Questão **10**

Ainda não respondida

Vale 1,2 ponto(s).

Marcar questão

Editar questão

Analise as seguintes afirmações e assinale as CORRETAS.

Questões assinaladas corretamente ganham pontos, de modo errado, perdem!

Escolha uma ou mais:

- [ ] Uma equação do tipo $\frac{(x-3)^2}{2^2} - \frac{(y+1)^2}{3^2} = 0$ representa hipérbole. (1)
- [ ] As equações das retas assíntotas da hipérbole $\frac{(y-y_0)^2}{a^2} - \frac{(x-x_0)^2}{b^2} = 1$ pode ser representadas pela equação, $\frac{(x-x_0)^2}{b^2} - \frac{(y-y_0)^2}{a^2} = 0$ (2)
- [ ] Todas as infinitas retas que passam pelo ponto $P(x_0, y_0)$ podem ser representadas por uma equação da forma: $y - y_0 = m(x - x_0)$. (3)
- [ ] A parábola de equação $y^2 = x$ tem foco de coordenadas $F(\frac{1}{4}, 0)$. (4)
- [ ] O ponto $(1, 1/\sqrt{2})$ é exterior à circunferência $x^2 + y^2 = 1$ e é interior à circunferência $x^2 + y^2 = 2$. (5)
- [ ] O lugar geométrico dos pontos (x, y) do plano Oxy tais que $2x^2 + 6y - 3y^2 = 9$ é uma elipse. (6)
- [ ] As curvas $y = x^2$ e $y^2 = x$ se interceptam no plano Oxy em dois pontos. (7)
- [ ] As retas $2x + 3y - 6 = 0$ e $2y - 3x - 2 = 0$ são paralelas. (8)
- [ ] Se $ax + by + c = 0,\ a, b$ e c reais, representa uma reta vertical, então $b = 0$. (9)
- [ ] O lugar geométrico dos pontos (x, y) do plano Oxy tais que $2x^2 + 3y^2 - 12x + 6y + 21 = 0$ é uma elipse. (10)

Vamos analisar cada afirmativa:

(1) Falso!

Hipérboles são representadas APENAS por equações do tipo:

- $\frac{(x-x_0)^2}{a^2 *} - \frac{(y-y_0)^2}{b^2 *} = 1$

ou

- $\frac{(y-y_0)^2}{a^2} - \frac{(x-x_0)^2}{b^2} = 1$

e suas expansões!

$*$: $a, b, x_0, y_0 \in \mathbb{R}$ e $a \cdot b \neq 0$

- [ ] As equações das retas assíntotas da hipérbole $\frac{(y-y_0)^2}{a^2} - \frac{(x-x_0)^2}{b^2} = 1$ pode ser representadas pela equação, $\frac{(x-x_0)^2}{b^2} - \frac{(y-y_0)^2}{a^2} = 0$ (2)

Verdadeiro! Encontramos as equações das assíntotas da hipérbole $\frac{(y-y_0)^2}{a^2} - \frac{(x-x_0)^2}{b^2} = 1$ ao trocar "1" por "0": $\frac{(y-y_0)^2}{a^2} - \frac{(x-x_0)^2}{b^2} = 0$.

Ao multiplicar essa nova equação por -1, encontraremos a equação mencionada na afirmativa.

- [ ] Todas as infinitas retas que passam pelo ponto $P(x_0, y_0)$ podem ser representadas por uma equação da forma: $y - y_0 = m(x - x_0)$. (3)

Falsa! Existe uma reta que passa por P mas que não pode ser escrita nesse formato: $x = x_0$ (a reta vertical que passa por P).

- [ ] A parábola de equação $y^2 = x$ tem foco de coordenadas $F(\frac{1}{4}, 0)$. (4)

Verdadeira! Comparando a equação com $4cx = y^2$, o formato de equação de uma parábola virada para a esquerda ou para a direita e com vértice na origem, temos que: $4c = 1 \therefore c = 1/4$. Assim, o foco F tem coordenadas: $(c, 0) = (1/4, 0)$.

- [ ] O ponto $(1, 1/\sqrt{2})$ é exterior à circunferência $x^2 + y^2 = 1$ e é interior à circunferência $x^2 + y^2 = 2$. (5)

Γ_1 Γ_2

Um ponto P é interior a uma circunferência de centro C e raio medindo R se $dist_{P,C} < R$. Analogamente, um ponto é exterior se: $dist_{P,C} > R$.

Pelas equações das circunferências mencionadas, sabemos que ambas têm centro na origem e a primeira, Γ_1, tem raio medindo 1 e a segunda, Γ_2, $\sqrt{2}$.

- [ ] O ponto $(1, 1/\sqrt{2})$ é exterior à circunferência $x^2+y^2=1$ e é interior à circunferência $x^2+y^2=2$. (5)

Considerando $P(1, \frac{1}{\sqrt{2}})$ e $C_1(0,0) = C_2(0,0) = C(0,0)$, temos:

$$dist_{P,C} = \sqrt{(1-0)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - 0\right)^2} = \sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{1 + \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

Note que:

- $\sqrt{\frac{3}{2}} = \sqrt{1,5} < \sqrt{2} = R_2$

e

- $\sqrt{\frac{3}{2}} = \sqrt{1,5} > \sqrt{1} = R_1$

Assim, P é interior à γ_2 e exterior à γ_1. Portanto a afirmativa é verdadeira!

☐ O lugar geométrico dos pontos (x, y) do plano Oxy tais que $2x^2 + 6y - 3y^2 = 9$ é uma elipse. (6)

Vamos verificar se $2x^2 + 6y - 3y^2 = 9$ pode ser escrita no formato da equação reduzida da elipse: $2x^2 + 6y - 3y^2 = 9 \iff 2x^2 - 3y^2 + 6y = 9$

$$\iff 2x^2 - 3(y^2 - 2y + 1) = 9 - 3 \cdot 1 \iff 2x^2 - 3(y-1)^2 = 6 \iff \frac{x^2}{3} - \frac{(y-1)^2}{2} = 1$$

Note que essa equação representa uma hipérbole e não uma elipse. Portanto a afirmativa é falsa!

☐ As curvas $y = x^2$ e $y^2 = x$ se interceptam no plano Oxy em dois pontos. (7)

Podemos encontrar os pontos de interseção ao resolver o sistema de equações:

$$\begin{cases} y = x^2 \\ y^2 = x \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x^2 \\ y^2 = x \end{cases} \Rightarrow (x^2)^2 = x \Rightarrow x^4 = x \Rightarrow x^4 - x = 0 \Rightarrow x(x^3-1) = 0$$

*: números reais: $x \in \mathbb{R}$

$$\Rightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad x^3 - 1 = 0$$

$\therefore x = 0$ $\qquad$ $\therefore x^3 = 1$

$\therefore x = 1$

(Obs: estamos utilizando apenas as soluções reais* da equação $x^3-1=0$. soluções imaginárias não estão presentes no plano cartesiano)

- $x = 0 \Rightarrow y = 0$
- $x = 1 \Rightarrow y = 1$

Logo, as curvas $y = x^2$ e $y^2 = x$ se interceptam em dois pontos $(0,0)$ e $(1,1)$.

Portanto a afirmativa é verdadeira!

- [ ] As retas $2x + 3y - 6 = 0$ e $2y - 3x - 2 = 0$ são paralelas. (8)

Falso! Note que: $\frac{2}{-3} \neq \frac{3}{2}$ (a razão entre os respectivos coeficientes das variáveis "x" e "y" na equação geral da reta.)

Portanto as retas não são paralelas.

- [ ] Se $ax + by + c = 0$, a, b e c reais, representa uma reta vertical, então $b = 0$. (9)

Verdadeiro! retas verticais são descritas por equações do tipo: $x = K$. $K \in \mathbb{R}$

Note que ao atribuir "0" a "b", temos: $ax + c = 0 \Rightarrow ax = -c \therefore x = \frac{-c}{a}$.

$x = K$

☐ O lugar geométrico dos pontos (x, y) do plano Oxy tais que $2x^2+3y^2-12x+6y+21=0$ é uma elipse. (10)

Vamos tentar reescrever a equação no formato da equação reduzida da elipse:

$$2x^2+3y^2-12x+6y+21=0 \iff 2x^2-12x+3y^2+6y+21=0$$

$$\iff 2(x^2-6x+9)+3(y^2+2y+1)+21=2\cdot 9+3\cdot 1 \iff 2(x-3)^2+3(y+1)^2+21=21$$

$$\iff 2(x-3)^2+3(y+1)^2=0 \xrightarrow{\cdot 2\cdot 3} \frac{(x-3)^2}{3}+\frac{(y+1)^2}{2}=0$$

Note que essa equação é diferente do formato de equações reduzidas que vimos $\left(\frac{(x-x_0)^2}{a^2}+\frac{(y+1)^2}{b^2}=1 \text{ e } \frac{(x-x_0)^2}{b^2}+\frac{(y-y_0)^2}{a^2}=1\right)$. Portanto, a equação não representa uma elipse. Logo, a afirmativa é falsa!

Questão **10**

Ainda não respondida

Vale 1,2 ponto(s).

Marcar questão

Editar questão

Analise as seguintes afirmações e assinale as CORRETAS.

Questões assinaladas corretamente ganham pontos, de modo errado, perdem!

Escolha uma ou mais:

- [ ] Uma equação do tipo $\frac{(x-3)^2}{2^2} - \frac{(y+1)^2}{3^2} = 0$ representa hipérbole. F
- [ ] As equações das retas assíntotas da hipérbole $\frac{(y-y_0)^2}{a^2} - \frac{(x-x_0)^2}{b^2} = 1$ pode ser representadas pela equação, $\frac{(x-x_0)^2}{b^2} - \frac{(y-y_0)^2}{a^2} = 0$ V
- [ ] Todas as infinitas retas que passam pelo ponto $P(x_0, y_0)$ podem ser representadas por uma equação da forma: $y - y_0 = m(x - x_0)$. F
- [ ] A parábola de equação $y^2 = x$ tem foco de coordenadas $F(\frac{1}{4}, 0)$. V
- [ ] O ponto $(1, 1/\sqrt{2})$ é exterior à circunferência $x^2 + y^2 = 1$ e é interior à circunferência $x^2 + y^2 = 2$. V
- [ ] O lugar geométrico dos pontos (x, y) do plano Oxy tais que $2x^2 + 6y - 3y^2 = 9$ é uma elipse. F
- [ ] As curvas $y = x^2$ e $y^2 = x$ se interceptam no plano Oxy em dois pontos. V
- [ ] As retas $2x + 3y - 6 = 0$ e $2y - 3x - 2 = 0$ são paralelas. F
- [ ] Se $ax + by + c = 0$, a, b e c reais, representa uma reta vertical, então $b = 0$. V
- [ ] O lugar geométrico dos pontos (x, y) do plano Oxy tais que $2x^2 + 3y^2 - 12x + 6y + 21 = 0$ é uma elipse. F