# EJERCICIO DE DISTRIBUCIONES

JARED TOLEDO ACUÑA

28 DE MARZO DE 2020

UPZMG
2° DISEÑO INDUSTRIAL

1) Se ha tomado una muestra aleatoria de 100 individuos a los que se les ha preguntado la cantidad de dinero que tienen en la cartera, obteniéndose una media muestral de 110 €. Se sabe que la desviación típica de la población es de 20 €.

**a) Obtener un intervalo de confianza, al 90%, para la cantidad de dinero en la cartera de la población. 106.71,113.29**
**b) ¿Cuál es el error máximo cometido con la estimación anterior? 3.29**
**c) Si deseamos que el error cometido, con el mismo nivel de confianza, sea la décima parte del apartado anterior, ¿cuál ha de ser el tamaño de la muestra? 10,000**

Procedimiento:

$1 - \alpha = 0.90 \Rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0.05} = 1.645$

$\alpha = 1 - 0.90 = 0.10$

$P(Z \leq z_{\alpha/2}) = \dfrac{1 + \frac{Nc}{100}}{2} = \dfrac{1 + \frac{90}{100}}{2} = \dfrac{1.90}{2} = 0.95$

$\left(\bar{x} - z_{\alpha/2} \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\alpha/2} \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(100 - 1.645 \dfrac{20}{\sqrt{100}}, 100 + 1.645 \dfrac{20}{\sqrt{100}}\right) =$ Resultado a) $(106.71, 113.29)$

$E = z_{\alpha/2} \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.645 \cdot \dfrac{20}{\sqrt{100}} =$ Resultado b) $3.29$

$0.10 \cdot 3.29 = 0.329$

$n = \left(z_{\alpha/2} \dfrac{\sigma}{E}\right)^2 = \left(1.645 \cdot \dfrac{20}{0.329}\right)^2 = 100^2 =$

Resultado c) 10.000

2) El tiempo en minutos dedicado a escuchar música por los estudiantes de secundaria de una cierta ciudad se supone que es una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica igual a 15 minutos. Se toma una muestra aleatoria simple de 10 estudiantes y se obtienen los siguientes tiempos (en minutos):

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 91 | 68 | 39 | 82 | 55 |
| 70 | 72 | 62 | 54 | 67 |

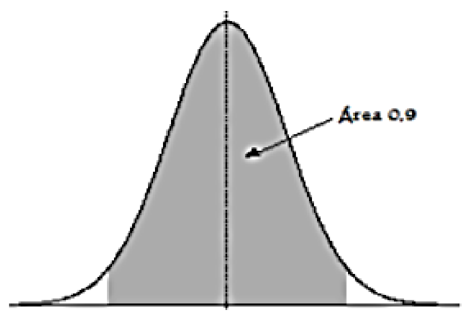
**a) Determínese un intervalo de confianza al 90 % para el tiempo medio diario dedicado a escuchar música por un estudiante.**

**b) Calcúlese el tamaño muestral mínimo necesario para conseguir una estimación de la media del tiempo diario dedicado a escuchar música con un error menor que 5 minutos, con un nivel de confianza del 95 %.**

**Solución:**

a)

La media muestral es: $\bar{x} = \frac{91+68+39+82+55+70+72+62+54+67}{10} = \frac{660}{10} = 66$




Como $\alpha = 0,1 \Rightarrow 1 - \alpha = 0,9$ tenemos: $P(-z_{\alpha/2} \leq z \leq z_{\alpha/2}) = 0,9$

$P(-z_{\alpha/2} \leq z \leq z_{\alpha/2}) = P(z \leq z_{\alpha/2}) - (1 - P(z \leq z_{\alpha/2})) = 0,9$

$P(z \leq z_{\alpha/2}) = \frac{0,9+1}{2} = 0,95 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1,64$

Intervalo de confianza:

$$\left(\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(66 - 1,64\frac{15}{\sqrt{10}}, 66 + 1,64\frac{15}{10}\right) = (58,22; 73,78).$$

b)

Como $1 - \alpha = 0,95$ entonces $P(-z_{\alpha/2} \leq z \leq z_{\alpha/2}) = 0,95 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$

Error $= z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n} \geq z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{Error} = 1,96 \cdot \frac{15}{5} = 5,88 \Rightarrow n \geq 34,57$

El tamaño mínimo de la muestra es 35.

3) La vida media de un determinado modelo de bombilla sigue una distribución normal con desviación típica igual a 60 días. Elegida una muestra y con un nivel de confianza del 98% se obtiene el intervalo (388,68, 407,32) para la vida media. Calcule la media y el tamaño de la muestra elegida. Detalle los pasos realizados para obtener los resultados.

Intervalo de confianza del 98% :

$$1-\alpha = 0.98 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 1-0,98 = 0,02 \quad \Rightarrow z_{\alpha/2} = z_{0,01} = 2,33$$

$$P\left(Z \le z_{\alpha/2}\right) = \frac{1+\dfrac{N_c}{100}}{2} = \frac{1+\dfrac{98}{100}}{2} = \frac{1,98}{2} = 0,99$$

Por tanto al buscar dentro de la tabla de la distribución normal 0,99 se obtiene 2,33

La media de la muestra es el punto medio del intervalo:

$$\overline{x} = \frac{388,68+407,32}{2} = 398 \text{ días}$$

La amplitud del intervalo es: $407,32 - 388,68 = 18,64$

$$E = z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{18,64}{2} = 9,32$$

$$9,32 = 2,33 \cdot \frac{60}{\sqrt{n}} \quad \Rightarrow \quad n = \left(\frac{2,33 \cdot 60}{9,32}\right)^2 = 15^2 = 225 \text{ bombillas}$$