

Versuchsprotokoll F5 Dichte fester Körper

This document to be found in teh internetz!

<https://github.com/jaseg/physik-einf-hrungspraktikum>

Sebastian Götte, 546408

Partner: Erik Lehmann, 546031

und eine weitere Person

12-01-18

1 Aufgabenstellung und Vorbetrachtungen

Hierzu sei auf die in Anhang (A.2) befindliche Aufgabenstellung verwiesen, die diesbezüglich sehr ausführlich ist.

TL;DR: Bestimme die Dichte metallischer Probekörper mit einem Pyknometer und einer Waage! Ermittle die Messunsicherheiten!

2 Durchführung

Der Versuchsaufbau ist vorgegeben und besteht aus einer Analysewaage, Metallproben, einem Pyknometer incl. Pinzette und einer Flasche destillierten Wassers.

3 Auswertung

Die Messdaten befinden sich in der Tabelle (Anhang A.3). Sie wurden dorthin direkt aus dem elektronischen Messdatenprotokoll (das bei richtiger Handhabung als unfälschbar bezeichnet werden kann) übernommen. Die gemäß Aufgabenstellung zu ermittelnden Werte befinden sich in derselben Tabelle in den dunkel hinterlegten Zellen.

Formel zur Dichtebestimmung:

$$\rho = \frac{m_{\text{Probe in Luft}} \cdot \rho_{\text{Wasser}} - (m_{\text{Pyknometer mit Probe}} - m_{\text{Pyknometer ohne Probe}}) \cdot \rho_{\text{Luft}}}{m_{\text{Probe in Luft}} - (m_{\text{Pyknometer mit Probe}} - m_{\text{Pyknometer ohne Probe}})} \quad (1)$$

Das Pyknometer ist hier jeweils Wassergefüllt und der Auftrieb der Proben ist in den Messwerten enthalten.

Die Fehlerfortpflanzung gemäß Aufg. 6 erfolgt durch das Gauß'sche Fehlerfortpflanzungsgesetz. Die Berechnung der hierzu erforderlichen Ableitungen der Dichtefunktion nach Gl. 5 (siehe Aufgabenstellung mit phys. Grundlagen) erfolgte mit maxima. Eine Kopie des Logs ist in Anhang (A.1) (Datei `file://maxima-screencap`). Ich verzichte hier auf die Niederschrift der aus den in Anhang (A.1) berechneten Ableitungen generierten Funktion der gesamten Messunsicherheit in Abhängigkeit der einzelnen Messunsicherheiten. Diese wurde direkt in der außerhalb des Kontextes des Tabellenkalkulationsprogrammes schwerlich menschenlesbaren Notation von LibreOffice Calc geschrieben und entspricht der folgenden Formel:

$$u_y = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial x_1} \cdot u_1\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_2} \cdot u_2\right)^2 + \dots} \quad (2)$$

(aus Wikipedia (de): http://de.wikipedia.org/wiki/Fehlerfortpflanzung#Voneinander_unabh.C3.A4ngige_fehlerbehaftete_Gr.C3.B6.C3.9Fen, Stand: Jan. 2012)

3.1 Zu Aufgabe 6

Der Vergleich der ermittelten Werte mit Dichtewerten aus der deutschsprachigen Wikipedia ergibt, dass der Wert für Aluminium mit 2.7 exakt mit dem Referenzwert übereinstimmt. Die ermittelte Dichte des Kupfers liegt um einen Betrag jenseits der Messunsicherheit ($0.1 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ bei $u = 0.03 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$) über dem Referenzwert. Das kann man z.T. durch unterschiedliche Messbedingungen erklären (v.A. die Temperatur des Kupfers), zum Teil durch offenbar fälschlicherweise vernachlässigte oder falsch eingeschätzte Messfehler und ein zu kleines Probenet. Primärer Faktor dürfte die kleine Samplemenge sein, da sich hier die großen Variationen, die beim Umgang mit Wasser und Analysenwaagen entstehen, noch stark im Mittelwert niederschlagen können.

Anhang (A.1): maxima-Log

```
(%i1) eq: (m1*pw-(m3-m2)*p1)/(m1-(m3-m2));
              m1 pw - (m3 - m2) p1
(%o1)  -----
              - m3 + m2 + m1

(%i2) diff(eq, m1);
              pw              m1 pw - (m3 - m2) p1
(%o2)  ----- - -----
```

```

- m3 + m2 + m1
2
(- m3 + m2 + m1)
(%i3) diff(eq, m2);
p1 m1 pw - (m3 - m2) p1
(%o3) -----
- m3 + m2 + m1
2
(- m3 + m2 + m1)
(%i4) diff(eq, m3);
m1 pw - (m3 - m2) p1 p1
(%o4) -----
2 - m3 + m2 + m1
(- m3 + m2 + m1)

```

F5 DICHTE FESTER KÖRPER

PHYSIKALISCHE GRUNDLAGEN

Wichtige physikalische Grundbegriffe: Masse, Gewichtskraft, Dichte, Auftriebskraft, Analysenwaage, Pyknometer

Ein sog. Pyknometer ist ein Gerät zur Bestimmung der Dichte fester Körper. Es besteht aus einem Glasgefäß mit eingeschliffenem Stopfen, der eine kapillare Bohrung hat. Das Pyknometer kann reproduzierbar mit großer Genauigkeit mit Wasser gefüllt werden. Zur Dichtebestimmung mit dem Pyknometer sind drei Wägungen mit einer Analysenwaage nötig, wobei der Auftrieb der zu wägenden Körper (Probe bzw. Pyknometer) in Luft (Dichte ρ_L) zu berücksichtigen ist.

1. Wägung der Probe in Luft: Für eine Probe (Masse m_1 , Volumen V_1) wird die Gewichtskraft $F_1 = m_1 \cdot g$ durch die ihr entgegengesetzt gerichtete Auftriebskraft $F_{A1} = V_1 \cdot \rho_L \cdot g$ vermindert, so dass im Gleichgewicht die Waage den Wert m_1' anzeigt. Die Gleichgewichtsbedingung liefert

$$m_1 - V_1 \cdot \rho_L = m_1'. \quad (1)$$

2. Wägung des wassergefüllten Pyknometers: Das vollständig mit Wasser gefüllte Pyknometer (Volumen V_P) hat die Gesamtmasse m_2 und erfährt die Auftriebskraft $V_P \cdot \rho_L \cdot g$. Im Gleichgewicht zeigt die Waage m_2' an, so dass gilt

$$m_2 - V_P \cdot \rho_L = m_2'. \quad (2)$$

3. Wägung des wassergefüllten Pyknometers mit Probe: Das mit Wasser und der Probe gefüllte Pyknometer hat die Gesamtmasse m_3 und erfährt die Auftriebskraft $V_P \cdot \rho_L \cdot g$. Im Gleichgewicht zeigt die Waage m_3' an, so dass gilt

$$m_3 - V_P \cdot \rho_L = m_3'. \quad (3)$$

Zwischen den Massen m_1 , m_2 und m_3 besteht der Zusammenhang

$$m_1 - V_1 \cdot \rho_W = m_3 - m_2 = m_3' - m_2', \quad (4)$$

wobei ρ_W die Dichte des Wassers ist. Zur Bestimmung der Dichte ρ_1 der Probe kann man aus den Gleichungen (1) und (4) die Unbekannten m_1 und V_1 ermitteln. Man erhält

$$\rho_1 = \frac{m_1}{V_1} = \frac{m_1' \cdot \rho_W - (m_3' - m_2') \cdot \rho_L}{m_1' - (m_3' - m_2')}. \quad (5)$$

AUFGABEN

- Bestimmung der Masse m_1' für zwei verschiedene Metallproben (Al und Cu) durch Wägung in Luft. Für jede Probe erfolgt die Wägung sechsmal, wobei die Probe immer *neu* auf die Waage zu legen ist. Bestimmung der zugehörigen Mittelwerte.
- Bestimmung der Masse m_2' des *vollständig* mit Wasser gefüllten Pyknometers durch Wägung. Die jeweils *erneute* Füllung und Wägung des Pyknometers erfolgt sechsmal. Bestimmung des Mittelwertes.
- Bestimmung der Masse m_3' des mit Wasser und jeweiliger Metallprobe gefüllten Pyknometers durch Wägung. Die *erneute* Füllung und Wägung des Pyknometers erfolgt für jede Probe sechsmal. Bestimmung der Mittelwerte.
- Berechnung der Dichte der beiden Metallproben nach Gleichung (5).
- Bestimmung der jeweiligen Messunsicherheiten für die *unmittelbar* gemessenen Größen m_1' , m_2' und m_3' für beide Proben.
- Abschätzung bzw. Berechnung (Fortpflanzung) der resultierenden Messunsicherheiten der mit (5) *mittelbar* bestimmten beiden Dichten. Vergleich der Ergebnisse für die beiden Dichten mit Referenzwerten.

F5 DICHTE FESTER KÖRPER

VERSUCHSHINWEISE

Die Wägungen werden mit einer elektronischen Analysenwaage durchgeführt, bei der die aufgelegte Last (Abb. 1, oberer Pfeil) durch eine elektromagnetische Kraft kompensiert wird. Mit einer optoelektronischen Abtastung (1) wird die Stellung der Waagschale (2) gemessen und mit diesem Signal der Kompensationsstrom in der Spule (3) gesteuert. Der Kompensationsstrom erzeugt zwischen Permanentmagnet (4) und Spule eine Kraft, so dass die Waagschale in die Null-Lage zurückgeführt wird; der Strom ist der Last proportional. Zur Durchführung der Wägungen beachte man unbedingt die Hinweise des Versuchsbetreuers und die Platzanleitung.

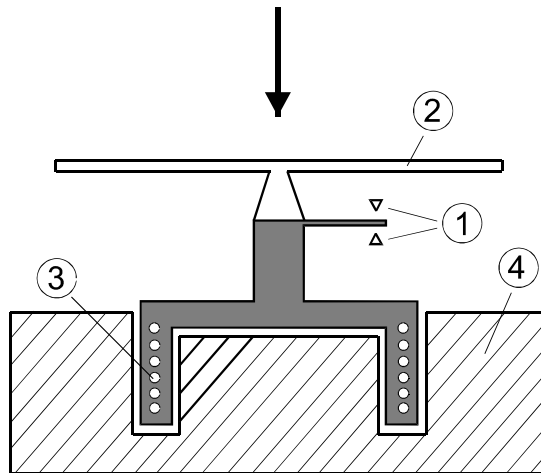


Abb.1 Messprinzip der elektronischen Analysenwaage

Für Aufgabe 2 wird das Pyknometer bis zum Rand mit destilliertem Wasser gefüllt, wobei die Bildung von Luftbläschen zu vermeiden ist. Verschließt man das Pyknometer mit dem angeschliffenen Stopfen, so läuft Wasser über, das sehr sorgfältig mit Filterpapier abzuwischen ist. Das Anfassen des Pyknometers muss äußerst vorsichtig erfolgen, um seine Erwärmung zu vermeiden (warum?). Nach dem Abwischen wird mit Filterpapier der auf der Kapillare stehende Tropfen abgenommen, so dass die Kapillare bis oben mit Wasser gefüllt ist. Für die durchzuführenden Wägungen ist das Pyknometer stets erneut zu befüllen.

Für Aufgabe 3 wird der Probekörper in das Pyknometer gebracht und dann mit destilliertem Wasser aufgefüllt; weiter ist sinngemäß wie bei Aufgabe 2 zu verfahren.

Für Aufgabe 4 sind zusätzlich zu den Werten m_1' , m_2' und m_3' auch der Luftdruck p sowie die Zimmer- und Wassertemperatur zu bestimmen. Die Temperaturen können als gleich vorausgesetzt werden, da das destillierte Wasser sich bereits sehr lange im Versuchsraum befindet.

Die temperaturabhängige (s. Abb. 2) Dichte ρ_w von reinem (luftfreiem) Wasser lässt sich im Temperaturintervall $0^\circ\text{C} < \theta < 40^\circ\text{C}$ näherungsweise berechnen mit

$$\rho_w (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}) = 999,84 + 6,62 \cdot 10^{-2} \cdot \theta - 8,768 \cdot 10^{-3} \cdot \theta^2 + 7,72 \cdot 10^{-5} \cdot \theta^3 - 4,6657 \cdot 10^{-7} \cdot \theta^4,$$

wobei die Temperatur θ in $^\circ\text{C}$ einzusetzen ist (Fehler der Näherung $\Delta\rho_w < 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$).

Diese Näherung gilt bei sog. Normaldruck ($p_N = 101,3 \text{ kPa}$): Warum kann die Druckabhängigkeit hier vernachlässigt werden?

Die Druckabhängigkeit muss aber bei der Luftdichte unbedingt berücksichtigt werden, ebenso wie die Luftfeuchtigkeit (warum?). Man verwendet die Beziehung

$$\rho_L = \frac{p}{R_f \cdot T},$$

F5 DICHT FESTER KÖRPER

wobei p der Luftdruck (in Pa), T die Lufttemperatur (in K) und R_f die Gaskonstante feuchter Luft ist. Diese Gaskonstante R_f berechnet sich wiederum aus

$$R_f = \frac{R_l}{1 - \varphi \cdot \frac{p_d}{p} \cdot \left(1 - \frac{R_l}{R_d}\right)}.$$

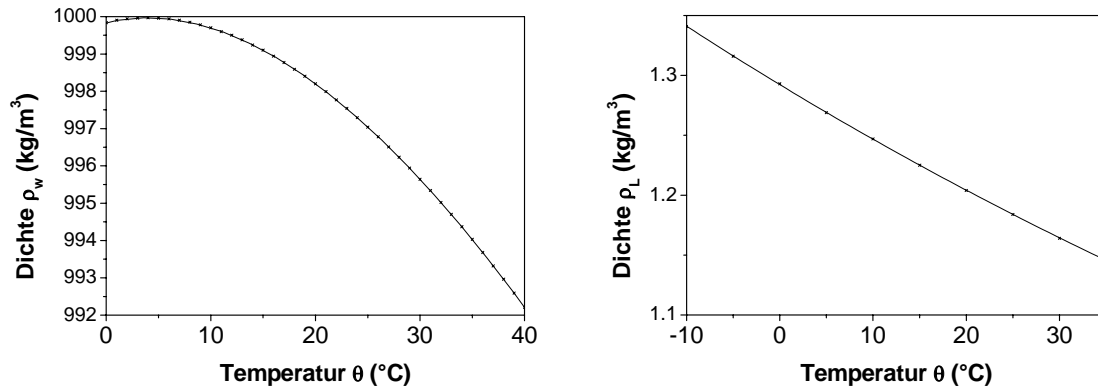


Abb. 2 Temperaturabhängigkeit der Dichte für (reines) Wasser und (trockene) Luft

Hier ist $R_l = 287,05 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ die Gaskonstante trockener Luft, $R_d = 461 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ die Gaskonstante von Wasserdampf und φ die relative Luftfeuchtigkeit. Die Größe p_d ist der Sättigungsdampfdruck von Wasser in Luft, der sich empirisch mit der sog. Magnus-Formel

$$p_d(\text{Pa}) = 611,213 \cdot \exp\left(\frac{17,5043 \cdot \theta}{241,2^\circ\text{C} + \theta}\right) \text{ im Intervall } -30^\circ\text{C} \leq \theta \leq 70^\circ\text{C}$$

berechnen lässt, wobei θ wieder die Temperatur (in °C) ist.

Für Aufgabe 5 sind die zufälligen und die systematischen Abweichungen der Wägungen zu ermitteln. Die Massenwerte m_1' , m_2' und m_3' werden alle mit der gleichen Analysenwaage ermittelt, für die vom Hersteller eine Garantiefehlergrenze (systematischer Restfehler) von 0,2 mg angegeben wird. Diese Garantiefehlergrenze ist für alle drei Massenwerte als gerätebedingte systematische Abweichung zu berücksichtigen. Für die Messwerte m_1' , m_2' und m_3' hängt es von der sorgfältigen Versuchsdurchführung (Abtupfen des Wassers, ...) ab, ob die zufällige und/oder die systematische Abweichung die Messunsicherheit bestimmt.

Für Aufgabe 6 ist nur die Messunsicherheit der Massenwerte m_1' , m_2' und m_3' zu berücksichtigen. Die berechneten Werte für die Dichten von Luft und Wasser können als praktisch fehlerfrei angenommen werden.

Anhang (A.3): Tabelle

Messumstände			Quelle			
Temperatur 22.0 +/- 0.5	295.15	K	Thermometer im Labor			
Druck 52+48.6 +/- 0.1	102600	pa	Barometer im Labor			
Systematische Messunsicherheit der Waage	+/- 0.2	mg	Lag am Arbeitsplatz aus			
Zufällige Messunsicherheit der Waage	+/- 0.1	mg	Lag am Arbeitsplatz aus			
Dichte des Wassers lt. Diagramm in kg/m ³	997.77	kg/m ³	Nach Tabelle am Arbeitsplatz			
Rs für trockene Luft	287.058	J/(kg*K)	Nach Wikipedia (DE)			
Luftdichte	1.2109742781	kg/m ³	Nach Formel aus Wikipedia			
Messergebnisse (Masse in g)	Nach A.1 bis A.4 berechnete Werte		Berechnung der Messunsicherheit			
Kupferprobe						
b	Mittelwert	8.9938 g	partial m1	-7682.5985	Unsicherheit der Dichte	
8.9941	Dichte	8812.5092 kg/m ³	partial m2	-8662.3066	26.7328 kg/m ³	
8.9938	Messunsicherheit u	6.8313E-05 g	partial m3	-8664.6876		
8.9941	Zzgl. den o.g. +/- 0.1mg		(Partielle Ableitungen zur Fehlerfortpflanzung. Mit maxima berechnet.)			
8.9937						
8.9938						
Aluprobe						
2.7506	Mittelwert	2.7506 g	partial m1	-1675.4193	Unsicherheit der Dichte	
2.7506	Dichte	2699.6609 kg/m ³	partial m2	-2656.4776	16.6622 kg/m ³	
2.7506	Messunsicherheit u	2.0412E-05 g	partial m3	-2658.8619		
2.7505	Zzgl. den o.g. +/- 0.1mg					
2.7505						
2.7505						
Pyknometer (voll)						
51.5614	Mittelwert	5.1579E+01 g				
51.5776						
51.5830	Messunsicherheit u	2.9742E-03 g				
51.5810	Zzgl. den o.g. +/- 0.1mg					
51.5803						
51.5728						
Pyknometer (voll) m. Aluprobe						
53.3395	Mittelwert	53.3137 g				

53.3153							
53.3200	Messunsicherheit u	5.5173E-03 g					
53.3040	Zzgl. den o.g. +/- 0.1mg						
53.3121							
53.2965							
Pyknometer (voll) m. Kupferprobe							
59.5539	Mittelwert	59.5556 g					
59.5548							
59.5552	Messunsicherheit u	8.2113E-04 g					
59.5599	Zzgl. den o.g. +/- 0.1mg						
59.5577							
59.5559							