

Taller

Contraste de Hipótesis

El estudiante debe superar las limitaciones del método que compara el valor del estadístico tabular contra el valor del estadístico de prueba. Nos referiremos a este método como el método “Cromañón”.

Para todos los problemas describa paso a paso sus procedimientos, establezca claramente los supuestos en los que basa sus análisis, defina claramente las funciones de probabilidades que le sirven de soporte para los cálculos y proponga las conclusiones de manera clara, sin olvidar en ningún momento la tasa de error vinculada a lo que concluye.

1. Un ingeniero que trabaja para un fabricante de llantas para tractores investiga la duración promedio de un compuesto nuevo de caucho. Para ello, construye 16 llantas y las prueba en una carretera hasta alcanzar el fin de la vida útil de éstas. Los datos, en km, obtenidos son los siguientes:

60613	59836	59554	60252
59784	60221	60311	50040
60545	60257	60000	59997
69947	60135	60220	60523

- a. Al ingeniero le gustaría demostrar que la vida útil promedio de la nueva llanta excede los 60000 km. Proponga y contraste la hipótesis apropiada usando el Valor P. Compare el tipo de conclusión que se escribiría si usa el procedimiento de comparar “Tabular (al 5% de significancia) vs. Calculado”.
 - b. Si se contrastara la hipótesis de igualdad, estime la potencia de la prueba cuando el verdadero valor de la duración media sea 57500.
2. Un ecólogo desea saber si la altura de cierta especie de arbustos se ajusta a una tendencia general de 750 cm. Para realizar el contraste, toma una muestra de 30 arbustos y mide la altura. Se obtuvieron los siguientes estadísticos: $\bar{x} = 755.5$ cm, $s^2 = 225$. Realice el análisis basado en el valor P y en el método cromañón. Redacte ambos tipos de conclusión.
3. La cantidad de impurezas presentes en un lote de una sustancia utilizada como materia prima en la transformación de la madera es determinante para evaluar su calidad. Un fabricante que usa dos líneas de producción 1 y 2, hizo un ligero ajuste a la línea 2 con la esperanza de reducir tanto la variabilidad como la cantidad promedio de impurezas en la sustancia. Las muestras aleatorias en cada línea arrojaron las siguientes mediciones:

Línea	n	Promedio	Varianza	μ
1	16	3.3	1.04	3.2
2	16	3.0	0.51	3.1

¿Los datos aportan suficiente evidencia para concluir que la cantidad promedio de impurezas del proceso es menor para la línea 2? ¿Cuál es el valor P?

4. Se desea contrastar si el contenido medio de fosforo difiere entre dos regiones de un determinado terreno. En cada región, marcadas como 1 y 2 se toman varias lecturas y se obtienen los siguientes valores:

Región	N	Promedio	Desviación Estándar (S)
1	15	3.84	3.07
2	12	1.49	0.8

Contrastar con un nivel de significancia del 5% si existen diferencias en el contenido medio de fosforo entre las dos regiones, asumiendo que el contenido medio de fosforo sigue una distribución normal. Redacte la conclusión usando el valor P.

5. Un diseñador de productos está interesado en reducir el tiempo de secado de un sellante para madera. Se prueban dos fórmulas de sellante; la fórmula 1 tiene el contenido químico estándar, y la fórmula 2 tiene un nuevo ingrediente secante que debe reducir el tiempo de secado. De la experiencia se sabe que la desviación estándar del tiempo de secado es 8 minutos, y esta variabilidad inherente no debe verse afectada por la adición del nuevo ingrediente. Se pintan diez especímenes con la fórmula 1, y otros diez con la fórmula 2. Los dos tiempos promedio de secado muestrales son $\bar{x}_1 = 121$ min y $\bar{x}_2 = 112$ min, respectivamente. ¿A qué conclusiones puede llegar el diseñador del producto sobre la eficacia del nuevo ingrediente, utilizando $\alpha = 0,05$?
6. Un fabricante de monitores, prueba dos diseños de microcircuitos para determinar si producen un flujo de corriente equivalente. El departamento de ingeniería ha obtenido los siguientes datos:

	n	\bar{x}_i	σ_i
Diseño 1	15	24.2	10
Diseño 2	10	23.9	20

Con $\alpha = 0.1$, se desea determinar si existe alguna diferencia significativa en el flujo de corriente promedio entre los dos diseños, donde se supone que las dos poblaciones son normales, pero no es posible suponer que las varianzas sean iguales.

7. Una empresa que se dedica a hacer encuestas se queja de que un agente realiza en promedio 53 encuestas por semana. Se ha introducido una forma más moderna de realizar las encuestas y la empresa quiere evaluar su efectividad. Los números de encuestas realizadas por una muestra aleatoria de agentes son:

53	57	50	55	58	60	52	59	62	60	60	56	54	51	54
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Con un nivel de significancia de 0,05 ¿puede concluirse que la cantidad media de encuestas realizadas por los agentes es superior a 53 por semana? Evalúe el valor P.

8. Un artículo publicado en la revista Materials Engineering (1989, Vol. II, No. 4, págs. 275-281) describe los resultados de pruebas de resistencia a la adhesión de 22 especímenes de aleación U-700. La carga para la que cada espécimen falla es la siguiente (en MPa):

19.8	18.5	17.6	16.7	15.8
15.4	14.1	13.6	11.9	11.4
11.4	8.8	7.5	15.4	15.4
19.5	10.1	14.9	7.9	12.7
11.9	11.4			

¿Sugieren los datos que la carga promedio de falla es mayor que 10MPa? Supóngase que la carga donde se presenta la falla tiene una distribución normal. Utilícese ambos métodos para redactar su conclusión. $\alpha=0.05$.

9. Un criador de pollos sabe por experiencia que el peso de pollos de cinco meses es de 4,35 libras, los pesos siguen una distribución normal. Para tratar de aumentar el peso de dichas aves se le agrega un aditivo al alimento. En una muestra de pollos de cinco meses se obtuvieron los siguientes pesos en libras.

4,41	4,37	4,33	4,35	4,3	4,36	4,39	4,38	4,40	4,39
------	------	------	------	-----	------	------	------	------	------

Con un nivel de significancia del 0,01 ¿el aditivo ha aumentado el peso medio de los pollos? Estime el valor P.

10. El administrador de una empresa de tractores está tratando de decidir si el uso de neumáticos radiales en lugar de neumáticos regulares cinturados mejora el rendimiento de combustible. Se equipan 12 tractores con neumáticos radiales y se conducen en un recorrido de prueba preestablecido. Sin cambiar a los conductores, los mismos autos se equipan con neumáticos regulares cinturados y se conducen nuevamente en el recorrido de prueba. Se registraron los siguientes datos sobre el consumo de gasolina, en kilómetros por litro:

Tractor	Llanta radial	Llanta cinturada
1	4.2	4.1
2	4.7	4.9
3	6.6	6.2
4	7.0	6.9
5	6.7	6.8
6	4.5	4.4
7	5.7	5.7
8	6.0	5.8
9	7.4	6.9
10	4.9	4.7
11	6.1	6.0
12	5.2	4.9

¿Podemos concluir que los tractores equipados con neumáticos radiales ahorran más combustible que aquellos equipados con neumáticos cinturados? Suponga que las poblaciones se distribuyen normalmente. Utilice un valor P en su conclusión.

12. La duración en horas del efecto protector de un repelente antimosquitos sigue una distribución normal. Los resultados de una muestra aleatoria de este producto son:

12.8	10.5	13.6	8.8	15.8	9.0	11.2	9.5	11.0
------	------	------	-----	------	-----	------	-----	------

- a. En un control de calidad del producto se desea saber si el efecto llega a las 13 horas de duración con una significancia del 5%. Realice para esto un contraste de hipótesis y analice como se relaciona la región de aceptación (No rechazo de H_0) del contraste de hipótesis con IC de confianza al 95% para la media.
 - b. La compañía que fabrica el repelente asegura que la protección es mayor a 12 horas, ¿Usted aceptaría esta afirmación con una significancia del 1%?
13. Un profesor quiere confirmar la hipótesis de que en su curso la nota media de cierto examen fue de 3.5. Para esto toma una muestra de 36 estudiantes obteniendo una media de 2.9, adicionalmente se sabe que la desviación estándar de las notas es 0.9. ¿Sirven estos datos para confirmar su hipótesis, con un nivel de significancia del 2%? Estime un IC al 98% para el promedio.
14. El diámetro del dosel de una especie Arborea puede variar significativamente dependiendo de varios factores como el clima, ubicación, etc. Sin embargo, un ingeniero forestal asegura que la varianza del diámetro del dosel de cierta especie es igual o menor que 15 cm. Se le pone a prueba y se hacen 28 mediciones, obteniéndose una varianza de 17. Si la variable es normal. ¿Aceptamos su aseveración a un nivel de significación 0,01?

15. En un terreno quieren reducir la variabilidad en la porosidad del suelo al usar un método de arado A, un agrónomo ha introducido un método B (modificando A). Para comprobar que dicha modificación efectivamente reduce la variabilidad, se han recolectado 33 muestras de suelo para cada método, obteniendo: Método S2 A 0.044 B 0.035

¿Hay evidencia estadística para afirmar que el método B produce menor variabilidad que el método A con un nivel de significación del $\alpha = 0.05$?

Algunos ejercicios del libro (Walpole & Myers, 9ed.):

1. Se considera una prueba t a un nivel $\alpha = 0.05$ para contrastar $H_0: \mu = 14$; $H_1: \mu < 14$. Si a partir de una muestra preliminar estimamos que σ es 1.25. ¿Qué tamaño de muestra se necesita para que la probabilidad de no rechazar de manera errónea H_0 sea 0.1 cuando la media de la población verdadera difiere de 14 en 0.5?
2. Suponga que un alergólogo desea probar la hipótesis de que al menos 30% del público es alérgico a algunos productos de queso. Explique cómo el alergólogo podría cometer
 - a) un error tipo I;
 - b) un error tipo II.
3. Un fabricante desarrolla un nuevo sedal para pesca que, según afirma, tiene una resistencia media a la rotura de 15 kilogramos con una desviación estándar de 0.5 kilogramos. Para probar la hipótesis de que $\mu \geq 15$ kilogramos contra la alternativa de que $\mu < 15$ kilogramos se prueba una muestra aleatoria de 50 sedales. La región crítica se define como $\bar{x} < 14.9$.
 - a) Calcule la probabilidad de cometer un error tipo I cuando H_0 es verdadera.
 - b) Evalúe β para las alternativas $\mu = 14.8$ y $\mu = 14.9$ kilogramos.
4. La estatura promedio de mujeres en el grupo de primer año de cierta universidad ha sido, históricamente, de 162.5 cm, con una desviación estándar de 6.9 cm. ¿Existe alguna razón para creer que ha habido un cambio en la estatura promedio, si una muestra aleatoria de 50 mujeres del grupo actual de primer año tiene una estatura promedio de 165.2 cm? Utilice un valor P en su conclusión. Suponga que la desviación estándar permanece constante
5. Una muestra aleatoria de tamaño $n_1 = 25$, tomada de una población normal con una desviación estándar $\sigma_1 = 5.2$, tiene una media $\bar{x}_1 = 81$. Una segunda muestra aleatoria de tamaño $n_2 = 36$, que se toma de una población normal diferente con una desviación estándar $\sigma_2 = 3.4$, tiene una media $\bar{x}_2 = 76$. Pruebe la hipótesis de que $\mu_1 = \mu_2$ contra la alternativa $\mu_1 > \mu_2$. Cite un valor P en su conclusión
6. Para indagar si un nuevo suero frena el desarrollo de la leucemia se seleccionan 9 ratones, todos en una etapa avanzada de la enfermedad. Cinco ratones reciben el tratamiento y cuatro no. Los tiempos de supervivencia, en años, a partir del momento en que comienza el experimento son los siguientes:

Con tratamiento: 2.1 5.3 1.4 4.6 0.9 Sin tratamiento: 1.9 0.5 2.8 3.1 358

A un nivel de significancia de 0.05, ¿se puede decir que el suero es eficaz? Suponga que las dos poblaciones se distribuyen de forma normal con varianzas iguales

7. Una muestra aleatoria de 64 bolsas de palomitas con queso cheddar pesan, en promedio, 5.23 onzas, con una desviación estándar de 0.24 onzas.
 - a. Pruebe la hipótesis de que $\mu \geq 5.5$ onzas contra la hipótesis alternativa de que $\mu < 5.5$ onzas, al nivel de significancia de 0.05.
 - b. ¿Qué tan grande debería ser la muestra para que la potencia de la prueba sea de 0.90, cuando la media verdadera es 5.20? Suponga que $\sigma = 0.24$.
8. Un fabricante afirma que la resistencia promedio a la tensión del hilo A excede a la resistencia a la tensión promedio del hilo B en al menos 12 kilogramos. Para probar esta afirmación se pusieron a prueba 50 pedazos de cada tipo de hilo en condiciones similares. El hilo tipo A tuvo una resistencia promedio a la tensión de 86.7 kilogramos con una desviación estándar de 6.28 kilogramos; mientras que el hilo tipo B tuvo una resistencia promedio a la tensión de 77.8 kilogramos con una desviación estándar de 5.61 kilogramos.
 - a. Pruebe la afirmación del fabricante usando un nivel de significancia de 0.05
 - b. ¿Qué tan grandes deberían ser las muestras para que la potencia de la prueba sea de 0.95, cuando la diferencia verdadera entre los tipos de hilo A y B es 8 kilogramos?

Medias Pareadas

11. Se realizó un experimento para determinar si se producía un incremento significativo de cobre en tomates enlatados, con respecto a los tomates frescos (Use el método cromañón con $\alpha = 0.05$ y use el valor P). Para el efecto se tomaron 10 lotes de tomates frescos, se midió el contenido de cobre a la mitad del material en cada una de las 10 muestras, mientras que la otra mitad fue enlatada y etiquetada adecuadamente para saber a cuál lote pertenecía. Después de 30 días se abrieron las latas y se midió el contenido de cobre (g/100g) del material que había estado enlatado. Los resultados se muestran a continuación:

Muestra	Frescos (F)	Enlatados (E)	Diferencia (E-F)
1	0.066	0.085	0.019
2	0.079	0.088	0.009
3	0.069	0.061	-0.008
4	0.076	0.091	0.015

Muestra	Frescos (F)	Enlatados (E)	Diferencia (E-F)
5	0.071	0.093	0.022
6	0.087	0.086	-0.001
7	0.071	0.079	0.008
8	0.073	0.078	0.005
9	0.067	0.065	-0.002
10	0.062	0.068	0.006