

Množiny, výroky, zobrazení a elementární funkce

1. Jsou dány tři intervaly $A = \langle -7; 2 \rangle$, $B = \langle -2; 5 \rangle$ a $C = \langle 2; \infty \rangle$. Zapište:

- a) $A \cap B$
- b) $A \cap C$
- c) $A \cup B$
- d) $(A \cap B) \cup C$
- e) $(A \cup B) \cap C$
- f) $(A \cap C) \cup (B \cap C)$

2. Rozhodněte, zda uvedené výrokové formule jsou tautologiemi (*tautologie = výrok vždy pravdivý*):

- a) $\neg(\neg A) \Leftrightarrow A$
- b) $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (A \wedge \neg B)$

3. Mějme zadané následující tři zobrazení:

- a) $f : \{1; 2; 3; 4\} \rightarrow \{a, b, c, d\}, f(1) = a, f(2) = d, f(3) = b, f(4) = c, f(1) = d$
- b) $g : \{1; 2; 3; 4\} \rightarrow \{a, b, c, d\}, g(1) = b, g(2) = c, g(3) = d, g(4) = a$
- c) $h : \{1; 2; 3; 4\} \rightarrow \{a, b, c, d\}, h(1) = b, h(2) = a, h(3) = c, h(4) = c$

U každého předpisu ověřte, zda se skutečně jedná o zobrazení, a dále zkoumejte jejich vlastnosti (prosté, na, ...).

4. Podrobně prozkoumejte následující funkce (určete $D(f)$, $H(f)$, graf funkce a další vlastnosti):

- a) $f(x) = -2x + 1$
- b) $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$
- c) $f(x) = 3x^2 + 6x + 3$
- d) $f(x) = |x^3 + 4|$
- e) $f(x) = 2^{x+1} - 4$
- f) $f(x) = \log_2(x + 4) - 1$
- g) $f(x) = 3 \cos(2x - \frac{\pi}{3})$
- h) $f(x) = -2 \sin(-x)$
- i) $f(x) = 1 + \tan x$
- i) $f(x) = \cot(x - \frac{\pi}{3})$

Výsledky:

1.
 - a) $\langle -2; 2 \rangle$
 - b) $\{2\}$
 - c) $\langle -7; 5 \rangle$
 - d) $\langle -2; \infty \rangle$
 - e) $\langle 2; 5 \rangle$
 - f) $\langle 2; 5 \rangle$
2.
 - a) *je tautologie*
 - b) *není tautologie*
3.
 - a) *f není zobrazení, protože prvek 1 z definičního oboru má dva obrazy*
 - b) *g zobrazení je, dále je prosté i na, čili je vzájemně jednoznačné*
 - c) *h zobrazení je, ale není prosté, protože prvek c z oboru hodnot má dva vzory, není ani na, protože prvek d z oboru hodnot nemá žádný vzor*



