Questão 4

Ainda não respondida

Vale 1,2 ponto(s).

Marcar questão

Editar questão

Uma elipse, cujo eixo maior é paralelo ao eixo y, tem centro $C(4, -2)$, excentricidade $e = \frac{1}{2}$ e tem eixo menor de medida 6.

Determine a equação geral desta elipse de modo que a resposta esteja no formato ax^2+by^2+cx+dy+e=0 (sem espaço e com *a* maior que 0), onde *a, b, c, d, e são inteiros e primos entre si.*

Resposta:

Pelo enunciado, sabemos que a elipse

- tem equação reduzida do tipo: $\frac{(x-x_0)^2}{b^2} + \frac{(y-y_0)^2}{a^2} = 1$
- $2b = 6$ (medida do eixo menor)

  $\therefore b = 3$
- $C(x_0, y_0) = C(4, -2)$
- $e = \frac{1}{2}$ $\left(\frac{c}{a}\right)$ $\Rightarrow$ $\frac{c}{a} = \frac{1}{2}$ $\therefore$ $a = 2c$

Precisamos encontrar "a" para poder escrever a equação reduzida da elipse.
Para isso, vamos utilizar a relação entre "a", "b" e "c": $a^2 = b^2 + c^2$

Como $a = 2c$ e $b = 3$, temos: $(2c)^2 = 3^2 + c^2 \Rightarrow 4c^2 = 9 + c^2$
$\Rightarrow 3c^2 = 9 \Rightarrow c^2 = 3 \therefore c = \sqrt{3} \Rightarrow \underline{\underline{a = 2\sqrt{3}}}$ (e $\underline{\underline{a^2}} = 2^2 \cdot (\sqrt{3})^2 = 4 \cdot 3 = \underline{\underline{12}}$)

Logo, a equação reduzida é: $\dfrac{(x-4)^2}{9} + \dfrac{(y+2)^2}{12} = 1$

Vamos reescrevê-la no formato da equação geral:

$\dfrac{(x-4)^2}{9} + \dfrac{(y+2)^2}{12} = 1 \xrightarrow{\cdot 9 \cdot 12} 12(x-4)^2 + 9(y+2)^2 = 9 \cdot 12 \Leftrightarrow 12(x^2 - 8x + 16) + 9(y^2 + 4y + 4) = 108$

$\Leftrightarrow 12x^2 - 96x + 192 + 9y^2 + 36y + 36 - 108 = 0 \Leftrightarrow 12x^2 + 9y^2 - 96x + 36y + 120 = 0 \xrightarrow{\div 3}$

$\longrightarrow \underline{4x^2 + 3y^2 - 32x + 12y + 40 = 0}$