

Questão 9

Ainda não respondida

Vale 1,2 ponto(s).

Marcar questão

Editar questão

Considere a hipérbole ϵ , de equação $-25x^2 + 150x + 16y^2 - 128y - 369 = 0$.

Determine a equação de uma das assíntotas à ϵ . Forneça a solução exatamente da forma " $ax+by+c=0$ ", *sem espaços, nessa ordem, com coeficientes inteiros primos entre si.*

Resposta:

Vamos reescrever a equação de ϵ no formato da equação reduzida:

$$\begin{aligned} -25x^2 + 150x + 16y^2 - 128y - 369 &= 0 \Leftrightarrow -25(x^2 - 6x + 9) + 16(y^2 - 8y + 16) = 369 - 25 \cdot 9 + 16 \cdot 16 \\ \Leftrightarrow -25(x-3)^2 + 16(y-4)^2 &= 369 - 225 + 256 \Leftrightarrow -25(x-3)^2 + 16(y-4)^2 = 400 \\ \Leftrightarrow \frac{-25(x-3)^2}{400} + \frac{16(y-4)^2}{400} &= \frac{400}{400} \Leftrightarrow \frac{-(x-3)^2}{16} + \frac{(y-4)^2}{25} = 1 \Leftrightarrow \frac{(y-4)^2}{25} - \frac{(x-3)^2}{16} = 1 \end{aligned}$$

Podemos encontrar a equação das retas assíntotas da hipérbole ao resolvermos a equação: $\frac{(y-4)^2}{25} - \frac{(x-3)^2}{16} = 0 \Leftrightarrow \frac{(y-4)^2}{25} = \frac{(x-3)^2}{16} \xrightarrow{\sqrt{\quad}} \sqrt{\frac{(y-4)^2}{25}} = \sqrt{\frac{(x-3)^2}{16}}$

Podemos encontrar a equação das retas assíntotas da hipérbole ao resolvermos a equação: $\frac{(y-4)^2}{25} - \frac{(x-3)^2}{16} = 0 \Leftrightarrow \frac{(y-4)^2}{25} = \frac{(x-3)^2}{16} \xrightarrow{\sqrt{\quad}} \sqrt{\frac{(y-4)^2}{25}} = \sqrt{\frac{(x-3)^2}{16}}$

$$\Leftrightarrow \frac{|y-4|}{5} = \frac{|x-3|}{16} \Leftrightarrow |y-4| = \frac{5}{16}|x-3| \Leftrightarrow y-4 = \pm \frac{5}{16}(x-3)$$

$$\Leftrightarrow y-4 = +\frac{5}{16}(x-3) \quad \text{ou} \quad y-4 = -\frac{5}{16}(x-3). \text{ Essas equações ao lado}$$

são as equações das retas assíntotas da hipérbole. Vamos escolher uma para reescrever no formato da equação geral:

$$y-4 = \frac{5}{16}(x-3) \Leftrightarrow 16(y-4) = 5(x-3) \Leftrightarrow 16y - 64 = 5x - 15 \Leftrightarrow 5x - 16y + 49 = 0$$