

Aufgabe 1

a)

$$n \in \mathbb{N} \Leftrightarrow \sum_{j=1}^n j^3 = \frac{1}{4}n^2(n+1)^2 \quad (1)$$

b)

$2^4 \not> 5^2, 2^5 > 5^2, n^a$ wächst schneller als a^n . Also gilt:

$$n \in \mathbb{N}; n > 4 \Leftrightarrow 2^n > n^2 \quad (2)$$

c)

$2^{2+1} \not> (2+1)^2, 3^{3+1} > (3+1)^3, n^{n+1}$ wächst schneller als $(n+1)^n$. Also gilt:

$$n \in \mathbb{N}; n > 2 \Leftrightarrow n^{n+1} > (n+1)^n \quad (3)$$

Aufgabe 2

a)

Wahr.

b)

Unwahr. Ein $(x \in A, y \in D)$ wäre nur in der linken Menge enthalten.

Aufgabe 4

Reflexivität Per Definition gegeben, da $mn = mn$.

Symmetrie Gegeben, da $(m_1, n_1) \sim (m_2, n_2) \Leftrightarrow (m_2, n_2) \sim (m_1, n_1)$ heißt, dass $m_1 n_2 = m_2 n_1 \Leftrightarrow m_2 n_1 = m_1 n_2$, was offenbar wahr ist.

Transitivität

$$m_1 n_2 = m_2 n_1, m_2 n_3 = m_3 n_2 \left| \begin{array}{l} \text{Beidseitige Multiplikation der} \\ \text{rechten mit der linken Gleichung} \end{array} \right. \quad (4)$$

$$\Leftrightarrow m_1 n_2 m_2 n_3 = m_2 n_1 m_3 n_2 \left| \text{Beidseitiges Teilen durch } m_2 n_2 \right. \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow m_1 n_3 = m_3 n_1 \quad \square \quad (6)$$

Folglich ist \sim eine Äquivalenzrelation.

$$M = \mathbb{Z} \times \mathbb{N} \quad (7)$$

$$[(1, 1)]_{\sim} = \{a \in \mathbb{N} : (a, a)\} \subseteq M \quad (8)$$

$$[(1, 2)]_{\sim} = \{a \in \mathbb{N} : (2a, a)\} \quad (9)$$

Aufgabe 0

Ja. z.B.:

$$A = [0, 1] \quad (10)$$

$$B =]0, [\quad (11)$$

$$A \rightarrow B := b(a) = \begin{cases} \frac{1}{\frac{1}{a}+1} & \text{falls } \frac{1}{a} \in \mathbb{N} \\ a & \text{sonst.} \end{cases} \quad (12)$$

$$B \rightarrow A := a(b) = \begin{cases} \frac{1}{\frac{1}{b}-1} & \text{falls } \frac{1}{b} \in \mathbb{N} \\ b & \text{sonst.} \end{cases} \quad (13)$$