Atenção

“O material a seguir é uma videoaula apresentada pelo bolsista Jardel Cabral, do Programa de Residência Pedagógica da UFPE. Com o professor André Costa como preceptor, o objetivo é utilizá-lo como material de estudos do IFPE para fins de atividades remotas no período de pandemia da Covid-19. Seu uso, sua cópia ou sua divulgação em parte ou no todo, por quaisquer meios existentes, somente poderá ser realizado mediante autorização expressa do servidor ou do IFPE. Caso contrário, estarão sujeitos às penalidades legais vigentes.”

18/11/2021

Matemática 5 (Química)

Aula 6

Jardel Cabral

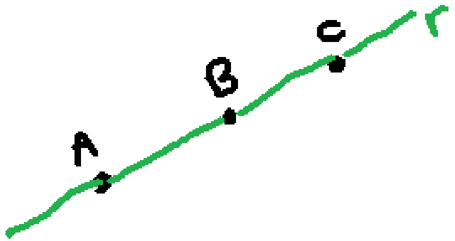
rp.jardelcabral@recife.ifpe.edu.br

Recapitulando o que vimos anteriormente

→ condição de alinhamento dos pontos $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$ e $C(x_C, y_C)$:

→ estarem sobre uma mesma reta

$$\begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix} = 0$$



→ Toda reta pode ser representada por pelo menos uma das equações abaixo:

- Eq. geral da reta
- Eq. Segmentária
- Eq. fundamental
- Eq. reduzida

• Equação geral da reta r:

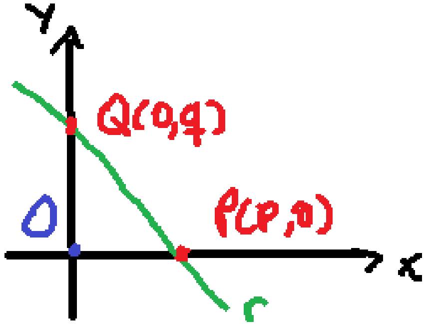
↳ Formato: $r: ax + by + c = 0$

$\Big(\underbrace{a, b, c}_{\text{coeficientes}} \in \mathbb{R}$ e $a = 0 \Rightarrow b \neq 0$ mas
$b = 0 \Rightarrow a \neq 0 \Big)$

↳ como obter: a partir de dois pontos $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$ de r:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \end{vmatrix} = 0$$

• Equação segmentária da reta r:



↳ formato: $r: \dfrac{x}{p} + \dfrac{y}{q} = 1$

↳ como obter: a partir dos pontos de interseção de r com os eixos ordenados

(Δ)

→ se $O(0,0) \in r$, não podemos utilizar a eq. p/ representar r

→ se não passar por um dos eixos: (Δ)

- Equação fundamental da reta r:

  ↳ Formato: $r: y - y_0 = m(x - x_0)$

  onde $P_0(x_0, y_0) \in r$ e $m = tg\,\theta$, onde θ é o ângulo que r faz com o eixo x (no sentido anti-horário). (∇)

  m: coeficiente angular

  ↳ como obter: a partir de um ponto $P_0 \in r$ e de θ (∇)

- Equação reduzida da reta r:

  ↳ formato: $r: y = mx + n$

  onde $m = tg\,\theta$, onde θ é (∇).

  m: coeficiente angular

  n: coeficiente linear

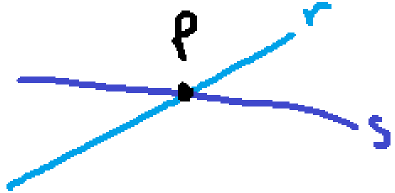
  ↳ como obter: a partir de um ponto $P_0 \in r$ e de θ (∇)

Obs: Não conseguimos representar retas verticais com essas equações

Posições relativas entre retas (no plano):

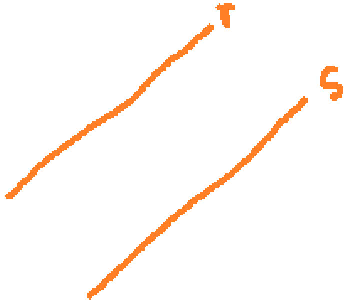
mais importante p/ nós

1) concorrentes



$\{P\} = r \cap s$

2) paralelas

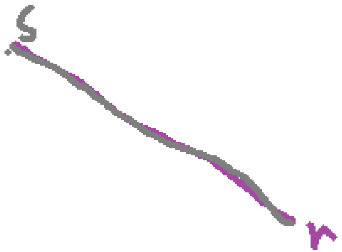


$r \cap s = \emptyset$

Notação: $r \parallel s$

"r paralela à s"

3) coincidentes



$r \cap s = r = s$

Interseção entre retas

Problema: Determine o ponto de interseção P entre as retas

$r: \ y = 11x - 17$ e $s: \ 3x + y - 25 = 0$.

Solução:

Se $P(x_P, y_P)$, então: 1) $y_P = 11x_P - 17$ (pois $P \in r$)

2) $3x_P + y_P - 25 = 0$ (pois $P \in s$)

Note que podemos reescrever 2) como $y_P = -3x_P + 25$. Porém, $y_P = y_P$. Logo,

$11x_P - 17 = -3x_P + 25$. Exercício: Termine a resolução!

Pro caso geral:

Considere as retas $r: ax+by+c=0$ e $s: Ax+By+C=0$. Podemos determinar o ponto $P(x,y)$ de interseção entre r e s resolvendo o sistema:

$$P: \begin{cases} ax+by+c=0 \\ Ax+By+C=0 \end{cases}$$

*: r e s concorrentes

□: r e s paralelas

x: r e s coincidentes

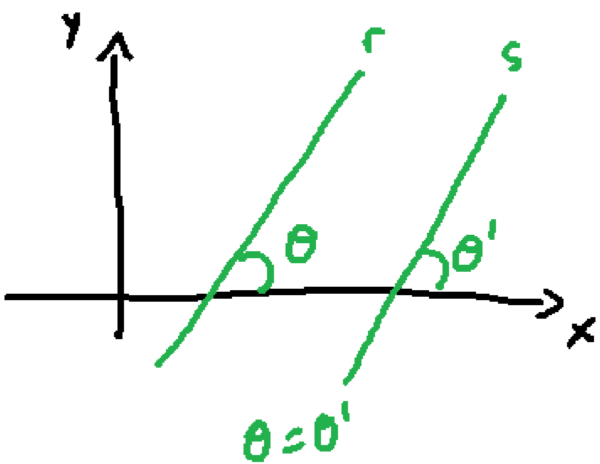
Obs$_1$: r e s não precisam estar na eq. geral

Obs$_2$: O sistema pode ser: SPD, SPI, SI

SPI ↪ sistema possível e indeterminado x

SI → sistema impossível □

SPD ↳ sistema possível e determinado *



Retas paralelas

Condições de paralelismo:

A) se $r: y = mx + n$ e $s: y = m'x + n'$, então

$$r \parallel s \iff m = m'$$

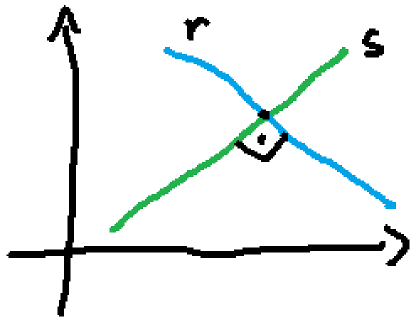
"se, e só se" ↳ $tg\,\theta$ ↳ $tg\,\theta'$

A') se $r: ax + by + c = 0$ e $s: Ax + By + C = 0$, então

$$r \parallel s \iff \frac{a}{A} = \frac{b}{B}$$

Caso SI visto anteriormente

retas perpendiculares (caso particular de retas concorrentes)



condições de perpendicularismo:

B) se $r: y = mx + n$ e $s: y = m'x + n'$, então

$$r \perp s \iff m \cdot m' = -1$$

"r perpendicular a s"

Na hiperApostila é possível ver a dedução!

B') se $r: ax + by + c = 0$ e $s: Ax + By + C = 0$, então

$$r \perp s \iff a \cdot A + b \cdot B = 0$$

Pode ser deduzida da condição B)

Questões propostas

1) Determine se as retas $r: 3x + 6y - 18 = 0$ e $s: \sqrt{5}x + \sqrt{20}y - 16 = 0$ são paralelas.

2) Determine k para que $r: y = 5x - 2$ e $s: kx + 3y - 9 = 0$ sejam paralelas.

3) Verifique se as retas $r: -6x + 2y - 5 = 0$ e $s: y = \frac{-x}{3} + 10$ são perpendiculares.

4) Determine L para que as retas $r: y = 5x - 1$ e $s: 7x + Ly - 9 = 0$

1) Determine se as retas $r: 3x + 6y - 18 = 0$ e $s: \sqrt{5}x + \sqrt{20}y - 16 = 0$ são paralelas.

Solução: pela condição A') de paralelismo, temos que

$$r \parallel s \iff \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{6}{\sqrt{20}} \quad (*)$$

(Note que $\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{6}{\sqrt{20}} \iff \frac{3}{6} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{20}}$)

Vamos verificar se $(*)$ é verdade:

- $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

- $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{20}} = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} \overset{(\Delta)}{=} \frac{1}{2}$

(Δ):

$$\begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ & 2^2 \cdot 5 \end{array} \longrightarrow \begin{aligned} \sqrt{20} &= \sqrt{2^2 \cdot 5} \\ &= \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{5} \\ &= 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

Note que $1/2 = 1/2$ então $(*)$ é verdade! $\therefore$ $r \parallel s$