Proyecto 1
Análisis Aplicado
Método de Búsqueda de Línea
Dr. Zeferino Parada

1 Método General

Sean $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ dos veces continuamente diferenciable y $x^* \in \mathbb{R}^n$ mínimo local estricto de $f(x)$.
El método general de búsqueda de línea para aproximar el mínimo local es:

% **IN**
$f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ tal que $f \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R}^n)$ y $f(x)$ es acotada inferiormente.
$x \in \mathbb{R}^n$ tal que $\nabla f(x) \neq 0$.
% **OUT**
$x^* \in \mathbb{R}^n$ tal que $\|\nabla f(x^*)\| \approx 0$.
%
% **Parámetros iniciales**
$tol = 1.e-08$; $c_1 = 1.e-04$, $maxiter = 50$.
%
$iter \leftarrow 0$, % **contador de iteraciones externas**

Mientras $(\|\nabla f(x)\|_2 \geq tol \;\; e \;\; iter < maxiter)$ **hacer**

1. Escoger $p \in \mathbb{R}^n$ tal que $\nabla f(x)^T p < 0$

2. Determine un valor $t^* \in (0,\ 1]$ tal

$$f(x + t^* p) \leq f(x) + t^* c_1 \nabla f(x)^T p \tag{1}$$

3. $x \leftarrow x + t^* p$
$iter \leftarrow iter + 1$

Fin

---

2 Backtraking por interpolación

Supongamos que en una iteración del método general se tiene en la búsqueda de línea para $t = 1$ que

$$f(x + p) > f(x) + c_1 \nabla f(x)^T p. \tag{2}$$

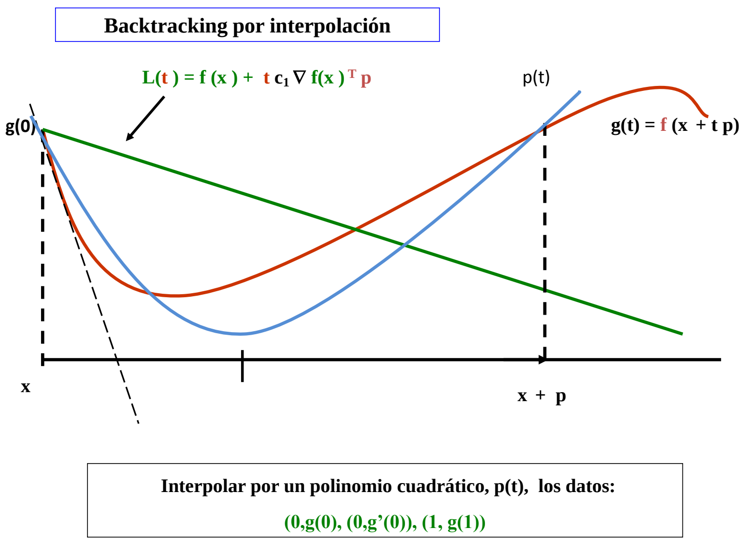
Definimos $g(t) = f(x + tp),\ t \in [0,\ 1]$ y

$$g(0) = f(x),\quad g'(0) = \nabla f(x)^T p,\quad g(1) = f(x + p),$$

el único polinomio de grado menor o iguala dos, $p(t) = d_0 + d_1 t + d_2 t^2$, que interpola estos valores satisface que,

$$d_0 = g(0),\quad d_1 = g'(0),\quad d_2 = g(1) - g(0) - g'(0)$$

Pregunta 1.- Bajo la hipótesis (2) pruebe que $d_2 > 0$ y que el único mínimo de $p(t)$, es $t^* = (g'(0)/(2d_2)$ y satisface que $t^* \in (0,\ 1)$.



Entonces t^* será el siguiente punto para verificar la condición

$$f(x + t^* p) \le f(x) + t^* c_1 \nabla f(x)^T p. \tag{3}$$

En caso de que (3) no se cumple se interpolan los datos

$$g(0) = f(x), \;\; g'(0) = \nabla f(x)^T p, \;\; g(t^*) = f(x + t^* p)$$

y se considera el mínimo de la nueva función cuadrática.

3 Proyecto

El objetivo es hacer una búsqueda de línea híbrida con backtracking e interpolación cuadrática para evitar pasos tan largos y no tan cortos.

Supongamos que

$$f(x + p) > f(x) + c_1 \nabla f(x)^T p,$$

entonces calculamos los dos valores:

$$\begin{aligned} t_{back} &= t/2, \quad \text{backtraking} \\ t_{inter} &= g'(0)/(2(g(1) - g(0) - g'(0)), \quad \text{interpolación cuadrática.} \end{aligned} \tag{4}$$

Escogemos uno de los valores de acuerdo a los criterios:

1. Si únicamente uno de los valores satisface la primer condición de Wolfe, se considera ese valor.
2. Si ambos valores satisface la condición de Wolfe se considera el mayor de ellos.
3. El paso elegido, t^*, satsface que $\|t^* p\|_2 > 10^{-3}$.
4. El número de pasos de búsqueda sobre p no es mayor a 20.
5. Si se exceden los veinte pasos o $\|t^* p\|_2 > 10^{-3}$. considere $t^* = 10^{-2}$.

Se debe programar el método de búsqueda de línea con las siguientes consideraciones:

function $[x,\ iter] =$ metodoblhibrido$(fname,\ x0)$
Método de búsqueda de línea con búsqueda de línea híbrida.
% Tolerancia para la norma del gradiente de $f(x)$ es $1.e-08$.
% Número máximo de iteraciones externas $maxiter = 250$
% valor para la primer condición de Wolfe $c_1 = 1.e-04$.
% La dirección de descenso es
% (a) máximo descenso
% (b) dirección de Newton.
% Se resuelve sistemas lineales con matrices simétricas definidas positivas,
% debe usar la factorización de Cholesky.
% El programa debe ser eficiente computacionalmente..

4 Funciones de prueba

Las funciones de prueba y su mínimo correspondiente pueden consultarse en la página del curso en la sección de *artículos* en *Testfuncions.pdf*, donde se consultan todos los detalles de cada función.

Estas son las funciones de prueba y las especificaciones en cada corrida:

Función	Punto inicial	Dirección
Rosenbrock	$(2,\ 2)^T$	Newton
Rastrigin	$(0.4,\ 0.3)^T$	Máximo desceso
Griewangk	$(2,\ 0)$	Newton
Ackley	$(0, 1.5)$	Máximo descenso
Branin	$(-4,\ 13)^T$	Newton
Easom	$(5,\ 5)^T$	Máximo descenso

Además de entregar las funciones que les corresponde a cada integrante del equipo.

Para cada función hacer un script file de la forma **blrosenbrock.m** si se trata de la función de Rosenbrock.

Enviar en forma **empaquetada, proy1analisi.zip,** todos los programas y script files para correr los ejemplos a:

zeferino@itam.mx

Asunto proyecto I / An{alisis Aplicado.
Nombres y claves ´unicas de los integrantes del equipo

También entregar una tabla en word con los siguientes valores:

Función	Converge a un mínimo	Número de iteraciones

Agregar comentarios, basados en sus resultados numéricos, acerca de las ventajas y desventajas del búsqueda de línea híbrida.

5 Calificación

Resultado numérico correcto	60 %
Calidad de programación	40 %.

La calidad de programación se refiere a programas documentados, menor número de variables, uso correcto de procesos iteractivos, menor tiempo de máquina.

Entrega y presentación del proyecto 21 de febrero en hora de clase.