrow P_0}{A} \in \overleftrightarrow{AC}$ e que $\theta = 60°$

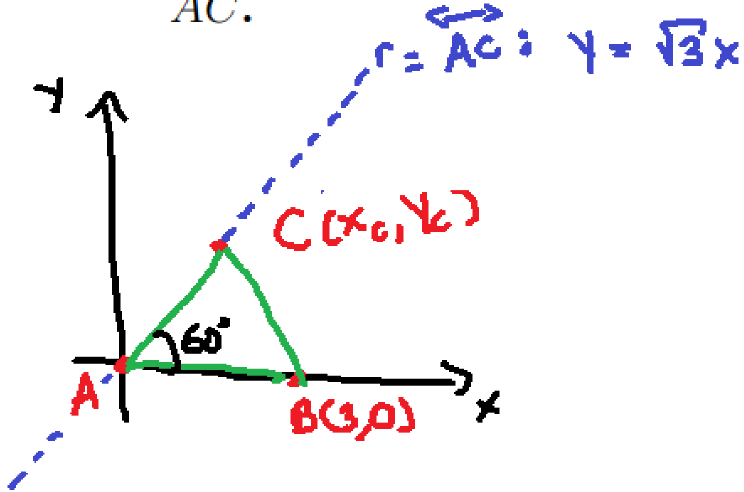
↳ ângulo que $\overleftrightarrow{AC}$ faz com o eixo x (sentido antihorário)

Assim,

$\overleftrightarrow{AC}$: $y - 0 = tg\,60°(x - 0)$

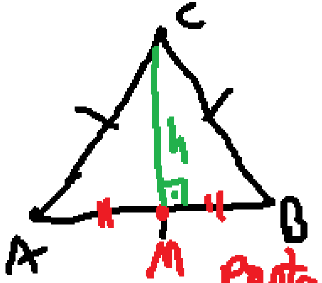
$y = \sqrt{3}\,x$

2. Considere um triângulo equilátero ΔABC, onde $A(0,0)$, $B(3,0)$ e $C(x_C, y_C)$. Determine as coordenadas do ponto C e a equação da reta suporte do lado AC.



Como encontrar as coordenadas de C?

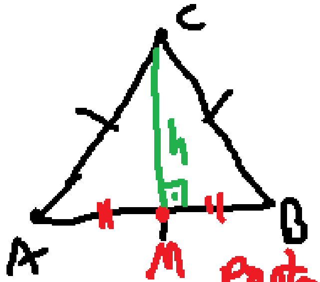
1ª maneira:



ponto médio de AB (propriedade de triângulos isósceles)

Note que $M(x_M, y_M)$ e que $x_M = x_C$ pois estão sobre uma mesma reta vertical

1ª maneira:



ponto médio de AB (propriedade de triângulos isósceles)

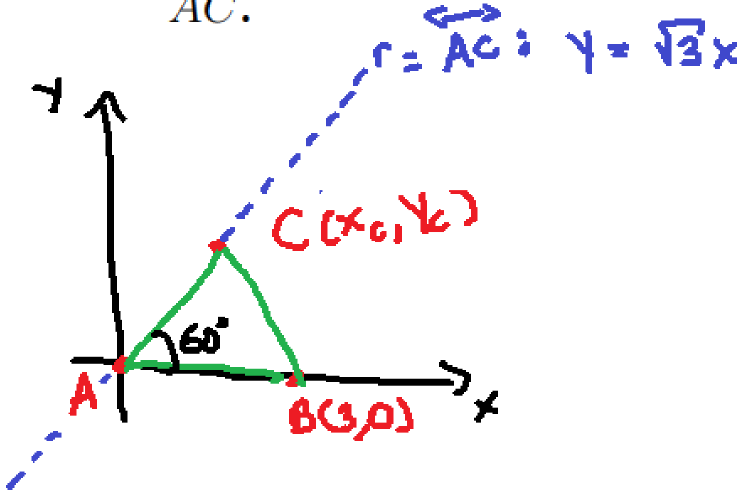
$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{0+3}{2} = \frac{3}{2}$$

Assim, $x_C = 3/2$. Podemos encontrar y_C substituindo x_C na equação de $\overleftrightarrow{AC}$:

$\overleftrightarrow{AC}: y = \sqrt{3}x_C$ $\quad$ $\underbrace{y_C = \sqrt{3}x_C}_{\text{Pois } C \in \overleftrightarrow{AC}} \Rightarrow y_C = \sqrt{3}\left(\frac{3}{2}\right) \therefore y_C = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

Daí, $C\left(3/2, \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$

2. Considere um triângulo equilátero ΔABC, onde $A(0,0)$, $B(3,0)$ e $C(x_C, y_C)$. Determine as coordenadas do ponto C e a equação da reta suporte do lado AC.



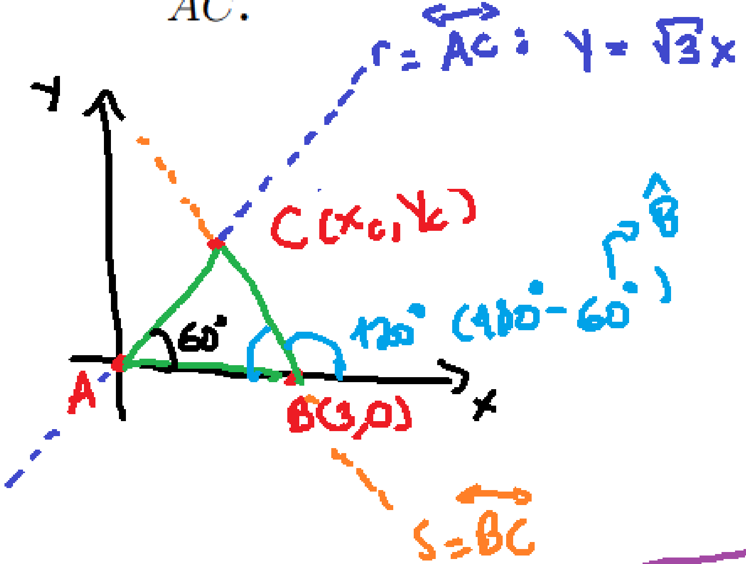
Como encontrar as coordenadas de C?

2ª maneira: Interseção de retas – cenas do próx. capítulo

Note que $C \in \overleftrightarrow{AC}$. Logo, $y_C = \sqrt{3}x_C$

Vamos encontrar a equação da reta $\overleftrightarrow{BC}$:

2. Considere um triângulo equilátero ΔABC, onde $A(0,0)$, $B(3,0)$ e $C(x_C, y_C)$. Determine as coordenadas do ponto C e a equação da reta suporte do lado AC.



$*$: $120° = 60° + 60°$ e $tg\,\theta = \frac{sen\,\theta}{cos\,\theta}$

$$\underline{tg\,120°} = \frac{sen(60°+60°)}{cos(60°+60°)} = \frac{\sqrt{3}/2}{-1/2} = \underline{-\sqrt{3}}$$

2ª maneira: Interseção de retas – cenas do próx. capítulo

Note que $C \in \overleftrightarrow{AC}$. Logo, $y_C = \sqrt{3}x_C$

Vamos encontrar a equação da reta $\overleftrightarrow{BC}$:

Note que a reta $\overleftrightarrow{BC}$ faz um ângulo de $120°$ com o eixo x (medido no sentido anti-horário)

Assim, como conhecemos $B(3,0)$, um ponto de $\overleftrightarrow{BC}$, temos que: $*$

$$\overleftrightarrow{BC}: \; y - 0 = tg\,120°(x-3)$$
$$y = -\sqrt{3}(x-3)$$

Assim, temos que $\overleftrightarrow{BC}: y = -\sqrt{3}(x-3)$

Note que $C \in \overleftrightarrow{BC}$. Logo, $y_c = -\sqrt{3}(x_c - 3)$

Desse modo, temos que:

$$y_c = \sqrt{3} \cdot x_c \quad (\text{Pois } C \in \overleftrightarrow{AC})$$
$$y_c = -\sqrt{3} \cdot (x_c - 3) \quad (\text{Pois } C \in \overleftrightarrow{BC})$$

Resolvendo o sistema $C: \begin{cases} y_c = \sqrt{3}\, x_c \\ y_c = -\sqrt{3} \cdot (x_c - 3) \end{cases}$ encontraremos as coordenadas do ponto C.

Resolvendo o sistema: $C: \begin{cases} y_c = \sqrt{3} \cdot x_c & (i) \\ y_c = -\sqrt{3}(x_c - 3) & (ii) \end{cases}$

Substituindo o valor de y_c da equação (i) na equação (ii), temos que:

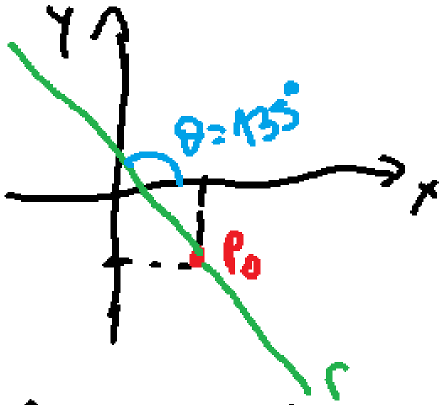
$$\sqrt{3} \cdot x_c = -\sqrt{3}(x_c - 3) \quad \div \sqrt{3} \Rightarrow \quad x_c = -(x_c - 3) \Rightarrow x_c = -x_c + 3$$

$$\Rightarrow 2x_c = 3 \quad \therefore \quad \underline{\underline{x_c = 3/2}}$$

Daí, como $y_c = \sqrt{3} \cdot x_c$, então $y_c = \sqrt{3} \cdot \left(\frac{3}{2}\right) \therefore \underline{\underline{y_c = \frac{3\sqrt{3}}{2}}}$

Portanto $C\left(\frac{3}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$

3. **Determine a equação reduzida da reta que passa por $P_0(1,-1)$ e faz um ângulo $\theta = 135°$ com o eixo x.**



(Esboço da situação)

Vamos representar a reta r pela equação fundamental ($r: y - y_0 = m(x - x_0)$, onde $P_0(x_0, y_0) \in r$ e $m = tg\,\theta$)

$r: y - (-1) = tg\,135°\,(x-1)$

$r: y + 1 = tg\,135°\,(x-1)$ *

$r: y + 1 = -(x-1)$

*: Calculando tg 135°

$135° = 90° + 45°$

$tg\,135° = \dfrac{sen(90°+45°)}{cos(90°+45°)} = \dfrac{\sqrt{2}/2}{-\sqrt{2}/2} = -1$

Precisamos converter p/ o formato da eq. reduzida: ($y = mx + n$)

$y + 1 = -(x-1) \Rightarrow y + 1 = -x + 1 \Rightarrow \underline{y = -x}$

↳ Equação reduzida de r

4. **Determine três equações gerais da reta para a reta** $r : \underbrace{y - 3 = 5(x - 2)}_{\text{Eq. fundamental}}$**.**

Vamos converter o formato atual p/ o formato da eq. Geral:
$(ax+by+c=0)$

$$y-3=5(x-2) \Rightarrow y-3=5x-10 \Rightarrow \underbrace{5x-y-7=0}_{\text{Eq } 1}$$

Podemos obter outras equações gerais ao multiplicar a Eq. 1 por um numero real:

Eq_2: $\pi \cdot$ Eq 1 $= 5\pi x - \pi y - 7\pi = 0$ //

Eq_2: $\frac{1}{5} \cdot$ Eq. 1 $= x - y/5 - 7/5 = 0$ //