

Limity a spojitost

1. Určete hodnoty limit následujících funkcí:

a) $\lim_{x \rightarrow 8} x^2 + 5x + 2 =$

b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x - 3} =$

c) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{1}{x^2 + 4x + 4} =$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} =$

e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^6 + x^3 + 3}{7x^6 - 1} =$

f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{190x^3 + 19}{x^4} =$

g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x}{2 \sin(x)} =$

h) $\lim_{x \rightarrow 2} \log(x^3 + 2) =$

i) $\lim_{x \rightarrow \pi} \sin 2x =$

j) $\lim_{x \rightarrow 0} |x| =$

k) $\lim_{x \rightarrow 1} e^{\frac{x^2 - 1}{x - 1}} =$

l) $\lim_{x \rightarrow 3} \operatorname{sgn}(x - 3) =$

m) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \cot x =$

n) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x - 2} - \sqrt{x^2 - 2x + 2}) =$

o) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{1 - \cos^2 x}{2 \sin x \cos x} =$

p) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + x + 7} - x + \frac{x^2 - 7}{x^2 + 2} - \operatorname{sgn}(\ln(x)) \right) =$

2. Pro zadaný bod a funkci rozhodněte, je-li v něm funkce spojitá. Pokud není a je to možné, spojitě ji v daném bodě dodefinujte:

a) Funkce $f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x - 3}$ v $x = 3$.

b) Funkce $g(x) = \operatorname{sgn}|x|$ v $x = 0$.

c) Funkce $h(x) = \frac{1}{x}$ v $x = 1$.

Výsledky:

1.
 - a) 106;
 - b) 6;
 - c) ∞ ;
 - d) 0;
 - e) $\frac{5}{7}$;
 - f) 0;
 - g) limita neexistuje;
 - h) 1;
 - i) 0;
 - j) 1;
 - k) e^2 ;
 - l) limita neexistuje;
 - m) $-\infty$;
 - n) $\frac{3}{2}$;
 - o) $-\infty$;
 - p) $\frac{1}{2}$.
2.
 - a) $f(x)$ není spojitá v $x = 3$, lze spojitě dodefinovat;
 - b) $g(x)$ není spojitá v $x = 0$, ale je v něm definovaná, nelze tedy dodefinovat;
 - c) $h(x)$ je spojitá v $x = 1$.