28/10/2021

Matemática 5 (Química)

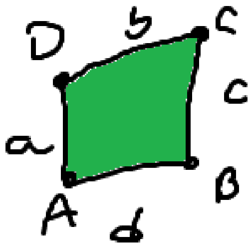
Aula 2

Jardel Cabral

rp.jardelcabral@recife.ifpe.edu.br

Distância entre pontos no plano cartesiano

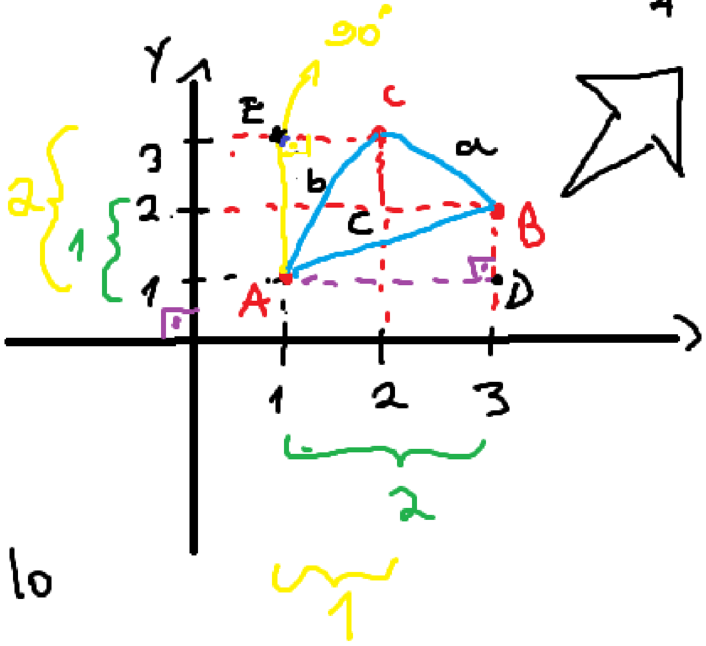
Problema: Calcule o perímetro e a área do triângulo com vértices $A(1,1)$, $B(3,2)$ e $C(2,3)$.



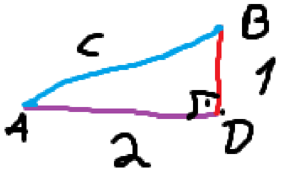
$$2p = a+b+c+d$$

Perímetro

Problema: Calcule o perímetro e a área do triângulo com vértices $A(1,1)$, $B(3,2)$ e $C(2,3)$.



(1)



Teo. de Pitágoras: (*)

$c^2 = 1^2 + 2^2$

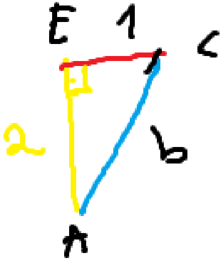
$c^2 = 1 + 4$

$c^2 = 5$

(Obs: $c > 0$)

$\therefore c = \sqrt{5}$

(2)



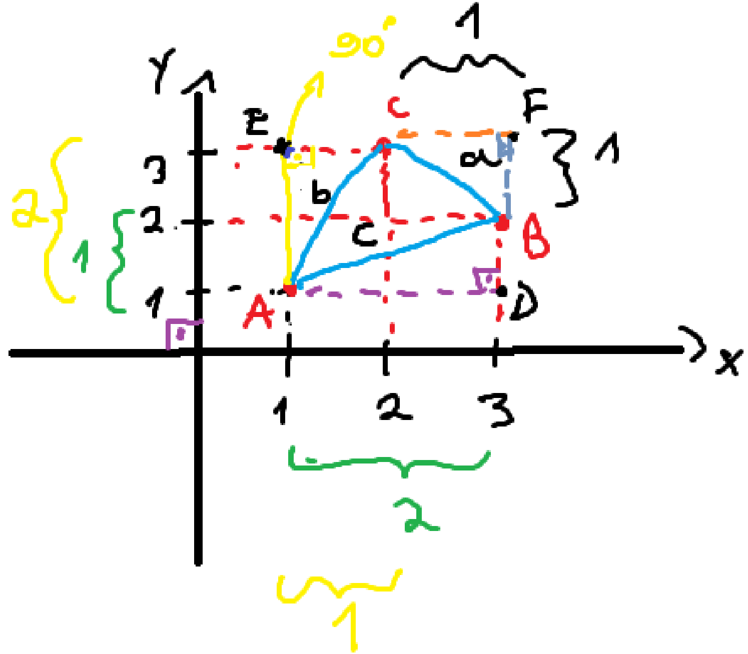
Por (*),

$b^2 = 1^2 + 2^2$

$\vdots$

$\therefore b = \sqrt{5}$

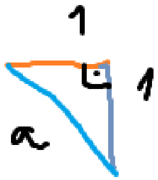
(3) Calculo de a na próxima página.



Encontramos anteriormente que:

$$b = c = \sqrt{5}$$

Vamos encontrar o valor de a:



Por (*):

$$a^2 = 1^2 + 1^2$$

$$a^2 = 1 + 1 \Rightarrow a^2 = 2 \therefore a = \sqrt{2}.$$

$(a>0)$

Assim, o perímetro (2p) vai ser igual a: $\underbrace{\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{5}}_{a+b+c} = \sqrt{2} + 2\cdot\sqrt{5}$

Calculando distâncias entre pontos

Notação minha: Fique à vontade p/ utilizar outra

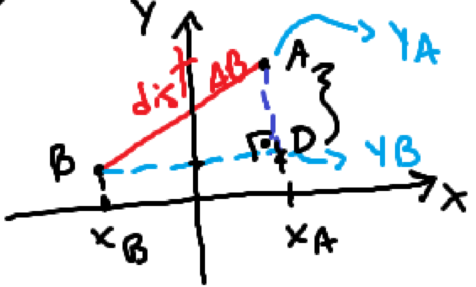
(1)

$(x_A, y_A, x_B, y_B \in \mathbb{R})$

(2)

Como calcular $dist_{AB}$?

Note que podemos construir um triângulo retângulo de hipotenusa AB:



Perceba que: medida do lado BD

- $\overline{BD} = |x_B - x_A|$
- $\overline{AD} = |y_B - y_A|$

(3)

Daí, por (*),

$$\underbrace{(dist_{AB})^2}_{\overline{AB}} = \overbrace{|x_B - x_A|^2}^{\overline{BD}} + \underbrace{|y_B - y_A|^2}_{\overline{AD}}$$

Continua)

Vimos que:

$$\overline{AB} \leftarrow (dist_{AB})^2 = |x_B - x_A|^2 + |y_B - y_A|^2$$

$\overline{BD}$ $\overline{AD}$

$$(dist_{AB})^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

Ver (Δ)

Lembre-se que $dist_{AB} \geqslant 0$ pois é uma medida de comprimento. Assim,

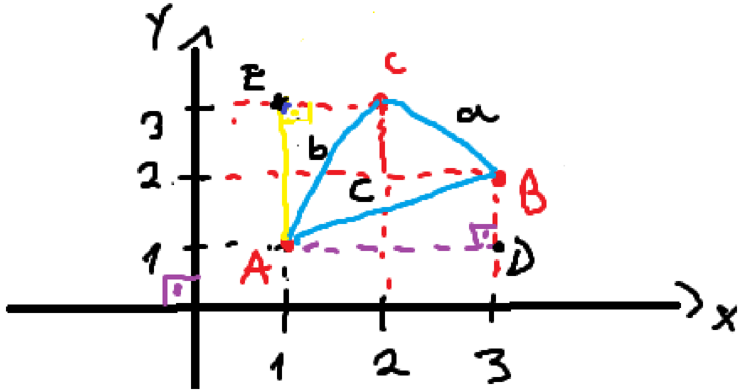
$$\boxed{dist_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}}$$

(Δ): "Para todo"

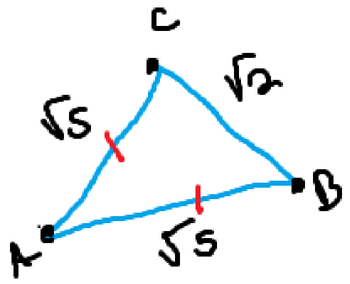
$\forall x \in \mathbb{R}$, temos que

$$\boxed{x^2 = |x|^2}$$

Problema: Calcule o perímetro e a área do triângulo com vértices $A(1,1)$, $B(3,2)$ e $C(2,3)$.

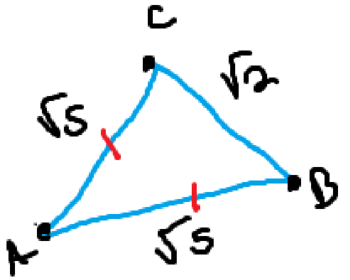


Vimos que $a = \sqrt{2}$, $b = c = \sqrt{5}$



Como calcular a área do triângulo ABC?

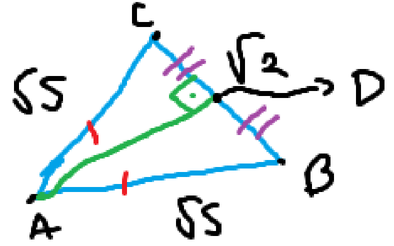
(continua)



Como calcular a área do triângulo ABC? ①

→ triângulo de vértices A, B e C

Note que ΔABC é isósceles. Daí, trace a altura em relação a BC:

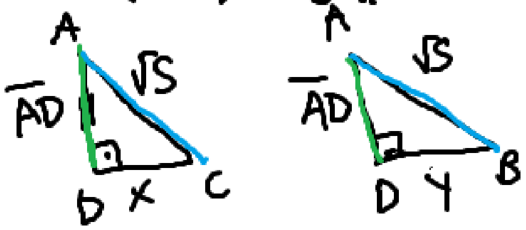


Teremos que $\overline{CD} = \overline{BD}$ (*).

(Continua)

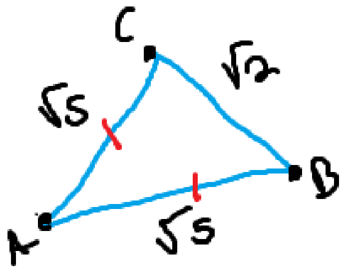
1,5

(*) De fato:



utilizando (*), e, após algumas manipulações,

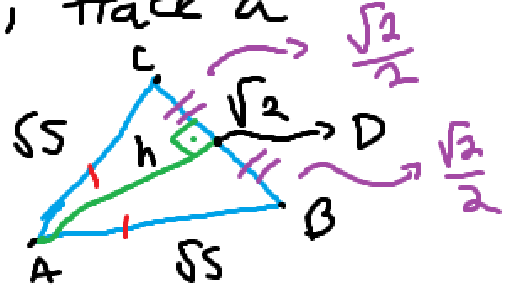
$$x = y \iff \begin{cases} x^2 = (\sqrt{5})^2 - (\overline{AD})^2 \\ y^2 = (\sqrt{5})^2 - (\overline{AD})^2 \end{cases}$$



Como calcular a área do triângulo ABC? 1

$\to$ triângulo de vértices A, B e C

Note que ΔABC é isósceles. Daí, trace a altura em relação a BC:



Teremos que $\overline{CD} = \overline{BD}$ (*).

Por (*), em relação à ΔADC:

$$(\sqrt{5})^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + h^2 \Rightarrow 5 = \frac{2}{4} + h^2 \Rightarrow h^2 = 5 - \underbrace{\frac{2}{4}}_{\frac{1}{2}} \Rightarrow h^2 = \frac{9}{2} \therefore h = \underbrace{\sqrt{\frac{9}{2}}}_{=\frac{3}{\sqrt{2}}}$$

$(h > 0)$

Daí, a área do ΔABC pode ser calculada como: $\dfrac{\overline{BC} \cdot h}{2} = \dfrac{\cancel{\sqrt{2}} \cdot \frac{3}{\cancel{\sqrt{2}}}}{2} = \dfrac{\frac{3}{1}}{2} = \dfrac{3}{2}$ //

Porém, existe uma maneira de se calcular a área de um triângulo conhecendo os seus vértices:

↳ as coordenadas

$$\boxed{A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot |\Delta|}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix}$$ ⇝ determinante