

Fundamentos de control Industrial

Práctica 3

Javier Rico Azagra

Índice

Objetivo	3
Ejercicios propuestos	3
Ejercicio 1: Respuesta temporal de los sistemas de segundo orden	3
Ejercicio 2: Respuesta temporal de los sistemas con múltiples polos	7
Ejercicio 3: Control de motor de corriente continua	9

Objetivo

El objetivo principal de la práctica es validar en simulación los conceptos estudiados en teoría referentes a la dinámica de los sistemas de segundo orden y sistemas de orden superior a dos. Además se analizará la respuesta de los sistemas en lazo cerrado. Los conceptos estudiados se resumen a continuación:

- Representar gráficamente la respuesta temporal de sistemas de segundo orden ante distintos estímulos de entrada.
- Evaluar el efecto que presentan los parámetros δ y ω_n en la dinámica de los sistemas de segundo orden.
- Aprender como responden los sistemas formados por dos polos complejo-conjugados y un cero.
- Analizar la respuesta de los sistemas de orden superior. Validar las técnicas de simplificación estudiadas en clase.
- Analizar el comportamiento de los sistemas en lazo cerrado.

Ejercicios propuestos

Ejercicio 1: Respuesta temporal de los sistemas de segundo orden

El objetivo del primer ejercicio es validar los conceptos estudiados en las sesiones teóricas referentes a la respuesta temporal de los sistemas de segundo orden. Recuerdese que el modelo genérico de la función de transferencia de un sistema de este tipo corresponde con:

$$p(s) = \frac{k\omega_n^2}{s^2 + 2\delta\omega_n s + \omega_n^2},$$

donde ω_n corresponde con la pulsación natural, δ con el amortiguamiento relativo y k con la ganancia en régimen permanente.

Se pide:

- Respuesta temporal para acciones de control básicas. Define la función de transferencia de un sistema P , que presente los parámetros: $k = 1$, $\delta = 0.4$ y $\omega_n = 1$. Genera una figura en la que se presenten en tres sub-figuras (*subplot*) las siguientes respuestas temporales:
 - Impulso unitario.
 - Escalón unitario.
 - Rampa unitaria. La señal debe definirse para el vector de tiempos $t = 0 : 0.1 : 10$.

Comprobar sobre las figuras que se cumple el comportamiento esperado. Parámetros característicos de las respuestas (tiempo de establecimiento, valor de régimen permanente, etc.).

```
1 %% a) Respuesta temporal para acciones de control básicas.
2 k=1;
3 d=0.4;
4 wn=1;
5 s=tf('s'); % Define la letra s como variable compleja
6 P=k*wn^2/(s^2+2*d*wn*s+wn^2);
7 subplot(3,1,1), impulse(P);
8 subplot(3,1,2), step(P);
9 t=0:0.1:10;
10 u=t;
11 subplot(3,1,3), lsim(
```

- b. Efecto de la ganancia en el comportamiento del sistema. Muestra en una figura la respuesta al escalón de cuatro sistemas de segundo orden que presentan $\delta = 0.4$, $\omega_n = 1$, y cuyas ganancias toman los valores

$$k = [0.5, 1, 2, 4, 8].$$

```

1  %% b) Efecto de la ganancia en el comportamiento del sistema
2  close all
3  k=
4  hold on
5  for i=1:
6      step(tf(
7          legendInfo{i} = ['k = ' num2str(k(i))]);
8  end
9  legend(legendInfo)
10
11 hold off
12
13 figure
14 hold on
15 for i=1:
16     pzmap(
17 end
18 legend(legendInfo);
19 hold off

```

- c. Efecto del amortiguamiento relativo en el comportamiento del sistema. Muestra en una figura la respuesta al escalón de cuatro sistemas de segundo orden que presentan ganancia $k = 1$, pulsación natural $\omega_n = 1$ y cuyos amortiguamientos relativos toman los valores

$$\delta = [0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9].$$

```

1  %% c) Efecto del amortiguamiento relativo en el comportamiento del sistema
2  close all
3  k=1;
4  d=
5  wn=1;
6  hold on
7  for i=1:
8      step(
9          legendInfo{i} =
10 end
11 legend(legendInfo)
12 hold off
13
14 figure
15 hold on
16 for i=1:
17     pzmap(tf(
18 end
19 legend(legendInfo);
20 hold off

```

- d. Efecto de la pulsación natural en el comportamiento del sistema. Muestra en una figura la respuesta al escalón de cuatro sistemas de segundo orden que presentan ganancia $k = 1$, amortiguamiento relativo $\delta = 0.4$ y cuyas pulsaciones naturales toman los valores

$$\omega_n = [1, 2, 3, 4, 5, 6].$$

Traza en otra figura la posición de los polos en el plano s . ¿Que angulo forma estos con respecto a la horizontal?

```

1 %% d) Efecto de la pulsación natural en el comportamiento del sistema
2 close all
3 k=1;
4 d=0.4;
5 wn=
6 hold on
7 for i=1:
8     step(
9         legendInfo{i} = ['wn = ' num2str(wn(i))];
10    end
11    legend(legendInfo);
12    title('Respuesta al escalón con k=1, d=0.4, wn=1:1:6')
13    hold off
14
15    figure
16    hold on
17    for i=1:length(wn)
18        pzmap(tf(k*wn(i)^2,[1 2*d*wn(i) wn(i)^2]));
19    end
20    legend(legendInfo);
21    title('Polos con k=1, d=0.4, wn=1:1:6')
22    hold off

```

- e. Envolventes. Traza la respuesta al escalón junto con las envolventes de un sistema de segundo orden con polos sub-amortiguados caracterizado por: $k = 1$, $\delta = 0.4$, $\omega_n = 1$.

```

1 %% e) Envolventes
2 close all
3 k=1;
4 d=0.4;
5 wn=1;
6 p=tf(k*wn^2,[1 2*d*wn wn^2]);
7 [y,t]=
8 ya=1+exp(-t.*d*wn)./sqrt(1-d.^2);
9 yb=
10 plot(t,y,'b',t,ya,'--k',t,yb,'--k');
11 title('Envolventes')

```

- f. Parte real constante. Traza la respuesta al escalón de 4 sistemas de segundo orden con ganancia unitaria y polos complejo conjugados, que presenten parte real $Re = -1$ y coeficientes de amortiguamiento relativo

$$\delta = [0.3, 0.4, 0.5, 0.6].$$

Traza en otra figura la posición de los polos en el plano s . ¿Que posición toman?. Traza las envolventes de todos los sistemas junto con la envolvente empleada para calcular el tiempo de establecimiento aproximado. Extrae las conclusiones oportunas.

```

1  %% f) Parte real constante
2  formato='%2.2f';
3  close all
4  k=1;
5  d=0.3:0.1:0.6;
6  wn=1./d;
7  hold on
8  for i=1:
9      step
10     legendInfo{i} = [' k= 1, wn = ' num2str(wn(i), formato) ', ...
11     d = ' num2str(d(i), formato)];
12 end
13 legend(legendInfo);
14 hold off
15
16 figure
17 hold on
18 for i=1:
19     pzmap(
20 end
21 legend(legendInfo);
22 hold off
23
24
25 % Envolventes
26 figure
27 colori=['b', 'g','m','r'];
28 hold on
29 t=0:0.1:10;
30 for i=1:length(wn)
31     y=
32     plot(t,y,'color',colori(i));
33 end
34 legend(legendInfo);
35 yt=
36 plot(t,yt,'k')
37 legendInfo{(i+1)} = ['envolvente para calc. ts'];
38 legend(legendInfo);
39 hold off

```

- d. Evalúa el efecto de los ceros en un sistema de segundo orden (no estudiado en clase). Se desea conocer el comportamiento ante un escalón unitario del sistema

$$p(s) = \frac{(\tau_c s + 1)k\omega_n^2}{(s^2 + 2\delta\omega_n s + \omega_n^2)},$$

donde τ_c corresponde con la constante de tiempo del cero.

Representa la respuesta al escalón de varios sistemas que presenten $k = 1$, $\delta = 0.4$, $\omega_n = 1$ y ceros con constante de tiempo en

$$\tau_c = [1, 1.5, 2, 2.5, 3, 3.5, 4].$$

Contesta a las siguientes preguntas:

- ¿Como afecta a la respuesta el cero?
- ¿Cuando es mayor la distorsión? ¿Cuando el cero se sitúa a la izquierda o a la derecha de los polos?
- ¿Puede tener un sistema compuesto solo por dos polos complejo-conjugados un rebasamiento máximo porcentual superior al 100 %?
- ¿Puede tener un sistema compuesto por dos polos complejo-conjugados y un cero un rebasamiento máximo porcentual superior al 100 %?

```

1  %% g) Efecto de los ceros en el comportamiento del sistema
2  close all
3  k=1;
4  d=0.4;
5  wn=1;
6  tau_c=1:0.5:4;
7
8  hold on
9  for i=1:length(tau_c)
10     p=
11     step(p)
12     legendInfo{i} = ['tau_c = ' num2str(tau_c(i))];
13 end
14 p=
15 step(
16 legendInfo{(i+1)} = ['Sistema sin cero añadido'];
17 legend(legendInfo);
18 hold off
19
20 figure
21 hold on
22 for i=1:
23     p=
24     pzmap(p)
25 end
26 legend(legendInfo(1:i));
27 hold off

```

Ejercicio 2: Respuesta temporal de los sistemas con múltiples polos

El objetivo del segundo ejercicio es validar los conceptos estudiados en las sesiones teóricas referentes a la respuesta temporal de los sistemas que presentan múltiples polos. En este caso se considera un sistema con tres polos cuya función de transferencia esta determinada por

$$p(s) = \frac{10}{(s/a + 1)(s^2 + s + 2)}.$$

Se pide:

- Calcular el valor de a para que el sistema presente una dinámica caracterizada por un sistema de segundo orden. Calcular la función de transferencia simplificada $p_2(s)$ y comparar las dos respuestas.

```

1  %% a) Aproximación por una dinámica de segundo orden.
2  close all

```

```

3 s=tf('s');
4 Pa2=10/(s^2+s+2);
5 polosPa2 =pole(Pa2);
6 a=
7 P=
8 pzmap(P);
9 P2=10/(s^2+s+2);
10 figure
11 step(P,P2)

```

- b. Comparar la respuesta de la función de transferencia simplificada $p_2(s)$ con la de la planta $p(s)$, si esta presenta

$$a = [1, 2, 3, 4, 5].$$

Traza el diagrama de polos-ceros y la respuesta temporal.

¿Cual es el error cometido al cometer la simplificación?

```

1 %% b) Efecto del polo real en la aproximación.
2 close all
3 a=
4 hold on
5 for i=1:
6     step(
7         legendInfo{i} = ['con polo añadido = -' num2str(a(i))];
8     end
9
10 step(P2,'k*')
11 legendInfo{(i+1)} = ['Sistema sin polo añadido'];
12 legend(legendInfo);
13 hold off
14
15
16 figure
17 hold on
18 for i=1:
19     pzmap(
20         legendInfo{i} = ['con polo añadido = -' num2str(a(i))];
21     end
22 legend(legendInfo);
23 hold off

```

- c. Calcular el valor de a para que el sistema presente una dinámica caracterizada por un sistema de primer orden. Calcular la función de transferencia simplificada $p_2(s)$ y comparar las dos respuestas.

```

1 %% c) Aproximación por una dinámica de primer orden.
2 a=0.05;
3 P=
4 P3=
5
6 step(P,P3)
7 legend(('P=10/(s/0.05+1)/(s^2+s+2)', 'P3=5/(s/0.05+1)')

```


- d. Evaluar como afecta a la simplificación la posición de los polos complejo-conjugados. Para ello definir $p(s)$ para los siguientes valores

$$a = [0.2, 0.3, 0.4, 0.5],$$

y trazar en una figura las respuestas de $p(s)$ y su aproximación. analizar el error cometido.

```

1 %% d) Efecto del polo real en la aproximación.
2 close all
3 a=[0.1 0.2 0.3 0.4 0.5];
4 colores=['r' 'g' 'b' 'c' 'm' 'y' 'k'];
5 hold on
6 for i=1:
7     step
8     legendInfo{i} = ['con polo añadido = -' num2str(a(i))];
9 end
10
11 for i=1:
12     aux=strcat('--',colores(i));
13
14     legendInfo{i+length(a)} = ['Sist 1er orden con polo = -' num2str(a(i))];
15 end
16 legend(legendInfo);
17 hold off

```

Ejercicio 3: Control de motor de corriente continua

Se desea gobernar el motor de corriente continua de la planta Feedback 33-100 (estudiado en la Practica 2), situándolo en un lazo de control como el de la Figura 1. El objetivo de control es gobernar la velocidad del rotor $\omega(t)$ de forma que esta siga a la referencia $r(t)$. La velocidad del rotor y la referencia se encuentran expresadas en revoluciones por minuto (rpm).

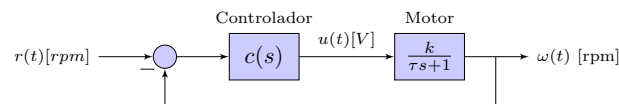


Figura 1: Sistema de control empleado para gobernar la planta Feedback 33-100.

Recuérdese que la función de transferencia aproximada del motor corresponde con la de un sistema de primer orden

$$\frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{k_i}{R(Js + B) + k_i k_b} = \frac{k}{(\tau s + 1)}.$$

Los parámetros k y τ han sido obtenidos en la práctica numero 2, y son necesarios para la realización del ejercicio. En este caso se considera que el freno se encuentra fijado al 0%.

En el desarrollo del ejercicio se emplean dos tipos de controladores. Un controlador I (Integral), caracterizado por

$$c(s) = \frac{k_i}{s},$$

y un controlado PI (Proporcional Integral), caracterizado por

$$c(s) = k_p + \frac{k_i}{s} = \frac{k_p s + k_i}{s}.$$

Se dispone tres archivos *.mat que contienen los resultados de diversas pruebas realizadas sobre el dispositivo real. A continuación, se detallan los datos contenidos en cada uno de los archivos:

- *datos_controlador_I.mat*. Contiene las respuestas temporales (t, r, y, u) obtenidas para cinco controladores I. El vector de tiempos t y la referencia r son iguales en los cinco experimentos. Las respuestas del sistema (velocidad del rotor) y las acciones de control (tensión aplicada) se han almacenado con los siguientes nombres: y_{ki_x} , u_{ki_x} . Donde x corresponde con el valor de k_i según la regla: $k_i = x/100$. Es decir, y_{ki_2} es la respuesta del sistema para un controlador $c(s) = 0.02/s$.
- *datos_controlador_PI.mat*. Contiene las respuestas temporales (t, r, y, u) obtenidas para tres controladores PI. El vector de tiempos t y la referencia r son iguales en los tres experimentos y coinciden con los de *datos_controlador_I.mat*. Las respuestas del sistema (velocidad del rotor) y las acciones de control (tensión aplicada) se han almacenado con los siguientes nombres: y_{pi_x} , u_{pi_x} . Donde x corresponde con el valor de k_p según la regla: $k_p = x/1000$. El valor de k_i ha sido fijado en los tres casos a $k_i = 0.03$. Es decir, y_{pi_2} es la respuesta del sistema para un controlador $c(s) = 0.002 + 0.03/s$.
- *datos_perturbaciones.mat*. Contiene dos experimentos en los que se puede observar la respuesta del sistema ante perturbaciones si se emplea el controlador PI particularizado con $k_i = 0.03$ y $k_p = 0.002$. El vector de tiempos t y la referencia r son iguales en los dos experimentos. El resto de datos corresponden con:
 - y_1 , u_1 . Una vez el motor se encuentra en régimen permanente, se aplica una perturbación constante pasando el freno del 0 % al 100 %.
 - y_2 , u_2 . Una vez el motor se encuentra en régimen permanente, se aplica una perturbación durante un periodo de tiempo. Se aplica un cambio en el freno del 0 % al 50 % y a continuación del 50 % al 0 %.

Se pide:

- a. Determinar matemáticamente la función de transferencia de lazo cerrado que expresa la relación entre la velocidad y la referencia $\Omega(s)/R(s)$, si se emplea el controlador integral. Trazar el diagrama de polos-ceros para observar los posibles polos en función de k_i ; emplear el vector $k_i=(0:0.001:0.01)$.

```

1  %% a) Estudio matemático de la respuesta en lazo cerrado
2  clear;
3  close all;
4  s=tf('s');
5  p=
6  ki=
7
8  hold on
9  for i=1:
10     c=
11     m=feedback(c*p,1);
12     pzmap(m);
13  end

```

- b. Determinar el tiempo de establecimiento aproximado (banda del 2 %) para las respuestas obtenidas en el sistema real. Mostrar los datos obtenidos experimentalmente para $k_i = 0.03$ y comprobar si se cumple el comportamiento esperado. En la figura debe presentarse en la parte superior la referencia junto con la respuesta temporal y en la parte inferior la acción de control empleada.

```

1  %% b) Respuesta temporal para acciones de control básicas.
2  close all
3  load datos_controlador_I
4

```

```

5 subplot(2,1,1),plot(t
6 % Trazo la banda de tolerancia
7 t2=[5 8];
8 BT_s=[1 1]*(1500+0.02*500);
9 BT_i=
10 hold on
11 plot(t2,BT_s,'r:',t2,BT_i,'r:');
12 title('Respuesta para un escalón 1000->1500 rpm')
13 legend('velocidad', 'referencia', 'BT 2%')
14 hold off
15
16 ylabel('Velocidad del rotor [rpm]')
17 xlabel('Tiempo [s]')
18 axis([4 8 900 1800])
19 subplot(2,1,2),plot(t,
20 ylabel('Accion de control [V]')
21 xlabel('Tiempo [s]')
22 axis([4 8 2 6])

```

- c. Obtener gráficamente el valor del tiempo de pico y del rebasamiento máximo par $k_i = 0.03$. Comparar estos resultados con los esperados según el comportamiento teórico. ¿Se aproximan?

```

1 %% c) Estudio de la respuesta temporal para ki=0.03
2
3 % Calculo los parámetros de la respuesta teórica de lazo cerrado
4 k=350;
5 tau=0.16;
6 ki=0.03;
7
8 d=1/2/sqrt(ki*k*tau);
9 wn=sqrt(k*ki/tau);
10
11 RM=100*exp(-d*pi/sqrt(1-d^2));
12 ymax=1500+500*RM/100;
13 disp('Valor máximo en la respuesta');
14 disp(ymax);
15
16 tp=pi/wn/sqrt(1-d^2);
17 disp('Tiempo de pico')
18 disp(5+tp);
19
20 % Valores obtenidos del la figura
21 % ymax=
22 % tp=

```

- d. Compara en una figura la respuesta teórica y la real. En la parte superior se mostrara la velocidad del rotor y la referencia y en la parte inferior las acciones de control.

```

1 %% d) Comparativa entre el sistema real y el teórico
2 s=tf('s');
3 ki=0.03;
4 p=350/(0.16*s+1);
5 c=ki/s;

```

```

6 m=feedback(p*c,1);
7 [yt,tt]=
8 tt=tt+4.98;
9 yt=yt+1000;
10 figure
11 subplot(2,1,1),plot(
12 title('Comparativa entre el modelo y el sistema real')
13 legend('Real', 'Modelo', 'Referencia')
14 ylabel('Velocidad del rotor [rpm]')
15 xlabel('Tiempo [s]')
16 axis([4 8 900 1800])
17
18 c=ki/s;
19 mu=
20 [ut,tt]=
21 tt=tt+4.98;
22 ut=ut+u_ki_3(1);
23 subplot(2,1,2),plot(
24 legend('Real', 'Modelo')
25 ylabel('Accion de control [V]')
26 xlabel('Tiempo [s]')
27 axis([4 8 2 6])

```

e. Traza en una misma figura la respuesta real obtenida para todos los controladores.

```

1 %% e) Respuesta real obtenida para todos los valores de ki
2 close all
3 subplot(2,1,1),plot(t,[y_ki_1
4 legend('ki=0.01','ki=0.02','ki=0.03','ki=0.04','ki=0.05')
5 ylabel('Velocidad del rotor [rpm]')
6 xlabel('Tiempo [s]')
7 axis([4 8 900 1800])
8 subplot(2,1,2),plot(t,[u_ki_
9 legend('ki=0.01','ki=0.02','ki=0.03','ki=0.04','ki=0.05')
10 ylabel('Accion de control [V]')
11 xlabel('Tiempo [s]')
12 axis([4 8 2 6])

```

f. Determinar matemáticamente la función de transferencia de lazo cerrado que expresa la relación entre la velocidad y la referencia $\Omega(s)/R(s)$, si se emplea el controlador proporcional-integral. Trazar el diagrama de polos para observar los posibles polos en función de k_p emplear el vector $k_p=(0:0.001:0.01)$.

```

1 %% f) Estudio matemático de la respuesta en lazo cerrado
2 clear;
3 close all;
4 s=tf('s');
5 p=350/(0.16*s+1);
6 ki=0.03;
7 kp=
8
9 hold on
10 for i=1:
11     c=

```

```

12     m=feedback(
13     m=minreal(
14     pzmap(
15 end

```

- g. Diseñar los parámetros del controlador para que el sistema en lazo cerrado presente una dinámica caracterizada por: $t_{s2\%} = 0.95s$ y $RM(\%) = 6.52\%$. Busca entre las respuestas facilitadas (*datos_controlador_PI.mat*) el controlador que presenta unos parámetros k_i y k_p más próximos a los calculados y compara las respuestas del sistema teórico y real. Comprueba si se cumple el comportamiento esperado.

```

1  %% g) Respuesta temporal para acciones de control básicas.
2  close all
3  % Respuesta real
4  subplot(2,1,1), plot(
5  title('Respuesta del sistema con ki=0.03 kp=0.001')
6  legend('velocidad','referencia')
7  ylabel('Velocidad del rotor [rpm]')
8  xlabel('Tiempo [s]')
9  axis([4 8 900 1800])
10 subplot(2,1,2), plot(
11 ylabel('Accion de control [V]')
12 xlabel('Tiempo [s]')
13 axis([4 8 2 5])
14
15 % Comparativa Real-Teórico
16 s=tf('s');
17 ki=0.03;
18 kp=0.001;
19 p=350/(0.16*s+1);
20 c=ki/s+kp;
21 m=feedback(p*c,1);
22 [yt,tt]=step(
23 tt=tt+4.98;
24 yt=yt+1000;
25 figure
26 subplot(2,1,1), plot(
27 title('Comparativa entre el modelo y el sistema real')
28 legend('Real', 'Modelo', 'Referencia')
29 ylabel('Velocidad del rotor [rpm]')
30 xlabel('Tiempo [s]')
31 axis([4 8 900 1800])
32
33 mu=c/(1+p*c);
34 [ut,tt]=step(
35 tt=tt+4.98;
36 ut=ut+u_pi_1(1);
37 subplot(2,1,2), plot(
38 legend('Real', 'Modelo')
39 ylabel('Accion de control [V]')
40 xlabel('Tiempo [s]')
41 axis([4 8 2 6])

```

- h. Traza en una misma figura la respuesta real obtenida para todos los controladores PI.

```

1  %% h) Respuesta real obtenida para todos los controladores PI
2  subplot(2,1,1), plot(t,[y_pi_1
3  title('Respuesta para los diferentes PI')
4  legend('kp=0.001','ki=0.0015','ki=0.002')
5  ylabel('Velocidad del rotor [rpm]')
6  xlabel('Tiempo [s]')
7  axis([4 8 900 1800])
8  subplot(2,1,2), plot(
9  ylabel('Accion de control [V]')
10 xlabel('Tiempo [s]')
11 axis([4 8 2 6])

```

- i. Representa los experimentos contenidos en el archivo datos_perturbaciones.mat en dos figuras diferentes, en las que aparezca en la parte superior la velocidad del rotr y en la inferior la acción de control. Analiza la respuesta del sistema ante las perturbaciones introducidas con el freno magnético. ¿Que ha hecho el controlador para rechazar las perturbaciones?

```

1  %% i) Respuesta ante perturbaciones.
2  load datos_perturbaciones
3  close all
4  figure
5  subplot(2,1,1), plot(
6  legend('velocidad','referencia')
7  title('Perturbación constante 0->50%')
8  ylabel('Velocidad del rotor [rpm]')
9  xlabel('Tiempo [s]')
10 axis([2.5 8 700 1200])
11 subplot(2,1,2), plot(
12 ylabel('Accion de control [V]')
13 xlabel('Tiempo [s]')
14 axis([2.5 8 2 6])
15
16 figure
17 subplot(2,1,1), plot(
18 legend('velocidad','referencia')
19 title('Perturbación 0%->50%->0%')
20 ylabel('Velocidad del rotor [rpm]')
21 xlabel('Tiempo [s]')
22 axis([2.5 8 700 1200])
23 subplot(2,1,2), plot(
24 ylabel('Accion de control [V]')
25 xlabel('Tiempo [s]')
26 axis([2.5 8 2 4])

```