

## Exercícios 1.

**Descreva o funcionamento de uma máquina de Turing M original que reconhece a linguagem  $L = \{ w \mid w \text{ é uma string de 0's e 1's que contém a mesma quantidade de 0's e 1's } \}$ .**

R.: O funcionamento de uma máquina de Turing M original funciona da seguinte forma:

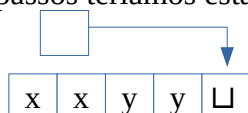
- Estado atual da máquina
- Conteúdo atual da fita, neste caso  $\{0,1\}^* w \mid w$
- Posição atual da cabeça da fita

Ao considerarmos uma entrada aceitável tal que  $L = \{0, 0, 1, 1\}$

Teríamos então o seguinte funcionamento da máquina M:

1. Execute o seguinte processo de substituição de 0's e 1's por x's e y's: Substitua um 0 por x e vá para a direita até encontrar um 1. Substitua o 1 por y e vá para a esquerda até encontrar um x. Vá para a célula da direita para recomençar o processo
2. Se nenhum 0 for encontrado, rejeite. Se algum 1 correspondente a um 0 não for encontrado, rejeite. Quando todos os 0's tiverem sido substituídos por x's, verifique se existem 0's ou 1's à direita do último y. Se sim, rejeite; senão, aceite

Ao finalizar os passos teríamos esta saída:



em consequência a máquina aceitaria após este passo se decidível.  
configuração de aceitação: xxyyq5□ origina qaceita.

## Exercícios 2.

**Descreva formalmente uma máquina de Turing M original que reconhece a linguagem  $L = \{ w \mid w \text{ é uma string de 0's e 1's que contém a mesma quantidade de 0's e 1's } \}$ .**

Descrição do funcionamento de uma máquina de Turing M original é dada por:

Uma máquina de Turing é uma 7-upla  $(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_{aceita}, q_{rejeita})$ , onde  $Q, \Sigma, \Gamma$  são conjuntos finitos e

- $Q$  é o conjunto de estados em que a máquina pode estar,
- $\Sigma$  é o alfabeto de entrada, que não contém o símbolo  $\sqcup$  (célula em branco),
- $\Gamma$  é o alfabeto da fita, que satisfaz  $\sqcup \in \Gamma$  e  $\Sigma \subseteq \Gamma$ ,
- $\delta : Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{ L, R \}$  é a função de transição,
- $q_0 \in Q$  é o estado inicial da máquina,
- $q_{aceita} \in Q$  é o estado de aceitação e
- $q_{rejeita} \in Q$  é o estado de rejeição, que é diferente de  $q_{aceita}$

Descrição do funcionamento da máquina para as definições propostas:  
A primeira fita busca um símbolo diferente de y e 0 mais a esquerda.

A máquina de Turing M é uma 7-upla  $(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_{aceita}, q_{rejeita})$ , onde  $Q, \Sigma, \Gamma$  são conjuntos finitos e

- $Q =$  (ver próximos passos)
- $\Sigma = \{ 0, 1 \}$  (não contém o símbolo  $\sqcup$ )

- $\Gamma = \{ 0, 1, x, y, \sqcup \}$ ,
- $\delta: Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{ L, R \}$  é a função de transição
- $q_0 \in Q$  é o estado inicial da máquina,
- $q_{aceita} \in Q$  é o estado de aceitação e
- $q_{rejeita} \in Q$  é o estado de rejeição, que é diferente de  $q_{aceita}$
- Em um diagrama de estados de  $q_i$ , para cada estado  $q_i \in Q$  e cada símbolo  $0$  ou  $1 \in \Gamma$ , existe exatamente uma transição saindo de  $q_i$  com rótulo de  $0$ 's ou  $1$ 's
- Adotamos a seguinte convenção: Para cada estado  $q_i \in Q$  e cada símbolo  $a \in \Gamma$ , se a transição saindo de  $q_i$  com rótulo  $a$  está omitida do diagrama, então esta transição leva para o estado de rejeição e tem o formato  $a \rightarrow a, R$ , neste exemplo  $0 \rightarrow 0, \{L, R\}$  ou  $1 \rightarrow 1, \{L, R\}$

Estado formal dos possíveis passos dados por um diagrama deste funcionamento para a entrada  $L\{0,0,1,1\}$ :

$M = (\{ q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5 \}, \{ 0, 1 \}, \{ 0, 1, x, y, \sqcup \}, q_0, q_4, q_5)$ .

### Exercícios 3.

**Considere uma máquina de Turing  $M$  com 2 fitas que reconhece a linguagem**

**$L = \{ w \mid w \text{ é uma string de } 0\text{'s e } 1\text{'s que contém a mesma quantidade de } 0\text{'s e } 1\text{'s} \}$  e que funciona da seguinte maneira:**

- **A primeira fita de  $M$  é usada para armazenar a string de entrada;**
- **A segunda fita de  $M$  é usada para armazenar a quantidade de  $0$ 's a mais do que  $1$ 's ou a quantidade de  $1$ 's a mais do que  $0$ 's que existem na parte já lida da string de entrada.**

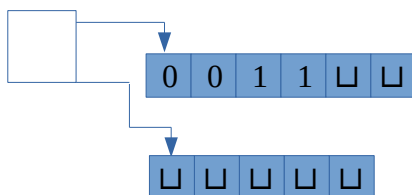
**Construa um diagrama de estados para  $M$  e explique sucintamente o que representa cada estado.**

R:.

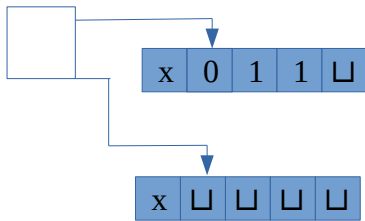
Descrição da máquina:

- $\delta: Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{ L, R, S \}$  é a função de transição
- $q_0 \in Q$  é o estado inicial da máquina,
- $q_{aceita} \in Q$  é o estado de aceitação e
- $q_{rejeita} \in Q$  é o estado de rejeição, que é diferente de  $q_{aceita}$
- $\Sigma = \{0,0,1,1\}$ ;
- $\Gamma_m = \{ 0, 1, x, y, \sqcup \}$ ;

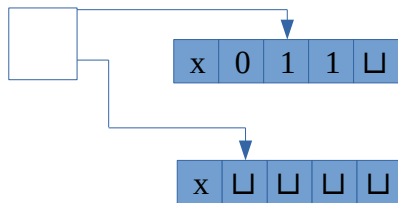
considerando a segunda fita apenas parar marcar  $0$ 's já lidos, temos:



Ambas as fitas iniciam com a cabeça no início e operam da mesma forma (marca x e vai a direita), somente se for entradas com o primeiro simbolo igual a 0, do contrário rejeita.

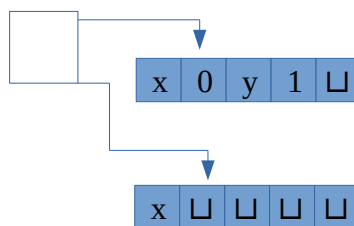
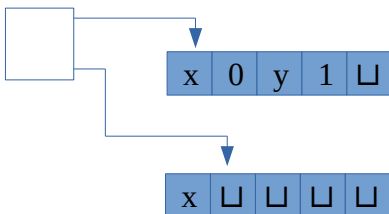


Após este passo a primeira fita(de cima) continua a direita em busca de um simbolo diferente de 0, e ao encontrar marca com y, enquanto a segunda fita (de baixo) fica estática.

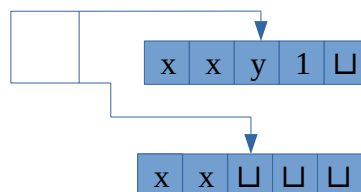
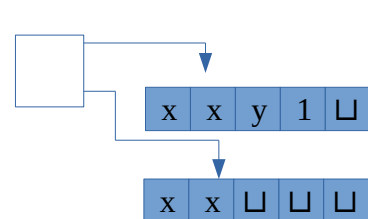


Ou seja a primeira fita anda para direita e encontra o 1, marca y no lugar e retorna a esquerda buscando por um elemento diferente de 0 e y, neste caso x, a segunda fita permanece estática.

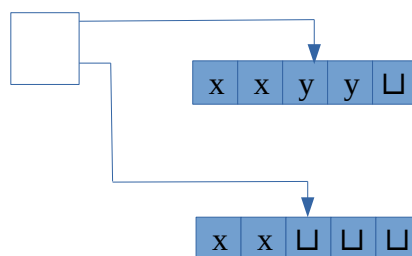
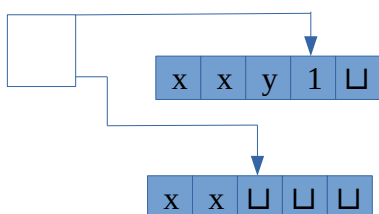
Neste exemplo pulei o passo x0qi11uu origina xqj0y1uu



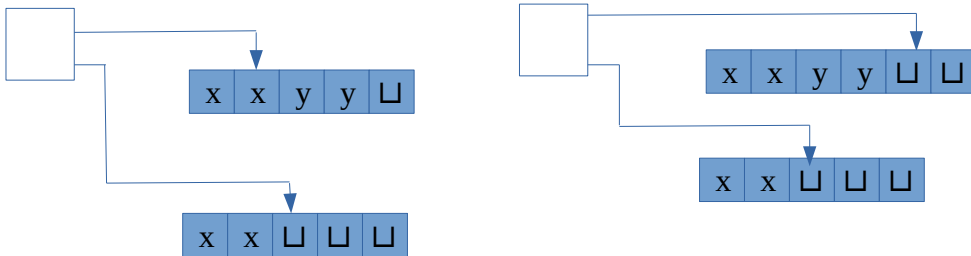
Assim que a fita de cima encontra o x a esquerda ela anda uma posição a direita e encontra o simbolo 0, marca com o x na primeira fita e supostamente marca com x segunda fita também.



Após este passo a primeira fita(de cima) continua a direita em busca de um simbolo diferente de 0 e y, e marca com y se existir, do contrário rejeita. A primeira fita marca com x e vai anda uma posição a direita.



A primeira fita busca um símbolo diferente de y e 0 mais a esquerda.



Máquina verifica que o símbolo anterior é x e não existem mais 0's a direita, entra em estado de verificação, processa novamente a fita até o ultimo elemento. E se existir ainda valores não nulos a máquina rejeita, do contrario aceita.

Nesta string aceita.

Diagrama de estado:

