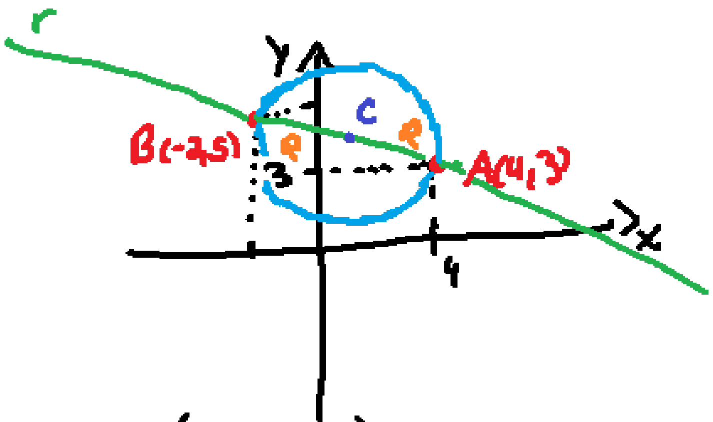
3. Uma reta r intercepta a circunferência γ nos pontos $A(4,3)$, $B(-2,5)$ e no centro $C(x_0, y_0)$. Determine o centro C e o(s) pontos em que γ intercepta o eixo x.

Solução:



(Esboço)

Note que como A, B e $C \in r$, então eles estão alinhados. Além disso,

$$\text{dist}_{C,A} = R \quad \text{e} \quad \text{dist}_{C,B} = R$$

Logo, C é o ponto médio do segmento AB. Assim,

$$x_C = \frac{x_A + x_B}{2} \quad \text{e} \quad y_C = \frac{y_A + y_B}{2}$$

Desse modo,

$$x_c = \frac{4+(-2)}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$y_c = \frac{3+5}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$\Rightarrow C(1,4)$$

Note que:

$$dist_{A,B} = \overline{AB} = 2 \cdot R \Leftrightarrow \sqrt{(4-(-2))^2+(3-5)^2} = 2 \cdot R$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(4+2)^2+(-2)^2} = 2R \Leftrightarrow \sqrt{36+4} = 2R \Leftrightarrow \sqrt{40} = 2R \Leftrightarrow 2\sqrt{10} = 2R$$

$$\therefore R = \sqrt{10}.$$

Logo, γ tem equação reduzida: $(x-1)^2 + (y-4)^2 = (\sqrt{10})^2 \Leftrightarrow \underline{(x-1)^2+(y-4)^2 = 10}$

Para determinar o(s) ponto(s) de interseção com o eixo x, basta resolver o sistema de equação:

$$\begin{cases} y = 0 \rightsquigarrow \text{eixo } x \\ (x-1)^2 + (y-4)^2 = 10 \rightsquigarrow \lambda \end{cases} \rightsquigarrow (x-1)^2 + (0-4)^2 = 10$$

$$(x-1)^2 + 4^2 = 10$$

$$(x-1)^2 = 10 - 16$$

$$(x-1)^2 = -6$$

$$\Downarrow$$

Não existe $x \in \mathbb{R}$ tal que $(x-1)^2 = -6$.

Logo, λ não intercepta o eixo x!