Fundamentos de Control Industrial

Práctica 4

Javier Rico Azagra

Índice

Objetivo

El objetivo principal de la práctica es validar en simulación los conceptos estudiados en teoría referentes al control de sistemas en lazo cerrado. Para ello, se va ha emplear la herramienta *sisotool*, perteneciente al entorno de programación Matlab. Ésta herramienta permite estudiar desde un entorno gráfico los sistemas de control en lazo cerrado. Entre sus virtudes destaca la capacidad para ajustar de forma sencilla los lazos de control, actuando sobre el lugar geométrico de las raíces (lugar de Evans) y la respuesta frecuencial (diagramas de Bode, no estudiada por el momento). La herramienta muestra en tiempo real el efecto que tiene en la la respuesta del sistema en lazo cerrado, la modificación de dichos diagramas.
Pueden destacarse los siguientes objetivos secundarios:

- Estudio de los errores en régimen permanente en estructuras de control en lazo cerrado. Se analizaran los resultados para diferentes señales de excitación (referencias y perturbaciones).
- Estudio de la estabilidad de los sistema en lazo cerrado.
- Trazado e interpretación del lugar de las raíces.
- Diseño de controladores.

Instrucciones

En esta práctica únicamente se introducen dos nuevas instrucciones. La instrucción *rlocus* empleada para trazar el lugar de las raíces y la heramienta *sisotool*.

```
s=tf('s');
p=1/(s+1)/(s+2);
rlocus(p);      % Traza el lugar de las raíces de p
sisotool(p);    % Abre la herramienta  sisotool empleando como planta p
```

Ejercicios propuestos

Ejercicio: Control de motor de corriente continua

Se desea gobernar el motor de corriente continua de la planta Feedback 33-100 (estudiado en las Prácticas 2 y 3), situándolo en un lazo de control como el de la Figura 1. El objetivo de control es gobernar la velocidad del rotor $\omega(t)$ de forma que esta siga a la referencia $r(t)$. La velocidad del rotor y la referencia se encuentran expresadas en revoluciones por minuto (rpm). La acción de control se expresa en voltios y se encuentra limitada al rango $u = [-10,\ 10]V$.

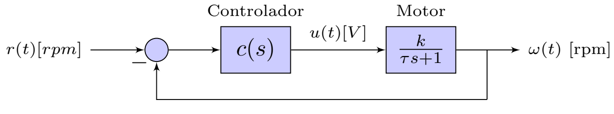

Figura 1: Sistema de control empleado para gobernar la planta Feedback 33-100.

Recuérdese que la función de transferencia aproximada del motor corresponde con la de un sistema de primer orden con función de transferencia

$$\frac{\Omega(s)}{U(s)} = p(s) = \frac{k_i}{R(Js+B)+k_ik_b} = \frac{k}{(\tau s+1)}.$$

Los parámetros k y τ han sido obtenidos en la práctica numero 2, y son necesarios para la realización del presente ejercicio[1].

Se pide:

a. Diseño de controlador proporcional. Se emplea para cerrar el lazo de control un controlador proporcional, caracterizado por

$$c(s) = k.$$

Contestar a las siguientes preguntas:

- Diseñar k para que el sistema en lazo cerrado presente un error de posición $e_p = 10\,\%$.

$$e_p = 0.1 = \frac{1}{1+k_p};\ k_p = 9 = \lim_{s\to 0} cp(s) = 350k \to k = 9/350$$

- Analizar el la *sisotool* el comportamiento del sistema si se emplea el controlador anterior.

```
%% b) Analizar en la sisotool el comportamiento del sistema en LC
clear, clc,
s=tf('s');
p=350/(0.16*s+1); % Planta

k=9/350; % Controlador

% Abrimos la sisotool para evaluar el comportamiento del sistema en LC
sisotool(p,k)
```

- Validar el comportamiento dinámico matemáticamente.

$$\frac{\Omega(s)}{R(s)} = \frac{cp(s)}{1+cp(s)} = \frac{9}{0.16s+1+9} = \frac{0.9}{0.016s+1}$$

Tiempo de establecimiento en la banda del 2 %: $t_{s_{2\,\%}} = 0.016 \times 4 = 0.064$s.

- ¿Es razonable su empleo?¿Que referencias es capaz de seguir el sistema sin sufrir distorsiones con respecto de la respuesta teórica? Compara la respuesta teórica y real obtenidas para un cambio en la referencia $0 \to 300$ rpm y $0 \to 1500$ rpm. Para ello, emplea la instrucción *simula_sis_lim*, creada para simular sistemas con limitaciones en la acción de control. Ejecutar:

  `»help simula_sis_lim`

  para obtener ayuda sobre el funcionamiento de la función.

  El controlador proporcional emplea una mayor cantidad de acción de control en los instantes iniciales. Dado que en $t = 0$ se obtiene el error máximo, la acción de control máxima se producirá en dicho instante. Para calcular su valor puede aplicarse el teorema del valor inicial a la función de transferencia que relaciona la acción de control con la referencia

$$\frac{U(s)}{R(s)} = \frac{c(s)}{1+cp(s)} = \frac{9(0.16s+1)/350}{0.16s+10}.$$

  Para una referencia de tipo escalón unitario se obtiene

$$u(t=0) = \lim_{s\to\infty} sU(s) = \lim_{s\to\infty} s\frac{1}{s}\frac{9(0.16s+1)/350}{0.16s+10} 9/350 = 0.0257$$

  El valor máximo que admite la acción de control del motor es ± 10V, por lo tanto, $10/0.0257 = 389.1 rpm$, es la velocidad máxima que soporta el sistema de control si se desea una respuesta lineal.

[1] Para el motor sin carga, dichos valores corresponden aproximadamente con: $\tau = 0.16$, $k = 350$.

```
%% Respuesta para un cambio en la referencia 0->300
Ts=0.0001;
t=0:Ts:1;
r=300*ones(length(t),1);
r(1:0.2/Ts)=0;
[y, u]=simula_sis_lim(p,k,t,r);
LC=feedback(p*k,1);
[y_ide]=lsim(LC,r,t);
u_ide=k*(r-y_ide);

subplot(2,1,1),plot(t,y,t,y_ide)
subplot(2,1,2),plot(t,u,t,u_ide)

%% Respuesta para un cambio en la referencia 0->1500
Ts=0.0001;
t=0:Ts:1;
r=1500*ones(length(t),1);
r(1:0.2/Ts)=0;
[y, u]=simula_sis_lim(p,k,t,r);
LC=feedback(p*k,1);
[y_ide]=lsim(LC,r,t);
u_ide=k*(r-y_ide);

subplot(2,1,1),plot(t,y,t,y_ide,t,r,'--k')
legend('Sistean real','Sistema ideal','Referencia')
title('Respuesta del sistema')

subplot(2,1,2),plot(t,u,t,u_ide)
legend('Sistean real','Sistema ideal')
title('Acción de control')
```

b. Diseño de controlador integral. Se emplea para cerrar el lazo de control un controlador integral, caracterizado por

$$c(s) = \frac{k_i}{s}. \tag{1}$$

Contestar a las siguientes preguntas:

- Diseñar k_i para obtener un comportamiento críticamente amortiguado. Validar en la *sisotool* el resultado y el comportamiento de la respuesta en lazo cerrado.

  En lazo cerrado, la respuesta del sistema esta caracterizada por

  $$\frac{\Omega(s)}{R(s)} = \frac{350k_i}{s(0.16s+1)+350k_i} = \frac{2187.5k_i}{s^2+6.25s+2187.5k_i}.$$

  Para que los polos sean críticamente amortiguados, el sistema debe cumplir $\delta = 1$. Dada la relación

  $$\frac{2187.5k_i}{s^2+6.25s+2187.5k_i} = \frac{\omega_n^2}{s^2+2\omega_n s+\omega_n^2},$$

  puede obtenerse el valor de la pulsación natural $\omega_n = 3.125$ y su cuadrado $\omega_n^2 = 9.765625$. Para que se cumplan las condiciones anteriores, la ganancia k_i debe elegirse según

  $$2187.5k_i = 9.765625 \rightarrow k_i = 0.004464.$$

  Valor que coincide con el obtenido en la Práctica 3.

- Si se emplea el controlador anterior, calcular el error de posición y de velocidad. Comprueba como el error de velocidad se mantiene constante si es expresado en tiempo. Para ello simula la respuesta del sistema ante dos rampas de diferente pendiente.
  - Error de posición nulo. La función de lazo abierto contiene un integrador.

$$e_p = \frac{1}{1+k_p};\ k_p = \lim_{s\to 0} cp(s) = \lim_{s\to 0} \frac{350k_i}{s(0.16s+1)} = \infty \to e_p = 0$$

  - Error de velocidad

$$e_v = \frac{1}{k_v};\ k_v = \lim_{s\to 0} cp(s) = \lim_{s\to 0} \frac{350k_i}{s(0.16s+1)} = 350k_i = 1.56 \to e_v = 0.64s.$$

```
%% Estudio del error frente a rampas
ki=0.004464;  % Controlador
c=ki/s;

Ts=0.0001;
t=0:Ts:2.5;
r1=t;
r2=2*t;

LC=feedback(p*c,1);

y1=lsim(LC,r1,t);  % Respuesta para la referencia r1
y2=lsim(LC,r2,t);  % Respuesta para la referencia r1

close all
subplot(2,1,1),plot(t,y1,t,r1,'--k')
legend('Velocidad','Referencia')
title('Respuesta para una rampa unitaria')
subplot(2,1,2),plot(t,y2,t,r2,'--k')
legend('Sistean real','Sistema ideal')
title('Respuesta para una rampa unitaria de pendiente m=2')
```

- Cuantifica de forma visual empleando la herramienta *sisotool* el valor máximo en la acción de control para seguir un escalón unitario. ¿Mejora al comportamiento obtenido con el controlador proporcional?
- Ajustar gráficamente la ganancia k_i para obtener RM(%) del 10 %. Validar los resultado matemáticamente. Obtén de los gráficos generados en la *sisotool* el tiempo de establecimiento en la banda del 5 %.

  Ajustando manualmente la ganancia en la *sisotool* se obtiene $k_i = 0.013629$.
  Para obtener un RM(%) del 10 % es necesario que el coeficiente de amoprtiguamiento relativo sea

$$RM(\%) = 10 = 100e^{-\delta\pi/\sqrt{1-\delta^2}} \to \delta = 0.591.$$

  Conocido δ puede obtenerse el valor de k_i según

$$\delta = \frac{6.25}{2\sqrt{2187.5k_i}} \to k_i = \left(\frac{6.25}{0.591 \times 2\sqrt{2187.5}}\right)^2 = 0.0128$$

- Evalúa de forma interactiva empleando la herramienta *sisotool* las posibles respuestas de lazo cerrado en función de k_i ¿Puede hacerse acelerarse el comportamiento del sistema?

c. Diseño de controlador proporcional-integral. Se emplea para cerrar el lazo de control un PI (Proporcional Iintegral), caracterizado por

$$c(s) = k + \frac{k_i}{s} = \frac{ks + k_i}{s} = \frac{k_1(\tau s + 1)}{s}. \tag{2}$$

Contestar a las siguientes preguntas:

- Partiendo de un controlador integral como el del apartado b, añadir un cero $(\tau s + 1)$ de forma manual y evaluar que tipos de respuesta pueden obtenerse en función de la posición de dicho cero. Comprobar de forma interactiva (alterando k_1) si las conclusiones obtenidas a primera vista son correctas.
  - Si el cero se encuentra a la derecha del polo de la planta, las respuestas serán sobre-amortiguadas. Obtendremos un polo entre el origen y el cero y otro polo entre el polo de la planta y $-\infty$.
  - Si el cero se encuentra a la izquierda del polo de la planta pueden obtenerse respuestas sobreamortiguadas, criticamente amortiguadas y subamortiguadas.
- Situar el cero del controlador en una posición tal que permita hacer al sistema en lazo cerrado más rápido que el sistema en lazo abierto. A continuación, diseñar el parámetro k_1 de forma manual hasta que la respuesta este caracterizada por polos con $\delta = 0.4$. Contestar a las siguientes preguntas:
  - ¿Cuantas alternativas para k_1 garantizan la condición anterior?
  - ¿Cual es la solución más adecuada atendiendo a la dinámica del sistema?
  - ¿Cual es la solución más adecuada atendiendo al gasto de acción de control?
  - Extrae conclusiones sobre la relación entre la velocidad de respuesta y el gasto de acción de control.
  - ¿La respuesta del sistema presenta el rebasamiento máximo esperado?
- Diseña un controlador de prealimentación $f(s)$ que permita eliminar de la función de transferencia en lazo cerrado el cero introducido por el controlador. ¿Responde el sistema según los polos de lazo cerrado? Estudia todas las señales existentes en el sistema.