

Matematika pro informatiku (NI-MPI)

Domácí úkol ZS 2020/2021

Napište program pro iterační řešení soustavy rovnic

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b},$$

kde

- \mathbf{A} je zadaná matice soustavy,
- \mathbf{b} je zadaný vektor pravé strany,
- \mathbf{x} je hledaný vektor řešení.

Pro řešení soustavy využijte

J) Jacobiho metodu,

GS) Gaussovu-Seidelovu metodu.

Iterujte k získání relativní přesnosti

$$\frac{\|\mathbf{r}_k\|}{\|\mathbf{b}\|} < 10^{-6},$$

kde reziduum v k -té iteraci je $\mathbf{r}_k = \mathbf{Ax}_k - \mathbf{b}$ a \mathbf{x}_k je k -té přibližné řešení.

Pro váš program použijte následující vstupy:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \gamma & -1 & & & \\ -1 & \gamma & -1 & & \\ & -1 & \gamma & \ddots & \\ & & \ddots & \ddots & -1 \\ & & & -1 & \gamma \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{20,20}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} \gamma - 1 \\ \gamma - 2 \\ \gamma - 2 \\ \vdots \\ \gamma - 2 \\ \gamma - 2 \\ \gamma - 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{20},$$

kde na prázdných místech v matici A jsou nuly, a parametr γ má následující hodnoty:

- a) $\gamma = 3$,
- b) $\gamma = 2$,
- c) $\gamma = 1$.

Jako startovací vektor volte $\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}$. Pro výpočty užíjte **dvojitou** přesnost.

Jak splnit úkol?

Naprogramujte obě varianty J) a GS), a otestujte je pro dané hodnoty parametru γ . Ve všech testech změřte počet potřebných iterací všech variant potřebný k získání předepsané přesnosti.

Programovací jazyk pro zpracování práce si zvolte z množiny {C, C++, Python, Fortran, SageMath, Matlab, Julia}. Zdrojový kód musí obsahovat nějaké minimum komentářů pro pochopení, co se v programu děje. Na začátku by měl být alespoň minimální návod umožňující úspěšnému znovupoužití vašeho kódu.

Co odevzdat?

Do přiložené tabulky vyplňte počet potřebných iterací k dosažení požadované přesnosti všech variant. Můžete metody naprogramovat různě a sledovat změny (pak pište např. „Ja1“, „Ja2“ ... a varianty popište.)

Mimo počtu iterací do tabulky vyplňte také:

1. *stručný* popis varianty;
2. komentář k získaným výsledkům / vaše interpretace;

Spolu s tabulkou odevzdejte i zdrojový kód.

Jak odevzdat?

K odevzdání bude použito odevzdávání úkolů přes MS Teams „Zadání“ („Assignments“) – k nalezení v horní liště v týmu, tedy tam je třeba **v termínu** nahrát vyplněnou tabulku a zdrojový kód. (Pokud to není extra nutné, tak bez komprimace.)

(K odevzdávání: prosím, dejte pozor, abyste zadání finálně odevzdali, je možno mít odevzdání v nějakém mezistavu, ke kterému se vyučující nedostane. Na finální odevzdání by mělo být tlačítko „Odevzdat“ („Turn in“).)

Jak bude úkol hodnocen?

- 0 až 1 bod za obdržené výsledky (tabulku);
- 0 až 2 body za program (1 bod za variantu);
- 0 až 3 body za komentář.

Případné neexplicitně požadované a vyhodnocené varianty mohou být ohodnoceny navíc bonusovými body.

Metoda by měla být vámi naprogramována, tj. nestačí zavolat jeden příkaz z nějaké knihovny. Na druhou stranu není samozřejmě nutné dělat vše od nuly, tedy např. lze použít maticové násobení z nějaké knihovny, pokud jej budete potřebovat.

„Skupinová práce“

Úkol je koncipován tak, aby si to každý vyzkoušel sám, tj. vřele doporučujeme si to opravdu zkusit a zkusit vyhodnotit.

Minimalistické řešení

Ano, stačí, když naprogramujete pouze jednu variantu, získáte tím však max. 3 body.