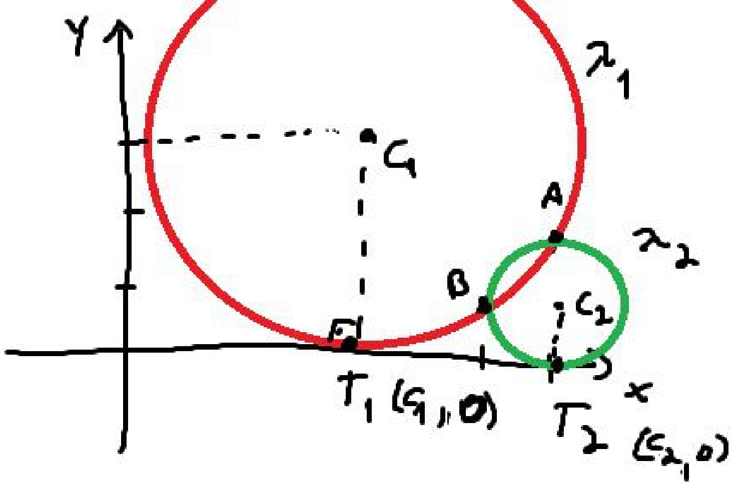
Tempo restante 0:59:26

Considere uma circunferência λ que passa pelos pontos $A(9,2)$ e $B(8,1)$ e é tangente ao eixo Ox. Assinale a(s) alternativa(s) verdadeira(s).

Atenção: a marcação de alternativa(s) não verdadeira(s) é(são) penalizada(s) na pontuação.

- ☐ a. O raio de λ é igual a 5.
- ☐ b. O centro de λ tem que estar sobre a reta $x+y=10$. V
- ☐ c. O raio de λ é igual a 1 ou 5.
- ☐ d. Existe uma única circunferência λ satisfazendo as condições.
- ☐ e. Uma solução de λ pode interceptar o 4° quadrante. F
- ☐ f. O raio de λ pode ser igual a 1.
- ☐ g. O ponto $C(11,-1)$ é um possível centro de λ.
- ☐ h. λ está no 1° quadrante ou sobre os eixos coordenados.



$\overleftrightarrow{C_1C_2}$ = mediatriz de A e B :

$$\overleftrightarrow{AB} : \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 9 & 2 & 1 \\ 8 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \iff x - y - 7 = 0$$

Temos
$$\begin{cases} (9-x_0)^2+(2-y_0)^2 = R^2 \\ (8-x_0)^2+(1-y_0)^2 = R^2 \end{cases} \Rightarrow (9-x_0)^2+(2-y_0)^2 = (8-x_0)^2+(1-y_0)^2$$

$$\iff x_0^2-18x_0+81+y_0^2-4y_0+4 = x_0^2-16x_0+64+y_0^2-2y_0+1$$

$$\iff 18x_0-16x_0+4y_0-2y_0 = 81+4-64-1$$

$$\iff 2x_0+2y_0 = 20 \iff \boxed{x_0+y_0=10}$$

. Logo, $y_0 = 10-x_0 \Rightarrow C_1(x_1, 10-x_1)$, $C_2(x_2, 10-x_2)$

Também: $\overleftrightarrow{C_1C_2} : x+y-10=0$.

Vimos que $C_1, C_2 \in x+y=10$. Note também que $y_0 = R$ pois as circunferências tem um raio indo do centro até o eixo x e que é perpendicular a ele.

Logo, $\begin{cases} x_0 + y_0 = 10 \\ y_0 = R \end{cases} \Rightarrow \boxed{x_0 = 10 - R}$. Substituindo numa das equações

da página anterior, temos: $(9-x_0)^2 + (2-y_0)^2 = R^2 \Rightarrow (9-10+R)^2 + (2-R)^2 = R^2$

$\Leftrightarrow (-1-R)^2 + (2-R)^2 = R^2 \Leftrightarrow R^2 - 2R + 1 + R^2 - 4R + 4 = R^2 \Leftrightarrow R^2 - 6R + 5 = 0$

$\Leftrightarrow (R-1)(x-5) = 0 \Leftrightarrow R = 1$ ou $R = 5$

$\swarrow$ $\downarrow$

$x_0 = 9$, $y_0 = 1$ $\qquad$ $x_0 = 5$, $y_0 = 5$

Logo, $\lambda_1 : (x-9)^2 + (y-1)^2 = 1$ e $\lambda_2 : (x-5)^2 + (y-5)^2 = 25$

Note que λ_2 tangencia o eixo x e o eixo y (basta tomar $x=0$). Logo,

(b), (c), (f) e (h) são verdadeiras