a) $\lim\limits_{x\to 8} x^2+5x+2 = 64+40+2 = \underline{\underline{106}}$ (1)

b) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^2-x-6}{x-3} = \lim\limits_{x\to 3} \dfrac{(x-3)(x+2)}{x-3} = \lim\limits_{x\to 3}(x+2) = \underline{\underline{5}}$ (1)

c) $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{1}{x^2+4x+4} = \lim\limits_{x\to -2} \dfrac{1}{\underbrace{(x+2)^2}_{\to 0^+}} = \underline{\underline{+\infty}}$ (1)

d) $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{\sin x}{x} = \underline{\underline{0}}$ (2a) VĚTA O DVOU POLICAJTECH

JDE O SPECIÁLNÍ A DŮLEŽITOU LIMITU

$$-1 \leq \sin x \leq 1$$

$$-\frac{1}{x} \leq \frac{\sin x}{x} \leq \frac{1}{x}$$

$$\lim_{x\to +\infty} \frac{-1}{x} = 0 \Rightarrow \quad \Leftarrow \lim_{x\to\infty} \frac{1}{x} = 0$$

$$\boxed{\lim_{x\to\infty} \frac{\sin x}{x} = 0}$$

e) $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{5x^6+x^3+3}{7x^6-1} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^6\left(5+\frac{1}{x^3}+\frac{3}{x^6}\right)}{x^6\left(7-\frac{1}{x^6}\right)} = \underline{\underline{\dfrac{5}{7}}}$ (2b)

f) $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{190x^3+19}{x^4} = \lim \dfrac{x^4\left(\frac{190}{x}+\frac{19}{x^4}\right)}{x^4} = \dfrac{0}{1} = \underline{\underline{0}}$ (2b)

g) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos^2 x}{2\sin x} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1}{2\sin x}$

$\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{1}{2\sin x} = \dfrac{1}{0^+} = +\infty$

$\lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{1}{2\sin x} = \dfrac{1}{0^-} = -\infty$ (2c)

$\Rightarrow$ NEEXISTUJE

h) $\lim\limits_{x\to 2} \log(x^3+2) = \log_{10} 10 = \underline{\underline{1}}$ (1)

i) $\lim\limits_{x\to \pi} \sin 2x = \sin 2\pi = \underline{\underline{0}}$ (1)

j) $\lim\limits_{x\to 0} |x| = |0| = \underline{\underline{0}}$

k) $\lim\limits_{x\to 1} e^{\frac{x^2-1}{x-1}} = e^{\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x-1}} = e^{\lim\limits_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)}} = e^{\lim\limits_{x\to 1}(x+1)} = \underline{\underline{e^2}}$ (2b)

---

1. VŽDY ZKUSÍM DOSADIT

POKUD DOSTANU PLATNÝ VÝRAZ JSEM OK

POKUD DOSTANU $\infty-\infty, \frac{\infty}{\infty}, \frac{0}{0}, 0\cdot\infty, 0^0, \infty^0, 1^\infty$ MUSÍM DĚLAT NĚCO DÁL

2. ZBAVÍM SE PROBLEMATICKÉHO VÝRAZU UŽITÍM VĚT

a) DVA POLICAJTI

b) VĚTY O SOUČTU, ROZDÍLU A SOUČINU A PODÍLU FUNKCÍ

c) VĚTA O EXISTENCI LIMITY V BODĚ PŘI EXISTENCI LIMITY V BODĚ ZPRAVA A ZLEVA

d) U ODMOCNIN A JEJICH SOUČTU NEBOR ROZDÍLU VYUŽÍVÁME $(a-b)^2$

l) $\lim\limits_{x \to 3} \operatorname{sgn}(x-3) =$ NEEXISTUJE

ZNÁT, CO JE FUNKCE $\operatorname{sgn}(x)$
„VRACÍ ZNAMÉNKO ČÍSLA“

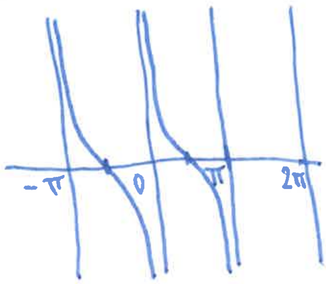
$$\lim_{x \to 3^+} \operatorname{sgn}(x-3) = 1$$

$$\lim_{x \to 3^-} \operatorname{sgn}(x-3) = -1$$

$\lim\limits_{x \to 3^+} \neq \lim\limits_{x \to 3^-} \Rightarrow$ NEEXISTUJE $\lim\limits_{x \to 3}$

m) $\lim\limits_{x \to 0^-} \operatorname{cotg} x = -\infty$

ZNÁT, JAK VYPADÁ FUNKCE $\operatorname{cotg}(x)$



2d $\quad a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

n) $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\sqrt{x^2+x-2} - \sqrt{x^2-2x+2}\right) =$

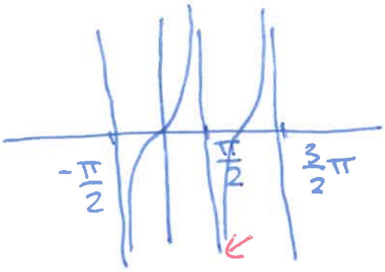
$$= \lim_{x \to \infty} \left(\sqrt{x^2+x-2} - \sqrt{x^2-2x+2}\right) \cdot \frac{\left(\sqrt{x^2+x-2} + \sqrt{x^2-2x+2}\right)}{\left(\sqrt{x^2+x-2} + \sqrt{x^2-2x+2}\right)} =$$

$$= \lim_{x \to \infty} \frac{x^2+x-2-x^2+2x-2}{\sqrt{x^2+x-2} + \sqrt{x^2-2x+2}} = \lim_{x \to \infty} \frac{3x-4}{\sqrt{x^2\left(1+\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}\right)} + \sqrt{x^2\left(1-\frac{2}{x}+\frac{2}{x^2}\right)}} =$$

$$= \lim_{x \to \infty} \frac{x\left(\underbrace{3-\frac{4}{x}}_{\to 3}\right)}{x\left(\underbrace{\sqrt{1+\frac{1}{x}-\frac{2}{x}}}_{\to 1} + \underbrace{\sqrt{1-\frac{2}{x}+\frac{2}{x^2}}}_{\to 1}\right)} = \frac{3}{2}$$

a) $$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^+} \frac{1-\cos^2 x}{2\sin x\cos x} = \lim_{x\to\frac{\pi}{2}^+} \frac{\sin^2 x}{2\sin x\cos x} =$$

$$= \lim_{x\to\frac{\pi}{2}^+} \frac{\sin x}{2\cos x} = \lim_{x\to\frac{\pi}{2}^+} \frac{1}{2}\operatorname{tg} x = \frac{1}{2}(-\infty) = \underline{\underline{-\infty}}$$



ZNÁT GRAF TG x

b) $$\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+x+7} - x + \frac{x^2-7}{x^2+2} - \operatorname{sgn}(\ln(x))\right) = \frac{1}{2}+1-1 = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

• $$\lim_{x\to\infty} \frac{\left(\sqrt{x^2+x+7}-x\right)\left(\sqrt{x^2+x+7}+x\right)}{\left(\sqrt{x^2+x+7}+x\right)} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+x+7-x^2}{\sqrt{x^2+x+7}+x} =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{x+7}{\sqrt{x^2\left(1+\frac{1}{x}+\frac{7}{x}\right)}+x} = \lim_{x\to\infty} \frac{x\overbrace{\left(1+\frac{7}{x}\right)}^{\to 1}}{x\underbrace{\left(\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{7}{x}}+1\right)}_{\to 2}} = \frac{1}{2}$$

• $$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2-7}{x^2+2} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2\left(1-\frac{7}{x^2}\right)}{x^2\left(1+\frac{2}{x^2}\right)} = \underline{1}$$

• $$\lim_{x\to\infty} -\underbrace{\operatorname{sgn}(\underbrace{\ln(x)}_{+\infty})}_{+1}\ \ -1 = \underline{-1}$$