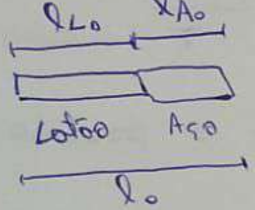
Resoluções Nussenzveig, cap 7, vol 2 - Temperatura
Fco Jardiman Moreira de Matos
UFC - Física (Bacharelado)

01 Tanto buracos como partes ocas se expandem como se fossem feito do material.

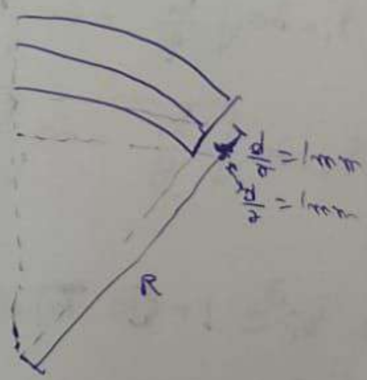
$$\hookrightarrow \Delta V_B = V_{0B}\cdot(3\alpha)\,\Delta T = \frac{4}{3}\pi r_i^3 \cdot 3\alpha\cdot(40-15)$$
$$= \frac{4}{3}\pi\cdot 10^3\cdot 3\cdot 2{,}3\cdot 10^{-5}\cdot 25$$
$$= 7{,}23\ cm^3$$

02



$$\Delta\ell = \Delta\ell_L + \Delta\ell_A$$
$$\Rightarrow \ell_0\,\alpha_B\,\Delta T = \ell_{L_0}\cdot\alpha_L\,\Delta T + \ell_{A_0}\cdot\alpha_A\cdot\Delta T$$
$$\Rightarrow \alpha_B = \frac{(20\cdot 1{,}9 + 10\cdot 1{,}1)\cdot 10^{-5}}{30}$$
$$\alpha_B = 1{,}63\cdot 10^{-5}\ {}^{\circ}C^{-1}$$

03 O raio R é até a divisória das lâminas



Raio do aço: $R_A = R - \frac{d}{2}$ } nos pontos médios
Raio do latão: $R_L = R + \frac{d}{2}$

Comprimentos finais: $L_A = \theta\cdot R_A$
$L_L = \theta\cdot R_L$

Da dilatação: $\begin{cases} L_A = L_{A_0}(1+\alpha_A\Delta T) \\ L_L = L_{L_0}(1+\alpha_L\Delta T)\end{cases}$

$\rightarrow \begin{cases} \theta\cdot R_A = L_{A_0}(1+\alpha_A\Delta T) \\ \theta\cdot R_L = L_{L_0}(1+\alpha_L\Delta T)\end{cases}$, com $\begin{cases} L_{A_0} = L_{L_0} = 150\,mm \\ \frac{d}{2} = 1\,mm \\ \Delta T = 25^{\circ}C\end{cases}$

$$\frac{R-1}{R+1} = \frac{1+\alpha_A\Delta T}{1+\alpha_L\Delta T} \rightarrow R = (10^4 + 3{,}75)\,mm \cong 10\,m$$

Veja que: $y = (R+d) - (R+d)\cdot\cos\theta$
$= (R+d)(1-\cos\theta)$

Vamos achar θ:

$$L_A = \theta . R_A = L_{A_0}(1 + \alpha_A \Delta T)$$

$$\theta . 10000 = 150(1 + 11.10^{-5}.25) \rightarrow \theta \cong 0{,}015 \text{ rad}$$

$$\rightarrow \gamma \cong (10000 mm)(1 - \cos 0{,}015) \cong 1{,}12498 mm$$

04 a) Em uma semana, o pêndulo oscila um total de:

$$T = 24.7.60.60 = 604800 \text{ vezes}$$

No inverno, ao terminar as T oscilações, havia se passado:

$$T_i = (T-55) \text{ segundos} \rightarrow \text{período no inverno} : t_i = \frac{T-55}{T}$$

No verão, ao terminar de oscilar T vezes, havia se passado:

$$T_V = (T+60) \text{ segundos} \rightarrow \text{período no verão} : t_V = \frac{T+60}{T}$$

Mas, do pêndulo simples:

$$t_i = 2\pi\sqrt{\frac{l_i}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l_0[1+(10-T_0)\alpha]}{g}}$$

$$t_V = 2\pi\sqrt{\frac{l_V}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l_0[1+(30-T_0)\alpha]}{g}}$$

, onde l_0 é o comprimento inicial, na temperatura T_0, onde o período do pêndulo é 1s:

$$1s = 2\pi\sqrt{\frac{l_0}{g}}$$

$$\rightarrow \begin{cases} t_i^2 = 1 + (10-T_0)\alpha \\ t_V^2 = 1 + (30-T_0)\alpha \end{cases} \rightarrow t_V^2 - t_i^2 = 20\alpha \Rightarrow (t_V - t_i)(t_V + t_i) = 20\alpha$$

$$\Rightarrow \frac{115}{T} . \frac{(2T+5)}{T} = 20\alpha$$

$$\Rightarrow \alpha = 1{,}9.10^{-5} \, °C^{-1}$$

b) $t_i^2 - 1 = (10-T_0)\alpha$

$$\left(\frac{604745}{604800}\right)^2 - 1 = (10-T_0)\alpha \rightarrow -9{,}57 = 10 - T_0 \rightarrow T_0 = 19{,}57 °C$$

Cada barra clara pode expandir em: $\Delta L_C = \ell - \ell_1$

Cada barra escura pode expandir em: $\Delta L_E = (\ell - \ell_1) + (\ell - \ell_1) = 2(\ell - \ell_1)$

Para manter ℓ: $2\Delta L_C = \Delta L_E$

$$\hookrightarrow \begin{cases} \Delta L_C = \ell_1 \cdot \alpha_1 \Delta T \\ \Delta L_E = \ell_2 \cdot \alpha_2 \Delta T \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \ell - \ell_1 = \ell_1 \cdot \alpha_1 \Delta T \\ 2(\ell - \ell_1) = \ell_2 \alpha_2 \Delta T \end{cases}$$

$$\rightarrow 2\,\ell_1 \alpha_1 \Delta T = \ell_2 \alpha_2 \Delta T$$

$$\rightarrow 2 \cdot 1{,}1 \cdot 10^{-5} \cdot \ell_1 = 2{,}3 \cdot \ell_2 \cdot 10^{-5} \rightarrow \boxed{\ell_1 = \frac{23}{22}\ell_2}$$

Da figura: $\ell - \ell_2 = (\ell - \ell_1) + (\ell - \ell_1) \Rightarrow 2\ell_1 - \ell_2 = \ell$

$$\Rightarrow \frac{23}{11}\ell_2 - \ell_2 = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{12\ell_2}{11} = \frac{1}{2} \Rightarrow \ell_2 = 0{,}4583\ \text{m}$$

$$\ell_1 = 0{,}4797\ \text{m}$$

06

a) $V_F = V_i(1 + \beta\Delta T) \rightarrow \frac{1}{V_F} = \frac{1}{V_i(1+\beta\Delta T)}$

$$\rightarrow \frac{m}{V_F} = \frac{m}{V_i}(1+\beta\Delta T)^{-1}$$

$$\rightarrow \rho = \rho_0 (1 + \beta\Delta T)^{-1}$$

Para $\beta\Delta T \lll 1$: $\frac{\rho}{\rho_0} \cong 1 - \beta(T - T_0)$

b) Lei de Stevin:

$$P_{Base} = P_0 + \rho g h = P_0 + \rho_0 g h_0 \Rightarrow \rho h = \rho_0 h_0$$

$$\Rightarrow \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{h_0}{h}$$

De a): $\frac{h_0}{h} = 1 - \beta\Delta T \Rightarrow \beta \cdot \Delta T = 1 - \frac{h_0}{h}$

$$\beta\Delta T = \frac{h - h_0}{h} \rightarrow \beta = \frac{h - h_0}{h(T - T_0)}$$

c) $\beta = \frac{1{,}03 - 1{,}00}{1{,}03 \cdot (20 - 0)} = 1{,}456 \cdot 10^{-3}\ {}^{\circ}C^{-1}$

BACCHI

07 a) Volume inicial do líquido: $V_0 = A . h_0$

Volume final do líquido: $V_F = V_0(1+\beta\Delta T) = A h_0 (1+\beta)$

Área da base após aquecimento: $A_F = A_0(1+2\alpha\Delta T) = A(1+2\alpha)$

Logo: $V_F = A_F . h_F \rightarrow h_F = \dfrac{A h_0 (\beta+1)}{A(1+2\alpha)} = h_0 \dfrac{(\beta+1)}{(2\alpha+1)}$

$$\rightarrow \Delta h = h_F - h_0 = h_0 \left[\frac{\beta+1}{2\alpha+1} - 1\right] = h_0 \frac{(\beta-2\alpha)}{1+2\alpha}$$

$$\cong h_0(\beta - 2\alpha)$$

b) $\Delta h = 100(1{,}8.10^{-4} - 18.10^{-6}) = 0{,}0162\,mm$ para cada $1°C$ que sobe

08 a) Volume final do reservatório: $V_R = V_0(1+3\alpha\Delta T)$

Volume final de mercúrio: $V_{Hg} = V_0(1+\beta\Delta T)$

Volume que vai pro capilar: $V_F = V_{Hg} - V_R = V_0\Delta T(\beta - 3\alpha)$

Área final do capilar: $A_F = A_0(1+2\alpha\Delta T) = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2(1+2\alpha)\Delta T$

Logo: $V_F = A_F . h \rightarrow h = \dfrac{4 . V_0 \Delta T (\beta - 3\alpha)}{\pi d^2 (1+2\alpha\Delta T)} \cong \dfrac{4V_0}{\pi d^2}(\beta-3\alpha)\Delta T$

b) $1\,cm = \dfrac{4 . 0{,}2}{\pi . d^2}(1{,}8.10^{-4} - 0{,}27.10^{-4}) . 1 \Rightarrow d \cong 0{,}0624\,mm$

09 a) Vamos achar a altura D_0 submersa do bloco:

$E = P \rightarrow \rho_{Hg_0} . V . g = m_B . g \rightarrow \rho_{Hg} . a_0^2 . D_0 = \rho_{L_0} a_0^3 \rightarrow D_0 = \dfrac{\rho_{L_0} . a_0}{\rho_{Hg_0}} = \dfrac{8{,}6}{13{,}55} . 0{,}3 = 0{,}19\,m$

$= 19{,}04\,cm$

$H_0 = h_0 + (a_0 - D_0) = 0{,}5 + (0{,}3 - 0{,}1904) = 60{,}959\,cm$

b) Seja A_0 a área da base. Em $80°C$:

$A = A_0(1 + 2\alpha_A\Delta T) = A_0(1 + 2{,}2.10^{-5}.60) = 1{,}00132$

O volume inicial de do mercúrio era V_0, em $80°C$ será:

$V = V_0(1+\beta\Delta T) = (A_0 h_0 - a_0^2 . D_0)(1 + 1{,}8.10^{-4}.60) = (1{,}0108).(0{,}5 . A_0 - 0{,}017136)$

Densidade do mercúrio em $80°C$:

$\rho_{Hg} = \rho_{Hg_0}(1 - \beta\Delta T) = 13{,}40366\ g/cm^3$

$m = \rho_L . V = \rho_{L_0} . V_0 \rightarrow \rho_L . a_0^3(1+3\alpha_L\Delta T) = \rho_{L_0} . a_0^3 \rightarrow \rho_L = 8{,}57$

Novo volume do bloco, 80°C:

$$V_B = a_0^3(1 + 3 \cdot 1{,}9 \cdot 10^{-5} \cdot 60) \quad \therefore \quad a = a_0(1 + \alpha_L \Delta T) = 0{,}3(1 + 1{,}9 \cdot 10^{-5} \cdot 60) = 0{,}3000057\ldots$$

Nova altura submersa, em 80°C:

$$\Delta = \frac{\rho_L}{\rho_{Hg}} a = \cancel{0{,}1924\,m} = \cancel{19{,}2488\,cm}\ 0{,}1918 = 19{,}18\,cm$$

Nova altura h, a 80°C, da coluna de mercúrio.

$$V = A \cdot h \rightarrow 1{,}0108 \cdot (0{,}5A_0 - 0{,}017136) = 1{,}00132 \cdot h$$

$$\rightarrow h = 0{,}504733751\,A_0 - 0{,}017298235$$

$$\hookrightarrow H = h + (a - \Delta) = 0{,}5047A_0 + 0{,}09091$$

$$H - H_0 = 0{,}5047\,A_0 + 0{,}09091 - 0{,}60959$$