Fundamentos de control Industrial

Práctica 3

Javier Rico Azagra

Índice

Objetivo

El objetivo principal de la práctica es validar en simulación los conceptos estudiados en teoría referentes a la dinámica de los sistemas de segundo orden y sistemas de orden superior a dos. Además se analizará la respuesta de los sistemas en lazo cerrado. Los conceptos estudiados se resumen a continuación:

- Representar gráficamente la respuesta temporal de sistemas de segundo orden ante distintos estímulos de entrada.
- Evaluar el efecto que presentan los parametros δ y ω_n en la dinámica de los sistemas de segundo orden.
- Aprender como responden los sistemas formados por dos polos complejo-conjugados y un cero.
- Analizar la respuesta de los sistemas de orden superior. Validar las técnicas de simplificación estudiadas en clase.
- Analizar el comportamiento de los sistemas en lazo cerrado.

Ejercicios propuestos

Ejercicio 1: Respuesta temporal de los sistemas de segundo orden

El objetivo del primer ejercicio es validar los conceptos estudiados en las sesiones teóricas referentes a la respuesta temporal de los sistemas de segundo orden. Recuérdese que el modelo genérico de la función de transferencia de un sistema de este tipo corresponde con:

$$p(s) = \frac{k\omega_n^2}{s^2 + 2\delta\omega_n s + \omega_n^2},$$

donde ω_n corresponde con la pulsación natural, δ con el amortiguamiento relativo y k con la ganancia en régimen permanente.

Se pide:

a. Respuesta temporal para acciones de control básicas. Define la función de transferencia de un sistema P, que presente los parámetros: $k = 1$, $\delta = 0.4$ y $\omega_n = 1$. Genera una figura en la que se presenten en tres sub-figuras (*subplot*) las siguientes respuestas temporales:

   - Impulso unitario.
   - Escalón unitario.
   - Rampa unitaria. La señal debe definirse para el vector de tiempos $t = 0 : 0.1 : 10$.

   Comprobar sobre las figuras que se cumple el comportamiento esperado. Parámetros característicos de las respuestas (tiempo de establecimiento, valor de régimen permanente, etc.).

```
%% a) Respuesta temporal para acciones de control básicas.
k=1;
d=0.4;
wn=1;
s=tf('s'); % Define la letra s como variable compleja
P=k*wn^2/(s^2+2*d*wn*s+wn^2);
subplot(3,1,1),impulse(P);
subplot(3,1,2),step(P);
t=0:0.1:10;
u=t;
subplot(3,1,3),lsim(P,u,t);
```

b. Efecto de la ganancia en el comportamiento del sistema. Muestra en una figura la respuesta al escalón de cuatro sistemas de segundo orden que presentan $\delta = 0.4$, $\omega_n = 1$, y cuyas ganancias toman los valores

$$k = [0.5,\ 1,\ 2,\ 4,\ 8].$$

```
%% b) Efecto de la ganancia en el comportamiento del sistema
close all
k= [0.5 1 2 4 8];
hold on
for i=1:length(k)
    step(tf(k(i)*wn^2,[1 2*d*wn wn^2]));
    legendInfo{i} = ['k = ' num2str(k(i))];
end
legend(legendInfo)

hold off

figure
hold on
for i=1:length(k)
    pzmap(tf(k(i)*wn^2,[1 2*d*wn wn^2]));
end
legend(legendInfo);
hold off
```

c. Efecto del amortiguamiento relativo en el comportamiento del sistema. Muestra en una figura la respuesta al escalón de cuatro sistemas de segundo orden orden que presentan ganancia $k = 1$, pulsación natural $\omega_n = 1$ y cuyos amortiguamientos relativos toman los valores

$$\delta = [0.1,\ 0.3,\ 0.5,\ 0.7,\ 0.9].$$

```
%% c) Efecto del amortiguamiento relativo en el comportamiento del sistema
close all
k=1;
d=0.1:0.2:0.9;
wn=1;
hold on
for i=1:length(d)
    step(tf(k*wn^2,[1 2*d(i)*wn wn^2]));
    legendInfo{i} = ['d = ' num2str(d(i))];
end
legend(legendInfo)
hold off

figure
hold on
for i=1:length(d)
    pzmap(tf(k*wn^2,[1 2*d(i)*wn wn^2]));
end
legend(legendInfo);
hold off
```

d. Efecto de la pulsación natural en el comportamiento del sistema. Muestra en una figura la respuesta al escalón de cuatro sistemas de segundo orden que presentan ganancia $k = 1$, amortiguamiento relativo $\delta = 0.4$ y cuyas pulsaciones naturales toman los valores

$$\omega_n = [1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6].$$

Traza en otra figura la posición de los polos en el plano s. ¿Que angulo forma estos con respecto a la horizontal?

```
%% d) Efecto de la pulsación natural en el comportamiento del sistema
close all
k=1;
d=0.4;
wn=1:1:6;
hold on
for i=1:length(wn)
    step(tf(k*wn(i)^2,[1 2*d*wn(i) wn(i)^2]));
    legendInfo{i} = ['wn = ' num2str(wn(i))];
end
legend(legendInfo);
title ('Respuesta al escalón con k=1, d=0.4, wn=1:1:6')
hold off

figure
hold on
for i=1:length(wn)
    pzmap(tf(k*wn(i)^2,[1 2*d*wn(i) wn(i)^2]));
end
legend(legendInfo);
title ('Polos con k=1, d=0.4, wn=1:1:6')
hold off
```

e. Envolventes. Traza la respuesta al escalón junto con las envolventes de un sistema de segundo orden con polos sub-amortiguados caracterizado por: $k = 1$, $\delta = 0.4$, $\omega_n = 1$.

```
%% e) Envolventes
close all
k=1;
d=0.4;
wn=1;
p=tf(k*wn^2,[1 2*d*wn wn^2]);
[y,t]=step(p);
ya=1+exp(-t.*d*wn)./sqrt(1-d.^2);
yb=1-exp(-t.*d*wn)./sqrt(1-d.^2);
plot(t,y,'b',t,ya,'--k',t,yb,'--k');
title ('Envolventes')
```

f. Parte real constante. Traza la respuesta al escalón de 4 sistemas de segundo orden con ganancia unitaria y polos complejo conjugados, que presenten parte real $Re = -1$ y coeficientes de amortiguamiento relativo

$$\delta = [0.3,\ 0.4,\ 0.5,\ 0.6].$$

Traza en otra figura la posición de los polos en el plano s. ¿Que posición toman?. Traza las envolventes de todos los sistemas junto con la envolvente empleada para calcular el tiempo de estblecimiento aproximado. Extrae las conclusiones oportunas.

```
%% f) Parte real constante
close all
k=1;
d=0.3:0.1:0.6;
wn=1./d;
hold on
for i=1:length(wn)
    step(tf(k*wn(i)^2,[1 2*d(i)*wn(i) wn(i)^2]));
      legendInfo{i} = [' k= 1, wn = ' num2str(wn(i), formato) ', ...
      d = ' num2str(d(i), formato)];
end
legend(legendInfo);
hold off

figure
hold on
for i=1:length(wn)
    pzmap(tf(k*wn(i)^2,[1 2*d(i)*wn(i) wn(i)^2]));
end
legend(legendInfo);
hold off


% Envolventes
figure
colori=['b', 'g','m','r']
hold on
t=0:0.1:10;
for i=1:length(wn)
    y=1+exp(-t.*d(i)*wn(i))./sqrt(1-d(i).^2);
    plot(t,y,'color',colori(i));
end
legend(legendInfo);
yt=1+exp(-t);
plot(t,yt,'k')
legendInfo{(i+1)} = ['envolvente para calc. ts'];
legend(legendInfo);
hold off
```

d. Evalúa el efecto de los ceros en un sistema de segundo orden (no estudiado en clase). Se desea conocer el comportamiento ante un escalón unitario del sistema

$$p(s) = \frac{(\tau_c s + 1)k\omega_n^2}{(s^2 + 2\delta\omega_n s + \omega_n^2)},$$

donde τ_c corresponde con la constante de tiempo del cero.

Representa la respuesta al escalón de varios sistemas que presenten $k = 1$, $\delta = 0.4$, $\omega_n = 1$ y ceros con constante de tiempo en

$$\tau_c = [1,\ 1.5,\ 2,\ 2.5,\ 3,\ 3.5,\ 4].$$

Contesta a las siguientes preguntas:

- ¿Como afecta a la respuesta el cero?

- ¿Cuando es mayor la distorsión? ¿Cuando el cero se sitúa a la izquierda o a la derecha de los polos?
- ¿Puede tener un sistema compuesto solo por dos polos complejo-conjugados un rebasamiento máximo porcentual superior al 100 %?
- ¿Puede tener un sistema compuesto por dos polos complejo-conjugados y un cero un rebasamiento máximo porcentual superior al 100 %?

```
%% g) Efecto de los ceros en el comportamiento del sistema
close all
k=1;
d=0.4;
wn=1;
tau_c=1:0.5:4;

hold on
for i=1:length(tau_c)
    p=k*wn^2*(tau_c(i)*s+1)/(s^2+ 2*d*wn*s +wn^2);
    step(p)
    legendInfo{i} = ['tau_c = ' num2str(tau_c(i))];
end
p=k*wn^2/(s^2+ 2*d*wn*s +wn^2);
step(p,'k*');
legendInfo{(i+1)} = ['Sistema sin cero añadido'];
legend(legendInfo);
hold off

figure
hold on
for i=1:length(tau_c)
    p=k*wn^2*(tau_c(i)*s+1)/(s^2+ 2*d*wn*s +wn^2);
    pzmap(p)
end
legend(legendInfo(1:i));
hold off
```

Ejercicio 2: Respuesta temporal de los sistemas con múltiples polos

El objetivo del segundo ejercicio es validar los conceptos estudiados en las sesiones teóricas referentes a la respuesta temporal de los sistemas que presentan múltiples polos. En este caso se considera un sistema con tres polos cuya función de transferencia esta determinada por

$$p(s) = \frac{10}{(s/a+1)(s^2+s+2)}.$$

Se pide:

a. Calcular el valor de a para que el sistema presente una dinámica caracterizada por un sistema de segundo orden. Calcular la función de transferencia simplificada $p_2(s)$ y comparar las dos respuestas.

```
%% a) Aproximación por una dinámica de segundo orden.
close all
s=tf('s');
%a=5;
```

```
%P=10/(s/a+1)/(s^2+s+2);
Pa2=10/(s^2+s+2);
polosPa2 =pole(Pa2);
a=-10*real(polosPa2(1));
P=10/(s/a+1)/(s^2+s+2);
pzmap(P);
P2=10/(s^2+s+2);
figure
step(P,P2)
```

b. Comparar la respuesta de la función de transferencia simplificada $p_2(s)$ con la de la planta $p(s)$, si esta presenta

$$a = [1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5].$$

Traza el diagrama de polos-ceros y la respuesta temporal.

¿Cual es el error cometido al cometer la simplificación?

```
%% b) Efecto del polo real en la aproximación.
close all
a=[1  2 3  4 5];
hold on
for i=1:length(a)
     step(10/(s/a(i)+1)/(s^2+s+2));
    legendInfo{i} = ['con polo añadido = -' num2str(a(i))];
end

step(P2,'k*')
legendInfo{(i+1)} = ['Sistema sin polo añadido'];
legend(legendInfo);
hold off


figure
hold on
for i=1:length(a)
    pzmap(10/(s/a(i)+1)/(s^2+s+2))
    legendInfo{i} = ['con polo añadido = -' num2str(a(i))];
end
legend(legendInfo);
hold off
```

c. Calcular el valor de a para que el sistema presente una dinámica caracterizada por un sistema de primer orden. Calcular la función de transferencia simplificada $p_2(s)$ y comparar las dos respuestas.

```
%% c) Aproximación por una dinámica de primer orden.
a=0.05;
P=10/(s/a+1)/(s^2+s+2);
P3=5/(s/a+1);

step(P,P3)
legend(('P=10/(s/0.05+1)/(s^2+s+2)'), 'P3=5/(s/0.05+1)')
```

d. Evaluar como afecta a la simplificación la posición de los polos complejo-conjugados. Para ello definir $p(s)$ para los siguientes valores

$$a = [0.2,\ 0.3,\ 0.4,\ 0.5],$$

y trazar en una figura las respuestas de $p(s)$ y su aproximación. analizar el error cometido.

```
%% d) Efecto del polo real en la aproximación.
close all
a=[0.1 0.2 0.3 0.4  0.5];
colores=['r' 'g' 'b' 'c' 'm' 'y' 'k'];
hold on
for i=1:length(a)
    step(10/(s/a(i)+1)/(s^2+s+2),colores(i));
    legendInfo{i} = ['con polo añadido = -' num2str(a(i))];
end

for i=1:length(a)
    aux=strcat('--',colores(i));
    step(5/(s/a(i)+1),aux)
    legendInfo{i+length(a)} = ['Sist 1er orden con polo = -' num2str(a(i))];
end
legend(legendInfo);
hold off
```

Ejercicio 3: Control de motor de corriente continua

Se desea gobernar el motor de corriente continua de la planta Feedback 33-100 (estudiado en la Practica 2), situándolo en un lazo de control como el de la Figura 1. El objetivo de control es gobernar la velocidad del rotor $\omega(t)$ de forma que esta siga a la referencia $r(t)$. La velocidad del rotor y la referencia se encuentran expresadas en revoluciones por minuto (rpm).

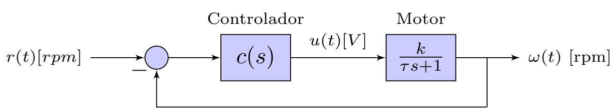

Figura 1: Sistema de control empleado para gobernar la planta Feedback 33-100.

Recuérdese que la función de transferencia aproximada del motor corresponde con la de un sistema de primer orden

$$\frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{k_i}{R(Js+B)+k_i k_b} = \frac{k}{(\tau s+1)}.$$

Los parámetros k y τ han sido obtenidos en la práctica numero 2, y son necesarios para la realización del ejercicio. En este caso se considera que el freno se encuentra fijado al 0 %.

En el desarrollo del ejercicio se emplean dos tipos de controladores. Un controlador I (Integral), caracterizado por

$$c(s) = \frac{k_i}{s},$$

y un controlado PI (Proporcional Integral), caracterizado por

$$c(s) = k_p + \frac{k_i}{s} = \frac{k_p s + k_i}{s}.$$

Se dispone tres archivos **.mat* que contienen los resultados de diversas pruebas realizadas sobre el dispositivo real. A continuación se detallan los datos contenidos en cada uno de los archivos:

- *datos_controlador_I.mat*. Contiene las respuestas temporales (t, r, y, u) obtenidas para cinco controladores I. El vector de tiempos t y la referencia r son iguales en los cinco experimentos. Las respuestas del sistema (velocidad del rotor) y las acciones de control (tensión aplicada) se han almacenado con los siguientes nombres: y_ki_x, u_ki_x. Donde x corresponde con el valor de k_i según la regla: $k_i = x/100$. Es decir, y_ki_2 es la respuesta del sistema para un controlador $c(s) = 0.02/s$.

- *datos_controlador_PI.mat*. Contiene las respuestas temporales (t, r, y, u) obtenidas para tres controladores PI. El vector de tiempos t y la referencia r son iguales en los tres experimentos y coinciden con los de *datos_controlador_I.mat*. Las respuestas del sistema (velocidad del rotor) y las acciones de control (tensión aplicada) se han almacenado con los siguientes nombres: y_pi_x, u_pi_x. Donde x corresponde con el valor de k_p según la regla: $k_p = x/1000$. El valor de k_i ha sido fijado en los tres casos a $k_i = 0.03$. Es decir, y_pi_2 es la respuesta del sistema para un controlador $c(s) = 0.002 + 0.03/s$.

- *datos_perturbaciones.mat*. Contiene dos experimentos en los que se puede observar la respuesta del sistema ante perturbaciones si se emplea el controlador PI particularizado con $k_i = 0.03$ y $k_p = 0.002$. El vector de tiempos t y la referencia r son iguales en los dos experimentos. El resto de datos corresponden con:
    - y_1, u_1. Una vez el motor se encuentra en régimen permanente, se aplica una perturbación constante pasando el freno del 0 % al 100 %.
    - y_2, u_2. Una vez el motor se encuentra en régimen permanente, se aplica una perturbación durante un periodo de tiempo. Se aplica un cambio en el freno del 0 % al 50 % y a continuación del 50 % al 0 %.

Se pide:

a. Determinar matemáticamente la función de transferencia de lazo cerrado que expresa la relación entre la velocidad y la referencia $\Omega(s)/R(s)$, si se emplea el controlador integral. Trazar el diagrama de polos-ceros para observar los posibles polos en función de k_i emplear el vector *k_i=(0:0.001:0.01)*.

Función de transferencia en lazo cerrado:

$$\frac{\Omega(s)}{R(s)} = \frac{c(s)p(s)}{1 + c(s)p(s)} = \frac{kk_i}{s(\tau s + 1) + kk_i} = \frac{\frac{kk_i}{\tau}}{s^2 + \frac{s}{\tau} + \frac{kk_i}{\tau}}$$

Parámetros característicos:

$$k = 1$$
$$\omega_n = \sqrt{\frac{kk_i}{\tau}}$$
$$\delta\omega_n = \frac{1}{2\tau}$$
$$\delta = \frac{1}{2\sqrt{\tau kk_i}}$$

Dependiendo de k_i podemos obtener dos polos complejo-conjugados o dos polos reales

- Si $k_i \geq \frac{1}{4k\tau} = \frac{1}{4\times350\times0.16} = 0.0045$. Polos complejo-conjugados. Respuesta sub-amortiguada
- Si $k_i = \frac{1}{4k\tau} = \frac{1}{4\times350\times0.16} = 0.0045$. Dos polos reales múltiples. Respuesta criticamente-amortiguada
- Si $k_i \leq \frac{1}{4k\tau} = \frac{1}{4\times350\times0.16} = 0.0045$. Dos polos reales. Respuesta sobre-amortiguada

Posición de los polos:

- Polos complejo-conjugados ($k_i \geq \frac{1}{4k\tau}$)

$$s = -\delta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\delta^2} = -\frac{1}{2\tau} \pm j\frac{1}{2\tau}\sqrt{4kk_i\tau - 1}$$

La parte real es constante y la parte imaginaria crece con el valor de k_i.

- Dos polos reales múltiples ($k_i = \frac{1}{4k\tau}$)

$$s = -\delta\omega_n = -\frac{1}{2\tau}$$

- Dos polos reales ($k_i < \frac{1}{4k\tau}$)

$$s = -\delta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\delta^2 - 1} = -\frac{1}{2\tau} \pm \frac{1}{2\tau}\sqrt{1 - 4kk_i\tau}$$

Los polos se aproximan cuando la constante k_i crece.

```
%% a) Estudio matemático de la respuesta en lazo cerrado
clear;
close all;
s=tf('s');
p=350/(0.16*s+1);
ki=(0:0.001:0.01);

hold on
for i=1:length(ki)
    c=ki(i)/s;
    m=feedback(c*p,1);
    pzmap(m);
end
```

b. Determinar el tiempo de establecimiento aproximado (banda del 2 %) para las respuestas obtenidas en el sistema real. Mostrar los datos obtenidos experimentalmente para $k_i = 0.03$ y comprobar si se cumple el comportamiento esperado. En la figura debe presentarse en la parte superior la referencia junto con la respuesta temporal y en la parte inferior la acción de control empleada.

Todos los controladores empleados cumplen $k_i > 0.0045$. Por lo tanto, las respuestas obtenidas serán subamortiguadas.

$$t_{s_{2\,\%}} \approx \frac{4}{\delta\omega_n} = \frac{4}{\frac{1}{2\tau}} = 8\tau = 8 \times 0.16 = 1.25s \qquad (1)$$

```
%% b) Respuesta temporal para acciones de control básicas.
close all
load datos_controlador_I

subplot(2,1,1),plot(t,y_ki_3,t,r,'k--');
% Trrazo la banda de tolerancia
t2=[5 8];
BT_s=[1 1]*(1500+0.02*500);
BT_i=[1 1]*(1500-0.02*500);
hold on
plot(t2,BT_s,'r:',t2,BT_i,'r:');
hold off
```

```

ylabel('Velocidad del rotor [rpm]')
xlabel('Tiempo [s]')
axis([4 8 900 1800])
subplot(2,1,2),plot(t,u_ki_3);
ylabel('Accion de control [V]')
xlabel('Tiempo [s]')
axis([4 8 2 6])
```

c. Obtener gráficamente el valor del tiempo de pico y del rebasamiento máximo par $k_i = 0.03$. Comparar estos resultados con los esperados según el comportamiento teórico. ¿Se aproximan?

```
% Calculo los parámetros de la respuesta teórica de lazo cerrado
k=350;
tau=0.16;
ki=0.03;

d=1/2/sqrt(ki*k*tau);
wn=sqrt(k*ki/tau);

RM=100*exp(-d*pi/sqrt(1-d^2));
ymax=1500+500*RM/100;
disp('Valor máximo en la respuesta' );
disp(ymax);

tp=pi/wn/sqrt(1-d^2);
disp('Tiempo de pico')
disp(5+tp);

% Valores obtenidos del la figura
% ymax= 1650
% tp= 5.4
```

d. Compara en una figura la respuesta teórica y la real. En la parte superior se mostrara la velocidad del rotor y la referencia y en la parte inferior las acciones de control.

```
%% d) Comparativa entre el sistema real y el teórico
m=k*ki/(tau*s^2+s+k*ki);
[yt,tt]=step(500*m,3);
tt=tt+4.98;
yt=yt+1000;
figure
subplot(2,1,1),plot(t,y_ki_3,tt, yt,t,r,'k--');
legend('Real', 'Modelo', 'Referencia')
ylabel('Velocidad del rotor [rpm]')
xlabel('Tiempo [s]')
axis([4 8 900 1800])

c=ki/s;
mu=c/(1+p*c);
[ut,tt]=step(500*mu,3);
tt=tt+4.98;
ut=ut+u_ki_3(1);
```

```
subplot(2,1,2),plot(t,u_ki_3, tt, ut );
legend('Real', 'Modelo')
ylabel('Accion de control [V]')
xlabel('Tiempo [s]')
axis([4 8 2 6])
```

e. Traza en una misma figura la respuesta real obtenida para todos los controladores.

```
%% e) Respuesta real obtenida para todos los valores de ki
close all
subplot(2,1,1),plot(t,[y_ki_1 y_ki_2 y_ki_3 y_ki_4 y_ki_5],t,r,'k--');
ylabel('Velocidad del rotor [rpm]')
xlabel('Tiempo [s]')
axis([4 8 900 1800])
subplot(2,1,2),plot(t,[u_ki_1 u_ki_2 u_ki_3 u_ki_4 u_ki_5]);
ylabel('Accion de control [V]')
xlabel('Tiempo [s]')
axis([4 8 2 6])
```

f. Determinar matemáticamente la función de transferencia de lazo cerrado que expresa la relación entre la velocidad y la referencia $\Omega(s)/R(s)$, si se emplea el controlador proporcional-integral. Trazar el diagrama de polos para observar los posibles polos en función de k_p emplear el vector *k_p=(0:0.001:0.01)*.

Controlador:

$$c(s) = kp + \frac{k_i}{s} = \frac{(k_p s + k_i)}{s} \tag{2}$$

Función de transferencia en lazo cerrado:

$$\frac{\Omega(s)}{R(s)} = \frac{c(s)p(s)}{1 + c(s)p(s)} = \frac{k(k_p s + k_i)}{s(\tau s + 1) + k(k_p s + k_i)} = \frac{\frac{k(k_p s + k_i)}{\tau}}{s^2 + s\frac{1+kk_p}{\tau} + \frac{kk_i}{\tau}}$$

Parámetros característicos:

$$k = 1$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{kk_i}{\tau}}$$

$$\delta\omega_n = \frac{1 + kk_p}{2\tau}$$

$$\delta = \frac{1}{2\sqrt{\tau k_i k}}(1 + k_p k)$$

Puede comprobarse como ajustando k_p y k_i puede obtenerse la dinámica deseada en lazo cerrado. Para sintonizar estos parámetros solo es necesario determinar los valores deseados para δ y ω_n. Una vez conocidos estos se resuelve el sistema de dos ecuaciones y dos incognitas.

```
%% f) Estudio matemático de la respuesta en lazo cerrado
clear;
close all;
s=tf('s');
p=350/(0.16*s+1);
ki=0.03;
kp=(0:0.001:0.01);

hold on
```

```
for i=1:length(kp)
    c=kp(i)+ki/s;
    m=feedback(c*p,1);
    m=minreal(m/(kp(i)*s+ki));
    pzmap(m);
end
```

g. Diseñar los parámetros del controlador para que el sistema en lazo cerrado presente una dinámica caracterizada por: $t_{s_{2\,\%}} = 0.95s$ y $RM(\%) = 6.52\,\%$. Busca entre las respuestas facilitadas (*datos_controlador_PI.mat*) el controlador que presenta unos parámetros k_i y k_p más próximos a los calculados y compara las respuestas del sistema teórico y real. Comprueba si se cumple el comportamiento esperado.

El tiempo de establecimiento esta determinado por la parte real de los polos complejo conjugados $(-\delta\omega_n)$, que en este caso solo depende de k_p. Por lo tanto, k_p puede obtenerse según

$$t_{s_{2\,\%}} \approx \frac{4}{\delta\omega_n} = \frac{8\tau}{1+kk_p} = 0.95 \rightarrow k_p \approx 0.001.$$

El rebasamiento máximo depende únicamente de δ, cumpliendo

$$RM(\,\%) = 100e^{-\delta\pi/\sqrt{1-\delta^2}} = 6.52\,\% \rightarrow \delta = 0.656.$$

Conocido δ y k_p, puede obtenerse el valor de k_i según

$$\delta = \frac{1}{2\sqrt{\tau k_i k}}(1+k_p k) = 0.656 \rightarrow k_i \approx 0.03.$$

Por lo tanto el controlador necesario es

$$c(s) = 0.001 + \frac{0.03}{s},$$

y la respuesta del sistema real para este controlador se encuentra contenida en $y_p i_1$, $u_p i_1$.

```
%% g) Respuesta temporal para acciones de control básicas.
close all
% Respuesta real
subplot(2,1,1),plot(t,y_pi_1,t,r,'k--');
title('Respuesta del sistema con ki=0.03 kp=0.001')
legend('velocidad','referencia')
ylabel('Velocidad del rotor [rpm]')
xlabel('Tiempo [s]')
axis([4 8 900 1800])
subplot(2,1,2),plot(t,u_pi_1);
ylabel('Accion de control [V]')
xlabel('Tiempo [s]')
axis([4 8 2 5])

% Comparativa Real-Teórico
s=tf('s');
ki=0.03;
kp=0.001;
p=350/(0.16*s+1);
c=ki/s+kp;
```

```
m=feedback(p*c,1);
[yt,tt]=step(500*m,3);
tt=tt+4.98;
yt=yt+1000;
figure
subplot(2,1,1),plot(t,y_pi_1,tt, yt,t,r,'k--');
title('Comparativa entre el modelo y el sistema real')
legend('Real', 'Modelo', 'Referencia')
ylabel('Velocidad del rotor [rpm]')
xlabel('Tiempo [s]')
axis([4 8 900 1800])

mu=c/(1+p*c);
[ut,tt]=step(500*mu,3);
tt=tt+4.98;
ut=ut+u_pi_1(1);
subplot(2,1,2),plot(t,u_pi_1,tt,ut);
legend('Real', 'Modelo')
ylabel('Accion de control [V]')
xlabel('Tiempo [s]')
axis([4 8 2 6])
```

h. Traza en una misma figura la respuesta real obtenida para todos los controladores PI.

```
%% h) Respuesta real obtenida para todos los controladores PI

subplot(2,1,1),plot(t,[y_pi_1 y_pi_15 y_pi_2],t,r,'k--');
ylabel('Velocidad del rotor [rpm]')
xlabel('Tiempo [s]')
axis([4 8 900 1800])
subplot(2,1,2),plot(t,[u_pi_1 u_pi_15 u_pi_2 ]);
ylabel('Accion de control [V]')
xlabel('Tiempo [s]')
axis([4 8 2 6])
```

i. Representa los experimentos contenidos en el archivo datos_perturbaciones.mat en dos figuras diferentes, en las que aparezca en la parte superior la velocidad del rotr y en la inferior la acción de control. Analiza la respuesta del sistema ante las perturbaciones introducidas con el freno magnético. ¿Que ha hecho el controlador para rechazar las perturbaciones?

```
%% i) Respuesta ante perturbaciones.
load datos_perturbaciones
close all
figure
subplot(2,1,1),plot(t,y1,t,r,'k--');
legend('velocidad','referencia')
title('Perturbación constante 0->50%')
ylabel('Velocidad del rotor [rpm]')
xlabel('Tiempo [s]')
axis([2.5 8 700 1200])
subplot(2,1,2),plot(t,u1);
ylabel('Accion de control [V]')
xlabel('Tiempo [s]')
```

```
axis([2.5 8 2 6])

figure
subplot(2,1,1),plot(t,y2,t,r,'k--');
legend('velocidad','referencia')
title('Perturbación 0%->50%->0%')
ylabel('Velocidad del rotor [rpm]')
xlabel('Tiempo [s]')
axis([2.5 8 700 1200])
subplot(2,1,2),plot(t,u2);
ylabel('Accion de control [V]')
xlabel('Tiempo [s]')
axis([2.5 8 2 4])
```