

# Curso en Modelación DSGE

Oscar Avila - Fredy Castañeda - Juan A. Rincón

Banco de la República, DMM - Colombia

Julio - 2025

# Tabla de contenido

## Parte I: Modelos DSGE Básicos

- Modelo RBC para una economía cerrada

- Modelo RBC para una economía pequeña y abierta

## Parte II: Modelos con rigideces de precios (Modelo Neokeynesiano)

## Anexos

- Principios de programación en Dynare

# Parte I: Modelos DSGE Básicos

# Parte I: Contenido

1. Modelo de ciclos reales de economía cerrada (RBC)
2. Modelo de ciclos reales de economía abierta (SOE)

# Modelo RBC para una economía cerrada

# Características del modelo

- ▶ Hogares:
  - ▶ Deciden sobre consumo, trabajo e inversión
- ▶ Productores de bienes finales:
  - ▶ competencia perfecta
  - ▶ utilizan capital y trabajo para producir un bien final
  - ▶ el bien se destina a consumo e inversión

# Flujo de la economía

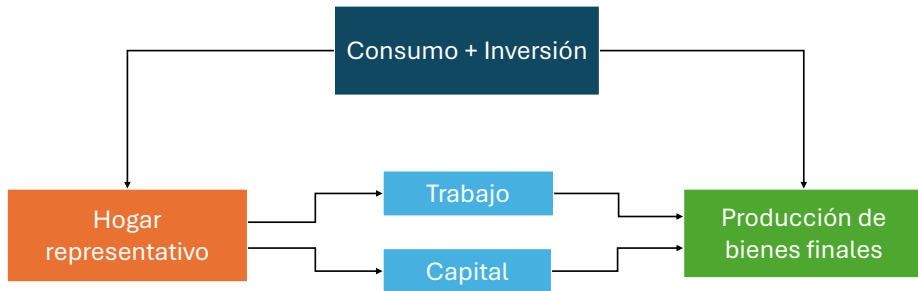


Figura: Modelo RBC para una economía cerrada

# Hogares

El hogar representativo maximiza el valor presente de la utilidad

$$E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left( \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \varphi_l \frac{h_t^{1+\eta}}{1+\eta} \right)$$

sujeito a restricción presupuestal:

$$P_t(C_t + I_t) = W_t h_t + R_t^K K_{t-1}$$

+ costos de ajuste de capital:

$$I_t = K_t - (1 - \delta)K_{t-1} + \frac{\phi_K}{2} (K_t - K_{t-1})^2$$



## Hogares: Condiciones de Primer Orden

De las C.P.O se encuentra la tasa marginal entre ocio y consumo, al igual que la ecuación de Euler del capital:

$$C_t : \quad C_t^{-\sigma} = P_t \lambda_t$$

$$h_t : \quad \varphi_l h_t^\eta = \lambda_t W_t$$

$$K_t : \quad P_t \lambda_t [1 + \phi_K (K_t - K_{t-1})] = E_t P_{t+1} \lambda_{t+1} \beta \left( (1 - \delta) + \frac{R_{t+1}^K}{P_{t+1}} + \phi_K (K_{t+1} - K_t) \right)$$

## Productores de bienes finales

- ▶ Una empresa representativa opera en competencia perfecta y produce un bien homogéneo usando capital y trabajo
- ▶ La producción total se destina a consumo e inversión

$$q_t = C_t + I_t$$

- ▶ Choque de productividad

## Productores de bienes finales: Problema de optimización

$$\min_{K_{t-1}, h_t} R_t^K K_{t-1} + W_t h_t$$

sujeito a

$$q_t = A_t K_{t-1}^\alpha h_t^{1-\alpha}$$

Del problema de optimización se encuentran las demandas de factores y el costo marginal:

$$R_t^K = \mu_t \alpha \frac{q_t}{K_{t-1}}$$

$$W_t = \mu_t (1 - \alpha) \frac{q_t}{h_t}$$

$$MC_t = \frac{1}{A_t} \left( \frac{R_t^K}{\alpha} \right)^\alpha \left( \frac{W_t}{1 - \alpha} \right)^{1-\alpha}$$

## Modelo Completo I

$$q_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} \quad (1)$$

$$I_t = K_t - (1 - \delta)K_{t-1} + \frac{\phi_K}{2} (K_t - K_{t-1}) \quad (2)$$

$$\varphi_I h_t^\eta C_t^\sigma = \frac{W_t}{P_t} \quad (3)$$

$$P_t \lambda_t [1 + \phi_K (K_t - K_{t-1})] = E_t P_{t+1} \lambda_{t+1} \beta \left( (1 - \delta) + \frac{R_{t+1}^K}{P_{t+1}} + \phi_K (K_{t+1} - K_t) \right) \quad (4)$$

$$q_t = C_t + I_t \quad (5)$$

## Modelo Completo II

$$R_t^k = \mu_t \alpha \frac{q_t}{K_{t-1}} \quad (6)$$

$$W_t = \mu_t (1 - \alpha) \frac{q_t}{h_t} \quad (7)$$

$$MC_t = \frac{1}{A_t} \left( \frac{R_t^k}{\alpha} \right)^\alpha \left( \frac{W_t}{1 - \alpha} \right)^{1 - \alpha}$$

$$\mu_t = MC_t$$

$$P_t = MC_t$$

$$A_t = (A_{t-1})^\rho (A_{ss})^{1-\rho} (1 + \epsilon_t^a) \quad (8)$$

Variables:  $P, C, I, K, h, R^k, W, \lambda, \mu, MC, q, A$ . En este caso se normalizan los precios a 1,  $P = 1$ , por lo que una de las ecuaciones se hace irrelevante

## Estado estacionario I

$$P(C + I) = Wh + R^K K \quad (1)$$

$$I = \delta K \quad (2)$$

$$C^{-\sigma} = P\lambda \quad (3)$$

$$\varphi_I h^\eta = \lambda W \quad (4)$$

$$1 = \beta \left( (1 - \delta) + \frac{R^K}{P} \right) \quad (5)$$

$$q = C + I \quad (6)$$

## Estado estacionario II

$$R^K = \mu \alpha \frac{q}{K} \quad (7)$$

$$W = \mu(1 - \alpha) \frac{q}{h} \quad (8)$$

$$MC = \frac{1}{A} \left( \frac{R^K}{\alpha} \right)^\alpha \left( \frac{W}{1 - \alpha} \right)^{1 - \alpha} \quad (9)$$

$$\mu = MC \quad (10)$$

$$P = MC \quad (11)$$

$$A = A_{ss} \quad (12)$$

# Cálculo del estado estacionario analítico

- Nivel de precios

$$P = 1$$

$$MC = P$$

- La ecuación de Euler

$$P\lambda[1 + \phi_K(K - K)] = P\lambda\beta \left( (1 - \delta) + \frac{R^K}{P} + \phi_K(K - K) \right)$$
$$R^K = P \left( \frac{1}{\beta} - (1 - \delta) \right) \quad (1)$$



## Cálculo del estado estacionario analítico

- Costos marginales :

$$MC = \frac{1}{A} \left( \frac{R^k}{\alpha} \right)^\alpha \left( \frac{W}{1-\alpha} \right)^{1-\alpha}$$
$$W = (1-\alpha) \left( PA \left( \frac{\alpha}{R^k} \right)^\alpha \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (2)$$

- Oferta de trabajo y utilizando la demanda de trabajo:

$$(\varphi_I h^\eta C^\sigma) P = W$$
$$C = \left( \left( \frac{W}{P} \right) \frac{1}{\varphi_I h^\eta} \right)^{\frac{1}{\sigma}}$$
$$C = \left( \frac{1}{\textcolor{red}{Y}} \right)^{\frac{\eta}{\sigma}} \left( \left( \frac{W}{P} \right) \left( \frac{1}{\varphi_I} \right) \left( \frac{W}{(1-\alpha)} \right)^\eta \right)^{\frac{1}{\sigma}} \quad (3)$$

# Cálculo del estado estacionario analítico

- Demanda de capital

$$K = \frac{\alpha}{R^K} Y \quad (4)$$

- Ley de acumulación de capital y la demanda de capital

$$\begin{aligned} I &= K - (1 - \delta)K + \frac{\phi_K}{2} (K - K) \\ I &= \delta \left( \frac{\alpha}{R^K} Y \right) \end{aligned} \quad (5)$$

# Cálculo del estado estacionario analítico

- La demanda de trabajo

$$L = \frac{(1 - \alpha)}{W} Y \quad (6)$$

- Productividad

$$\begin{aligned} A &= (A)^\rho (A_{ss})^{1-\rho} (1 + \epsilon) \\ A &= A_{ss} \end{aligned} \quad (7)$$

## Cálculo del estado estacionario analítico

- La demanda agregada con el consumo y la inversión

$$Y = C + I$$

$$Y = \left( \frac{1}{Y} \right)^{\frac{\eta}{\sigma}} \left( \left( \frac{W}{P} \right) \left( \frac{1}{\varphi_I} \right) \left( \frac{W}{(1-\alpha)} \right)^{\eta} \right)^{\frac{1}{\sigma}} + \delta \left( \frac{\alpha}{R^K} Y \right)$$

$$Y = \left\{ \frac{\left( \left( \frac{1}{\varphi_I} \right) \left( \frac{W}{P} \right) \left( \frac{W}{(1-\alpha)} \right)^{\eta} \right)^{\frac{1}{\sigma}}}{1 - \frac{\delta \alpha}{R^K}} \right\}^{\frac{\sigma}{\sigma+\eta}} \quad (8)$$

# Modelo de Economía Pequeña y Abierta

# Características del Modelo

- ▶ Hogares
  - ▶ Deciden sobre consumo, trabajo, inversión y bonos externos
  - ▶ la tasa de interés externa es sensible al endeudamiento
  - ▶ los bonos están expresados en moneda externa.
- ▶ Productores de bienes finales:
  - ▶ competencia perfecta
  - ▶ utilizan capital y trabajo para producir un bien final
  - ▶ el bien se destina a consumo, inversión y exportaciones netas
  - ▶ los bienes domésticos y externos son homogéneos

Basado en Schmitt-Grohé y Uribe [SU03]

# Flujo de la economía

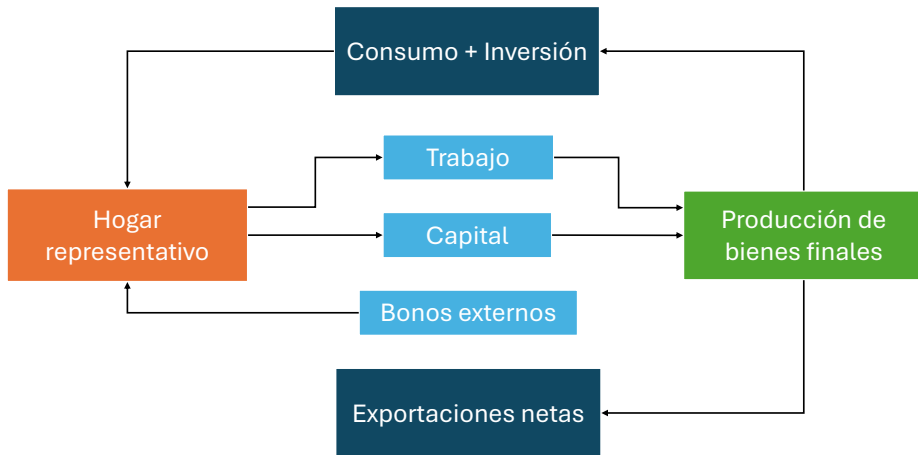


Figura: Modelo RBC para una pequeña economía abierta

# Hogares I

$$\max_{C_t, h_t, B_t^*, I_t, K_t} \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(C_t, h_t)$$

sujeto a

$$P_t^c(C_t + I_t) + s_t P_t^* B_t^* = W_t h_t + R_t^K K_{t-1} + (1 + i_{t-1}^*) s_t P_{t-1}^* B_{t-1}^*$$

$$I_t = K_t - (1 - \delta) K_{t-1} + \frac{\phi_K}{2} (K_t - K_{t-1})^2$$

$$i_t^* = i^* + (e^{\phi_b(B_t^* - B^*)} - 1)$$

Tasa de cambio real:

$$z_t = s_t \frac{P_t^*}{P_t^c}$$



## Hogares II

Considere la siguiente función de utilidad:

$$U(C_t, h_t) = \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \varphi_h \frac{h_t^{1+\eta}}{1+\eta}$$

C.P.O

$$C_t^{-\sigma} = P_t^c \lambda_t$$

$$\varphi_h h_t^\eta = W_t \lambda_t$$

$$\lambda_t P_t^c [1 + \phi_K(K_t - K_{t-1})] = \mathbb{E}_t \lambda_{t+1} \beta P_{t+1}^c \left[ 1 - \delta + \phi_K(K_{t+1} - K_t) + \frac{R_{t+1}^K}{P_{t+1}^c} \right]$$

$$\mathbb{E}_t \left( \frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^\sigma = \beta \mathbb{E}_t \left( \frac{z_{t+1}}{z_t} \frac{(1 + i_t^*)}{(1 + \pi_{t+1}^*)} \right)$$

## Productores de bienes finales

- ▶ Una empresa representativa opera en competencia perfecta y produce un bien homogéneo usando capital y trabajo
- ▶ La producción total se destina a consumo, inversión y exportaciones netas

$$q_t = C_t + I_t + NX_t$$

- ▶ Choque de productividad

## Productores de bienes finales: Problema de optimización

$$\min_{K_{t-1}, h_t} R_t^K K_{t-1} + W_t h_t$$

sujeito a

$$q_t = A_t K_{t-1}^\alpha h_t^{1-\alpha}$$

Del problema de optimización se encuentran las demandas de factores, el costo marginal, y el precio óptimo de los bienes finales:

$$R_t^K = \mu_t \alpha \frac{q_t}{K_{t-1}}$$

$$W_t = \mu_t (1 - \alpha) \frac{q_t}{h_t}$$

$$MC_t = \frac{1}{A_t} \left( \frac{R_t^K}{\alpha} \right)^\alpha \left( \frac{W_t}{1 - \alpha} \right)^{1-\alpha} = \mu_t = P_t^c$$

## Modelo Completo I

$$P_t^c(C_t + I_t) + s_t P_t^* B_t^* = W_t h_t + R_t^K K_{t-1} + (1 + i_{t-1}^*) s_t P_{t-1}^* B_{t-1}^* \quad (1)$$

$$I_t = K_t - (1 - \delta) K_{t-1} + \frac{\phi_K}{2} (K_t - K_{t-1})^2 \quad (2)$$

$$i_t^* = i^* + (e^{\phi_b(B_t^* - B^*)} - 1) \quad (3)$$

$$rer_t = s_t \frac{P_t^*}{P_t^c} \quad (4)$$

$$C_t^{-\sigma} = P_t^c \lambda_t \quad (5)$$

$$\varphi_h h_t^\eta = W_t \lambda_t \quad (6)$$

$$\lambda_t P_t^c [1 + \phi_K(K_t - K_{t-1})] = \mathbb{E}_t \lambda_{t+1} \beta P_{t+1}^c \left[ 1 - \delta + \phi_K(K_{t+1} - K_t) + \frac{R_{t+1}^K}{P_{t+1}^c} \right] \quad (7)$$

$$\lambda_t s_t P_t^* = \mathbb{E}_t \lambda_{t+1} \beta s_{t+1} P_{t+1}^* (1 + i_t^*) \quad (8)$$

## Modelo Completo II

$$q_t = C_t + I_t + NX_t \quad (9)$$

$$q_t = A_t K_{t-1}^\alpha h_t^{1-\alpha} \quad (10)$$

$$R_t^k = \mu_t \alpha \frac{q_t}{K_{t-1}} \quad (11)$$

$$W_t = \mu_t (1 - \alpha) \frac{q_t}{h_t} \quad (12)$$

$$MC_t = \frac{1}{A_t} \left( \frac{R_t^k}{\alpha} \right)^\alpha \left( \frac{W_t}{1 - \alpha} \right)^{1-\alpha} \quad (13)$$

$$\mu_t = MC_t \quad (14)$$

$$P_t = MC_t \quad (15)$$

Variables endógenas  $P_t^c, C_t, I_t, s_t, B_t^*, W_t, h_t, R_t^k, K_t, rer_t, \lambda_t, q_t, NX_t, \mu_t, MC_t$

Variables exógenas:  $P_t^*, i_t^*, A_t$

## Estado Estacionario I

$$P^c(C + I) = Wh + R^K K + i^* s P^* B^* \quad (1)$$

$$I = \delta K \quad (2)$$

$$B^* = B^* \quad (3)$$

$$rer = s \frac{P^*}{P^c} \quad (4)$$

$$C^{-\sigma} = P^c \lambda \quad (5)$$

$$\varphi_h h^\eta = W \lambda \quad (6)$$

$$1 = \beta \left[ 1 - \delta + \frac{R^K}{P^c} \right] \quad (7)$$

$$1 = \beta(1 + i^*) \quad (8)$$

## Estado Estacionario II

$$q = C + I + NX \quad (9)$$

$$q = AK^\alpha h^{1-\alpha} \quad (10)$$

$$R^k = \mu\alpha \frac{q}{K} \quad (11)$$

$$W = \mu(1 - \alpha) \frac{q}{h} \quad (12)$$

$$MC = \frac{1}{A} \left( \frac{R^k}{\alpha} \right)^\alpha \left( \frac{W}{1 - \alpha} \right)^{1-\alpha} \quad (13)$$

$$\mu = MC \quad (14)$$

$$P = MC \quad (15)$$

# Ejercicios de análisis económico

Utilice para este ejercicio el archivo `.m` “RBC\_Aplicado”.

## 1. Calibración

- ▶ Buscar los datos para ver si logramos calibrar el  $\alpha$

## 2. Funciones impulso respuesta

- ▶ Choque de productividad

## 3. Análisis de sensibilidad

- ▶ Persistencia en la productividad
- ▶ Depreciación
- ▶ Costo de ajuste del capital
- ▶ Factor de descuento



## Parte II: Modelos con rigideces de precios (Modelo Neokeynesiano)

# Motivación

Por qué el modelo Nekeynesiano?

# Motivación

Por qué el modelo Nekeynesiano?

- ▶ El modelo RBC constituye la columna vertebral de los modelos DSGE. Sin embargo, en el modelo base los factores monetarios no juegan un papel.

# Motivación

Por qué el modelo Nekeynesiano?

- ▶ El modelo RBC constituye la columna vertebral de los modelos DSGE. Sin embargo, en el modelo base los factores monetarios no juegan un papel.
- ▶ La evidencia empírica “reciente” muestra que los choques monetarios no son neutrales y que los precios y salarios son rígidos en el corto plazo (CP).

# Motivación

Por qué el modelo Nekeynesiano?

- ▶ El modelo RBC constituye la columna vertebral de los modelos DSGE. Sin embargo, en el modelo base los factores monetarios no juegan un papel.
- ▶ La evidencia empírica “reciente” muestra que los choques monetarios no son neutrales y que los precios y salarios son rígidos en el corto plazo (CP).
- ▶ El modelo estándar para el análisis de ciclos reales y política monetaria (PM) incorpora rigideces nominales y permite que la PM tenga efectos reales
  - \* en el CP, la tasa de interés nominal no se mueve uno a uno con la inflación esperada. Cambios en la tasa de interés real afectan las decisiones de Consumo e Inversión

# Contenido

1. Evidencia empírica sobre rigideces de precios y no-neutralidad del dinero
2. Modelo RBC + rigideces de precios
3. Modelo RBC + rigideces de precios + política monetaria
4. Modelo neokeynesiano de economía pequeña y abierta

# Evidencia empírica: Rigideces de Precios

## Evidencia empírica: Internacional

- ▶ A partir de revisiones estadísticas, Taylor (1999) concluye que existe una amplia evidencia de rigideces de precios en EE.UU.
  1. la frecuencia promedio de ajuste de precios es alrededor de un año
  2. el ajuste de precios no se hace de manera sincronizada (ajuste escalonado de precios, común en el modelo NK)



## Evidencia empírica: Internacional

- ▶ A partir de revisiones estadísticas, Taylor (1999) concluye que existe una amplia evidencia de rigideces de precios en EE.UU.
  1. la frecuencia promedio de ajuste de precios es alrededor de un año
  2. el ajuste de precios no se hace de manera sincronizada (ajuste escalonado de precios, común en el modelo NK)
- ▶ Bils y Klenow (2004), a partir del análisis para 350 categorías de productos subyacentes al IPC de EE.UU, encuentran una duración promedio de los precios entre 4 y 6 meses

## Evidencia empírica: Internacional

- ▶ A partir de revisiones estadísticas, Taylor (1999) concluye que existe una amplia evidencia de rigideces de precios en EE.UU.
  1. la frecuencia promedio de ajuste de precios es alrededor de un año
  2. el ajuste de precios no se hace de manera sincronizada (ajuste escalonado de precios, común en el modelo NK)
- ▶ Bils y Klenow (2004), a partir del análisis para 350 categorías de productos subyacentes al IPC de EE.UU, encuentran una duración promedio de los precios entre 4 y 6 meses
- ▶ Nakamura y Steinsson (2008) reconsideran la evidencia presentada por Bils y Klenow y encuentran una duración promedio entre 8 y 11 meses
  - \* Dhyne et al (2006) encuentran duraciones similares para la Unión Europea

## Evidencia empírica: Internacional

Estudio	País	Duración de los precios fijos (meses)	
		Promedio	Mediana
Aucremanne y Dhyne (2004)	Belgica	5.4	7.0
Baharad y Eden (2006)	Israel	3.6	4.2
Baudry et al (2004)	Francia	4.8	6.2
Bils y Klenow (2004)	EE.UU	3.3	4.3
Dhyne et al (2006)	Europa	6.1	
Gafnon (2009)	México	2.2-2.8	
Klenov y Krystov (2008)	EE.UU	2.9	
Medina et al (2007)	Chile	1.6	2.5
Nakamura y Steinsson (2008)	EE.UU	4.2	11.0
Nunes (2006)	Brasil	1.9	

## Evidencia empírica: Colombia

Julio et al (2009) encontraron que:

## Evidencia empírica: Colombia

Julio et al (2009) encontraron que:

- ▶ la mediana de la duración de precios es de 8.4 meses, 6.4 si se excluye la renta de vivienda ocupada por sus dueños

## Evidencia empírica: Colombia

Julio et al (2009) encontraron que:

- ▶ la mediana de la duración de precios es de 8.4 meses, 6.4 si se excluye la renta de vivienda ocupada por sus dueños
- ▶ los precios al consumidor en Colombia son más rígidos que en Chile y Portugal y más flexibles que lo de la Zona Euro y otros países Europeos

## Evidencia empírica: Colombia

Julio et al (2009) encontraron que:

- ▶ la mediana de la duración de precios es de 8.4 meses, 6.4 si se excluye la renta de vivienda ocupada por sus dueños
- ▶ los precios al consumidor en Colombia son más rígidos que en Chile y Portugal y más flexibles que lo de la Zona Euro y otros países Europeos
- ▶ rigidez a la baja del precio nominal

## Evidencia empírica: Colombia

Julio et al (2009) encontraron que:

- ▶ la mediana de la duración de precios es de 8.4 meses, 6.4 si se excluye la renta de vivienda ocupada por sus dueños
- ▶ los precios al consumidor en Colombia son más rígidos que en Chile y Portugal y más flexibles que lo de la Zona Euro y otros países Europeos
- ▶ rigidez a la baja del precio nominal
- ▶ a medida que la inflación se reduce en Colombia:
  1. aumenta la rigidez de precios
  2. la distribución de la rigidez de precios se concentra más en el lado rígido
  3. disminuye la variabilidad de cambios porcentuales en precios
  4. se reducen las rigideces a la baja



## Evidencia empírica: Colombia

Julio et al (2009) también encontraron que:

## Evidencia empírica: Colombia

Julio et al (2009) también encontraron que:

- ▶ alta heterogeneidad en la rigidez de precios en los índices de precios al consumidor

## Evidencia empírica: Colombia

Julio et al (2009) también encontraron que:

- ▶ alta heterogeneidad en la rigidez de precios en los índices de precios al consumidor
- ▶ poca sincronización en los cambios de precios al consumidor

## Evidencia empírica: Colombia

Julio et al (2009) también encontraron que:

- ▶ alta heterogeneidad en la rigidez de precios en los índices de precios al consumidor
- ▶ poca sincronización en los cambios de precios al consumidor
- ▶ evidencia de diferentes mecanismos de fijación de precios

# Evidencia empírica: No-neutralidad de la política monetaria

# Evidencia de No-Neutralidad de la PM

## Evidencia de No-Neutralidad de la PM

- ▶ Las rigideces nominales y la no neutralidad de la PM son dos ingredientes distintivos de los modelos neokeynesianos.

## Evidencia de No-Neutralidad de la PM

- ▶ Las rigideces nominales y la no neutralidad de la PM son dos ingredientes distintivos de los modelos neokeynesianos.
- ▶ Identificar los efectos de los cambios en la PM no es tarea fácil:
  - \* cualquier variable que se tome como instrumento de PM (i.e. la tasa nominal de corto plazo) es probable que sea endógena, es decir, es el resultado de una respuesta de la autoridad monetaria a la evolución de la economía



## Evidencia de No-Neutralidad de la PM

- ▶ Las rigideces nominales y la no neutralidad de la PM son dos ingredientes distintivos de los modelos neokeynesianos.
- ▶ Identificar los efectos de los cambios en la PM no es tarea fácil:
  - \* cualquier variable que se tome como instrumento de PM (i.e. la tasa nominal de corto plazo) es probable que sea endógena, es decir, es el resultado de una respuesta de la autoridad monetaria a la evolución de la economía
- ▶ La identificación de un choque exógeno de PM que permita medir el efecto de la misma es empíricamente complicado por la endogeneidad
  - \* las correlaciones simples de las tasas de interés con variables reales no pueden usarse como evidencia de no neutralidades

## Evidencia de No-Neutralidad de la PM

**Desafío:** identificar cambios en exógenos en la PM. No sean el resultado de la respuesta del banco central a los movimientos de otras variables

## Evidencia de No-Neutralidad de la PM

**Desafío:** identificar cambios en exógenos en la PM. No sean el resultado de la respuesta del banco central a los movimientos de otras variables

- ▶ Christiano, Eichenbaum y Evans (1999) son la principal referencia en la estimación de los choques de PM y sus efectos sobre las variables reales

## Evidencia de No-Neutralidad de la PM

**Desafío:** identificar cambios en exógenos en la PM. No sean el resultado de la respuesta del banco central a los movimientos de otras variables

- ▶ Christiano, Eichenbaum y Evans (1999) son la principal referencia en la estimación de los choques de PM y sus efectos sobre las variables reales
  - \* los choques de PM se identifican como el residuo de una regla de política estimada seguida por la FED.

## Evidencia de No-Neutralidad de la PM

**Desafío:** identificar cambios en exógenos en la PM. No sean el resultado de la respuesta del banco central a los movimientos de otras variables

- ▶ Christiano, Eichenbaum y Evans (1999) son la principal referencia en la estimación de los choques de PM y sus efectos sobre las variables reales
  - \* los choques de PM se identifican como el residuo de una regla de política estimada seguida por la FED.
  - \* la regla de política determina el nivel de tasa de interés de los fondos federales y es una función lineal del PIB, del deflactor del PIB, de un índice de precios de productos básicos y de algunos agregados monetarios. (Rezagos)

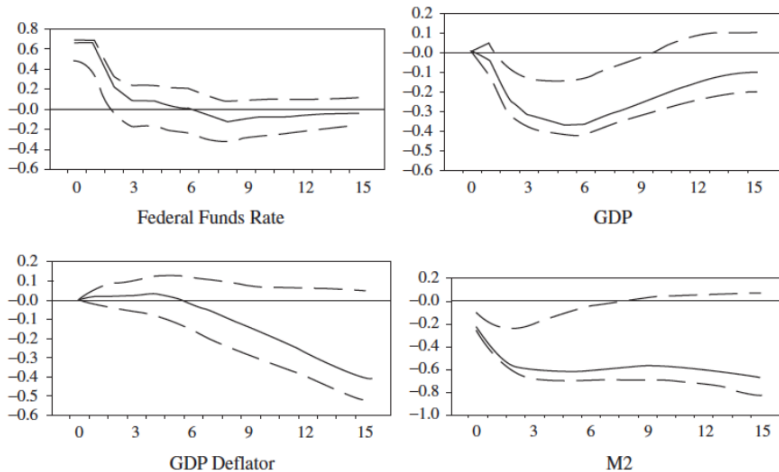
## Evidencia de No-Neutralidad de la PM

**Desafío:** identificar cambios en exógenos en la PM. No sean el resultado de la respuesta del banco central a los movimientos de otras variables

- ▶ Christiano, Eichenbaum y Evans (1999) son la principal referencia en la estimación de los choques de PM y sus efectos sobre las variables reales
  - \* los choques de PM se identifican como el residuo de una regla de política estimada seguida por la FED.
  - \* la regla de política determina el nivel de tasa de interés de los fondos federales y es una función lineal del PIB, del deflactor del PIB, de un índice de precios de productos básicos y de algunos agregados monetarios. (Rezagos)
  - \* Bajo el supuesto de que ni el PIB ni los índices de precios responden contemporáneamente a un choque de PM, los coeficientes de la regla pueden estimarse por MCO y el residual puede tomarse como el choque de PM

# No-Neutralidad de la PM

IR del VAR



**Figure 1.1** Estimated Dynamic Response to a Monetary Policy Shock

Source: Christiano, Eichenbaum, and Evans (1999).

# No-Neutralidad de la PM

Nueva evidencia

[https://cepr.org/voxeu/columns/  
identifying-monetary-policy-shocks-natural-language-approach](https://cepr.org/voxeu/columns/identifying-monetary-policy-shocks-natural-language-approach)



# Implicaciones para los Modelos de Economía Monetaria

Dada la evidencia anterior:

# Implicaciones para los Modelos de Economía Monetaria

Dada la evidencia anterior:

- ▶ el modelo estándar para el análisis de ciclos económicos y política monetaria incorpora rigideces de precios nominales en un marco de DSGE

# Implicaciones para los Modelos de Economía Monetaria

Dada la evidencia anterior:

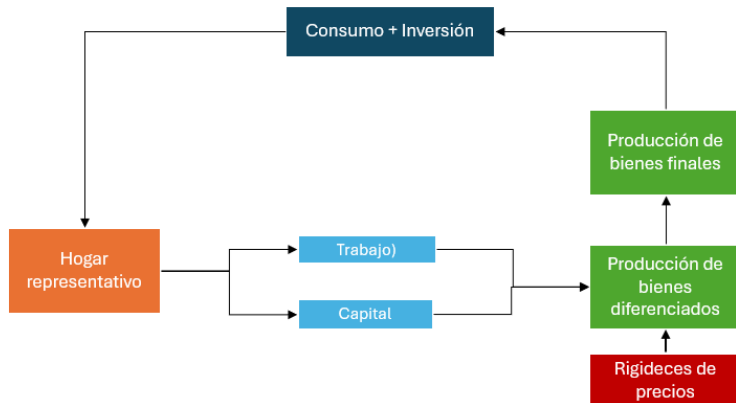
- ▶ el modelo estándar para el análisis de ciclos económicos y política monetaria incorpora rigideces de precios nominales en un marco de DSGE
- ▶ estos modelos DSGE con fricciones nominales se conocen como modelos neokeynesianos
  - \* la demanda agregada desempeña un papel central en la determinación del producto en el corto plazo
  - \* algunas fluctuaciones pueden atenuarse con la PM contracíclica

# Modelo RBC con precios rígidos

# Características del modelo

- ▶ Hogares:
  - ▶ Deciden sobre consumo, trabajo e inversión
- ▶ Productores de bienes intermedios:
  - ▶ competencia monopolística
  - ▶ producen bienes heterogéneos
  - ▶ rigideces de precios
- ▶ Productores de bienes finales:
  - ▶ competencia perfecta.
  - ▶ agregan bienes heterogéneos en un bien final
  - ▶ el bien se destina a consumo e inversión

# Modelo



# Hogares

El hogar representativo maximiza el valor presente de la utilidad

$$E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left( \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \varphi_l \frac{l_t^{1+\eta}}{1+\eta} \right)$$

sujeito a restricción presupuestal:

$$P_t(C_t + I_t) = W_t l_t + R_t^K K_{t-1} + \Pi_t^q$$

+ costos de ajuste de capital:

$$I_t = K_t - (1 - \delta)K_{t-1} + \frac{\phi_K}{2} (K_t - K_{t-1})^2$$

## Hogares: Condiciones de Primer Orden

De las C.P.O se encuentra la tasa marginal entre ocio y consumo, al igual que la ecuación de Euler del capital:

$$C_t : C_t^{-\sigma} = P_t \lambda_t \quad (16)$$

$$l_t : \varphi_l l_t^\eta = \lambda_t W_t \quad (17)$$

$$K_t : P_t \lambda_t [1 + \phi_K(K_t - K_{t-1})] = E_t P_{t+1} \lambda_{t+1} \beta ((1 - \delta) + R_{t+1}^K + \phi_K(K_{t+1} - K_t)) \quad (18)$$



## Productores de bienes finales

- ▶ Empresa representativa que actúa en competencia perfecta
- ▶ Agrega la producción de bienes diferenciados en un bien homogéneo que se destina a consumo e inversión
- ▶ Función de producción:

$$q_t = \left( \int_0^1 q_t(j)^{\frac{\theta-1}{\theta}} dj \right)^{\frac{\theta}{\theta-1}} \quad (19)$$

Problema de optimización:

$$\max_{q_t(j)} P_t \left( \int_0^1 q_t(j)^{\frac{\theta-1}{\theta}} dj \right)^{\frac{\theta}{\theta-1}} - \int_0^1 P_t(j) q_t(j) dj$$

## Productores de bienes finales

De la C.P.O se encuentra la demanda relativa por la variedad ( $l$ )

$$q_t(l) = \left( \frac{P_t}{P_t(l)} \right)^\theta q_t \quad (20)$$

usando la condición de beneficio cero se encuentra el precio de los bienes finales:

$$P_t = \left( \int_0^1 P_t(j)^{1-\theta} dj \right)^{\frac{1}{1-\theta}} \quad (21)$$

Finalmente, la condición de equilibrio de mercado:

$$q_t = C_t + I_t + \Upsilon_t \quad (22)$$

# Productores de bienes diferenciados

- ▶ Una empresa representativa opera en competencia monopolística y produce un bien diferenciado usando capital y trabajo
- ▶ Dado el poder de mercado, la empresa fija su precio óptimo teniendo en cuenta la demanda por su bien y pagando unos costos de ajuste a la Rotemberg
- ▶ La empresa enfrenta dos problemas de optimización: uno estático y otro dinámico
- ▶ Choque de productividad agregado

## Productores de bienes diferenciados: Problema estático

$$\min_{k_{t-1}(j), l_t(j)} R_t^K k_{t-1}(j) + W_t l_t(j)$$

sujeto a

$$q_t(j) = A_t k_{t-1}(j)^\alpha l_t(j)^{1-\alpha} \quad (23)$$

Del problema de optimización se encuentran las demandas de factores y el costo marginal:

$$R_t^K = \mu_t \alpha \frac{q_t(j)}{k_{t-1}(j)} \quad (24)$$

$$W_t = \mu_t (1 - \alpha) \frac{q_t(j)}{l_t(j)} \quad (25)$$

$$MC_t(j) = \frac{1}{A_t} \left( \frac{R_t^K}{\alpha} \right)^\alpha \left( \frac{W_t}{1 - \alpha} \right)^{1-\alpha} \quad (26)$$

Note que  $MC_t(j)$  no depende de  $j$

# Productores de bienes diferenciados: Problema dinámico I

Beneficios estáticos:

$$\Pi_t(j) = P_t(j)q_t(j) - MC_t(j)q_t(j) - P_t \frac{\phi_q}{2} \left( \frac{P_t(j)}{P_{t-1}(j)} - 1 \right)^2 q_t \quad (27)$$

donde:

$$q_t(l) = \left( \frac{P_t}{P_t(l)} \right)^\theta q_t \quad (28)$$

La empresa maximiza el valor presente de sus beneficios:

$$\max_{P_t(j)} \mathbb{E}_0 \sum_{t=0} \beta^t \frac{U_{c,t}}{U_{0,t}} \left[ P_t(j) \left( \frac{P_t}{P_t(j)} \right)^\theta q_t - MC_t(j) \left( \frac{P_t}{P_t(j)} \right)^\theta q_t - P_t \frac{\phi_q}{2} \left( \frac{P_t(j)}{P_{t-1}(j)} - 1 \right)^2 q_t \right]$$

## Productores de bienes diferenciados: Problema dinámico II

La C.P.O con respecto a  $P_t(j)$ :

$$(1 - \theta)P_t(j)^{-\theta}P_t^\theta q_t + MC_t(j)\theta P_t^\theta P_t(j)^{-\theta-1}q_t - P_t\phi_q \left( \frac{P_t(j)}{P_{t-1}(j)} - 1 \right) \frac{1}{P_{t-1}(j)} q_t \\ + \mathbb{E}_t \beta \frac{U_{c,t+1}}{U_{c,t}} P_{t+1} \phi_q \left( \frac{P_{t+1}(j)}{P_t(j)} - 1 \right) \frac{P_{t+1}(j)}{(P_t(j))^2} q_{t+1} = 0$$

Dado que  $MC(j) = MC$  todas las empresas fijan el mismo precio por lo que  $P_t(j) = P_t$ . Según esto, el precio óptimo está dado por:

$$MC_t \theta \frac{1}{P_t} = \quad (29)$$

$$(\theta - 1) + \phi_q \left( \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1 \right) \frac{P_t}{P_{t-1}} - \mathbb{E}_t \beta \frac{U_{c,t+1}}{U_{c,t}} \phi_q \left( \frac{P_{t+1}}{P_t} - 1 \right) \left( \frac{P_{t+1}}{P_t} \right)^2 \frac{q_{t+1}}{q_t}$$

y los beneficios totales:

$$\Pi_t^q = P_t q_t - MC_t q_t - P_t \frac{\phi_q}{2} \left( \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1 \right)^2 q_t \quad (30)$$

## Modelo Completo I

$$P_t(C_t + I_t) = W_t I_t + R_t^K K_{t-1} + \Pi_t^q \quad (1)$$

$$I_t = K_t - (1 - \delta)K_{t-1} + \frac{\phi_K}{2} (K_t - K_{t-1}) \quad (2)$$

$$C_t^{-\sigma} = P_t \lambda_t \quad (3)$$

$$\varphi_l l_t^\eta = \lambda_t W_t \quad (4)$$

$$P_t \lambda_t [1 + \phi_K (K_t - K_{t-1})] = E_t P_{t+1} \lambda_{t+1} \beta ((1 - \delta) + R_{t+1}^K + \phi_K (K_{t+1} - K_t)) \quad (5)$$

$$\Upsilon_t = \frac{\phi_q}{2} \left( \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1 \right)^2 \quad (6)$$

$$q_t = C_t + I_t + \Upsilon_t \quad (7)$$

## Modelo Completo II

$$R_t^k = \mu_t \alpha \frac{q_t}{k_{t-1}} \quad (8)$$

$$W_t = \mu_t (1 - \alpha) \frac{q_t}{l_t} \quad (9)$$

$$MC_t = \frac{1}{A_t} \left( \frac{R_t^k}{\alpha} \right)^\alpha \left( \frac{W_t}{1 - \alpha} \right)^{1 - \alpha} \quad (10)$$

$$\mu_t = MC_t \quad (11)$$

$$A_t = (A_{t-1})^\rho (A_{ss})^{1-\rho} (1 + \epsilon_t^a) \quad (12)$$



## Modelo Completo III

$$MC_t \theta \frac{1}{P_t} = (\theta - 1) + \phi_q \left( \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1 \right) \frac{P_t}{P_{t-1}} \quad (13)$$
$$- \mathbb{E}_t \beta \frac{U_{c,t+1}}{U_{c,t}} \phi_q \left( \frac{P_{t+1}}{P_t} - 1 \right) \left( \frac{P_{t+1}}{P_t} \right)^2 \frac{q_{t+1}}{q_t}$$

$$\Pi_t^q = P_t q_t - MC_t q_t - P_t \frac{\phi_q}{2} \left( \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1 \right)^2 q_t \quad (14)$$

En este caso se normalizan los salarios a 1,  $W = 1$ , por lo que una de las ecuaciones se hace irrelevante

## Estado Estacionario I

$$P(C + I) = Wl + R^K K + \Pi^q \quad (1)$$

$$I = \delta K \quad (2)$$

$$C^{-\sigma} = P\lambda \quad (3)$$

$$\varphi_I l^\eta = \lambda W \quad (4)$$

$$1 = \beta((1 - \delta) + R^K) \quad (5)$$

$$\Upsilon = 0 \quad (6)$$

$$q = C + I + \Upsilon \quad (7)$$

## Estado Estacionario II

$$R^k = \mu \alpha \frac{q}{k} \quad (8)$$

$$W^k = \mu(1 - \alpha) \frac{q}{l} \quad (9)$$

$$MC = \frac{1}{A} \left( \frac{R^k}{\alpha} \right)^\alpha \left( \frac{W}{1 - \alpha} \right)^{1 - \alpha} \quad (10)$$

$$\mu = MC \quad (11)$$

$$P = \frac{\theta}{\theta - 1} MC \quad (12)$$

$$\Pi = (P - MC)q \quad (13)$$

$$A = A_{ss} \quad (14)$$

# Aplicaciones

- ▶ Estado estacionario numérico
- ▶ Calibración
- ▶ Funciones impulso respuesta

# Modelo RBC con rigideces de precios y política monetaria

# Características del modelo

- ▶ Hogares:
  - ▶ Deciden sobre consumo, trabajo e inversión
  - ▶ Decisión sobre bonos domésticos - transmisión de la tasa de política
- ▶ Productores de bienes intermedios:
  - ▶ competencia monopolística
  - ▶ producen bienes heterogéneos
  - ▶ rigideces de precios
- ▶ Productores de bienes finales:
  - ▶ competencia perfecta.
  - ▶ agregan bienes heterogéneos en un bien final
  - ▶ el bien se destina a consumo e inversión
- ▶ Banco Central:
  - ▶ Regla de Taylor: desviaciones de la inflación y del producto

## Banco Central

El banco central fija la tasa de interés de política de acuerdo con la siguiente regla de Taylor

$$i_t^{nom} = \rho^{i,nom}(i_{t-1}^{nom}) + (1 - \rho^{i,nom})(i_{ss}^{nom}) + \phi_\pi E_t(P_{t+1} - P_{ss}) + \phi_y E_t(Y_{t+1} - Y_{ss}) + \epsilon_t^{i,nom} \quad (1)$$

## Banco Central

El banco central fija la tasa de interés de política de acuerdo con la siguiente regla de Taylor

$$i_t^{nom} = \rho^{i,nom}(i_{t-1}^{nom}) + (1 - \rho^{i,nom})(i_{ss}^{nom}) + \phi_\pi E_t(P_{t+1} - P_{ss}) + \phi_y E_t(Y_{t+1} - Y_{ss}) + \epsilon_t^{i,nom} \quad (1)$$

Bajo esta especificación los Hogares también deciden sobre un bono (doméstico) que renta a la tasa de política y que en equilibrio su oferta neta es cero,  $B_t = 0$ . Según esto, y normalizando por  $P_t$ :

$$(C_t + I_t) + B_t = \frac{W_t}{P_t} l_t + \frac{R_t^K}{P_t} K_{t-1} + \Pi_t^q + (1 + i_{t-1}^{nom}) \frac{P_{t-1}}{P_t} B_{t-1} \quad (2)$$

Y la C.P.O. establece la ecuación de Euler para los bonos domésticos:

$$\lambda_t = E_t \beta \lambda_{t+1} (1 + i_t^{nom}) \frac{P_t}{P_{t+1}} \quad (3)$$



## Modelo Completo I

$$(C_t + I_t) + B_t = \frac{W_t}{P_t} I_t + \frac{R_t^K}{P_t} K_{t-1} + \Pi_t^q + (1 + i_{t-1}^{nom}) \frac{P_{t-1}}{P_t} B_{t-1} \quad (1)$$

$$I_t = K_t - (1 - \delta) K_{t-1} + \frac{\phi_K}{2} (K_t - K_{t-1}) \quad (2)$$

$$C_t^{-\sigma} = \lambda_t \quad (3)$$

$$\varphi_I I_t^\eta = \lambda_t W_t \quad (4)$$

$$P_t \lambda_t [1 + \phi_K (K_t - K_{t-1})] = E_t P_{t+1} \lambda_{t+1} \beta ((1 - \delta) + R_{t+1}^K + \phi_K (K_{t+1} - K_t)) \quad (5)$$

$$\lambda_t = E_t \beta \lambda_{t+1} (1 + i_t^{nom}) \frac{P_t}{P_{t+1}} \quad (6)$$

$$\Upsilon_t = \frac{\phi_q}{2} \left( \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1 \right)^2 \quad (7)$$

$$q_t = C_t + I_t + \Upsilon_t \quad (8)$$

## Modelo Completo II

$$R_t^k = \mu_t \alpha \frac{q_t}{k_{t-1}} \quad (9)$$

$$W_t = \mu_t (1 - \alpha) \frac{q_t}{l_t} \quad (10)$$

$$MC_t = \frac{1}{A_t} \left( \frac{R_t^k}{\alpha} \right)^\alpha \left( \frac{W_t}{1 - \alpha} \right)^{1 - \alpha} \quad (11)$$

$$A_t = (A_{t-1})^\rho (A_{ss})^{1 - \rho} (1 + \epsilon_t^a) \quad (12)$$

$$\mu_t = MC_t \quad (13)$$

$$B_t = 0 \quad (14)$$

## Modelo Completo III

$$MC_t \theta \frac{1}{P_t} = (\theta - 1) + \phi_q \left( \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1 \right) \frac{P_t}{P_{t-1}} \quad (15)$$
$$- \mathbb{E}_t \beta \frac{U_{c,t+1}}{U_{c,t}} \phi_q \left( \frac{P_{t+1}}{P_t} - 1 \right) \left( \frac{P_{t+1}}{P_t} \right)^2 \frac{q_{t+1}}{q_t}$$

$$\Pi_t^q = P_t q_t - MC_t q_t - P_t \frac{\phi_q}{2} \left( \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1 \right)^2 q_t \quad (16)$$

$$i_t^{nom} = \rho^{i,nom} (i_{t-1}^{nom}) + (1 - \rho^{i,nom}) (i_{ss}^{nom}) \quad (17)$$
$$+ \phi_\pi E_t (P_{t+1} - P_{ss}) + \phi_y E_t (Y_{t+1} - Y_{ss}) + \epsilon_t^{i,nom}$$

# Estado Estacionario I

$$P(C + I) = Wl + R^K K + \Pi^q \quad (1)$$

$$I = \delta K \quad (2)$$

$$C^{-\sigma} = P\lambda \quad (3)$$

$$\varphi_I l^\eta = \lambda W \quad (4)$$

$$1 = \beta((1 - \delta) + R^K) \quad (5)$$

$$i^{nom} = \frac{1}{\beta} - 1 \quad (6)$$

$$\Upsilon = 0 \quad (7)$$

$$q = C + I + \Upsilon \quad (8)$$

## Estado Estacionario II

$$R^k = \mu \alpha \frac{q}{k} \quad (9)$$

$$W^k = \mu(1 - \alpha) \frac{q}{l} \quad (10)$$

$$MC = \frac{1}{A} \left( \frac{R^k}{\alpha} \right)^\alpha \left( \frac{W}{1 - \alpha} \right)^{1 - \alpha} \quad (11)$$

$$\mu = MC \quad (12)$$

$$P = \frac{\theta}{\theta - 1} MC \quad (13)$$

$$P = P_{ss} \quad (14)$$

$$\Pi^q = (P - MC)q \quad (15)$$

$$A = A_{ss} \quad (16)$$

$$B = 0 \quad (17)$$

# Aplicaciones

- ▶ Estado estacionario numérico
- ▶ Calibración
- ▶ Funciones impulso respuesta

# Modelo Neokeynesiano: Economía Pequeña y Abierta

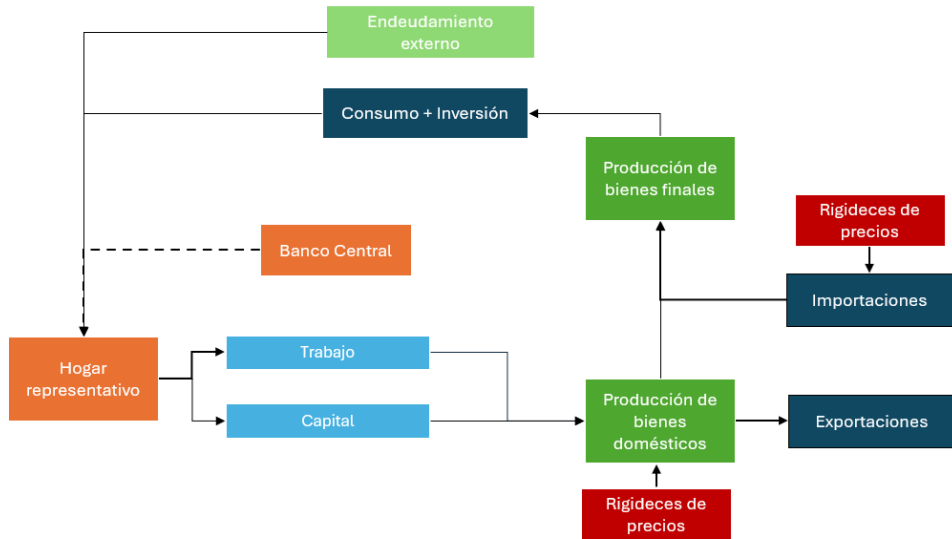
# Características del Modelo

- ▶ Hogares
  - ▶ Deciden sobre consumo, trabajo, inversión y bonos domésticos y externos
- ▶ Productores de bienes intermedios:
  - ▶ Domésticos: competencia monopolística + rigideces de precios. Usan  $K$  y  $L$
  - ▶ Importados: competencia monopolística + rigideces de precios. Usan insumos importados
- ▶ Productores de bienes homogéneos:
  - ▶ Una empresa competitiva agrega los bienes heterogéneos domésticos en un bien homogéneo que se destina a  $C+I+EX$
  - ▶ Una empresa competitiva agrega los bienes heterogéneos importados en un bien homogéneo que se destina a  $C+I$
- ▶ Productor de bienes finales:  $C+I$ 
  - ▶ Agrega los bienes homogéneos domésticos e importados en un bien final
- ▶ Banco Central
  - ▶ Regla de Taylor

Basado en Gali y Monacelli [GM05]



# Modelo



# Hogares I

$$\max_{C_t, h_t, B_t^*, I_t, K_t} \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(C_t, h_t)$$

sujeto a

$$P_t^c(C_t + I_t) + s_t P_t^* B_t^* + P_t^c B_t = \quad (1)$$

$$W_t h_t + R_t^K K_{t-1} + (1 + i_{t-1}^*) s_t P_{t-1}^* B_{t-1}^* + (1 + i_{t-1}^{nom}) P_{t-1}^c B_{t-1} + \Pi_t$$

$$I_t = K_t - (1 - \delta) K_{t-1} + \frac{\phi_K}{2} (K_t - K_{t-1})^2 \quad (2)$$

$$i_t^* = R^* + (e^{\phi_b(B_t^* - B^*)} - 1) \quad (3)$$

Tasa de cambio real:

$$rer_t = s_t \frac{P_t^*}{P_t^c} \quad (4)$$

## Hogares I: Normalización

Dividiendo la restricción presupuestal por  $P_t^c$  tenemos

$$(C_t + I_t) + \frac{s_t P_t^*}{P_t^c} B_t^* + B_t = \frac{W_t}{P_t^c} h_t + \frac{R_t^K}{P_t^c} K_{t-1} + (1 + i_{t-1}^*) \frac{s_t P_{t-1}^*}{P_t^c} B_{t-1}^* + (1 + i_{t-1}^{nom}) \frac{P_{t-1}^c}{P_t^c} B_{t-1} + \frac{\Pi_t}{P_t^c}$$

Reorganizando:

$$(C_t + I_t) + \frac{s_t P_t^*}{P_t^c} B_t^* + B_t = \frac{W_t}{P_t^c} h_t + \frac{R_t^K}{P_t^c} K_{t-1} + (1 + i_{t-1}^*) \frac{s_t \cancel{P_t^*}}{P_t^c} B_{t-1}^* \frac{P_{t-1}^*}{\cancel{P_t^*}} + (1 + i_{t-1}^{nom}) \frac{P_{t-1}^c}{P_t^c} B_{t-1} + \frac{\Pi_t}{P_t^c}$$

## Hogares II

Considere la siguiente función de utilidad:

$$U(C_t, h_t) = \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \varphi_h \frac{h_t^{1+\eta}}{1+\eta} \quad (5)$$

C.P.O

$$C_t^{-\sigma} = \lambda_t \quad (6)$$

$$\varphi_h h_t^\eta = \frac{W_t}{P_t^c} \lambda_t \quad (7)$$

$$\lambda_t [1 + \phi_K (K_t - K_{t-1})] = \mathbb{E}_t \lambda_{t+1} \beta \left[ 1 - \delta + \phi_K (K_{t+1} - K_t) + \frac{R_{t+1}^K}{P_{t+1}^c} \right] \quad (8)$$

$$\lambda_t \text{rer}_t = \mathbb{E}_t \lambda_{t+1} \beta \text{rer}_{t+1} \frac{P_t^*}{P_{t+1}^*} (1 + i_t^*) \quad (9)$$

$$\lambda_t = \mathbb{E}_t \lambda_{t+1} \frac{P_t^c}{P_{t+1}^c} (1 + i_t^{\text{nom}}) \quad (10)$$

## Empresas: Productores domésticos

El proceso de producción se divide en tres etapas:

- ▶ Un continuo de empresas operando en competencia monopolística usan capital y trabajo para producir insumos domésticos diferenciados. Estas empresas tienen rigideces de precios a la Rotemberg
- ▶ Una empresa competitiva agrega los bienes heterogéneos en un bien homogéneo doméstico que se usa para producción de bienes de consumo e inversión y exportaciones
- ▶ Una empresa competitiva agrega insumos domésticos e importados para producir bienes finales de consumo e inversión

## Productores de bienes de consumo e inversión

Una empresa representativa combina insumos domésticos e importados de acuerdo con:

$$I_t + C_t = \left[ \omega^{\frac{1}{\theta}} \left( q_t^d \right)^{\frac{\theta-1}{\theta}} + (1-\omega)^{\frac{1}{\theta}} \left( q_t^{im} \right)^{\frac{\theta-1}{\theta}} \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}} \quad (11)$$

Problema de optimización:

$$\max_{q_t^d, q_t^{im}} P_t^c (C_t + I_t) - P_t^d q_t^d - P_t^{im} q_t^{im}$$

C.P.O:

$$q_t^d = \omega \left( \frac{P_t^c}{P_t^d} \right)^{\theta} (C_t + I_t) \quad (12)$$

$$q_t^{im} = (1-\omega) \left( \frac{P_t^c}{P_t^{im}} \right)^{\theta} (C_t + I_t) \quad (13)$$

Precio de los bienes finales:

$$P_t^c = \left[ \omega (P_t^d)^{1-\theta} + (1-\omega) (P_t^{im})^{1-\theta} \right]^{\frac{1}{1-\theta}} \quad (14)$$

## Agregador de bienes intermedios domésticos I

Una empresa competitiva agrega los bienes domésticos intermedios en un bien homogéneo de acuerdo con:

$$q_t^d = \left( \int_0^1 q_t^d(j)^{\frac{\theta_d-1}{\theta_d}} dj \right)^{\frac{\theta_d}{\theta_d-1}} \quad (15)$$

Problema de optimización

$$\max_{q_t^{d,s}(j)} P_t^d \left( \int_0^1 q_t^d(j)^{\frac{\theta_d-1}{\theta_d}} dj \right)^{\frac{\theta_d}{\theta_d-1}} - \int_0^1 P_t^d(j) q_t^d(j) dj$$

De la C.P.O. se encuentra la demanda por la variedad (l):

$$q_t^d(l) = \left( \frac{P_t^d}{P_t^d(l)} \right)^{\theta_d} q_t^{d,s} \quad (16)$$

## Agregador de bienes intermedios domésticos II

De la condición de cero beneficios se encuentra el precio de los bienes domésticos:

$$P_t^d = \left( \int_0^1 P_t^d(j)^{1-\theta_d} dj \right)^{\frac{1}{1-\theta_d}} \quad (17)$$

Condición de equilibrio de mercado:

$$q_t^{d,s} = q_t^d + q_t^{ex,d} + \Upsilon_t^d \quad (18)$$

Donde la demanda por exportaciones está dada por:

$$q_t^{ex,d} = \left( \frac{s_t P_t^*}{P_t^d} \right)^{\theta_{ex}} y_t^* \quad (19)$$



# Productores de bienes domésticos diferenciados I

Problema estático (empresa I):

$$\min_{k_{t-1}(j), l_t(j)} R_t^K k_{t-1}(j) + W_t l_t(j)$$

sujeto a la restricción de tecnología:

$$q_t^d(j) = A_t k_{t-1}(j)^\alpha l_t(j)^{1-\alpha} \quad (20)$$

De las C.P.O. se encuentran las demandas por factores y el costo marginal:

$$R_t^K = \mu_t \alpha \frac{q_t^d(j)}{k_{t-1}(j)} \quad (21)$$

$$W_t = \mu_t (1 - \alpha) \frac{q_t^d(j)}{l_t(j)} \quad (22)$$

$$MC_t(j) = \frac{1}{A_t} \left( \frac{R_t^K}{\alpha} \right)^\alpha \left( \frac{W_t}{1 - \alpha} \right)^{1-\alpha} \quad (23)$$

Donde  $\mu_t$  es el multiplicador de lagrange y es igual al costo marginal.

## Productores de bienes domésticos diferenciados II

Para el problema dinámico los beneficios están dados por:

$$\Pi_t^d(j) = P_t^d(j)q_t^d(j) - MC_t(j)q_t^d(j) - P_t^d \frac{\phi_q}{2} \left( \frac{P_t^d(j)}{P_{t-1}^d(j)} - 1 \right)^2 q_t^d \quad (24)$$

Donde la demanda por la variedad (l) es:

$$q_t^d(l) = \left( \frac{P_t^d}{P_t^d(l)} \right)^{\theta_d} q_t^d \quad (25)$$

La empresa elige el precio óptimo para maximizar el valor presente de sus beneficios:

$$\max_{P_t^d(j)} \mathbb{E}_0 \sum_{t=0} \beta^t \frac{U_{c,t}}{U_{0,t}} \left[ P_t^d(j) \left( \frac{P_t^d}{P_t^d(j)} \right)^{\theta_d} q_t^{d,s} - MC_t(j) \left( \frac{P_t^d}{P_t^d(j)} \right)^{\theta_d} q_t^{d,s} - P_t^d \frac{\phi_q}{2} \left( \frac{P_t^d(j)}{P_{t-1}^d(j)} - 1 \right)^2 q_t^{d,s} \right]$$

## Productores de bienes domésticos diferenciados III

De las C.P.O +  $P_t^d(j) = P_t^d$ , se obtiene la curva de Phillips para bienes domésticos:

$$MC_t \theta_d \frac{1}{P_t^d} = (\theta_d - 1) + \phi_q \left( \frac{P_t^d}{P_{t-1}^d} - 1 \right) \frac{P_t^d}{P_{t-1}^d} - \mathbb{E}_t \beta \frac{U_{c,t+1}}{U_{c,t}} \phi_q \left( \frac{P_{t+1}^d}{P_t^d} - 1 \right) \left( \frac{P_{t+1}^d}{P_t^d} \right)^2 \frac{q_{t+1}^{d,s}}{q_t^{d,s}} \quad (26)$$

Beneficios totales:

$$\Pi_t^q = P_t^d q_t^d - MC_t q_t^d - P_t^d \frac{\phi_q}{2} \left( \frac{P_t^d}{P_{t-1}^d} - 1 \right)^2 q_t^{d,s} \quad (27)$$

# Productores de bienes importados

El proceso de producción se divide en dos etapas:

- ▶ Un continuo de empresas heterogéneas que opera en competencia monopolística importa variedades externas a precio  $P_t^{im,*}$  y las venden en el mercado local. Estas empresas tienen rigideces de precios a la Rotemberg
- ▶ Una empresa representativa que opera en competencia perfecta agrega las variedades importadas en un bien homogéneo importado que se destina a producción de bienes de consumo e inversión

# Empresa agregadora de bienes importados I

Technologia de agregación:

$$q_t^{im,s} = \left( \int_0^1 q_t^{im}(j)^{\frac{\theta_{im}-1}{\theta_{im}}} dj \right)^{\frac{\theta_{im}}{\theta_{im}-1}} \quad (28)$$

Problema de optimización

$$\max_{q_t^{im}(j)} P_t^{im} \left( \int_0^1 q_t^{im}(j)^{\frac{\theta_{im}-1}{\theta_{im}}} dj \right)^{\frac{\theta_{im}}{\theta_{im}-1}} - \int_0^1 P_t^{im}(j) q_t^{im}(j) dj$$

De la C.P.O. se obtiene la variedad por la variedad importada (I)

$$q_t^{im}(I) = \left( \frac{P_t^{im}}{P_t^{im}(I)} \right)^{\theta_{im}} q_t^{im,s} \quad (29)$$

## Empresa agregadora de bienes importados II

Usando la condición de cero beneficios se encuentra el precio agregado de los importados:

$$P_t^{im} = \left( \int_0^1 P_t^{im}(j)^{1-\theta_{im}} dj \right)^{\frac{1}{1-\theta_{im}}} \quad (30)$$

Equilibrio de mercado:

$$q_t^{im,s} = q_t^{im} + \gamma_t^{im} \quad (31)$$

## Importadoras de bienes diferenciados I

El costo marginal en moneda doméstica de importar una variedad ( $l$ ) es  $s_t P_t^{im,*}$ , por lo que los beneficios de la importadora son:

$$\Pi_t^{im}(j) = P_t^{im}(j) q_t^{im}(j) - s_t P_t^{im,*} q_t^{im}(j) - P_t^{im} \frac{\phi_{im}}{2} \left( \frac{P_t^{im}(j)}{P_{t-1}^{im}(j)} - 1 \right)^2 q_t^{im,s} \quad (32)$$

Donde la demanda de la variedad es:

$$q_t^{im}(l) = \left( \frac{P_t^{im}}{P_t^{im}(l)} \right)^{\theta_{im}} q_t^{im,s} \quad (33)$$

Valor presente de los beneficios:

$$\max_{P_t^{im}(j)} \mathbb{E}_0 \sum_{t=0} \beta^t \frac{U_{c,t}}{U_{0,t}} \left[ P_t^{im}(j) \left( \frac{P_t^{im}}{P_t^{im}(j)} \right)^{\theta_{im}} q_t^{im,s} - s_t P_t^{im} \left( \frac{P_t^{im}}{P_t^{im}(j)} \right)^{\theta_{im}} q_t^{im,s} - P_t^{im} \frac{\phi_{im}}{2} \left( \frac{P_t^{im}(j)}{P_{t-1}^{im}(j)} - 1 \right)^2 q_t^{im,s} \right]$$

## Importadoras de bienes diferenciados II

De las C.P.O se encuentra la curva de Phillips de los importadores:

$$s_t P_t^{im,*} \theta_{im} \frac{1}{P_t^{im}} = (\theta_{im} - 1) + \phi_{im} \left( \frac{P_t^{im}}{P_{t-1}^{im}} - 1 \right) \frac{P_t^{im}}{P_{t-1}^{im}} \quad (34)$$
$$- \mathbb{E}_t \beta \frac{U_{c,t+1}}{U_{c,t}} \phi_{im} \left( \frac{P_{t+1}^{im}}{P_t^{im}} - 1 \right) \left( \frac{P_{t+1}^{im}}{P_t^{im}} \right)^2 \frac{q_{t+1}^{im}}{q_t^{im}}$$

y los beneficios de los importadores:

$$\Pi_t^{im} = P_t^{im} q_t^{im,s} - s_t P_t^{im,*} q_t^{im,s} - P_t^{im} \frac{\phi_{im}}{2} \left( \frac{P_t^{im}}{P_{t-1}^{im}} - 1 \right)^2 q_t^{im,s} \quad (35)$$

beneficios totales:

$$\Pi_t = \Pi_t^q + \Pi_t^{im} \quad (36)$$



Por último, el banco central fija la tasa de interés de política de acuerdo con la siguiente regla de Taylor

$$i_t^{nom} = \rho^{i,nom}(i_{t-1}^{nom}) + (1 - \rho^{i,nom})(i_{ss}^{nom}) + \phi_\pi E_t(P_{t+1}^c - P_{ss}^c) + \phi_y E_t(q_{t+1}^{d,s} - q_{ss}^{d,s}) + \epsilon_t^{i,nom} \quad (37)$$

# Modelo Completo I

$$(C_t + I_t) + rer_t B_t^* + B_t = \quad (1)$$

$$\frac{W_t}{P_t^c} h_t + \frac{R_t^K}{P_t^c} K_{t-1} + (1 + i_{t-1}^*) rer_t \frac{P_{t-1}^*}{P_t^*} B_{t-1}^* + (1 + i_{t-1}^{nom}) \frac{P_{t-1}^c}{P_t^c} B_{t-1} + \frac{\Pi_t}{P_t^c}$$

$$I_t = K_t - (1 - \delta) K_{t-1} + \frac{\phi_K}{2} (K_t - K_{t-1})^2 \quad (2)$$

$$i_t^* = i^* + (e^{\phi_b(B_t^* - B^*)} - 1) \quad (3)$$

$$rer_t = s_t \frac{P_t^{im,*}}{P_t^c} \quad (4)$$

$$C_t^{-\sigma} = \lambda_t \quad (5)$$

$$\varphi_h h_t^\eta = \frac{W_t}{P_t^c} \lambda_t \quad (6)$$

## Modelo Completo II

$$\lambda_t[1 + \phi_K(K_t - K_{t-1})] = \mathbb{E}_t \lambda_{t+1} \beta \left[ 1 - \delta + \phi_K(K_{t+1} - K_t) + \frac{R_{t+1}^K}{P_{t+1}^c} \right] \quad (7)$$

$$\lambda_t r e r_t = \mathbb{E}_t \lambda_{t+1} \beta r e r_{t+1} \frac{P_t^*}{P_{t+1}^*} (1 + i_t^*) \quad (8)$$

$$\lambda_t = \mathbb{E}_t \lambda_{t+1} \frac{P_t^c}{P_{t+1}^c} (1 + i_t^{nom}) \quad (9)$$

$$q_t^d = \omega \left( \frac{P_t^c}{P_t^d} \right)^\theta (C_t + I_t) \quad (10)$$

$$q_t^{im} = (1 - \omega) \left( \frac{P_t^c}{P_t^{im}} \right)^\theta (C_t + I_t) \quad (11)$$

$$P_t^c = \left[ \omega (P_t^d)^{1-\theta} + (1 - \omega) (P_t^{im})^{1-\theta} \right]^{\frac{1}{1-\theta}} \quad (12)$$

## Modelo Completo III

$$q_t^{d,s} = q_t^d + q_t^{ex,d} + \gamma_t^d \quad (13)$$

$$\gamma_t^d = \frac{\phi_d}{2} \left( \frac{P_t^d}{P_{t-1}^d} - 1 \right)^2 \quad (14)$$

$$q_t^{ex,d} = \left( \frac{s_t P_t^*}{P_t^d} \right)^{\theta_{ex}} y_t^* \quad (15)$$

$$R_t^k = \mu_t \alpha \frac{q_t^d(j)}{k_{t-1}(j)} \quad (16)$$

$$W_t = \mu_t (1 - \alpha) \frac{q_t^d(j)}{l_t(j)} \quad (17)$$

$$MC_t = \frac{1}{A_t} \left( \frac{R_t^k}{\alpha} \right)^\alpha \left( \frac{W_t}{1 - \alpha} \right)^{1-\alpha} \quad (18)$$

$$\mu_t = MC_t \quad (19)$$

## Modelo Completo IV

$$\begin{aligned} MC_t \theta_d \frac{1}{P_t^d} &= (\theta_d - 1) + \phi_q \left( \frac{P_t^d}{P_{t-1}^d} - 1 \right) \frac{P_t^d}{P_{t-1}^d} \\ &\quad - \mathbb{E}_t \beta \frac{U_{c,t+1}}{U_{c,t}} \phi_q \left( \frac{P_{t+1}^d}{P_t^d} - 1 \right) \left( \frac{P_{t+1}^d}{P_t^d} \right)^2 \frac{q_{t+1}^d}{q_t^d} \end{aligned} \quad (20)$$

$$\Pi_t^q = P_t^d q_t^{d,s} - MC_t q_t^{d,s} - P_t^d \frac{\phi_q}{2} \left( \frac{P_t^d}{P_{t-1}^d} - 1 \right)^2 q_t^{d,s} \quad (21)$$

$$q_t^{im,s} = q_t^{im} + \Upsilon_t^{im} \quad (22)$$

## Modelo Completo V

$$\gamma_t^{im} = \frac{\phi_{im}}{2} \left( \frac{P_t^{im}}{P_{t-1}^{im}} - 1 \right)^2 \quad (23)$$

$$s_t P_t^{im,*} \theta_{im} \frac{1}{P_t^{im}} = (\theta_{im} - 1) + \phi_{im} \left( \frac{P_t^{im}}{P_{t-1}^{im}} - 1 \right) \frac{P_t^{im}}{P_{t-1}^{im}} \quad (24)$$

$$- \mathbb{E}_t \beta \frac{U_{c,t+1}}{U_{c,t}} \phi_{im} \left( \frac{P_{t+1}^{im}}{P_t^{im}} - 1 \right) \left( \frac{P_{t+1}^{im}}{P_t^{im}} \right)^2 \frac{q_{t+1}^{im}}{q_t^{im}}$$

$$\Pi_t^{im} = P_t^{im} q_t^{im,s} - s_t P_t^{im,*} q_t^{im,s} - P_t^{im} \frac{\phi_{im}}{2} \left( \frac{P_t^{im}}{P_{t-1}^{im}} - 1 \right)^2 q_t^{im,s} \quad (25)$$

$$\Pi_t = \Pi_t^q + \Pi_t^{im} \quad (26)$$

## Modelo Completo VI

$$i_t^{nom} = \rho^{i,nom}(i_{t-1}^{nom}) + (1 - \rho^{i,nom})(i_{ss}^{nom}) \quad (27)$$
$$+ \phi_\pi E_t(P_{t+1}^c - P_{ss}^c) + \phi_y E_t(q_{t+1}^{d,s} - q_{ss}^{d,s}) + \epsilon_t^{i,nom}$$

$$P_t^* = (P_{t-1}^*)^{\rho_*} (P_{ss}^*)^{1-\rho_*} (1 + \epsilon_t^*) \quad (28)$$

$$P_t^{im,*} = (P_{t-1}^{im,*})^{\rho_{im}} (P_{ss}^{im,*})^{1-\rho_{im}} (1 + \epsilon_t^{im}) \quad (29)$$

$$y_t^* = (y_{t-1}^*)^{\rho_y} (y_{ss}^*)^{1-\rho_y} (1 + \epsilon_y) \quad (30)$$

$$A_t = (A_{t-1})^{\rho_A} (A_{ss})^{1-\rho_A} (1 + \epsilon_A) \quad (31)$$

## Estado Estacionario I

$$P^c(C + I) + sP^*B^* = Wh + R^K K + (1 + R^*)sP^*B^* + \Pi \quad (1)$$

$$I = \delta K \quad (2)$$

$$R^* = R^* \quad (3)$$

$$rer = s \frac{p^{im,*}}{P^c} \quad (4)$$

$$C^{-\sigma} = P^c \lambda \quad (5)$$

$$\varphi_h h^\eta = W \lambda \quad (6)$$

$$1 = \beta \left[ 1 - \delta + \frac{R^K}{P^c} \right] \quad (7)$$

$$i^{nom} = \frac{1}{\beta} - 1 \quad (8)$$

$$1 = \beta(1 + R^*) \quad (9)$$



$$q^d = \omega \left( \frac{P^c}{P^d} \right)^\theta (C + I) \quad (10)$$

$$q^{im} = (1 - \omega) \left( \frac{P^c}{P^{im}} \right)^\theta (C + I) \quad (11)$$

$$P^c = \left[ \omega (P^d)^{1-\theta} + (1 - \omega) (P^{im})^{1-\theta} \right]^{\frac{1}{1-\theta}} \quad (12)$$

$$q^{d,s} = q^d + q^{\text{ex},d} + \Upsilon^d \quad (13)$$

$$\Upsilon^d = 0 \quad (14)$$

$$q^{\text{ex},d} = \left( \frac{sP^*}{P^d} \right)^{\theta_{\text{ex}}} y^* \quad (15)$$

## Estado Estacionario III

$$R^k = \mu \alpha \frac{q^d}{k} \quad (16)$$

$$W^k = \mu(1 - \alpha) \frac{q^d}{l} \quad (17)$$

$$MC = \frac{1}{A} \left( \frac{R^k}{\alpha} \right)^\alpha \left( \frac{W}{1 - \alpha} \right)^{1 - \alpha} \quad (18)$$

$$\mu = MC \quad (19)$$

$$MC \theta_d \frac{1}{p^d} = (\theta_d - 1) \quad (20)$$

$$\Pi^q = (P^d - MC) q^{d,s} \quad (21)$$

## Estado Estacionario IV

$$q^{im,s} = q^{c,im} + q^{i,im} + \gamma^{im} \quad (22)$$

$$\gamma^{im} = 0 \quad (23)$$

$$sP^{im,*} \theta_{im} \frac{1}{P^{im}} = (\theta_{im} - 1) \quad (24)$$

$$\Pi^{im} = (P^{im} - sP^{im,*}) q^{im,s} \quad (25)$$

$$\Pi = \Pi^q + \Pi^{im} \quad (26)$$

$$P^* = P_{ss}^* \quad (27)$$

$$P^{im,*} = P^{im,*} \quad (28)$$

$$P^c = P_{ss}^c \quad (29)$$

$$y^* = y_{ss}^* \quad (30)$$

$$A = A_{ss} \quad (31)$$

# Aplicaciones

- ▶ Estado estacionario numérico
- ▶ Calibración
- ▶ Funciones impulso respuesta

# Referencias



Stephanie Schmitt-Grohé y Martín Uribe. “Closing small open economy models”. En: *Journal of international Economics* 61.1 (2003), págs. 163-185.



Jordi Gali y Tommaso Monacelli. “Monetary policy and exchange rate volatility in a small open economy”. En: *The Review of Economic Studies* 72.3 (2005), págs. 707-734.

# Principios de programación en Dynare

- ▶ Escritura de código
  - ▶ **Variables endógenas:** Producción, capital, productividad, etc.
  - ▶ **Variables exógenas:** Choque de productividad.
  - ▶ **Parámetros:** Factor de descuento, participación del capital en la producción.
  - ▶ **Bloque del modelo:** Condiciones de primer orden, tecnologías de producción, procesos exógenos, condiciones de equilibrio.
  - ▶ **Estado estacionario:** Bloque de condiciones, programación de un archivo `.m` relacionado con Dynare o una función de solución fuera de Dynare con un archivo `.m`
  - ▶ **Opciones de dynare:** Residuales, condiciones de Blanchard y Kahn, diagnóstico del modelo.
  - ▶ **Productos de dynare:** Simulación estocástica, descomposición de choques.
- ▶ Objetos principales producidos por Dynare
  - ▶ **M\_:** guarda información del modelo como variables, parámetros.
  - ▶ **oo\_:** guarda el estado estacionario, momentos de las variables endógenas (media, varianza y autocorrelación), las simulaciones y la función impulso-respuesta de cada variable