Priamy dôkaz

* Druhá mocnina nepárneho čísla je tiež nepárne číslo.
* Dokážte, že ku každému prirodzenému číslu n možno nájsť prirodzené číslo m také, že n\*m+1 je číslo zložené
* Máme daný konečný graf, kde každý vrchol má stupeň aspoň d. Dokážte, že v grafe možno nájsť kružnicu (uzavretú cestu) o dĺžke aspoň (d+1)
* Ak sa v štvoruholníku uhlopriečky rozpoľujú, potom štvoruholník je rovnobežník.
* vo vnútri trojuholníka ABC leží bod U  
  Dokážte: |AU|+|BU|+|CU|<= O/2, O je obvod trojuholníka
* Ak trojuholník má všetky uhly menšie ako 90°, tak pre dĺžku ťažnice platí:  
  O/4 < t <O/2 (O=obvod trojuholníka)
* Nech n hráčov hrá tenisový turnaj každý s každým (n>3) a každý hráč aspoň raz vyhral. Dokážte, že existuje trojica hráčov A,B,C taká že  
  A porazil B a B porazil C a C porazil A

Nepriamy

* a^2 je nepárne => a je nepárne
* 5 delí (n^2 + 1) => 5 nedelí n
* Máme skupinu n ľudí, kde v každej štvorici je jeden, ktorý pozná zvyšných troch.  
  Dokáž, že existuje aspoň jeden, ktorý pozná každého   
  (ak A pozná B, tak aj B pozná A)
* Máme 2n+1 ľudí a platí že pre každú n-ticu existuje človek mimo túto n-ticu, ktorý sa pozná z každým z n-tice.  
  Dokážte, že existuje človek, ktorý pozná každého

SPOR

* Dokáž, že rovnica x2 - y2 =1 nemá riešenie v NxN
* Dokáž, že rovnica a^2+b^2=3c^2 nemá v NxNxN riešenie
* Dokáž, že rovnica a^2 -5b=27 nemá v NxN riešenie
* Na večierku sa nachádza n ľudí, n > 1. Dokážte, že na večierku existujú dvaja ľudia s rovnakým počtom známych.  
  (ak A pozná B, tak aj B pozná A)

Indukcia

* Dokáž že súčet prvých n nepárnych prirodzených čísel je rovný n^2
* 1^3 + 2^3 + ... n^3 = (1+2+3+...n)^2
* Dokáž: 16 | 9^(n+1)-8n-9, pre každé prirodzené n
* Dokážte, že súčet vnútorných uhlov vypuklého n-uholníka je (n-2)\*pi

Príklady

* Keďže Matúšova fenka Bodka je lenivá chodiť od jedného stromu k druhému, tak jej Matúš postavil systém minivláčikov. Medzi každými dvoma stromami v parku jazdí minivláčik práve v jednom smere. Bodka sa rozhodla, že si vyplní čas tým, žesi vyberie nejaký prvý strom a potom sa prevezie minivláčikmi tak, že každý strom navštívi práve raz (a medzi stromami sa bude pohybovať len pomocou minivláčikov). Dokážte, že si tak Bodka vie vybrať bez ohľadu na to, ako Matúš minivláčiky postavil.
* Predpokladajme, že existujú trojeurové a päťeurové poukážky. Dokážte, že každý nákup s celočíselnou cenou viac ako 7 euro môžeme zaplatiť týmito poukážkami.
* Ak a,b,c sú primitívne pythagorejské čísla (a\*a + b\*b = c\*c), tak jedno z čísel a,b je párne
* Fermatove číslo Fn, n= 0,1,2,···, je definované predpisom Fn= 2^2^n+ 1. Napríklad,F0= 3, F1=5, F2= 17, F3= 257, F4= 65537, ....  
  Dokážte platnosť nasledujúcej rovnosti: F0·F1·····Fn-1=Fn -2, pre n>0.  
  Dokážte, že ľubovoľné dve Fermatove čísla sú nesúdeliteľné

Dokazovanie – Sporom - teória  
Použitie metódy dôkazu sporom môže byť:

* Máme dokázať jednoduché tvrdenie A. Dôkaz je podobný nepriamemu dôkazu.  
  Upravíme to na implikáciu (pravda => A). Z vlastnosti implikácie vieme, že takéto tvrdenie je rovnocenné pôvodnému.  
  Teraz urobíme postup ako pri nepriamom dôkaze, čiže dokazujeme A´ => nepravda, čo znamená, že úpravou negácie A ,musíme dostať niečo, čo je zaručene nepravda.
* Máme dokázať implikáciu A => B. Znegujeme tento výrok (A \* B´) a "pokúsime" sa ho dokázať. Mali by sme prísť ku sporu.  
  Najčastejšie sa zvykne dospieť k týmto sporom:  
  a)   A \* B´ => A´, z predpokladu pravdivosti A ukážeme nepravdivosť A.  
  b)   A \* B´ => B, z predpokladu nepravdivosti B ukážeme pravdivosť B.  
  c)   A \* B´ => (not r), kde r je ľubovoľný známy pravdivý výrok.