Os Canibais e os Missionários

Jardel Felipe de Carvalho
Ana Flávia Lemos
Marlon Silveira Basílio

[1]São João del Rei – MG

[2]Departamento de Ciência da Computação – Universidade Federal de São João del Rei

Resumo. *Este texto detalha as definições utilizadas para a solução do problema dos Canibais e Missionários através do algoritmo de Busca por Aprofundamento Iterativo. O problema corresponde a uma atividade da disciplina de Inteligência Artificial na Universidade Federal de São João del Rei. Este texto apresenta somente a formulação das definições que guiaram a implementação do algoritmo, o resultado foi fornecido de maneira expositiva.*

1. Os Canibais e os Missionários

O problema dos Canibais e os Missionários foi assunto de um trabalho (Amarel, 1968) no qual abordava a solução de problemas sob um ponto de vista analítico.

O problema consiste na travessia de três missionários e três canibais de uma margem de um rio a outra. O barco utilizado para transporte possui a capacidade de transportar até duas pessoas. As margens do rio devem ter configurações que respeitem as restrições $C \leq M$ se $M \neq 0$ para $M, C \geq 0$, ou seja, se o número de missionários M é positivo então o número de canibais C deve ser o mesmo ou menor.

2. PEAS

Abaixo é descrito o PEAS(Performance, Environment, Actuators, Sensors) [RUSSEL and Norvig 2013] visando apresentar elementos do problema de maneira objetiva.

- Agente: Algoritmo de Busca por Aprofundamento Iterativo.
- Dados perceptivos: Número de canibais e missionários em ambas as margens do rio.
- Ações: Incrementar e decrementar o número de canibais e missionários em cada margem.
- Objetivo: Fazer com que existam 6 pessoas do lado oposto do rio.
- Ambiente: As margens de um rio.

3. Modelagem do problema

Definimos ambas as margens do rio como dois vetores $u, v \in \mathbb{N}^2$, sendo que $u = (M, C)$.

Definição 1 (Quantidade coerente) *A quantidade de pessoas em uma margem de um rio representada por um vetor u é coerente se $f(u) = 1$, sendo que:*

$$f(u) = \begin{cases} 0 & M < 0 \textit{ ou } C < 0 \\ 1 & \textit{caso contrário} \end{cases} \tag{1}$$

Definição 2 (Distribuição válida) *A distribuição de pessoas em uma margem de um rio representada por um vetor u é válida se $g(u) = 1$, sendo que:*

$$g(u) = \begin{cases} 0 & M > 0 \text{ e } M < C \\ 1 & \text{caso contrário} \end{cases} \tag{2}$$

A *Definição 1* expressa o fato de que a quantidade de missionários e canibais em uma margem só é coerente se for maior ou igual a zero, ou seja $f(u) = 1$, já a *Definição 2* resume a restrição do problema para as margens, ou seja, $g(u) = 1$ quando o número de missionários é maior ou igual ao número de canibais para uma quantidade positiva de missionários.

O barco associado ao problema pode ser representado por um vetor $w \in W$ sendo $W = \{(0,1), (1,0), (0,2), (2,0), (1,1)\}$, repare que W é composto por vetores cuja soma das coordenadas é no máximo 2, o que expressa a restrição do problema para o número de tripulantes. A notação utilizando vetores permite com que o transporte de pessoas de um lado a outro do rio seja efetuado utilizando apenas soma de vetores, se o barco representado por w parte da margem indicada pelo vetor u para a margem indicada pelo vetor v temos o resultado deste evento expresso como $u + (-w)$ e $u + w$.

Definição 3 (Estado) *Um espaço de estados é composto por estados $s_j = (u, v, k)$ sendo u, v dois vetores que representam a configuração de cada margem e $k \in [1, -1]^*$ um número natural que indica o sentido da próxima travessia a ser efetuada pelo barco.*

Definição 4 (Transição no espaço de estados) *Seja s_i um estado do espaço, temos que $s_i^j = t(s_i, w)$ para $w \in W$ e $i \neq j$ é o estado alcançado através da transição $i \to j$.*

$$t(s, w) = (u + (-k)w, v + kw, -k) \tag{3}$$

A *Definição 4* pode ser melhor explicada através de um exemplo. Considere $u = (3, 3)$ e $v = (0, 0)$ dois vetores indicando as margens esquerda e direita do rio no estado i, a próxima travessia a ser efetuada é obviamente da esquerda para a direita, portanto, $k = 1$, agora assuma que será transportado um canibal e um missionário para o outro lado, ou seja, $w = (1, 1)$, temos que após a travessia, isto é, o estado $s_i^j = t(s_i, w) = ((2, 2), (1, 1), -1)$. Repare que k_j passa a ser negativo, o que aponta que a próxima travessia deve ser da direita para a esquerda, se fizermos o uso do mesmo vetor w temos que $s_j^i = t(s_j, w) = ((3, 3), (0, 0), 1)$, ou seja, todos os passageiros que atravessaram em $i \to j$ retornaram para a margem esquerda em $j \to i$.

Definição 5 (Estado alcançável) *Sendo $s_i = (u, v, k)$ um estado do espaço, dizemos que o estado s_j é alcançável por s_i para $i \neq j$ se e somente se existir um $w \in W$ de forma que para $s_i^j = t(s_i, w) = (u_j, v_j, k_j)$ tenhamos $f(u_j) + f(v_j) + g(u_j) + g(v_j) = 4$.*

A *Definição 5* tem como objetivo garantir que cada transição no espaço de estados só seja inserida no conjunto solução caso resulte em um novo estado que esteja de acordo com as restrições do problema, isto é, *Quantidade coerente* e *Distribuição válida*.

Definição 6 (Estado aceso) *Um estado s_j é aceso quando em algum momento durante a busca $s_j = t(s_i, w)$ sendo $w \in W$ e $i \neq j$.*

Definição 7 (Pilha de execução) *Definimos $STACK$ como uma pilha de execução contendo todos os estados acessos $\{s_0, s_0^i, ..., s_j^k\}$ durante a busca. O elemento mais a direita se encontra no topo.*

Definição 8 (Estado origem e objetivo) *O estado de origem é definido como $s_0 = ((3,3),(1,1),1)$ e o estado objetivo $s_f = ((0,0),(3,3),-1)$.*

Definição 9 (Transição válida) *A transição $i \rightarrow j$ é válida se o estado s_j for alcançável a partir de s_i (Definição 5) e $p(s_j, k_i, k_j) = 1$.*

$$p(s_j, k_i, k_j) = \begin{cases} 0 & STACK \neq \emptyset, s_j = s_n, -k_n = k_i \textit{ e } k_n = k_j, \textit{ sendo } s_n \in STACK \\ 1 & \textit{caso contrário} \end{cases} \tag{4}$$

Ou seja, uma transição é válida quando possuir uma *Quantidade Coerente* e uma *Distribuição válida* para ambas as margens e além disso, a mesma não existir na pilha de execução, dessa forma garantimos que não existam transições repetidas na solução e consequentemente evitamos loops na execução do algoritmo.

Vale ressaltar que uma configuração c de canibais e missionários em ambas as margens pode reaparecer durante a busca pela solução, entretanto, existe uma diferença sutil que pode diferi-la em seus múltiplos reaparecimentos como o lado do rio que o barco se encontra, portanto, a motivação por traz da escolha de $s_i = (u, v, k)$ para a representação de estados vem da necessidade de diferir a configuração c a partir do valor de k.

4. Conclusão

A partir das definições apresentadas foi possível pontuar de forma precisa quais são os casos no espaço de estados que podem ser ignorados na busca pela solução ótima.

Referências

RUSSEL, S. and Norvig, P. (2013). Inteligência artificial. tradução de regina célia smille. *Rio de Janeiro: Campus Elsevier*.