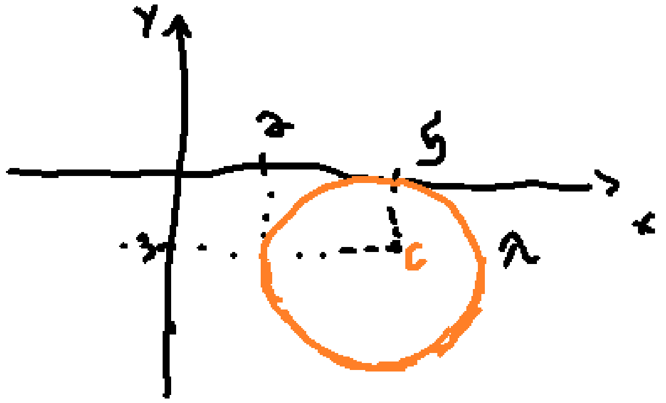
5. Seja γ uma circunferência que é tangente ao eixo y e tangente à circunferência $\lambda : x^2 + y^2 - 10x + 6y + 25 = 0$ no ponto $(5, 0)$. Considerando que γ está no quarto quadrante, determine a(s) equação(ões) reduzida(s) de γ.

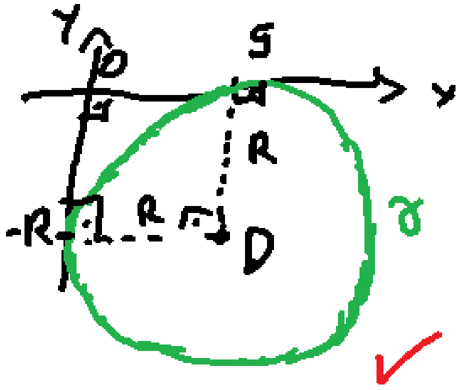
Solução:

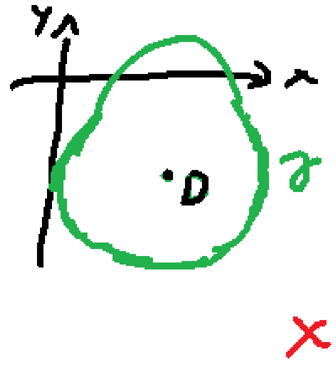
Para esse problema, fazer uma figura pode nos ajudar:



- Note que $\lambda: (x-5)^2 + (y+3)^2 = 9$
- Note que λ tangencia o eixo x em $(5,0)$
- Como γ está no 4º quadrante então γ no máximo tangencia o eixo x (caso contrário também estaria no 1º quadrante)

• Como $(5,0) \in \gamma$ então γ de fato tangencia o eixo x.
Assim γ tangencia o eixo x e o eixo y.





• Assim, temos que $|y_D| = R$ pois o raio que liga $(5,0)$ a $D(x_D, y_D)$ é perpendicular ao eixo x (e paralelo ao eixo y). Como γ está no 4º quadrante, então $y_D < 0$
Logo, $y_D = -R$

• Analogamente, como γ é tangente ao eixo y, então $|x_D| = R$. Como $x_D > 0$, então $x_D = R$. Assim, $D(R, -R)$. Além disso, note que temos um retângulo com vértices na origem, em D e nos pontos de tangência de γ

com os eixos ordenados.

Ainda mais: note que esse retângulo é um quadrado. Daí, como um lado mede 5 e também mede R, então $R=5$. Portanto $D(5,-5)$.

Como temos o centro $D(5,-5)$ e a medida $R=5$ do raio de γ, então a eq. reduzida de γ será:

$$\underline{\underline{\gamma: (x-5)^2+(y+5)^2=25}}$$

Obs: Note que não foi necessário fazer muitas contas para resolver o problema