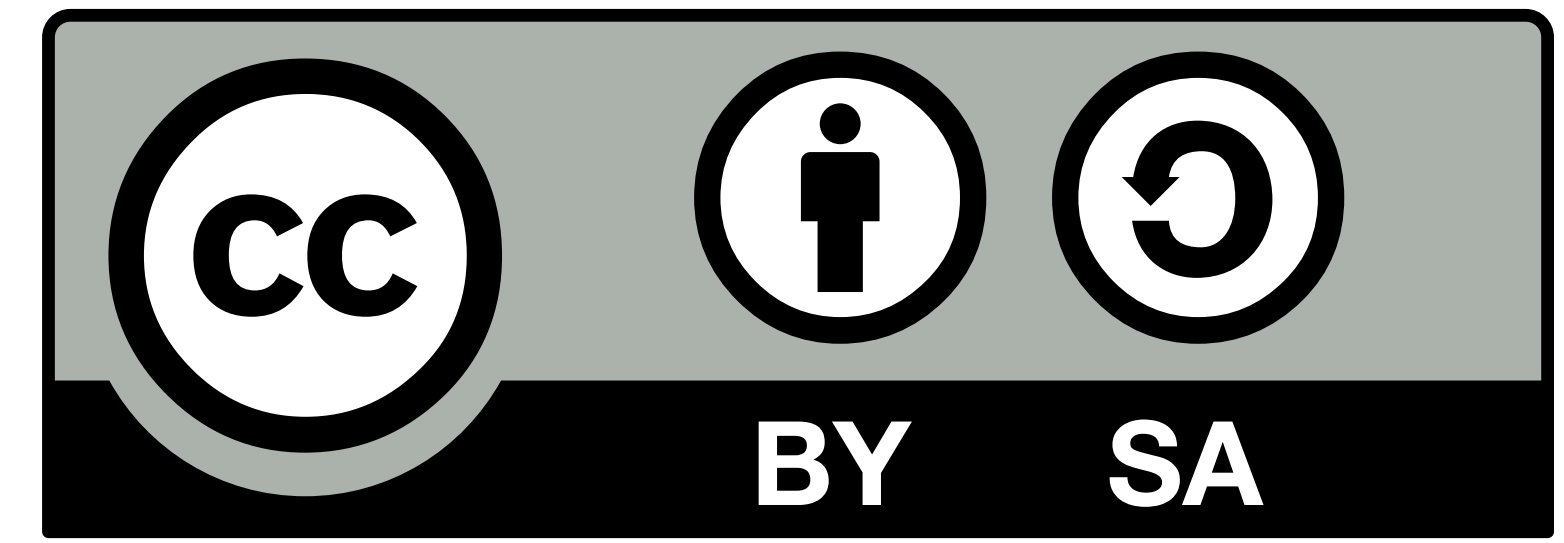


# MOVIMIENTOS

Rodrigo Alcaraz de la Osa



## MRU

### Características

Las **características** del **movimiento rectilíneo uniforme** (MRU) son:

- Trayectoria rectilínea.
- Velocidad  $v$  constante (aceleración  $a = 0$ ).

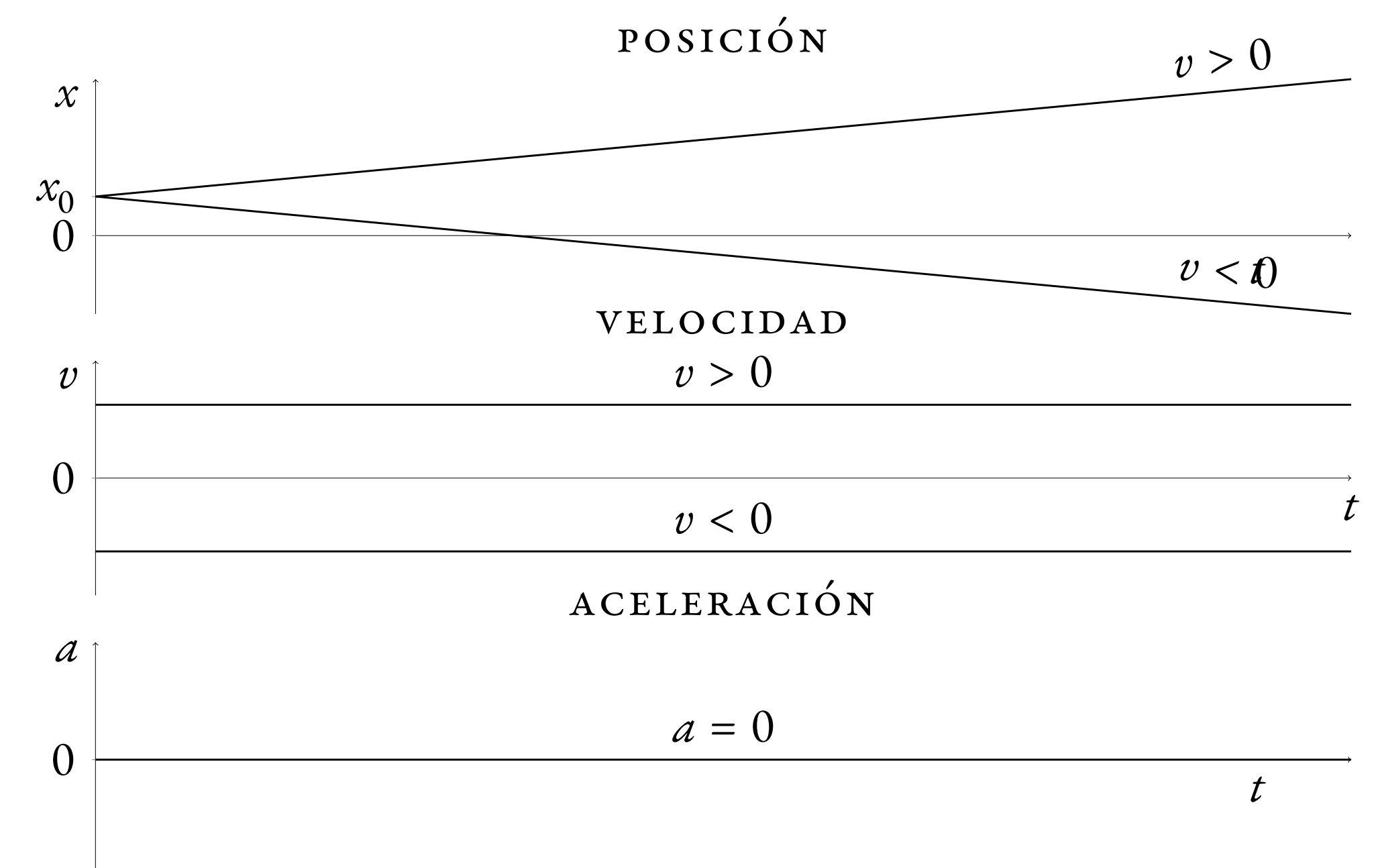
### Ecuación principal

La **ecuación principal** (también llamada **ecuación del movimiento** o **ecuación de la posición**) del MRU es:

$$x(t) = x_0 + v(t - t_0),$$

donde  $x$  es la posición final,  $x_0$  la posición inicial,  $v$  la velocidad,  $t$  el tiempo final y  $t_0$  el tiempo inicial.

### Gráficas



## MRUV

### Características

Las **características** del **movimiento rectilíneo uniformemente variado** (MRUV) son:

- Trayectoria rectilínea.
- Aceleración  $a$  constante (velocidad  $v$  variable).

### Ecuaciones principales

La **ecuaciones principales** del MRUV son:

$$\text{Posición: } x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2 \quad (1)$$

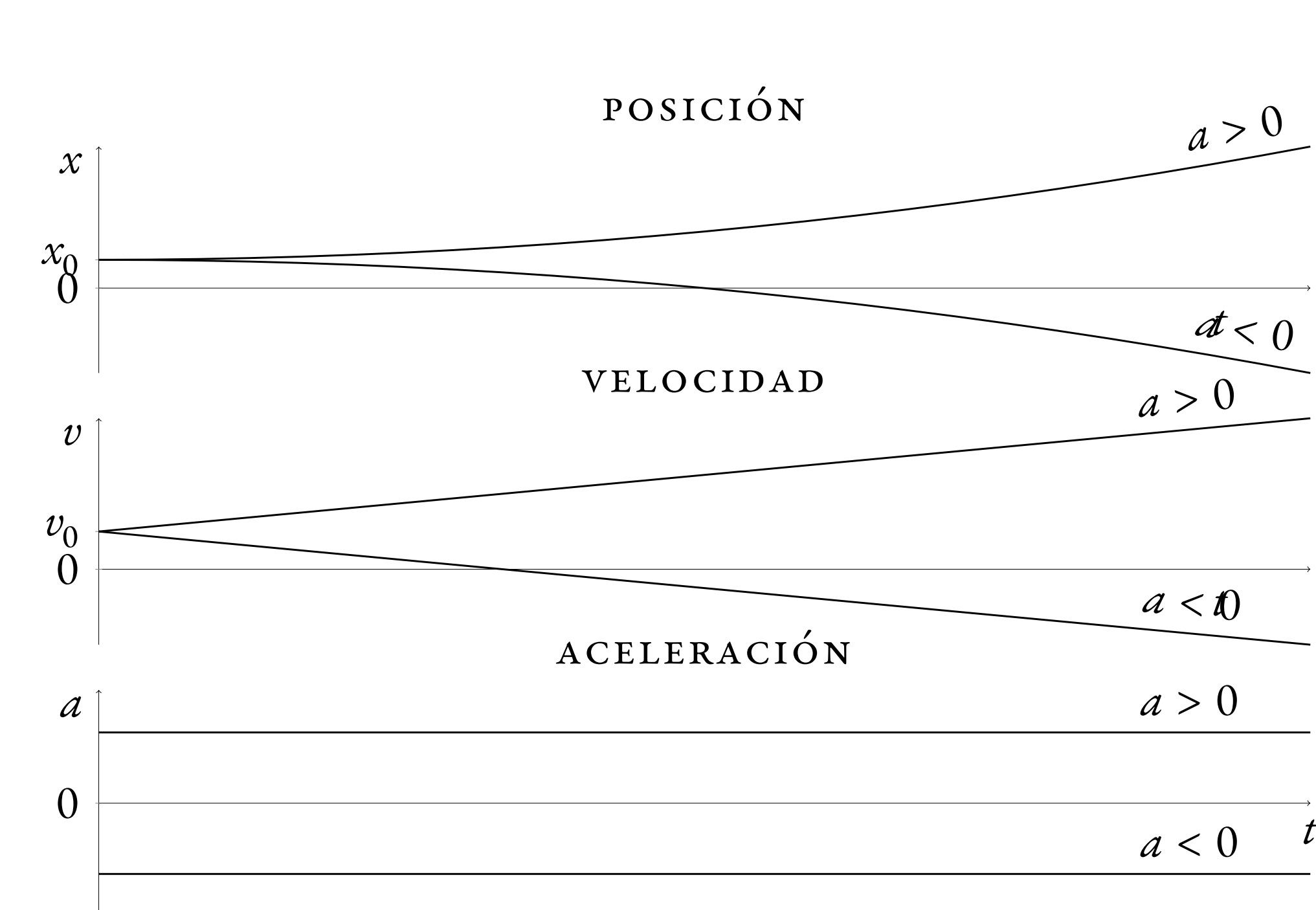
$$\text{Velocidad: } v(t) = v_0 + a(t - t_0) \quad (2)$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \quad (3)$$

donde  $x$  es la posición final,  $x_0$  la posición inicial,  $v_0$  la velocidad inicial,  $a$  la aceleración,  $t$  el tiempo final,  $t_0$  el tiempo inicial y  $\Delta x = x - x_0$  es la distancia o espacio recorrido.

## MRUV (cont.)

### Gráficas



## Caída libre/lanzamiento vertical

La **caída libre** o **lanzamiento vertical** es un caso especial de MRUV en el que la aceleración es igual a la aceleración de la **gravedad**. En el caso de la Tierra,  $a = -g = -9.8 \text{ m/s}^2$  (el signo  $-$  indica que la aceleración de la gravedad apunta, siempre, hacia abajo).

## Encuentros

Se trata de situaciones en las que dos cuerpos comienzan en posiciones distintas y acaban encontrándose al cabo de un cierto tiempo.

Seguimos estos **tres pasos**:

1. **Escribir** las **ecuaciones de la posición** de cada cuerpo.
2. **Imponer** la condición de **encuentro**, es decir, que ambas posiciones coinciden cuando se encuentran ( $x_A = x_B$ ).
3. **Despejar** la magnitud que me pidan.

## Ejemplo

Un coche se desplaza por una carretera que es paralela a la vía de un tren. El coche se detiene ante un semáforo que está con luz roja en el mismo instante que pasa un tren con una rapidez constante de  $12 \text{ m/s}$ . El coche permanece detenido durante  $6 \text{ s}$  y luego arranca con una aceleración constante de  $2 \text{ m/s}^2$ . Determinar:

- a) El tiempo que emplea el coche en alcanzar al tren, medido desde el instante en que se detuvo ante el semáforo.
- b) La distancia que recorrió el coche desde el semáforo hasta que alcanzó al tren.
- c) La rapidez del coche en el instante que alcanza al tren.

## Ejemplo (cont.)

### Solución

a) Lo primero que hacemos es **escribir las ecuaciones del movimiento** de cada móvil:

$$\text{Coche (MRUV): } x_c = x_{0c} + v_{0c}(t - t_{0c}) + \frac{1}{2}a_c(t - t_{0c})^2$$

$$\text{Tren (MRU): } x_t = x_{0t} + v_t(t - t_{0t})$$

**Particularizamos** para nuestro caso:

$$x_{0c} = x_{0t} = 0$$

$$v_{0c} = 0; \quad v_t = 12 \text{ m/s}$$

$$a_c = 2 \text{ m/s}^2$$

$$t_{0c} = 6 \text{ s}; \quad t_{0t} = 0$$

$$\text{Coche (MRUV): } x_c = 0 + 0 \cdot (t - 6) + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (t - 6)^2 = (t - 6)^2 = t^2 - 12t + 36$$

$$\text{Tren (MRU): } x_t = 0 + 12 \cdot (t - 0) = 12t$$

A continuación **imponemos la condición de encuentro**:

$$x_c = x_t$$

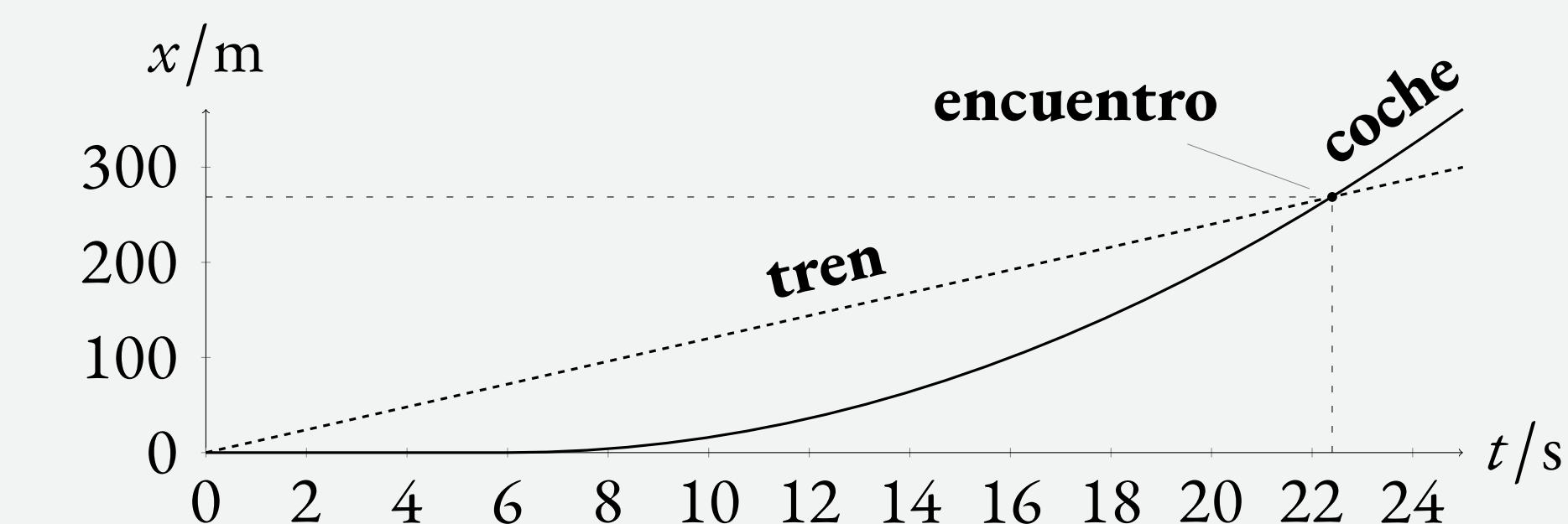
$$t^2 - 12t + 36 = 12t$$

$$t^2 - 24t + 36 = 0$$

Despejamos el **tiempo de encuentro**  $t^*$ :

$$t^* = \frac{24 \pm \sqrt{24^2 - 4 \cdot 1 \cdot 36}}{2} = \frac{24 \pm \sqrt{432}}{2} = \begin{cases} 22.4 \text{ s} \\ 1.6 \text{ s} \end{cases}$$

donde descartamos la solución  $t = 1.6 \text{ s}$  por ser menor que los  $6 \text{ s}$  que está parado el coche en el semáforo. Podemos comprobar esto representando la gráfica de posición frente a tiempo ( $x - t$ ) para cada móvil:



donde se ve claramente cómo el coche está parado los primeros  $6 \text{ s}$  para después arrancar acelerando (parábola) y alcanzando al tren a los  $22.4 \text{ s}$ .

b) Para calcular la **distancia recorrida** por el coche solo tenemos que sustituir el tiempo de encuentro,  $t^* = 22.4 \text{ s}$ , en su ecuación de posición, ya que comienza en  $x_0 = 0$ :

$$x_c(t^*) = t^{*2} - 12t^* + 36 = 22.4^2 - 12 \cdot 22.4 + 36 = 268.7 \text{ m}$$

c) La **rapidez** del coche cuando alcanza al tren la podemos calcular utilizando la **ecuación de la velocidad** del coche, sustituyendo  $t = t^*$ :

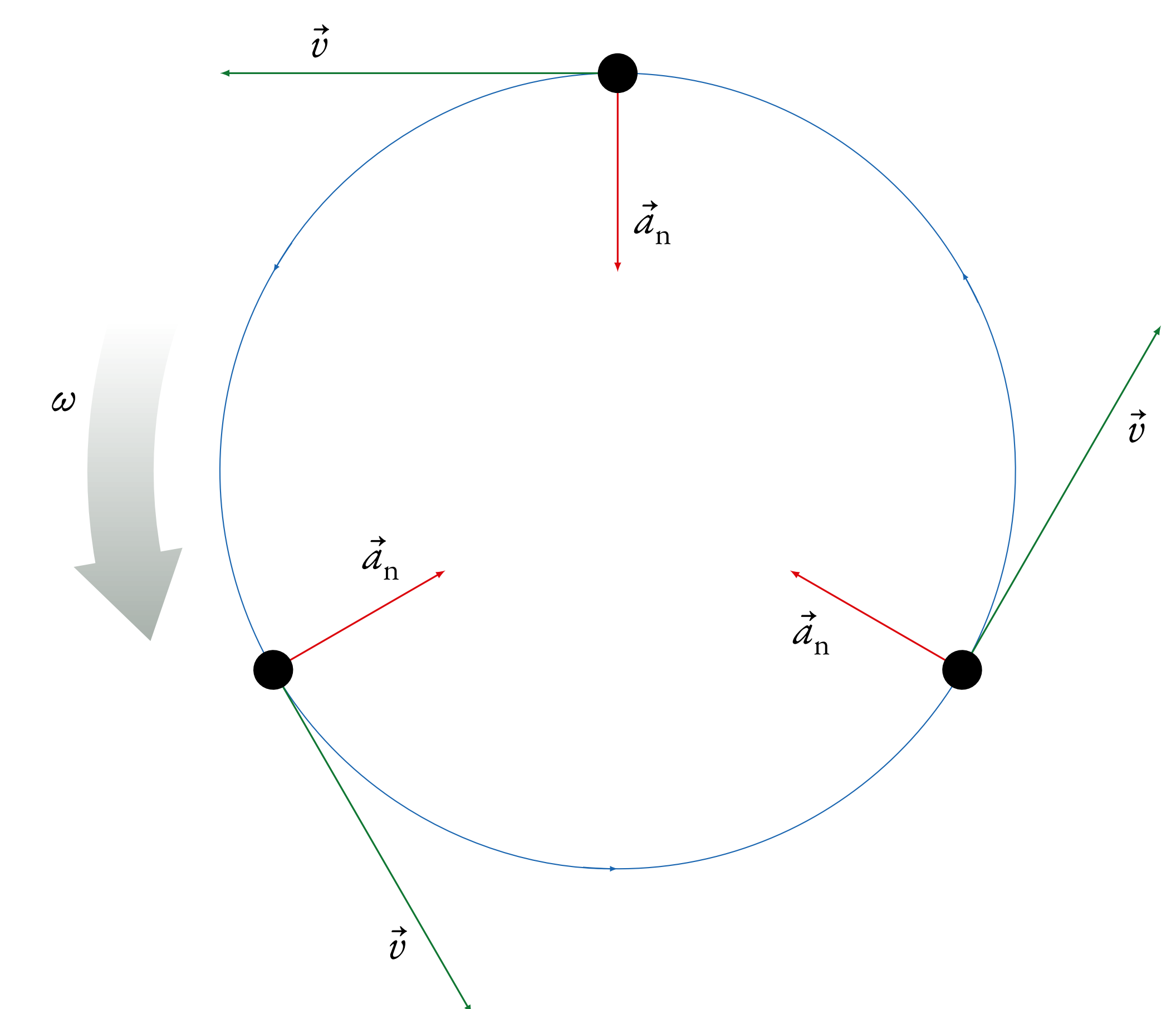
$$v_c(t^*) = v_{0c} + a_c(t^* - t_0) = 0 + 2 \cdot (22.4 - 6) = 32.8 \text{ m/s}$$

## MCU

### Características

Las **características** del **movimiento circular uniforme** (MCU) son:

- Trayectoria circular.
- Módulo de la velocidad constante (aceleración tangencial  $a_t = 0$ ).



### Ecuación principal

La **ecuación principal** del MCU es:

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \omega(t - t_0),$$

donde  $\varphi$  es la posición angular final,  $\varphi_0$  la posición angular inicial,  $\omega$  la velocidad angular,  $t$  el tiempo final y  $t_0$  el tiempo inicial.

**Periodo**  $T$  El tiempo que tarda el móvil en completar una vuelta completa se llama **periodo**,  $T$ .

**Frecuencia**  $f$  El número de vueltas que da el móvil en  $1 \text{ s}$  es la **frecuencia**,  $f$ , y está relacionada con el periodo:

$$f = \frac{1}{T} \left[ \frac{1}{s} = s^{-1} = \text{Hz} \right]$$

La frecuencia o velocidad angular,  $\omega$ , está relacionada con el periodo y la frecuencia a través de las expresiones:

$$\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

Las magnitudes lineales y angulares se relacionan a través del radio  $R$ :

$$v = \omega R$$

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$