

Ingeniería de control

Nuevas estructuras de control y control de sistemas complejos

Javier Rico Azagra

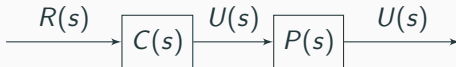
Curso 2019-2020

Universidad de La Rioja

Nuevas estructuras de control

Control feedforward

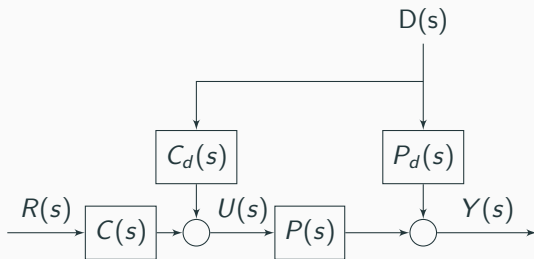
- El control *feedforward* o prealimentado es una técnica sencilla que permite complementar el control realimentado mejorando las prestaciones en el seguimiento de referencias o en el rechazo de perturbaciones medibles.
- Consiste en inyectar señales a la entrada de la planta en lazo abierto
- **Siempre** debe emplearse junto con un lazo de control en lazo cerrado.
- Idea inicial: si queremos que el comportamiento de un sistema frente a un escalón unitario este determinado por $M(s)$, empleando control en lazo abierto el controlador esta determinado por



$$C(s) = \frac{M(s)}{P(s)} \quad (1)$$

Control feedforward

Esta idea puede emplearse en el problema de rechazo de perturbaciones medibles. Si puede medirse la perturbación D , puede emplearse la estructura de control



$$C(s) = \frac{M(s)}{P(s)}; \quad C_d(s) = \frac{-P_d(s)}{P(s)} \quad (2)$$

Problemas:

- Existen perturbaciones no medibles. Si no se realimenta la variable gobernada estas perturbaciones no son detectadas.
- La incertidumbre paramétrica impide determinar un controlador de prealimentación. Debe tenerse en cuenta que $P(s)$ corresponde con un conjunto de plantas dentro del espacio de la incertidumbre $P(s) \in \mathcal{P}(s)$. Ejemplo motor cc estudiado en prácticas:

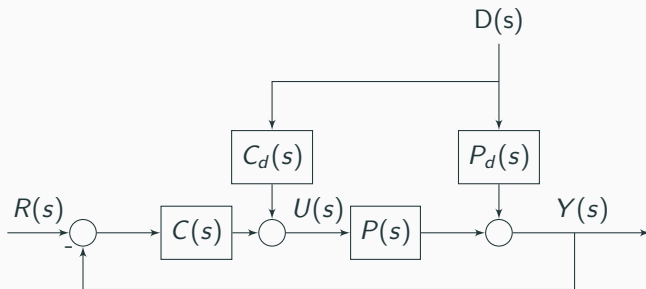
$$\mathcal{P}(s) = \left\{ \frac{k}{\tau s + 1}, k \in [150, 300], \tau \in [0.08, 0.15] \right\} \quad (3)$$

- Existen plantas que no tienen inversa.
- Podemos obtener controladores no causales.
- Las plantas inestables deben ser gobernadas en lazo cerrado para ser estabilizadas.

Control feedforward

Por todos estos motivos las arquitecturas de control *feedforward* se encuentran acompañadas de un controlador de realimentación.

Feedforward para perturbaciones medibles:



El controlador de realimentación se diseña como si no tuviésemos controlador *feedforward* y su misión es el seguimiento de referencias, el rechazo de perturbaciones no medibles.

El controlador $C_d(s)$ se obtiene según

$$C_d(s) = \frac{-P_d(s)}{P(s)}. \quad (4)$$

Como se ha descrito anteriormente, existen numerosos retos para su obtención, dado que se encuentra ligado a la inversa de la planta $P(s)$.

Ejemplos:

- Retardo:

$$P(s) = \frac{1}{(\tau s + 1)} e^{-Ls} \rightarrow P^{-1}(s) = (\tau s + 1) e^{Ls}. \quad (5)$$

El controlador $C_d(s)$ contiene un predictor, por lo tanto es no causal y no puede implementarse.

Ejemplos:

- Sistemas de fase no mínima

$$P(s) = \frac{(-\tau_z s + 1)}{(\tau_p s + 1)} \rightarrow P^{-1}(s) = \frac{(\tau_p s + 1)}{(-\tau_z s + 1)}. \quad (6)$$

El controlador $C_d(s)$ contiene un polo inestable, por lo tanto no puede implementarse.

- La diferencia entre polos y ceros en $P(s)$ es mayor a la diferencia entre polos y ceros de $P_d(s)$.

$$C_d(s) = \frac{\text{num}_{P_d} \text{den}_P}{\text{den}_{P_d} \text{num}_P} \quad (7)$$

El controlador $C_d(s)$ presenta más polos que ceros y por lo tanto no es implementable.

En todos estos casos pueden emplearse dinámicas inversas aproximadas.

Algunas técnicas que pueden emplearse:

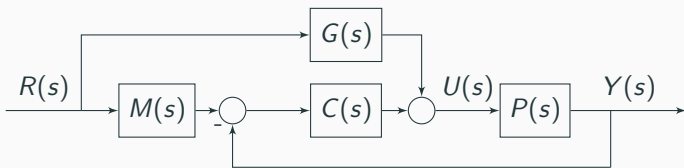
- Simplificación de dinámicas Pueden emplearse modelo simplificados para simplificar las funciones de transferencia. En última instancia, puede emplearse un modelo que contenga únicamente una ganancia.

$$P^*(s) \approx P(0) \quad (8)$$

- Empleo de polos de alta frecuencia. Pueden añadirse polos de alta frecuencia para aumentar el número de polos de del controlador.
- Eliminación de retardos. Pueden eliminarse el retardo si este no presenta una magnitud elevada.

Control feedforward. Seguimiento de referencias

Podemos emplear acciones de control *feedforward* para mejorar el seguimiento de referencias. En estos casos se emplea la arquitectura de control



donde $M(s)$ corresponde con el modelo de comportamiento deseado. El controlador de prealimentación se diseña empleando

$$G(s) = \frac{M(s)}{P(s)} \quad (9)$$

En este caso, el error de seguimiento está determinado por

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{M(s) - G(s)P(s)}{1 + P(s)C(s)}, \quad (10)$$

y es nulo si el modelo de la planta es preciso y presenta una inversa realizable.

En este caso vuelven a presentarse los problemas analizados anteriormente para el cálculo de la inversa de la planta. No obstante, parte de estos problemas pueden minimizarse, dado que en este caso $M(s)$ es elegible por el ingeniero de control.

Ejemplos:

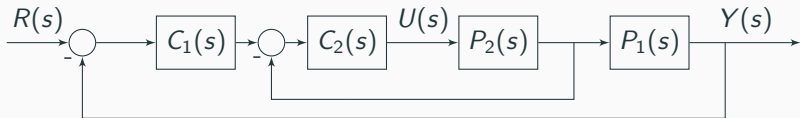
- Sistemas con retardo. Podemos conseguir que $G(s)$ sea causal empleando un modelo $M(s)$ que incorpore un retardo igual o superior al de la planta:

$$M(s) = \frac{num_M}{den_M} e^{-Ls}; \quad P(s) = \frac{num_P}{den_P} e^{-Ls}; \quad G(s) = \frac{num_M den_P}{den_M num_P}. \quad (11)$$

- Sistemas inestables. Debemos seleccionar un modelo $M(s)$ que presente un cero de fase no mínima que se sitúe en la posición del polo inestable.
- Debemos seleccionar un modelo $M(s)$ con exceso de polos igual a de la planta $P(s)$.
- Pueden emplearse dinámicas aproximadas del mismo tipo en $M(s)$ y en $P(s)$.

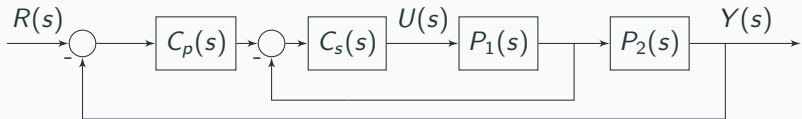
Control en cascada

- Arquitectura de control muy empleada en la industria del proceso.
- Especialmente interesante cuando existen dinámicas elevadas entre la acción de control y la variable gobernada.
- Pueden emplearse una variable intermedia con dinámica más rápida para mejorar el comportamiento del sistema.
- Se gobierna el sistema anidando lazos de control.
- Pueden anidarse más de dos lazos.



Control en cascada

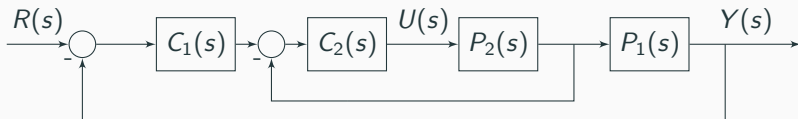
- Lazo de control secundario \rightarrow lazo interno.
- Lazo de control primario \rightarrow lazo externo.
- Los libros no siguen la nomenclatura empleada. En muchas ocasiones se emplea:



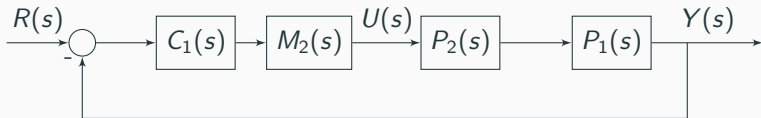
- En la mayor parte de las ocasiones se persigue que el lazo interno detecte la perturbación y la corrija de forma agresiva.
- Debe tenerse en cuenta que el empleo de integradores en C_s no garantiza la eliminación del error en régimen permanente.

Control en cascada. Ecuaciones

Partiendo de la estructura de control inicial:



Para obtener el comportamiento de lazo cerrado simplificamos el lazo interno:



$$M_2(s) = \frac{C_2 P_2}{1 + C_2 P_2} \quad (12)$$

Obtenemos la función de transferencia del lazo principal

$$\begin{aligned}\frac{Y(s)}{R(s)} &= \frac{C_1 M_2 P_1}{1 + C_1 M_2 P_1} = \frac{C_1 \frac{C_2 P_2}{1 + C_2 P_2} P_1}{1 + C_1 \frac{C_2 P_2}{1 + C_2 P_2} P_1} \\ &= \frac{C_1 C_2 P_1 P_2}{1 + C_2 P_2 + C_1 C_2 P_1 P_2} \quad (13)\end{aligned}$$

Este procedimiento puede seguirse para obtener el comportamiento de las tres señales principales $Y(s)$, $E(s)$, $U(s)$ en función de las entradas del sistema $R(s)$, $D_{in}(s)$, $D_{out}(s)$, $N_1(s)$ y $N_2(s)$.

Véase como en al cerrar un lazo adicional aparece una nueva fuente de ruido N_2 .

Control en cascada. Ecuaciones

$$Y(s) = \frac{C_1 C_2 P_1 P_2}{1 + L_t} R(s) + \frac{P_1 P_2}{1 + L_t} D_{in}(s) + \frac{1 + C_2 P_2}{1 + L_t} D_{out}(s) - \frac{C_1 C_2 P_1 P_2}{1 + L_t} N_1(s) - \frac{C_2 P_1 P_2}{1 + L_t} N_2(s) \quad (14)$$

$$E(s) = \frac{1}{1 + L_t} R(s) - \frac{P_1 P_2}{1 + L_t} D_{in}(s) - \frac{1}{1 + L_t} D_{out}(s) + \frac{C_2 P_2 P_1}{1 + L_t} N_1(s) - \frac{C_2 P_1 P_2}{1 + L_t} N_2(s) \quad (15)$$

$$U(s) = \frac{C_1 C_2}{1 + L_t} R(s) + \frac{1}{1 + L_t} D_{in}(s) - \frac{C_1 C_2}{1 + L_t} D_{out}(s) - \frac{C_2}{1 + L_t} N_1(s) - \frac{C_1 C_2}{1 + L_t} N_2(s) \quad (16)$$

Donde $L_t = C_2 P_2 + C_1 C_2 P_1 P_2$.

Condiciones para aplicar control en cascada:

- Debe existir una relación bien definida entre las variables de medida primaria y secundaria.
- Las perturbaciones principales del sistema deben actuar en el lazo interno.
- La dinámica del lazo interno debe ser más rápida que la del lazo externo. Como regla se establece que los tiempos de residencia medios deberían presentar una razón de, al menos, 5.
- Es deseable que se pueda aplicar una alta ganancia en el controlador empleado el lazo interno.

Control en cascada. Ejemplo

Considérese el UAV estudiado en prácticas. Si se fijan todos los ejes menos uno, la ecuación que define la rotación del mismo esta determinada por :

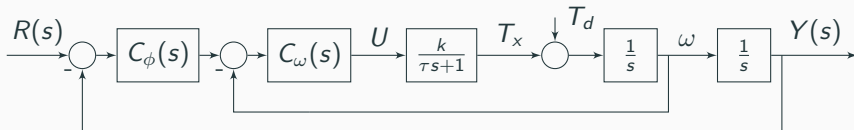
$$I_x \ddot{\phi}(t) = T_x(t) + T_d(t), \quad (17)$$

donde T_x es el par de rotación ejercido por los cuatro motores y T_d son las perturbaciones que se introducen en el sistema en forma de par.

Si la relación entre el par y la acción de control se modela según

$$\frac{T_x(s)}{U(s)} = \frac{k}{\tau s + 1}; \quad (18)$$

puede emplearse el siguiente lazo de control



Modos de control:

- No existe un procedimiento universal. Las condiciones pueden cambiar significativamente en función del sistema a controlar.
- Las perturbaciones rápidas son eliminadas por el lazo secundario y las lentas por el primario.
- Puede haber error de seguimiento en el lazo secundario. No es necesaria la acción integral en el lazo secundario, pero puede ser útil para rechazar perturbaciones de baja frecuencia.
- Normalmente el lazo primario presentará acción integral dado que es el encargado de garantizar el seguimiento en régimen permanente.
- Puede ser interesante emplear acción integral en el lazo interno si no puede emplearse alta ganancia en el controlador o si la planta presenta retardo.

Secuencia de diseño:

- Los sistemas de control en cascada se sintonizan en un orden específico.
- En primer lugar se fija el lazo externo en modo manual y se ajusta el controlador del lazo interno.
- Normalmente, se diseña el lazo secundario para obtener con comportamiento que presente amortiguamiento crítico.
- Una vez diseñado el lazo interno se ajusta el lazo externo para que cumpla con las condiciones de diseño especificadas para el lazo global.

Saturación de la acción integral:

- Debe prestarse atención a la saturación de la acción integral, especialmente cuando se emplean integradores en los dos lazos de control.
- El *windUp* en el lazo interno puede eliminarse empleando las estrategias convencionales.
- El *windUp* en el lazo externo puede aparecer si el lazo interno satura, se pone en modo manual o si se emplea la consigna interna.
- Existen reguladores específicos para procesos en cascada que incorporan *windUp*.
- Debe de enviarse una señal de seguimiento desde el lazo secundario hacia el primario, para evitar el *windUp*.

Control de sistemas complejos

Definición:

Se conoce como sistemas de fase no mínima (NMP *non minimum phase*) a los sistemas que presentan ceros en el semiplano derecho.

- Aunque estos sistemas sean estables en lazo abierto, su control es complejo.
- Recuérdesse que un sistema de fase no mínima responde ante un escalón unitario con un sub-impulso inicial.
- Reciben este nombre puesto que cumplen:

$$\angle P(j\infty) \neq -90^\circ(n - m)$$

- Ejemplo: caldera de carbón. Cuando introducimos carbón en la caldera, la temperatura en la misma decrece, pero cuando este entra en combustión, la temperatura aumenta rápidamente.

Sistemas de fase no mínima

Sistemas de fase no mínima con con ganancia inversa. Debe de prestarse atención a la posición del signo negativo. Téngase en cuenta que un sistema determinado por

$$P(s) = \frac{(s - z)}{\text{den}_p(s)}, \quad (19)$$

presenta ganancia inversa.

Esta afirmación puede comprobarse aplicando el teorema del valor final cuando se aplica un escalón en la entrada de la planta

$$y(t = \infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sY(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{s} P(s) = \lim_{s \rightarrow 0} P(s) = \frac{-z}{\text{den}_p(0)} \quad (20)$$

Por este motivo, los sistemas de fase no mínima con ganancia positiva se expresan como

$$P(s) = \frac{(-s + z)}{\text{den}_p(s)}, \quad (21)$$

Sistemas de fase no mínima

Debe tenerse en cuenta que el sistema en lazo cerrado seguirá siendo de fase no mínima. Dada la planta

$$P(s) = \frac{(-s + z)}{\text{den}_p(s)} \quad (22)$$

y el controlador

$$C(s) = \frac{\text{num}_c(s)}{\text{den}_c(s)} \quad (23)$$

el sistema en lazo cerrado cumplirá

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{CP(s)}{1 + CP(s)} = \frac{(-s + z)\text{num}_c(s)}{\text{num}_c(s)(-s + z) + \text{den}_c(s)\text{den}_p(s)} \quad (24)$$

Es decir, el sistema en lazo cerrado presenta el mismo cero y por lo tanto, también presenta sub-impulso.

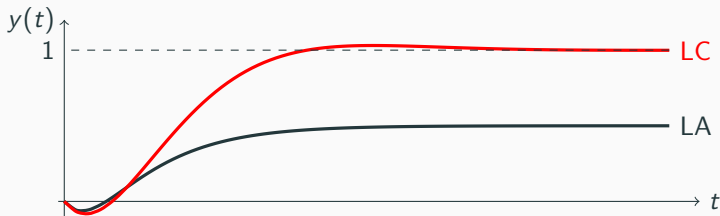
Sistemas de fase no mínima. Ejemplo

Considérese un lazo de control en el que la planta y el controlador toman las siguientes funciones de transferencia

$$P(s) = \frac{(-0.5s + 1)}{(s + 1)(s + 2)}; \quad C(s) = \frac{(s + 1)}{s}. \quad (25)$$

LA función de transferencia en lazo cerrado está determinada por

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{CP(s)}{1 + CP(s)} = \frac{(-0.5s + 1)}{s^2 + 1.5s + 1} \quad (26)$$



Sistemas de fase no mínima

- Si el sistema en lazo cerrado presenta subimpulso, parece lógico pensar que existirá un tiempo de establecimiento mínimo.
- Véase como esto no ocurre cuando se gobiernan sistemas de fase mínima, en los que teóricamente podemos alcanzar cualquier tiempo de establecimiento (si no tenemos en cuenta las limitaciones físicas del sistema).
- Ejemplo: La planta

$$P(s) = \frac{1}{s+1}, \quad (27)$$

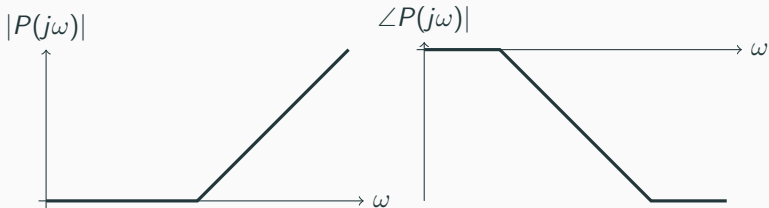
gobernada empleando un controlador proporcional $C(s) = k$, en lazo cerrado toma la función de transferencia

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{CP(s)}{1 + CP(s)} = \frac{k}{s+1+k} \quad (28)$$

podemos hacer el sistema todo lo rápido que queramos $\tau = (1+k)^{-1}$. Pero para llevarlo a la práctica necesitaremos $u(t) = e(t)k$. Es decir la limitación es física, no matemática.

Sistemas de fase no mínima

- Esta idea no se cumple en los sistemas NMP. En este caso, además de la limitación física, existirá una limitación matemática asociada a la dinámica de sistema.
- Como se traslada esta idea en conceptos de control → Diagramas de Bode.
- El diagrama de Bode de un cero cero NMP presenta un diagrama de bode de magnitud igual al de un cero pero un diagrama de fase igual al de un polo.



- Véase como alcanzada la frecuencia en la que actúa el cero NMP, la fase de la planta decrece, mientras que la magnitud crece.
- Es decir, aumentamos la pulsación de cruce ganancia mientras que disminuimos la fase, aproximándonos rápidamente al punto crítico de estabilidad.
- Para aumentar la fase de sistema podemos introducir ceros, pero estos añaden magnitud positiva. Por lo tanto, esta fase no puede compensarse en las pulsaciones de interés.
- En conclusión, no es posible aumentar la pulsación de cruce de ganancia a partir de una cierta frecuencia

Aproximación de la pulsación de cruce de ganancia máxima:

- Dada una planta con elementos de fase no mínima, esta planta puede expresarse según

$$P(s) = P_{mp}(s)P_{nmp}(s), \quad (29)$$

donde $P_{mp}(s)$ contiene los elementos de fase mínima y $P_{nmp}(s)$ los de fase no mínima.

- Por ejemplo, para la planta

$$P(s) = \frac{(-0.5s + 1)}{(s + 1)(s + 2)} = \frac{1}{(s + 1)(s + 2)}(-0.5s + 1), \quad (30)$$

se obtiene la siguiente descomposición:

$$P_{mp}(s) = \frac{1}{(s + 1)(s + 2)}; \quad P_{nmp}(s)(-0.5s + 1). \quad (31)$$

Aproximación de la pulsación de cruce de ganancia máxima:

- El margen de fase del sistema se obtiene como

$$MF = 180^\circ + \angle P(j\omega_{cg}) = 180^\circ + \angle P_{mp}(j\omega_{cg}) + \angle P_{nmp}(j\omega_{cg}). \quad (32)$$

- Tradicionalmente, si se desea garantizar la estabilidad del sistema, la pulsación de cruce de ganancia es atravesada con 20dBs/dec. Si se considera esta condición se obtiene

$$\angle P_{mp}(j\omega) = -90^\circ(n - m) = -90^\circ. \quad (33)$$

- Por lo tanto, la pulsación de cruce de ganancia máxima aproximada se encuentra en

$$MF = 180^\circ - 90^\circ + \angle P_{nmp}(j\omega_{cg}) = 90^\circ + \angle P_{nmp}(j\omega_{cg}). \quad (34)$$

Ejemplo: Si se desea gobernar la planta

$$P(s) = \frac{(-0.5s + 1)}{(s + 1)(s + 2)}, \quad (35)$$

y que sistema de control presente un margen de fase de 45° , la pulsación de cruce de ganancia máxima aproximada es

$$45 = 90^\circ + \angle P_{nmp}(j\omega_{cg}) \rightarrow -45 = -\arctan 0.5\omega_{cg\text{máx}} \rightarrow \omega_{cg\text{máx}} = 2. \quad (36)$$

Véase como esto implica que el tiempo de establecimiento en lazo cerrado se situara en el entorno de

$$t_s \approx \frac{8}{\omega_{cg} \tan MF} = 4 \quad (37)$$

Estos valores son aproximados. Pueden emplearse para plantear las especificaciones de diseño. Cuanto más rápido es el sistema en lazo cerrado mayor es el subimpulso.

Conocemos como sistemas con retardo a las plantas que cumplen

$$P(s) = \frac{\text{num}(s)}{\text{den}(s)} e^{-Ls}. \quad (38)$$

- Los sistemas con retardo también son sistemas NMP, dado que cumplen

$$\angle P(j\infty) \neq -90^\circ(n - m). \quad (39)$$

- El control de sistemas con retardo es un problema complejo.
- Como los sistemas NMP con ceros en el semiplano derecho, presentan limitaciones en su ancho de banda.
- El sistema en lazo cerrado presenta el mismo retardo que la planta en lazo abierto.
- No pueden calcularse los polos de lazo cerrado, por lo que no son compatibles con las técnicas que emplean el lugar de las raíces.

Dada la planta

$$P(s) = \frac{num_p(s)}{den_p(s)} e^{-Ls} \quad (40)$$

y el controlador

$$C(s) = \frac{num_c(s)}{den_c(s)} \quad (41)$$

el sistema en lazo cerrado cumplirá

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{CP(s)}{1 + CP(s)} = \frac{num_p(s)num_c(s)}{num_p(s)num_c(s)e^{-Ls} + den_c(s)den_p(s)} \quad (42)$$

- Como puede comprobarse no puede calcularse la ecuación característica del sistema en lazo cerrado.
- Las técnicas basadas en el dominio de la frecuencia son más adecuadas para sistemas con retardo.

- Si se desea trabajar en el plano “S”, pueden aproximarse el retardo empleando la aproximación de Padé. La aproximación de primer orden toma la forma

$$e^{-Ls} \approx \frac{-\frac{L}{2}s + 1}{\frac{L}{2}s + 1}, \quad (43)$$

y la de segundo

$$e^{-Ls} \approx \frac{\frac{L^2}{12}s^2 - \frac{L}{2}s + 1}{\frac{L^2}{12}s^2 + \frac{L}{2}s + 1}, \quad (44)$$

- Como puede comprobarse, aparecen polos y ceros en las mismas posiciones pero en semiplanos contrarios.
- En Matlab esta aproximación se obtiene empleando
`>>p2=pade(p,n); % n= orden de la aproximación`

Aproximación de la pulsación de cruce de ganancia máxima:

- Se efectúa igual que en el caso de los ceros NMP.

$$P(s) = P_{mp}(s)P_{nmp}(s) = P_{mp}(s)e^{-Ls}, \quad (45)$$

- Considerando

$$\angle P_{mp}(j\omega) = -90^\circ(n - m) = -90^\circ \quad (46)$$

se obtiene

$$MF = 180^\circ - 90^\circ + \angle e^{-Lj\omega_{cg}} = 90^\circ + \angle e^{-Lj\omega_{cg}}. \quad (47)$$

Ejemplo: Si se desea gobernar la planta

$$P(s) = \frac{e^{-0.5s}}{(s+1)(s+2)}, \quad (48)$$

y que sistema de control presente un margen de fase de 45° , la pulsación de cruce de ganancia máxima aproximada es

$$45 = 90^\circ + \angle P_{nmp}(j\omega_{cg}) \rightarrow -45 = -\frac{180}{\pi} \omega_{cg\text{máx}} 0.5 \rightarrow \omega_{cg\text{máx}} = 1.57. \quad (49)$$

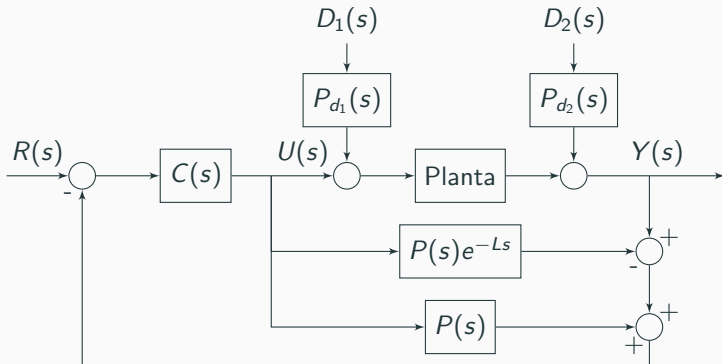
Véase como esto implica que el tiempo de establecimiento en lazo cerrado se situara en el entorno de

$$t_s \approx \frac{8}{\omega_{cg} \tan MF} = 5.1 \quad (50)$$

Como en el caso de los ceros NMP, estos valores son aproximados. Pueden emplearse para plantear las especificaciones de diseño.

Sistemas con retardo. Predictor Smith

Podemos salvar las limitaciones de los sistemas con retardo empleando un **predictor Smith**. Esta estructura *engaña* al controlador inyectando en la realimentación la señal que aportara la planta pasado el retardo.



El controlador se diseña para la planta sin retardo. El retardo efectivo será la diferencia entre el retardo real y el estimado.