

Questão 5

Ainda não respondida

Vale 1,2 ponto(s).

🚩 Marcar questão

⚙️ Editar questão

Determine a equação geral da hipérbole de focos  $F_1(-3, 0)$  e  $F_2(3, 0)$ , cujo o eixo real mede 4.

Escreva a resposta no seguinte formato:  $ax^2+by^2+cx+dy+e=0$  (sem espaço e com  $a$  maior que 0), onde  $a, b, c, d, e$  são inteiros e primos entre si.

Resposta:

É fácil ver que os focos são pontos do eixo  $x$ . Isso significa que a hipérbole tem eixo real sobre o eixo  $x$ . Além disso, note que o centro  $C$  da hipérbole é a origem (por quê?). Desse modo, temos que:

- $c = 3$
- $2a = 4$  (a medida do eixo real)  
 $\therefore a = 2$

Podemos encontrar  $b$  através da relação  $c^2 = a^2 + b^2$ :

$$3^2 = 2^2 + b^2 \Rightarrow 9 = 4 + b^2 \Rightarrow b^2 = 5 \therefore b = \sqrt{5}$$

Dai, a hipérbole tem equação reduzida:  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$

$\downarrow$   $\downarrow$   
 $a^2$   $b^2$

Vamos reescrever essa equação no formato da equação geral:

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1 \xrightarrow{-4 \cdot 5} 5x^2 - 4y^2 = 4 \cdot 5 \Leftrightarrow 5x^2 - 4y^2 = 20 \Leftrightarrow \underline{\underline{5x^2 - 4y^2 - 20 = 0}}$$