Atenção

“O material a seguir é uma videoaula apresentada pelo bolsista Jardel Cabral, do Programa de Residência Pedagógica da UFPE. Com o professor André Costa como preceptor, o objetivo é utilizá-lo como material de estudos do IFPE para fins de atividades remotas no período de pandemia da Covid-19. Seu uso, sua cópia ou sua divulgação em parte ou no todo, por quaisquer meios existentes, somente poderá ser realizado mediante autorização expressa do servidor ou do IFPE. Caso contrário, estarão sujeitos às penalidades legais vigentes.”

25/11/2021

Matemática 5 (Química)

Aula 8

Jardel Cabral

rp.jardelcabral@recife.ifpe.edu.br

Há uma fórmula que permite calcular a distância de $P(\hat{x_0}, \hat{y_0})$ até $r: \underline{a}x + \underline{b}y + \underline{c} = 0$:

$$dist_{P,r} = \frac{\overbrace{|\underline{a}\hat{x_0} + \underline{b}\hat{y_0} + \underline{c}|}^{\text{Em módulo}}}{\sqrt{\underline{a}^2 + \underline{b}^2}}$$

Essa fórmula pode ser deduzida a partir das estratégias 1 e 2 de resolução (vistas no problema).

Obs: Podemos, a partir daí, calcular distâncias entre retas (ver H.A p. 31) ← HiperApostila

Obs₂: Também podemos determinar as bissetrizes de retas concorrentes

Inequações e semiplanos

*: um ou mais dependendo da inequação

Fato$_1$: toda reta r divide um plano α em duas regiões S_1 e S_2 denominadas de semiplanos

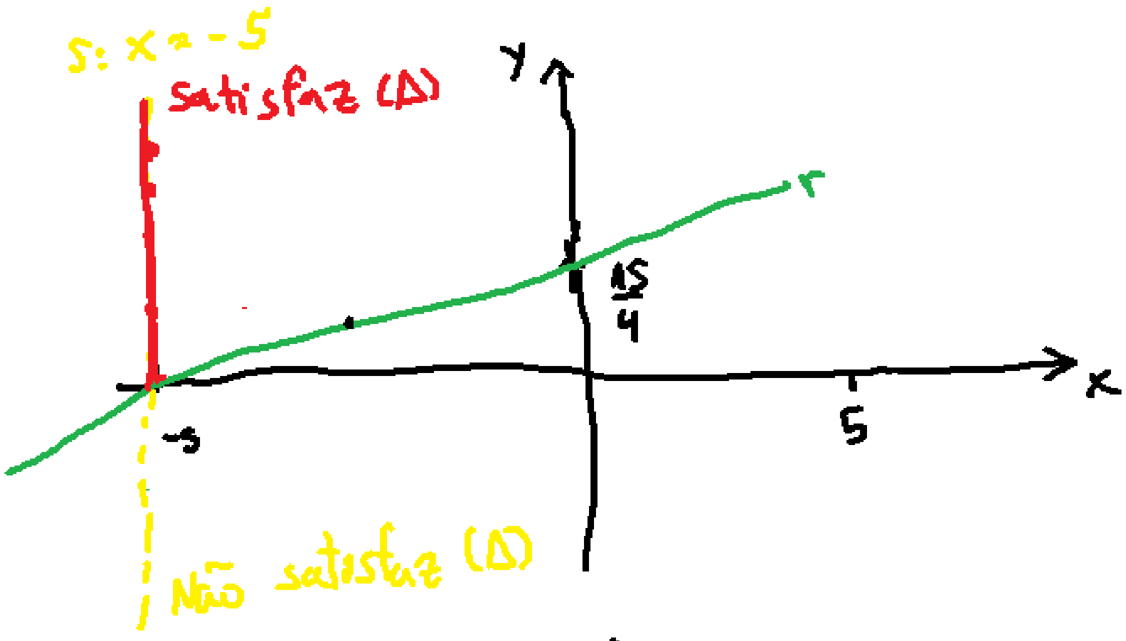
Fato$_2$: Inequações de 1º grau com duas variáveis representam um* dos semiplanos da reta r obtida pela igualdade:

$$ax + by + c \leq^{*} 0 \qquad (r: ax+by+c=0)$$

*: Poderia ser $<, \geq, >, \neq$

Problema: represente no plano cartesiano a inequação: $3x - 4y + 15 \le 0$ (*)

$3x-4y+15<0$ (Δ) ou $\underbrace{3x-4y+15=0}_{r}$



Determinando o semiplano representado por (*):

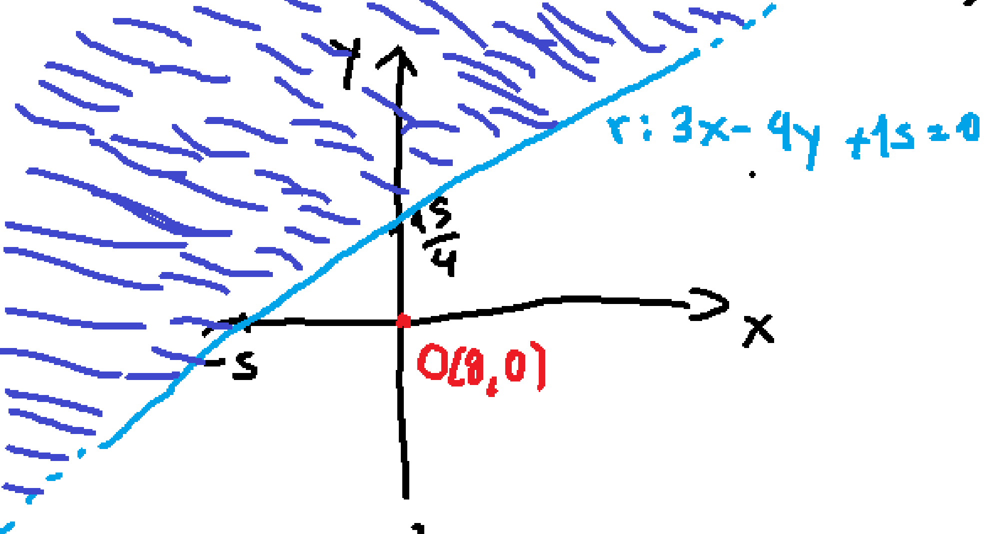
maneira 1 (mais lenta):

atribuindo um valor fixo para y (ou x):

s: x = -5 ⇝ (Δ): $-4y<0 \iff y>0$ (∇)

essa ineq.(∇) nos diz que os pontos de s onde $y>0$ satisfazem a inequação (Δ).

Podemos verificar, de maneira semelhante, que todos os pontos acima de r satisfazem a inequação. Assim, $\underline{3x - 4y + 15 \leq 0}$ representa:



(Representação da inequação)

Existe uma maneira mais simples:

Maneira 2:

1) Escolha um ponto P qualquer do plano ($P \notin r$). Vamos escolher $O(0,0)$.

2) Substitua o ponto escolhido na inequação e veja se ela é satisfeita.

↳ se a ineq. for satisfeita: a região será o semiplano que contém o ponto

Testando se $O(0,0)$ satisfaz a inequação:

$(3x - 4y + 15 \leq 0)$

$$\underbrace{3 \cdot 0 - 4 \cdot 0 + 15}_{15} \overset{?}{\leq} 0$$

$15 \overset{?}{\leq} 0 \longrightarrow 15 > 0$, logo $O(0,0)$ não satisfaz a inequação

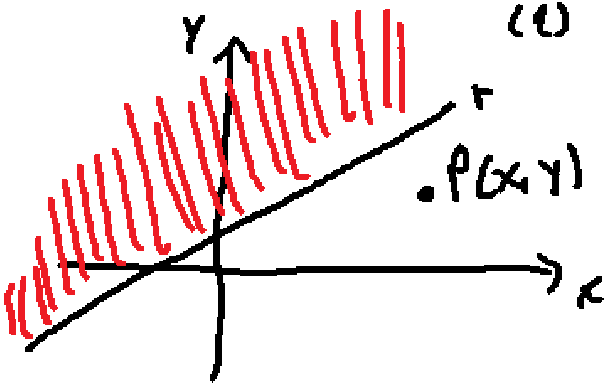
Quando isso acontece, a região representada pela inequação será o semiplano que não contém o ponto escolhido $(O(0,0))$.

Obs: Para inequações do tipo $ax+by+c \neq 0$, a região será todos os pontos do plano, exceto os pontos da reta $ax+by+c=0$.

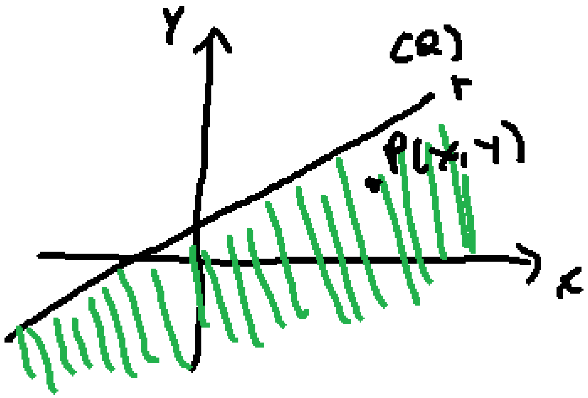
Resumindo:

(*: Pode ser $<, \geq, >$)

A inequação $ax+by+c \overset{*}{\leq} 0$ representa um semiplano (o plano foi dividido pela reta $r: ax+by+c=0$).



(Duas possibilidades)



- Para determinar o semiplano: escolha um ponto $P(x,y)$ qualquer que não pertença a r.
- As coordenadas desse ponto satisfazem a inequação?

Sim → Teremos (2)

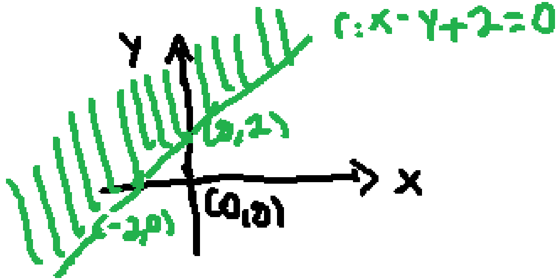
Não → Teremos (1)

Problema: represente a região dada por:

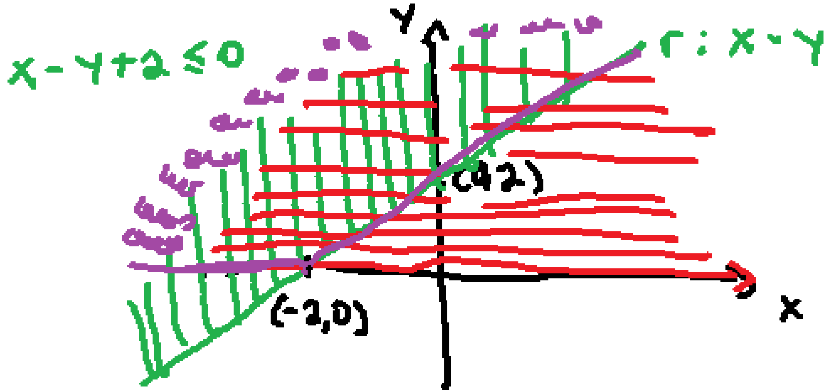
$$\begin{cases} y \geq 0 & (i) \rightsquigarrow (y=0) \\ & \quad \hookrightarrow \text{eixo } x \\ x-y+2 \leq 0 & (ii) \rightsquigarrow (x-y+2=0) \end{cases}$$

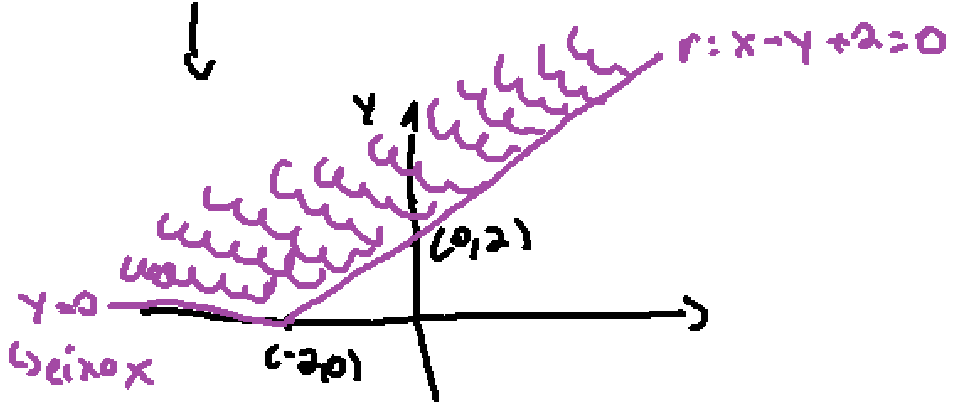
Vamos representar (i):

Vamos representar (ii):



Considerando as duas regiões ao mesmo tempo:





Assim, o sistema

$$\begin{cases} y \geq 0 \\ x - y + 2 \leq 2 \end{cases}$$

corresponde à região ao lado