



Farmár Bill

Bc. Matej Nikorovič
22. 10. 2013

Úloha

Farmára Billa robota na farme už omrzela a rozhodol sa farmu predať. Medzičasom však zistil, že ak farmu predá vcelku, tak pôjde výrazne pod cenu. Tak sa rozhodol predávať iba obdĺžnikové časti tohto pozemku.

Pomôžte Billovi vyčíslit' hodnotu jednotlivých častí pozemku.



Príklad

Bill vlastní pozemok 5x5

5	12	4	10	3
7	3	1	3	7
11	4	5	1	2
9	2	8	8	7
13	1	7	2	8

Príklad

Bill vlastní pozemok 5x5

5	12	4	10	3
7	3	1	3	7
11	4	5	1	2
9	2	8	8	7
13	1	7	2	8

Prvý kupec sa zaujíma o pozemok rozmerov 2x3 v 2. riadku a 2. stĺpci

Príklad

Bill vlastní pozemok 5x5

5	12	4	10	3
7	3	1	3	7
11	4	5	1	2
9	2	8	8	7
13	1	7	2	8

Prvý kupec sa zaujíma o pozemok rozmerov 2x3 v 2. riadku a 2. stĺpci

Cena pozemku:

$$3 + 1 + 3 + 4 + 5 + 1 = 17$$

Príklad

Bill vlastní pozemok 5x5

5	12	4	10	3
7	3	1	3	7
11	4	5	1	2
9	2	8	8	7
13	1	7	2	8

Druhý kupec sa zaujíma
o pozemok rozmerov 1x4
v 2. riadku a 5. stĺpci

Cena pozemku:
 $7 + 2 + 7 + 8 = 24$

Analýza problému

Koľko je potrebných operácií na zistenie ceny pozemku?

Analýza problému

Koľko je potrebných operácií na zistenie ceny pozemku?

Ak m je počet riadkov a n je počet stĺpcov
počet ščítaní = $(n-1)*m+(m-1) \sim O(m*n)$

Analýza problému

Koľko je potrebných operácií na zistenie ceny pozemku?

Ak m je počet riadkov a n je počet stĺpcov
počet ščítaní = $(n-1)*m+(m-1) \sim O(m*n)$

Čo ak Bill vlastní veľký pozemok?
Čo ak je potenciálnych kupcov veľa?



Vylepšenie problému

Riešenie: **prefixové súčty!**

Vytvoríme si pole o jedno dlhšie ako vstupné a vyplníme:

$$[0] = S_0 = 0$$

$$[1] = S_1 = a_1$$

$$[2] = S_2 = a_1 + a_2$$

$$[3] = S_3 = a_1 + a_2 + a_3$$

...

Vylepšenie problému

Riešenie: **prefixové súčty!**

Vytvoríme si pole o jedno dlhšie ako vstupné a vyplníme:

5	12	4	10
7	3	1	3
11	4	5	1
9	2	8	8

0	5	17	21	31
0	7	10	11	14
0	11	15	20	21
0	9	11	19	27

Vylepšenie problému

Riešenie: **prefixové súčty!**

Význam ???

Vylepšenie problému

Riešenie: **prefixové súčty!**

Význam ???

Súčet m prvkov vieme zrobiť za konštantný čas

$$S_{b-a} = S_{b+1} - S_a$$

$$S_{2-4} = S_5 - S_2$$

5	12	4	10
---	----	---	----

0	5	17	21	31
---	---	----	----	----

Analýza problému

Koľko je potrebných operácií na zistenie ceny pozemku?



Analýza problému

Koľko je potrebných operácií na zistenie ceny pozemku?

Ak m je počet riadkov a n je počet stĺpcov
počet ščítaní $\sim m * O(1) = O(m)$



Analýza problému

Koľko je potrebných operácií na zistenie ceny pozemku?

Ak m je počet riadkov a n je počet stĺpcov
počet ščítaní $\sim m * O(1) = O(m)$

predpočítanie súčtov $\sim m * O(n) = O(m * n)$



Analýza problému

Koľko je potrebných operácií na zistenie ceny pozemku?

Ak m je počet riadkov a n je počet stĺpcov
počet ščítaní $\sim m * O(1) = O(m)$

JE TO DOSTATOČNE RÝCHLE?

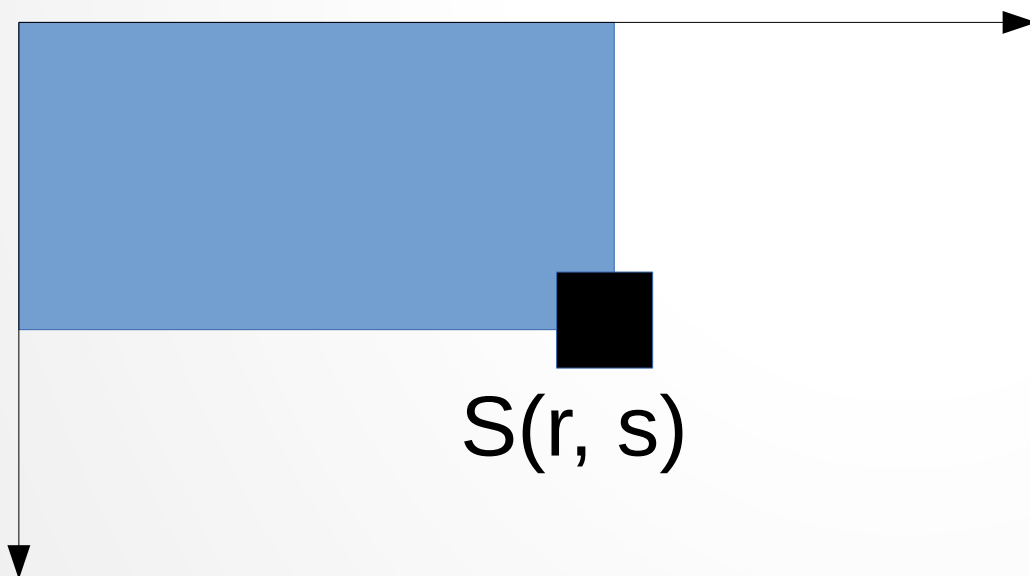


Vylepšenie problému

Riešenie: **2D prefixové súčty!**

Vytvoríme si maticu o jeden stĺpec aj riadok väčšiu a vyplníme:

1. stĺpec necháme 0
1. riadok necháme 0

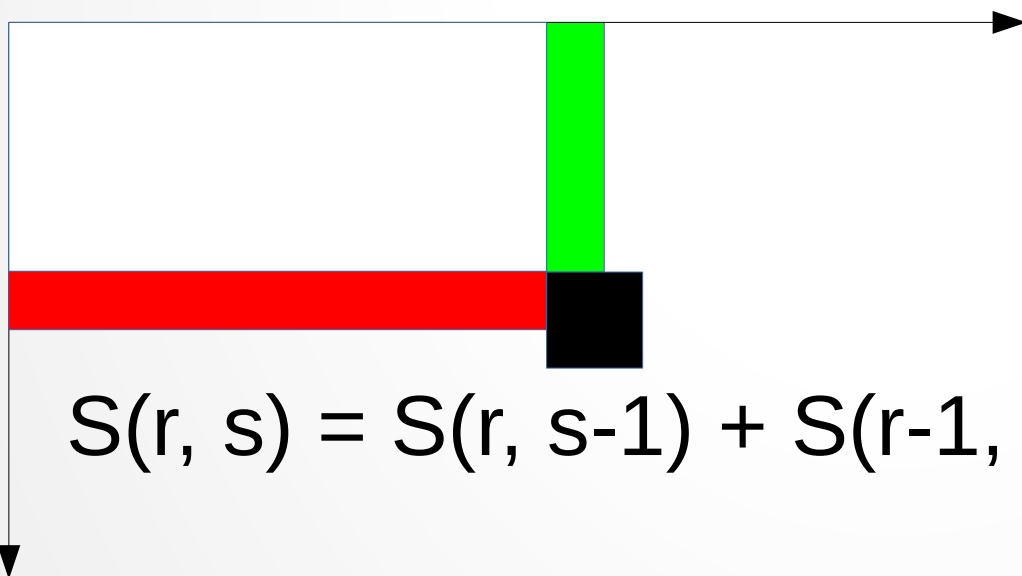


Vylepšenie problému

Riešenie: **2D prefixové súčty!**

Vytvoríme si maticu o jeden stĺpec aj riadok väčšiu a vyplníme:

- 1. stĺpec necháme 0
- 1. riadok necháme 0



$$S(r, s) = S(r, s-1) + S(r-1, s) + a(r, s) - S(r-1, s-1)$$

Vylepšenie problému

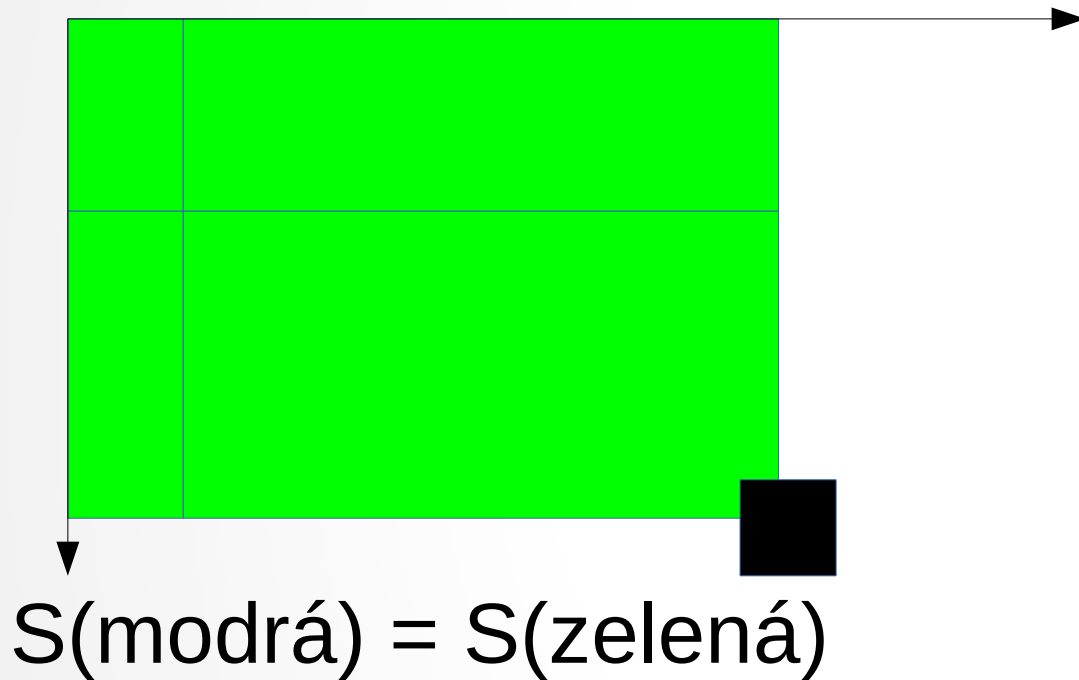
Riešenie: **2D prefixové súčty!**



Aký je súčet čísel v modrej oblasti?

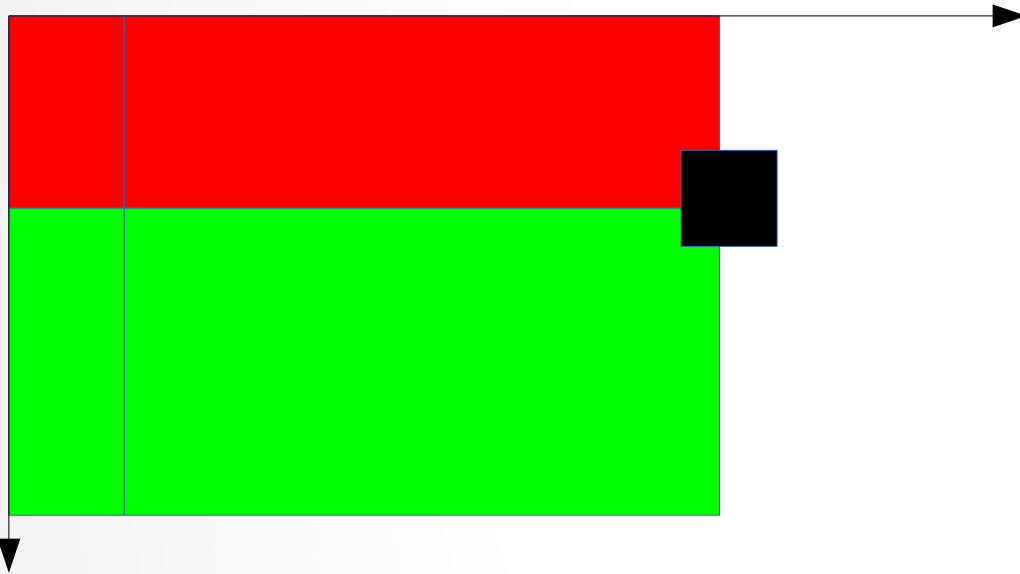
Vylepšenie problému

Riešenie: 2D prefixové súčty!



Vylepšenie problému

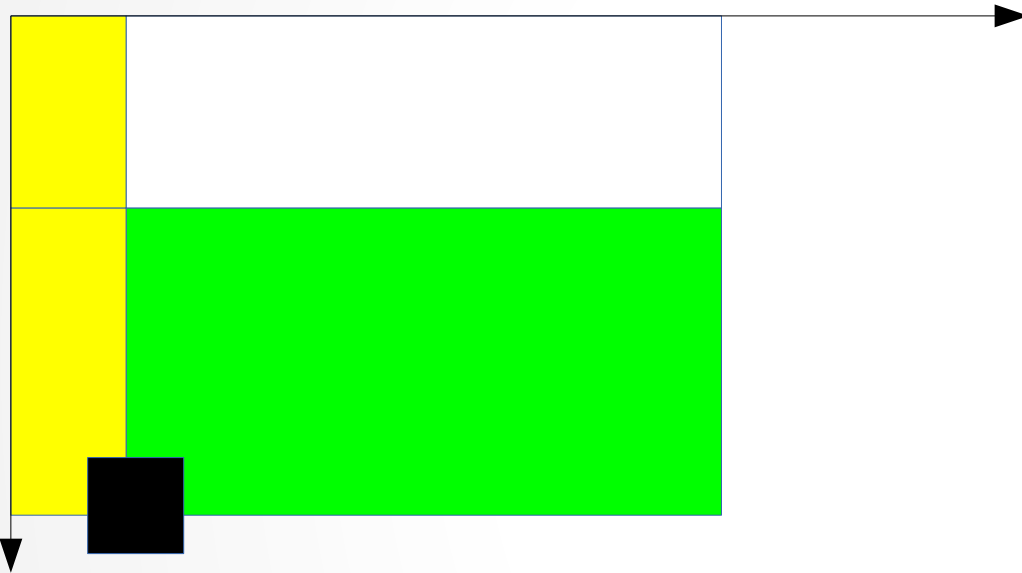
Riešenie: 2D prefixové súčty!



$$S(\text{modrá}) = S(\text{zelená}) - S(\text{červená})$$

Vylepšenie problému

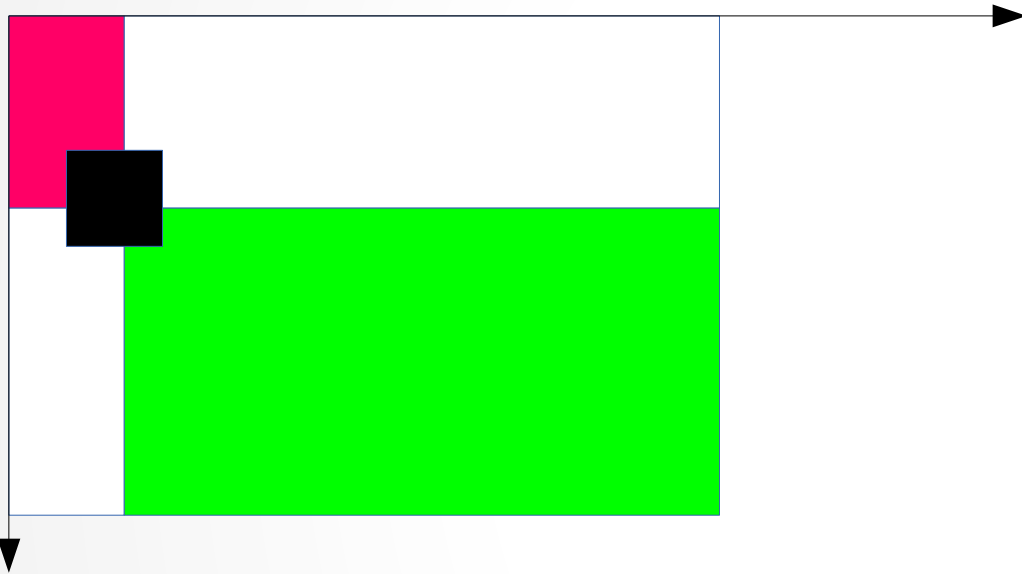
Riešenie: 2D prefixové súčty!



$$S(\text{modrá}) = S(\text{zelená}) - S(\text{červená}) - S(\text{žltá})$$

Vylepšenie problému

Riešenie: 2D prefixové súčty!



$$S(\text{modrá}) = S(\text{zelená}) - S(\text{červená}) - S(\text{žltá}) + S(\text{ružová})$$

Vylepšenie problému

Riešenie: 2D prefixové súčty!



$$S(\text{modrá}) = S(\text{zelená}) - S(\text{červená}) - S(\text{žltá}) + S(\text{ružová})$$

Analýza problému

Koľko je potrebných operácií na zistenie ceny pozemku?

Ak m je počet riadkov a n je počet stĺpcov
počet ščítaní $\sim O(1)$



Analýza problému

Koľko je potrebných operácií na zistenie ceny pozemku?

Ak m je počet riadkov a n je počet stĺpcov
počet ščítaní $\sim O(1)$

predpočítanie súčtov $\sim O(m*n)$



Otázky

