# Atenção

“O material a seguir é uma videoaula apresentada pelo bolsista Jardel Cabral, do Programa de Residência Pedagógica da UFPE. Com o professor André Costa como preceptor, o objetivo é utilizá-lo como material de estudos do IFPE para fins de atividades remotas no período de pandemia da Covid-19. Seu uso, sua cópia ou sua divulgação em parte ou no todo, por quaisquer meios existentes, somente poderá ser realizado mediante autorização expressa do servidor ou do IFPE. Caso contrário, estarão sujeitos às penalidades legais vigentes.”

09/12/2021

# Matemática 5 (Química)

## Aula 10.2

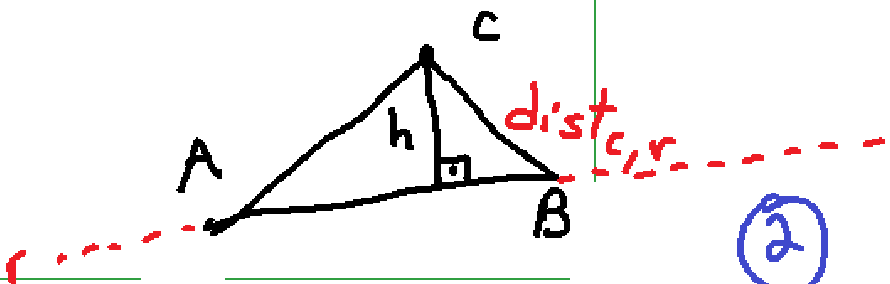
Jardel Cabral

rp.jardelcabral@recife.ifpe.edu.br

Calcule a altura do triângulo $\Delta ABC$, de vértices em $A(1,2)$, $B(6,14)$ e $C(-2,0)$, em relação ao lado $AB$.

(Escreva apenas o valor numérico)

Resposta: $h = 2$




1

Solução:

$r = \overleftrightarrow{AB}$

$r: \quad y - y_0 = m(x - x_0)$, $\quad m = \dfrac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$

$\rightarrow y - 2 = \left(\dfrac{2 - 14}{1 - 6}\right)(x - 1)$

$\Rightarrow y - 2 = \left(\dfrac{-12}{-5}\right)(x - 1)$

(Eq. fundamental) $y - 2 = \dfrac{12}{5}(x - 1)$

$\cdot 5$

$\rightarrow 5(y - 2) = 12(x - 1) \Rightarrow 5y - 10 = 12x - 12$

$\Rightarrow 12x - 5y - 2 = 0$ (Eq. geral)

2

$h = \text{dist}_{C,r} = \dfrac{|12\cdot(-2) - 5\cdot 0 - 2|}{\sqrt{12^2 + (-5)^2}} = \dfrac{|-26|}{\sqrt{169}} = \dfrac{26}{13} = 2$

**2.** Determine a mediatriz do segmento $AB$, com $A(-2,-1)$ e $B(4,3)$.

Solução

2

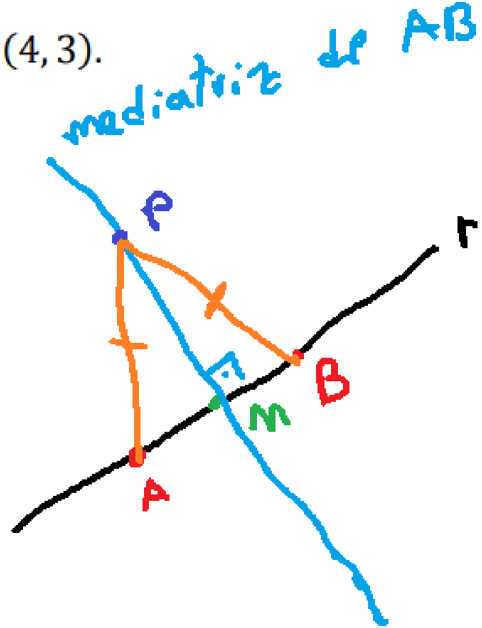
1) Determinando M, ponto médio de AB.

$$M\left(\frac{x_A+x_B}{2}, \frac{y_A+y_B}{2}\right) = M\left(\frac{-2+4}{2}, \frac{-1+3}{2}\right)$$

$$= M(1,1)$$

2) Determinar uma reta perpendicular a AB que passa por M.

(Continua)




Mediatriz: 1

- reta perpendicular à AB que passa pelo ponto médio de AB
- Considerando um ponto P dessa reta, temos que:

$$\overline{AP} = \overline{BP} \quad (\forall P)$$

"para todo"

**2.** Determine a mediatriz do segmento $AB$, com $A(-2,-1)$ e $B(4,3)$.

**Solução**

1

1) Determinando $M$, ponto médio de $AB$.

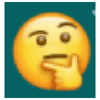
$$M\left(\frac{x_A+x_B}{2}, \frac{y_A+y_B}{2}\right) = M\left(\frac{-2+4}{2}, \frac{-1+3}{2}\right)$$

$$= M(1,1)$$

2) Determinar uma reta perpendicular a $AB$ que passa por $M$.

2

Como determinar uma reta perpendicular a $AB$?



Seja $s: ax+by+c=0$ uma reta perpendicular a $r = \overleftrightarrow{AB}: Ax+By+C=0$

Logo, temos que:

$$aA + bB = 0$$

Vamos determinar a reta $r = \overleftrightarrow{AB}$

(continua)

**2.** Determine a mediatriz do segmento $AB$, com $A(-2,-1)$ e $B(4,3)$.

1

Vamos determinar $r = \overleftrightarrow{AB}$

$$r:\ y = mx + n$$

Como $A, B \in r$:

$$y_A = m x_A + n \longrightarrow -1 = -2m + n$$

$$y_B = m x_B + n \longrightarrow 3 = 4m + n$$

Posso achar m e n resolvendo o sistema:

$$\begin{cases} -1 = -2m + n \\ 3 = 4m + n \end{cases}$$

2

$$\begin{cases} -1 = -2m + n \\ 3 = 4m + n \end{cases} \xrightarrow{\cdot 2} + \begin{cases} -2 = -4m + 2n \\ 3 = 4m + n \end{cases}$$

$$1 = 0 + 3n$$

$$\therefore\ n = \frac{1}{3}$$

$$3 = 4m + \frac{1}{3} \Rightarrow 4m = 3 - \frac{1}{3}$$

$$4m = \frac{8}{3}$$

$$\Rightarrow m = \frac{8}{4 \cdot 3} \ \therefore\ m = \frac{2}{3}$$

Portanto, $r:\ y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$

Vamos encontrar a eq geral de r: 1

$$r: y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} \xrightarrow{\cdot 3} 3y = 2x + 1$$

$$\Rightarrow 2x - 3y + 1 = 0$$ (Eq. geral de r)

Vamos encontrar $s: ax + by + c = 0$ perpendicular a r.

$r \perp s \iff 2 \cdot a + (-3) \cdot b = 0$ 2

que par $(a, b)$ satisfaz 🤔 a eq. acima?

Note que $a = 3$ e $b = 2$ é uma solução! $\left(2 \cdot 3 + (-3) \cdot 2 = \\ = 6 - 6 = 0\right)$

Assim, temos que $s: 3x + 2y + c = 0$

$r: 2x - 3y + 1 = 0$

Podemos determinar c sabendo que $M \in s$

Vimos que $M(1,1)$ é o ponto médio de $AB$ e vimos que retas do tipo: $3x+2y+c=0$ são perpendiculares à $r: \overleftrightarrow{AB}$.

Precisamos da reta $s$, perpendicular a $r$, que passa por $M$:

$$M \in s \Leftrightarrow 3x_M + 2y_M + c = 0 \rightarrow 3\cdot 1 + 2\cdot 1 + c = 0$$

$$\Rightarrow 3+2+c=0 \therefore c=-5$$

Portanto, $s: 3x+2y-5=0$ é a reta mediatriz de $AB$!

**6.** (UFRS) Se os gráficos de $\underbrace{x^2 + y^2 = 1}_{\lambda}$ e $\underbrace{x^2 + y^2 + 4x = m}_{\gamma}$ são circunferências tangentes, então $m$ é igual a:

a) $3 \vee -5$ b) $-3 \vee 5$ c) 5 d) $-3$ e) 1

Solução:

2

Vamos reescrever as eqs. no formato da eq. reduzida:

$\lambda: x^2 + y^2 = 1$ (já está!)

$\hookrightarrow C(0,0)$ e $R_\lambda = 1$

$\gamma: x^2 + y^2 + 4x = m$

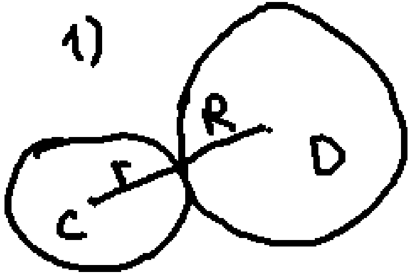
$\Rightarrow x^2 + 4x + 2^2 + y^2 = m + 2^2$

$\Rightarrow (x+2)^2 + y^2 = m + 4 \quad \hookrightarrow D(-2,0)$ e $R_\gamma^2 = m+4$

1

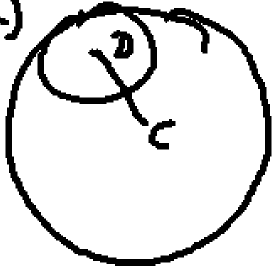
Circunferências são tangentes quando:

1)




$\text{dist}_{C,D} = r + R$

2)




$\text{dist}_{C,D} = |R - r|$

Vimos que: $\lambda: x^2+y^2=1 \rightsquigarrow C(0,0)$ e $R_\lambda = 1$

$\gamma: (x+2)^2+y^2 = m+4 \rightsquigarrow D(-2,0)$ e $R_\gamma^2 = m+4$

$\therefore R_\gamma = \sqrt{m+4}$

Para $\gamma$ e $\lambda$ serem tangetes, precisamos que:

$$\text{dist}_{C,D} = R_\lambda + R_\gamma \quad \text{ou} \quad \text{dist}_{C,D} = |R_\lambda - R_\gamma|$$

(Fica como exercício!)

$$\sqrt{(-2-0)^2+(0-0)^2} = 1+\sqrt{m+4}$$

$$\Rightarrow \sqrt{(-2)^2} = |-2| = 2 = 1+\sqrt{m+4}$$

$$\Rightarrow \sqrt{m+4} = 2-1 = 1 \quad \therefore \sqrt{m+4} = 1$$

$$\xrightarrow{(\ )^2} m+4 = 1^2 \Rightarrow m+4 = 1 \quad \therefore m = -3$$