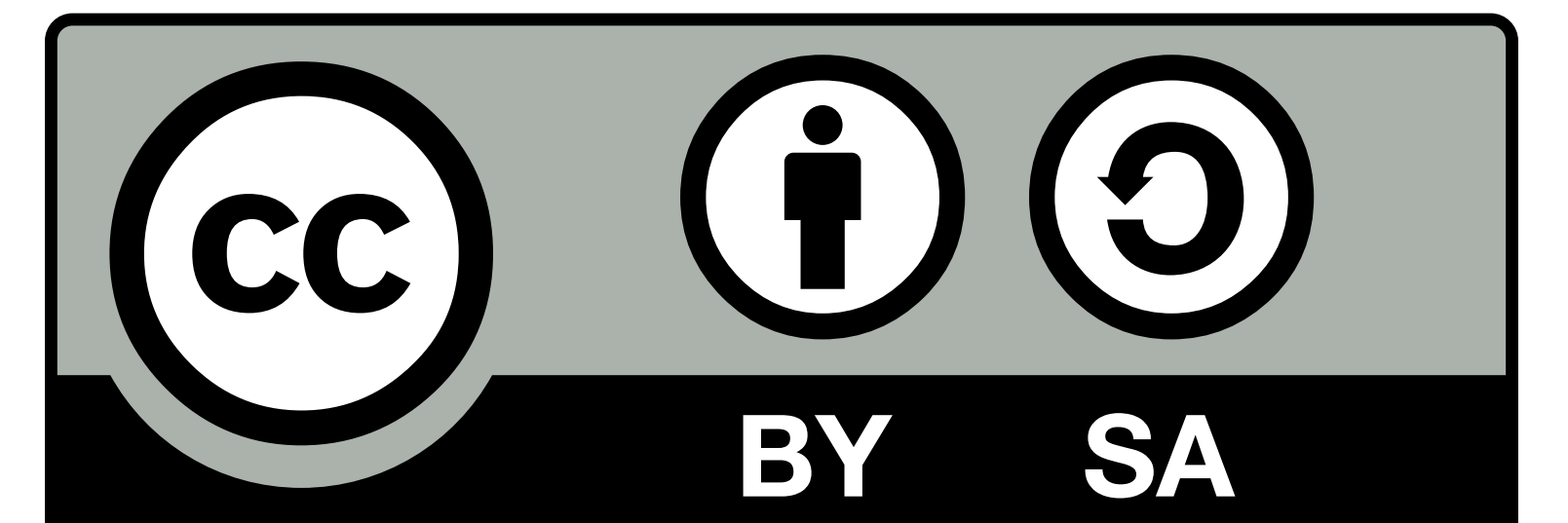
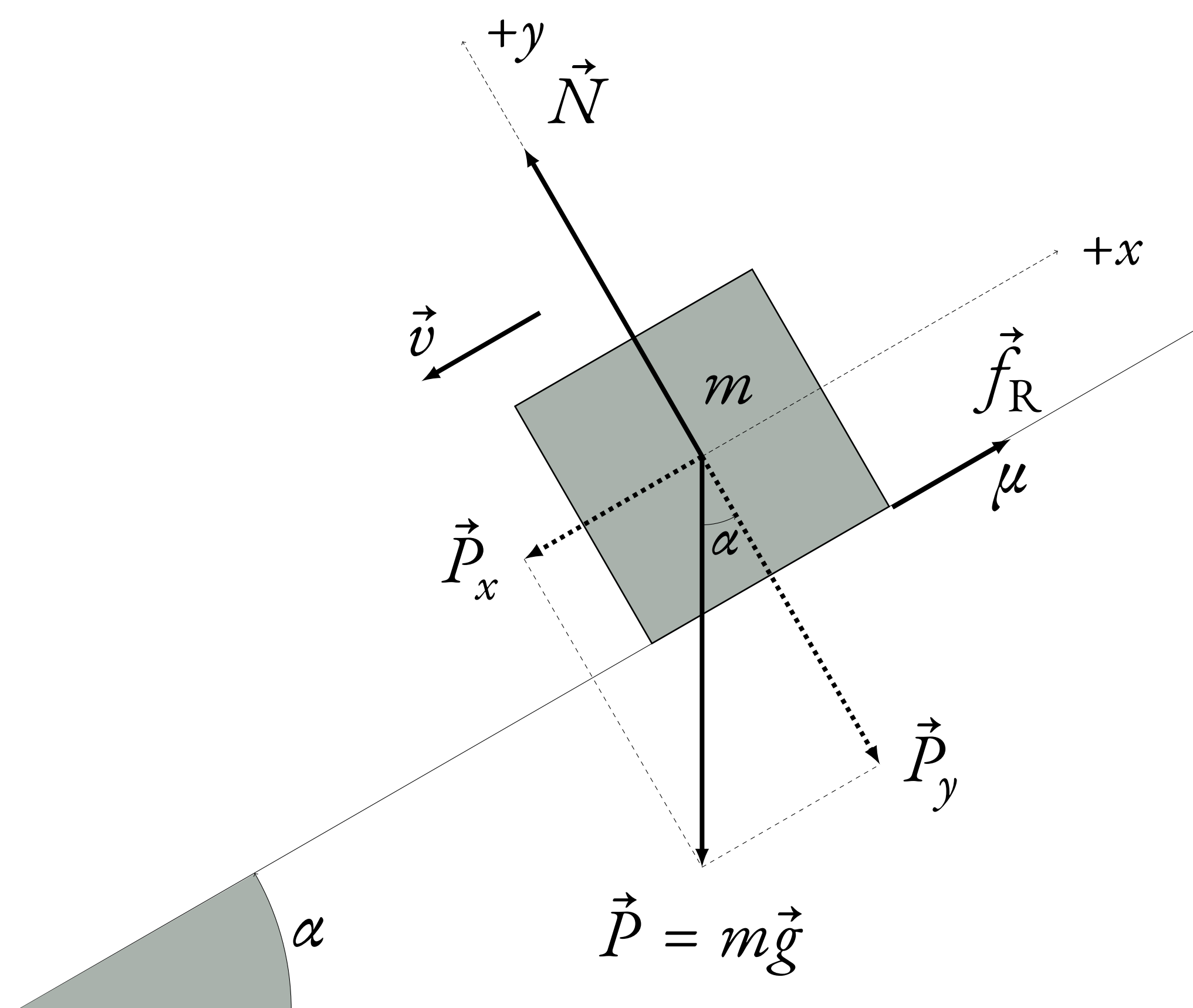


# PLANO INCLINADO

Rodrigo Alcaraz de la Osa



La figura muestra las FUERZAS que actúan sobre una masa  $m$  que desciende con velocidad  $\vec{v}$  y con rozamiento (coeficiente  $\mu$ ) por un plano inclinado un ángulo  $\alpha$  con respecto a la horizontal.



La relación entre el espacio recorrido a lo largo del plano,  $\Delta x$ , y la altura  $h$  a la que se encuentra la masa viene dada por:  
 $h = \Delta x \sin \alpha$ .

## Fuerzas que actúan

- Peso  $\vec{P} = -P_x \hat{i} - P_y \hat{j}$ .

De la figura podemos ver que:

$$P_x = P \sin \alpha = mg \sin \alpha$$

$$P_y = P \cos \alpha = mg \cos \alpha$$

- Normal  $\vec{N} = N \hat{j}$
- Fuerza de rozamiento  $\vec{f}_R = f_R \hat{i} = \mu N \hat{i}$

## 2ª ley de Newton

La aceleración  $\vec{a}$  de la masa  $m$  es proporcional a la fuerza neta  $\vec{F}_T$  aplicada sobre ella:

$$\vec{F}_T = m\vec{a} \rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}_T}{m}$$

La masa  $m$  se va a mover solo en la dirección  $x$ , por lo que  $\vec{a} = a \hat{i}$ . La fuerza neta  $\vec{F}_T$  es el vector suma de todas las FUERZAS que actúan sobre  $m$ :

$$\vec{F}_T = \sum \vec{F} = \vec{P} + \vec{N} + \vec{f}_R = m\vec{a} = ma \hat{i}$$
$$-P_x \hat{i} - P_y \hat{j} + N \hat{j} + f_R \hat{i} = ma \hat{i}$$

de donde sacamos dos ECUACIONES, una para cada COMPONENTE:

$$\text{COMPONENTE } x \rightarrow f_R - P_x = ma \quad (1)$$

$$\text{COMPONENTE } y \rightarrow N - P_y = 0 \quad (2)$$

Despejando  $N = P_y = mg \cos \alpha$  de (2) y sustituyendo en (1), utilizando además que

$$f_R = \mu N = \mu mg \cos \alpha$$

$$P_x = P \sin \alpha = mg \sin \alpha$$

$$\mu mg \cos \alpha - mg \sin \alpha = ma$$

$$a = g(\mu \cos \alpha - \sin \alpha)$$

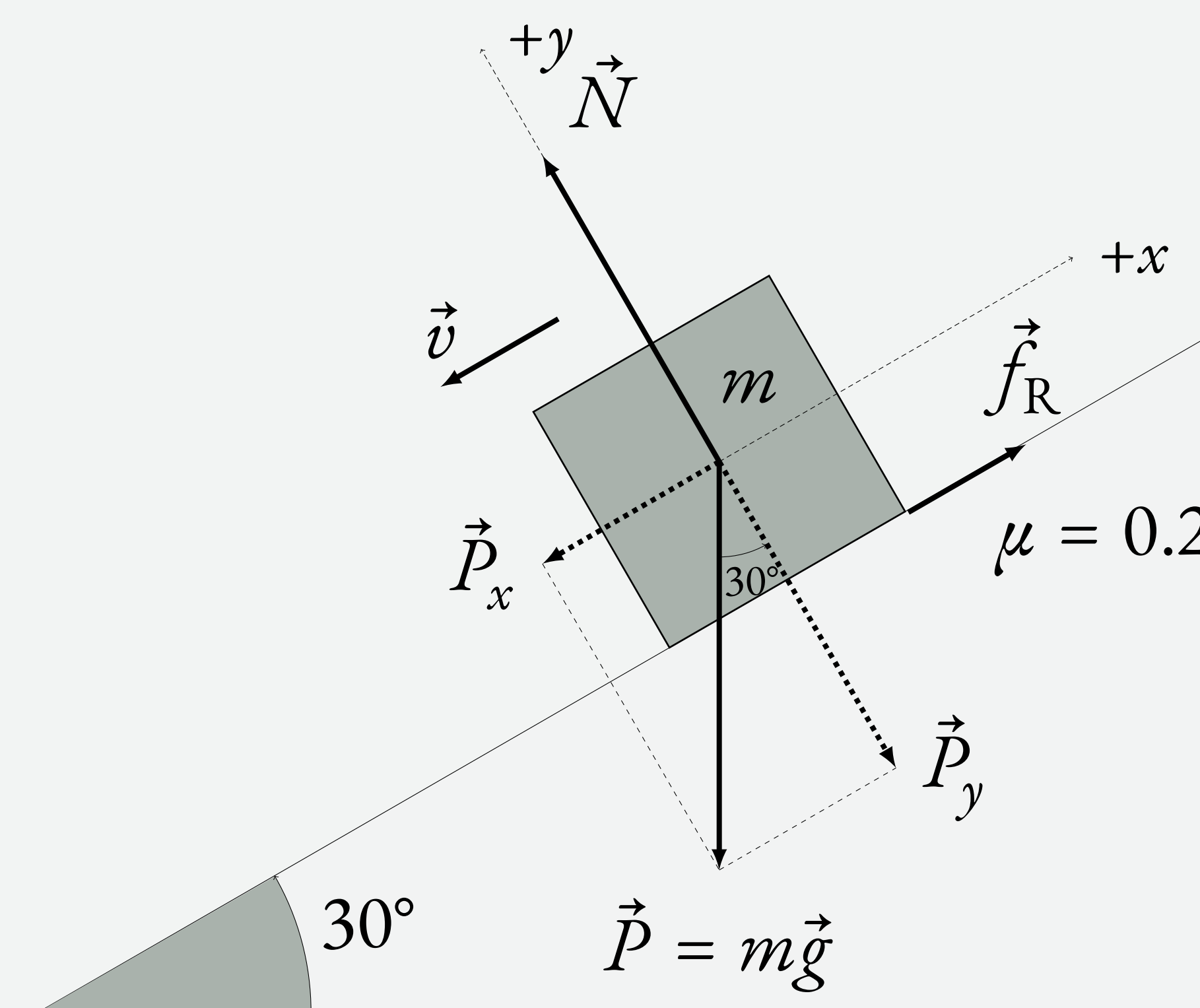
A partir de aquí se puede estudiar la cinemática de la masa  $m$ , suponiendo que se mueve con un MRUV cuya aceleración es constante y viene dada por  
 $\vec{a} = g(\mu \cos \alpha - \sin \alpha) \hat{i}$ .

## Ejemplo

Un cuerpo baja por un plano inclinado  $30^\circ$  con un coeficiente de rozamiento  $\mu = 0.2$ . Calcula la velocidad que llevará y el espacio recorrido al cabo de 5 s, si inicialmente estaba en reposo.

### Solución

Lo primero hacemos un dibujo representando la situación:



## Ejemplo (cont.)

Las FUERZAS que actúan son:

- Peso  $\vec{P} = -P_x \hat{i} - P_y \hat{j}$ , donde:

$$P_x = mg \sin \alpha = 9.8m \sin 30^\circ = 4.9m \text{ N}$$

$$P_y = mg \cos \alpha = 9.8m \cos 30^\circ = 4.9\sqrt{3}m \text{ N}$$

- Normal  $\vec{N} = N \hat{j}$
- Fuerza de rozamiento  $\vec{f}_R = \mu N \hat{i} = 0.2N \hat{i}$

Escribimos la 2ª LEY DE NEWTON para cada COMPONENTE:

$$\text{COMPONENTE } x \rightarrow f_R - P_x = ma \quad (3)$$

$$\text{COMPONENTE } y \rightarrow N - P_y = 0 \quad (4)$$

Despejando  $N = P_y = 4.9\sqrt{3}m$  de (4) y sustituyendo en (3), utilizando además que  $f_R = 0.2N$  y que  $P_x = 4.9m$ :

$$0.2 \cdot 4.9\sqrt{3}m - 4.9m = ma \rightarrow a = -3.2 \text{ m/s}^2$$
$$\vec{a} = -3.2 \hat{i} \text{ m/s}^2$$

La VELOCIDAD que llevará a los 5 s la calculamos con la ECUACIÓN DE LA VELOCIDAD:

$$v = v_0 + at = 0 - 3.2 \cdot 5 = -16.0 \text{ m/s}$$

$$\vec{v} = -16.0 \hat{i} \text{ m/s}$$

Para el ESPACIO RECORRIDO podemos utilizar la ECUACIÓN DEL MOVIMIENTO:

$$\Delta x = |x - x_0| = \left| v_0 \cdot t + \frac{1}{2}at^2 \right|$$
$$= \left| 0 - \frac{1}{2} \cdot 3.2 \cdot 5^2 \right| = 40.0 \text{ m}$$