

# 串並聯電路

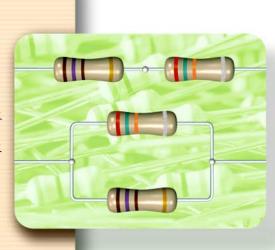
事 聯電路是指電路中的電子元件成串連接,元件的一端與另一元件的一端相連接,各個首尾相連的元件接在一只電源上,使得電路中只形成單一的電流路徑。

並聯電路是指電路中有兩個或兩個以上的電子元件,每個元件分別連接至一個相同的電源,因此電路中的電流可以有兩個以上的通道,而形成具有許多電流分支的一種電路。

本章將介紹電阻器所組成的串聯電路及並聯電路,並討論其特性。

# 學習目標

- > 認識串聯電路
- > 認識並聯電路
- 利用克希荷夫電壓定律分析電阻串聯電路
- 利用克希荷夫電流定律分析電阻並聯電路
- ▶ 認識電壓源與電流源
- 學習Y型與△型電路間相互轉換的方法



### 本章目錄

3-1	串並聯電路的定義與特性74	<b>*3-4</b>	串並聯電路的應用實例	102
3-2	克希荷夫電壓定律88	3-5	電壓源與電流源	111
3-3	克希荷夫電流定律 94	3-6	Υ-Δ互換法	116



# 3-1 串並聯電路的定義與特性

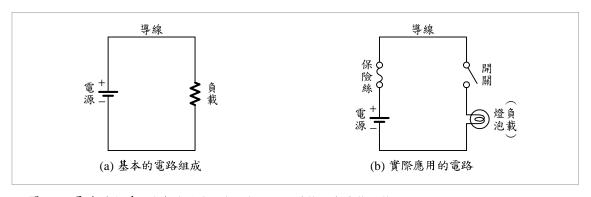
在開始討論串並聯電路之前,我們必須對電路的組成與狀態有基本的認識,然後再進一步探討電阻串並聯電路的定義與特性。

### 3-1.1 電路的組成

電路(electric circuit)是電流流通的途徑,也就是電子移動所流經的路徑。圖 3-1 即是一個基本的電路組成。一個最基本的電路至少必須具備以下三項元件:

- 1. **電**源(power supply):是可以將其它形式的能量轉換爲電能的裝置,有交流電源與直流電源的分別,其功能在提供電路中的電動勢,使電路產生電流。
- 2. **導線**(wire): 為電流通過的路徑, 是連接元件與元件之間的通道, 一般採用銅線為材料。
- 3. **負載(load**):可以吸收電路中的電能,並轉換成我們所需要的能量形式,如燈泡、電視機、電冰箱…等電器,換言之,負載即是電路中消耗電能的裝置。

通常在基本電路中,都會再加上保護設備與控制開關等元件,成爲一個實際應用的電路,如圖 3-1(b)所示。如果電路的組成較複雜,元件的組合也較多樣,我們稱這種較複雜的電路爲網路(network)。

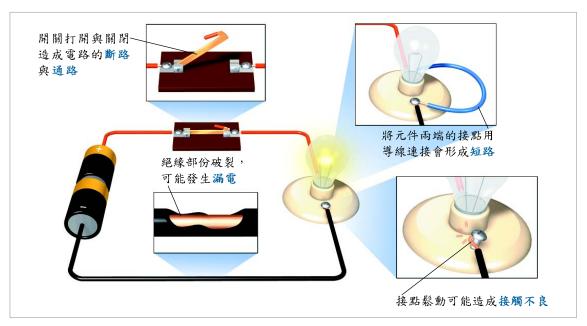


▲ 圖 3-1 電路的組成 基本的電路至少具備電源、導線、負載等元件。



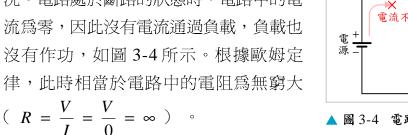
### 3-1.2 電路狀況簡介

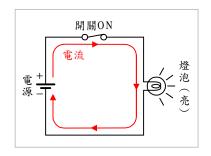
通路、斷路、短路、接觸不良、漏電…等現象為電路中常出現的狀況,如 圖 3-2 所示。在真正進入電路的探討之前,我們先來介紹這些慣用的專有名詞。



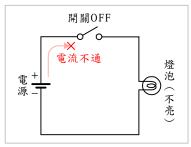
▲ 圖 3-2 基本電路及其各種狀況 電路的狀況包括:通路、斷路、短路、接觸不良、漏電…等。

- 通路:或稱爲閉路(closed circuit), 是最基本的電路狀況。電源提供電壓產生 電流,電流經由導線通過負載再回到電源 形成一個封閉路徑(迴路),如圖 3-3 所示。
- 斷路:或稱爲開路(open circuit),通 常發生在導線中斷或電路之開關打開的情 況。電路處於斷路的狀態時,電路中的電 流爲零,因此沒有電流通過負載,負載也 沒有作功,如圖 3-4 所示。根據歐姆定 律,此時相當於電路中的電阻爲無窮大





▲ 圖 3-3 電路的狀況 - 通路

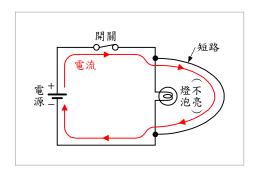


▲ 圖 3-4 電路的狀況 - 斷路



● 短路(short circuit):電流沒有經由負載回到電源,而直接經由導線(或外來導體)形成迴路,如圖 3-5 所示。由於一般導線的電阻

值極小,根據歐姆定律,短路的結果將造成大量的電流通過,使電路產生高溫,很容易造成電線走火,釀成火災。一般室內配線皆以無熔線斷路器(NFB)作爲總開關,當線路發生短路時,無熔絲開關將自動跳脫,使電路變成斷路而避免火災發生。



▲ 圖 3-5 電路的狀況 - 短路

- → 接觸不良:接觸不良爲電路中有異常電阻發生的情況,例如導線生鏽或焊接點鬆動造成的接觸不良等。電路在接觸不良的接點上產生電壓降,並轉換爲熱能,造成電路的電能損耗,接點容易被毀損。
- → 漏電:漏電是由於導線的絕緣部份破裂,而與外界可導電的物體接觸,使部份電流外漏的現象。漏電的發生,將造成電能的浪費,也容易發生觸電的危險。

我們將上述幾種電路的狀況與 其電流的關係整理如表 3-1 所列。

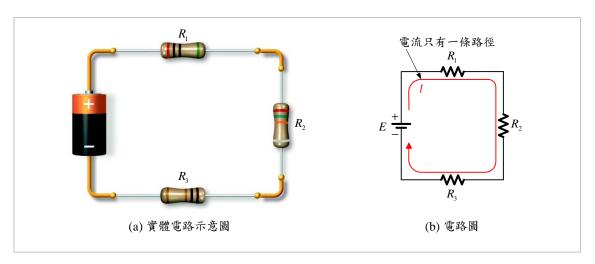
▼表3-1 通路、斷路、短路的比較

狀況	電路圖	電流	
通路	$E \stackrel{+}{\stackrel{-}{\longrightarrow}} R$	$I_c = \frac{E}{R}$	
斷路	$E \xrightarrow{+} I_{o} \times R$	$I_o = \frac{E}{\infty} = 0$	
短路	(a) 電源短路 E — R	$I_s = \frac{E}{0} = \infty$	
入立   竹	(b) 部分負載短路 R <sub>1</sub> E ———————————————————————————————————	$I_s' = \frac{E}{R_1}$	



### 3-1.3 串聯電路的定義

串聯電路(series circuit)為:將兩個或兩個以上的電子元件串接而組成之電路,其中電流只有一條單一路徑。若以電阻所組成之串聯電路為例,則其電路符號與實際線路圖如圖 3-6 所示。



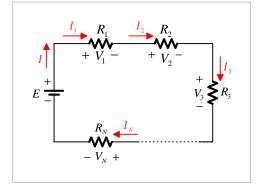
▲ 圖 3-6 電阻串聯電路 兩個以上之電阻元件串接所組成的電路,其中電流只有一條單一路徑。

### 3-1.4 串聯電路的特性

圖 3-7 所示為一電阻串聯電路,其各項的電路特性分析說明如下。

### 雷流

串聯電路的總電流與流經各電阻器的 電流均相等。用數學式表示成:



▲ 圖 3-7 串聯電路的特性

### Σ重要公式

$$I = I_1 = I_2 = \dots = I_N \tag{3-1-1}$$

其中電流 $I_1, I_2, \cdots, I_N$ , 如圖 3-7 電路所示。



### 電壓

串聯電路的總電壓降等於各電阻器電壓降的和。在電路中,電流的方向 是由高電位流向低電位,當電流流經電子元件時,元件兩端便會產生電位差, 流入端爲+,流出端爲-,定義這樣的電位差爲電壓降,如圖 3-7 所示。根據 歐姆定律可以得到:

$$V_1 = I_1R_1 = IR_1, V_2 = I_2R_2 = IR_2, \dots, V_N = I_NR_N = IR_N$$

所以,上述文字可以用數學式表示成:

#### Σ重要公式

$$V_T = V_1 + V_2 + \dots + V_N = I_1 R_1 + I_2 R_2 + \dots + I_N R_N = I(R_1 + R_2 + \dots + R_N)$$
(3-1-2)

其中 $V_{\tau}$ 爲電路的總電壓降。

### 電動勢

串聯電路中的總電動勢等於電路的總電壓降。用數學式可表示成:

#### Σ 重要公式

$$E = V_T = V_1 + V_2 + \dots + V_N \tag{3-1-3}$$

其中E爲電路的總電動勢。如果電路中有許多電壓源串接,則串聯電壓源所產生的總電動勢爲各電壓源電動勢的和。電壓源在串接時,須注意其電動勢的極性,如表 3-2 所示。

▼表3-2 電壓源的串接

同方向之電壓源的串接	不同方向之電壓源的串接
$E_{1} \xrightarrow{+} E_{1} = E_{1} + E_{2} \implies E = -(E_{1} + E_{2})$	$E_{1} \xrightarrow{+} E = E_{1} - E_{2}  \overrightarrow{=} \overrightarrow{X}_{1} + E = -(E_{1} - E_{2})$ $= E_{2} - E_{1}$



### 電阻

串聯電路中的總電阻等於各電阻值的和。由(3-1-2)式與歐姆定律得:

$$V_T = IR_T = I_1R_1 + I_2R_2 + \cdots + I_NR_N = I(R_1 + R_2 + \cdots + R_N)$$

$$\therefore IR_T = I(R_1 + R_2 + \dots + R_N)$$

其中 $R_T$ 爲電路的總電阻值。將上式等號兩邊的總電流I消去,得到串聯電路的總電阻值等於各電阻器電阻值的和:

#### Σ 重要公式

$$R_T = R_1 + R_2 + \dots + R_N \tag{3-1-4}$$

若電路中有n個相同電阻値之電阻器串聯,則總電阻 $R_T = nR$ 。

### 功率

串聯電路中的總功率等於各電阻器所消耗功率的和。將(3-1-2)式的等號兩邊乘上總電流I,再利用(3-1-1)式得:

$$V_{T}I = V_{1}I + V_{2}I + \dots + V_{N}I$$

$$= V_{1}I_{1} + V_{2}I_{2} + \dots + V_{N}I_{N}$$

$$P_{T} = P_{1} + P_{2} + \dots + P_{N}$$
(3-1-5)

或將(3-1-4)式的等號兩邊乘上 $I^2$ ,再利用(3-1-1)式,亦可得:

$$I^{2}R_{T} = I^{2}R_{1} + I^{2}R_{2} + \dots + I^{2}R_{N}$$

$$= I_{1}^{2}R_{1} + I_{2}^{2}R_{2} + \dots + I_{N}^{2}R_{N}$$

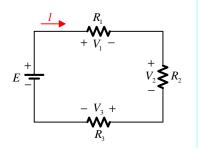
$$P_{T} = P_{1} + P_{2} + \dots + P_{N}$$

其中 $P_T$ 爲電路的總功率。





如右圖所示電路,電壓源 E 由 4 個 1.5 V 的乾電池串聯而成,而電路中燈泡的電阻值分別為:  $R_1=3$  k $\Omega$  、  $R_2=1$  k $\Omega$  、  $R_3=2$  k $\Omega$  ,試求串聯電路中的各電阻通過的電流與電路的總電壓降為多少?



【解】電源提供的總電動勢: E = 4(1.5V) = 6V

總電壓降與電源提供的總電動勢相等:  $V_T = E = 6 \, \text{V}$ 

曲(3-1-2)式可得電流: 
$$I = \frac{V_T}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{6\text{V}}{3\text{k}\Omega + 1\text{k}\Omega + 2\text{k}\Omega} = 1\,\text{mA}$$

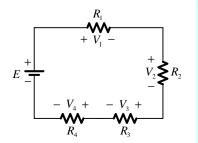
馬上練習 承上題所示電路,其電路的每一個電阻值皆為  $200\Omega$ ,電路的電流為 2A,試求 E 為多少?

【答】 $E = 1200 \text{ V} \circ$ 



### 範例 3-2

如右圖所示電路,  $R_1=30\Omega$  、  $R_2=10\Omega$  、  $R_3=20\Omega$  、  $R_4=20\Omega$  ,電路中的總電流為 3A ,試求串聯電路中的總電阻、各電阻器上流過的電流與總電壓為多少?



#### 【解】電路的總電阻:

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = 30\Omega + 10\Omega + 20\Omega + 20\Omega = 80 \Omega$$

各電阻器上的電流等於電路的總電流:  $I_1=I_2=I_3=I_4=I=3\,\mathrm{A}$ 

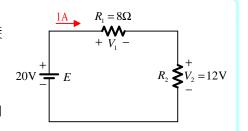
電路的總電壓: $E = IR_T = (3A)(80\Omega) = 240 \text{ V}$ 

馬上練習 承上題所示電路,  $R_1=30\Omega$  、  $R_2=15\Omega$  、  $R_3=20\Omega$  、  $R_4=25\Omega$  ,電路中的總電壓為 180V ,試求串聯電路中的總電阻為多少?

【答】
$$R_T = 90 \Omega$$
。



如右圖所示電路,一個 20V 的直流電源 E 連接 一電阻  $R_2$  ,串聯一個電阻值為  $8\Omega$  的電阻  $R_1$  , 試求電阻  $R_1$ 與  $R_2$  所消耗的功率各為多少?



【解】流經串聯電路各元件上的電流皆相等,即流經 $R_1 \times R_2$ 的電流I=1A,所以:

$$P_1 = I^2 R_1 = (1A)^2 (8\Omega) = 8 W$$

$$P_2 = V_2 I = (12V)(1A) = 12 W$$

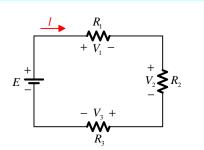
**馬上練習** 承上題所示電路,若E=12V, $V_1=4V$ , $I_2=2A$ ,試求電路之總電阻及電路之總功率為多少?

【答】
$$R_T = 6\Omega$$
,  $P_T = 24 \text{ W}$ 。



### 範例 3-4

如 右 圖 所 示 電 路 ,  $E=12{
m V}$  、  $R_1=3{
m k}\Omega$  、  $R_2=1{
m k}\Omega$  、  $R_3=2{
m k}\Omega$  , 試求串聯電路中的總電 阻、線路電流與各電阻器上的電壓降為多少?



【解】(1) 
$$R_T = R_1 + R_2 + R_3$$
  
=  $3k\Omega + 1k\Omega + 2k\Omega = 6k\Omega$ 

(2) 
$$I = \frac{E}{R_T} = \frac{12V}{6k\Omega} = 2 \text{ mA}$$

(3) 
$$V_1 = IR_1 = (2\text{mA})(3\text{k}\Omega) = 6\text{ V}$$
  
 $V_2 = IR_2 = (2\text{mA})(1\text{k}\Omega) = 2\text{ V}$   
 $V_3 = IR_3 = (2\text{mA})(2\text{k}\Omega) = 4\text{ V}$ 

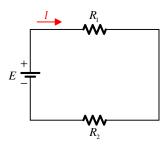
馬上練習 承上題所示電路, $I=2\text{mA} \times R_1=5\text{k}\Omega \times R_2=2\text{k}\Omega \times R_3=3\text{k}\Omega$ ,試求串 聯電路的總電壓為多少?

【答】
$$E = 20 \text{ V}$$
。





如下圖所示電路, E=120V 、  $R_1=10$ Ω 、  $R_2=30$ Ω , 試求各電阻消耗的功率、 電源供應的總功率 ?



#### 【解】電路的電流為:

$$I = \frac{E}{R_T} = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{120\text{V}}{10\Omega + 30\Omega} = 3\text{ A}$$

(1) 電阻消耗的功率為:

$$P_1 = I^2 R_1 = (3A)^2 (10\Omega) = 90 \text{ W}$$
  
 $P_2 = I^2 R_2 = (3A)^2 (30\Omega) = 270 \text{ W}$ 

(2) 電源供應的總功率為:  $P_T = EI = (120\text{V})(3\text{A}) = 360\text{ W}$ 

由上式我們也可以看出:電源供應的總功率為各電阻消耗功率的和。

**馬上練習** 承上題所示電路, $I=2A \times R_1=2\Omega \times R_2=3\Omega$ ,試求電源供應的總功率?

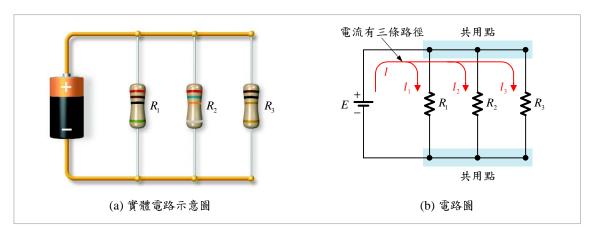
【答】 $P_T = 20 \text{ W} \circ$ 

### 3-1.5 並聯電路的定義

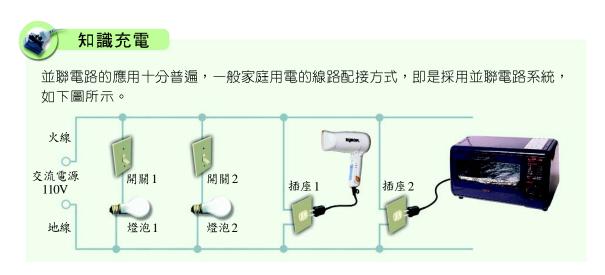
並聯電路是一種與串聯電路不同的電路結構,同時也有著不同的電壓與 電流性質。

並聯電路(parallel circuit)為:電路中兩個或兩個以上的元件以二個共用點方式連接,造成電流通路有二條以上的路徑。若以電阻所組成之並聯電路為例,則其電路符號與實際線路圖如圖 3-8 所示。



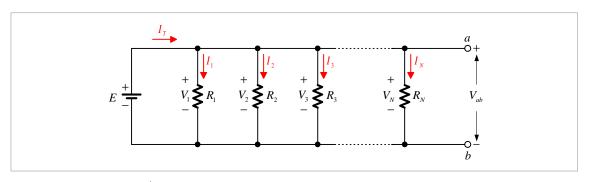


▲ 圖 3-8 電阻並聯電路 兩個以上之電阻元件以二個共同點方式連接,造成電流有二條以上的路徑。



### 3-1.6 並聯電路的特性

圖 3-9 所示爲一電阻並聯電路,其各項的電路特性分析說明如下。



▲ 圖 3-9 並聯電路的特性



### 電流

並聯電路的總電流等於分流至各電阻器電流的和。用數學式表示成:

#### Σ 重要公式

$$I_T = I_1 + I_2 + \dots + I_N \tag{3-1-6}$$

其中電流  $I_1$ ,  $I_2$ , … ,  $I_N$  , 如圖 3-9 電路所示。

### 雷壓

並聯電路的總電壓降與各電阻器的電壓降均相等。用數學式表示成:

#### Σ重要公式

$$V_{ab} = V_1 = V_2 = \dots = V_N \tag{3-1-7}$$

其中 $V_{ab}$ 爲電路的總電壓降。

### 雷動勢

並聯電路中的總電動勢等於各電阻器的電壓降。用數學式表示成:

### Σ 重要公式

$$E = V_{ab} = V_1 = V_2 = \dots = V_N \tag{3-1-8}$$

其中E為電路的總電動勢。

### 電阻

在串聯電路中的總電阻等於各電阻值的和,因此電阻的數目愈多,總電阻值也愈大;但在並聯電路中的總電阻值便有些不同了。由(3-1-6)式、(3-1-8)式與歐姆定律可得:

$$\frac{E}{R_T} = \frac{V_{ab}}{R_T} = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \dots + \frac{V_N}{R_N} = \frac{V_{ab}}{R_1} + \frac{V_{ab}}{R_2} + \dots + \frac{V_{ab}}{R_N}$$



其中 $R_T$ 爲電路的總電阻值。將上式等號兩邊的電壓 $V_{ab}$ 消去,得到並聯電路中的總電阻值倒數等於各電阻器電阻值倒數的和:

#### Σ重要公式

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N}$$
 (3-1-9)

若電路中只有兩個電阻器並聯,則總電阻  $R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ 。若電路中有 n 個相同電阻値的電阻器並聯,則總電阻  $R_T = \frac{R}{n}$ 。

因爲電導值爲電阻値的倒數( $G = \frac{1}{R}$ ),換句話說,(3-1-9)式可表示爲:並聯電路中的總電導值等於各電導值的和。即:

#### Σ 重要公式

$$G_T = G_1 + G_2 + \dots + G_N \tag{3-1-10}$$

其中 $G_{\tau}$ 爲電路的總電導值。

### 功率

並聯電路中的總功率等於各電阻器所消耗功率的和。將(3-1-6)式的等號兩邊乘上電壓 $V_{ab}$ ,再利用(3-1-8)式得:

$$V_{ab}I_{T} = V_{ab}I_{1} + V_{ab}I_{2} + \dots + V_{ab}I_{N} = V_{1}I_{1} + V_{2}I_{2} + \dots + V_{N}I_{N}$$

$$P_{T} = P_{1} + P_{2} + \dots + P_{N}$$
(3-1-11)

或將(3-1-9)式的等號兩邊乘上 $E^2$ ,再利用(3-1-8)式,亦可得:

$$\frac{E^{2}}{R_{T}} = \frac{E^{2}}{R_{1}} + \frac{E^{2}}{R_{2}} + \dots + \frac{E^{2}}{R_{N}} = \frac{V_{1}^{2}}{R_{1}} + \frac{V_{2}^{2}}{R_{2}} + \dots + \frac{V_{N}^{2}}{R_{N}}$$

$$P_{T} = P_{1} + P_{2} + \dots + P_{N}$$

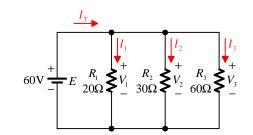
其中 $P_T$ 爲電路的總功率。





如右圖所示電路,試求:

- (1) 電路的總電阻值
- (2) 總電流
- (3) 各電阻的電流
- (4) 各電阻的消耗功率 為多少?



[ 
$$\Re$$
 ] (1)  $\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{20\Omega} + \frac{1}{30\Omega} + \frac{1}{60\Omega} = \frac{3+2+1}{60\Omega} = \frac{1}{10\Omega}$   
 $\therefore R_T = 10 \Omega$ 

$$E = 60$$

(2) 
$$I_T = \frac{E}{R_T} = \frac{60 \text{V}}{10 \Omega} = 6 \text{ A}$$

(3) 
$$E = V_1 = V_2 = V_3 = 60 \text{ V}$$
 (於並聯電路時,其電壓相等)

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{E}{R_1} = \frac{60\text{V}}{20\Omega} = 3\text{ A}$$

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{E}{R_2} = \frac{60\text{V}}{30\Omega} = 2\text{ A}$$

$$I_3 = \frac{V_3}{R_3} = \frac{E}{R_3} = \frac{60\text{V}}{60\Omega} = 1\text{ A}$$

(4) 
$$P_1 = I_1^2 R_1 = (3A)^2 (20\Omega) = 180 \text{ W} \left( \overrightarrow{D}_X P_1 = \frac{E^2}{R_1} = \frac{(60\text{V})^2}{20\Omega} = 180 \text{ W} \right)$$

$$P_2 = I_2^2 R_2 = (2A)^2 (30\Omega) = 120 \text{ W} \left( \text{ px} P_2 = \frac{E^2}{R_2} = \frac{(60\text{V})^2}{30\Omega} = 120 \text{ W} \right)$$

$$P_3 = I_3^2 R_3 = (1A)^2 (60\Omega) = 60 \text{ W} (\vec{p}_X P_3 = \frac{E^2}{R_3} = \frac{(60V)^2}{60\Omega} = 60 \text{ W})$$

$$P_T = P_1 + P_2 + P_3 = 180W + 120W + 60W = 360 W$$

【另解】
$$P_T = I_T^2 R_T = (6A)^2 (10\Omega) = 360 \text{ W} (或 P_T = \frac{E^2}{R_T} = \frac{(60\text{V})^2}{10\Omega} = 360 \text{ W})$$

**馬上練習** 若有5個 $100\Omega$ 之電阻相並聯,試求其電路之總電阻為多少?

【答】
$$R_T = 20 \Omega$$
。



如右圖所示電路,試求:(1)電壓源E(2)電流  $I_2(3)$ 電阻值 $R_3(4)$ 總電阻值 $R_T$  為多少?

 $E \xrightarrow{+} 6\Omega \begin{cases} 2A \\ + \\ V_1 \\ - \end{cases} 3\Omega \begin{cases} V_2 \\ V_2 \\ - \end{cases} R_3 \begin{cases} V_3 \\ - \end{cases}$ 

[
$$\Re$$
] (1)  $E = V_1 = I_1 R_1 = (2A)(6\Omega) = 12 V$ 

(2) 
$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{E}{R_2} = \frac{12V}{3\Omega} = 4 \text{ A}$$

(3) 
$$R_3 = \frac{V_3}{I_3} = \frac{E}{I_3} = \frac{12V}{6A} = 2\Omega$$

(4) 
$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_2}} = \frac{1}{\frac{1}{6\Omega} + \frac{1}{3\Omega} + \frac{1}{2\Omega}} = \frac{1}{\frac{1+2+3}{6\Omega}} = 1\Omega$$

**馬上練習** 承上題,試求並聯電路中電阻消耗的總功率為多少?

【答】 $P_T = 144 \text{ W} \circ$ 

### 1/ ■ 單元評量 ● 1

- 1. 在串聯電路中,電阻大者消耗之功率較電阻小者為 \_\_\_\_\_。
- 2.  $R_1 = 100\Omega$  ,  $R_2 = 150\Omega$  , 兩者串聯接於 100V 電源上, 問電阻  $R_1$  兩端之電壓為 \_\_\_\_\_\_ V 。
- 3. 50V 電源供給 500mW 功率至兩串聯電阻器  $R_1$  和  $R_2$  ,若跨於  $R_1$  上之電壓為 10V ,則  $R_1$  電阻值為 \_\_\_\_\_\_ k $\Omega$  。
- 4. 有一 50V 電源串聯兩電阻器  $R_1=10\Omega$  和  $R_2=40\Omega$  ,則電阻  $R_2$  所消耗的功率為 \_\_\_\_\_\_ W 。
- 5. 20 V 電源串聯兩電阻器  $R_1$  =  $10\Omega$  和  $R_2$  =  $30\Omega$  ,則電路所消耗的總功率為 W 。
- 6. 二個電阻並聯,電阻值分別為 $100\Omega$ 與 $25\Omega$ ,電路的總電阻變為  $\Omega$ 。
- 7. 三個電阻值分別為  $4\Omega$  、  $6\Omega$  與  $12\Omega$  的電阻器,將三個電阻器並聯後,電路的總電阻變為 \_\_\_\_\_\_  $\Omega$  。
- 8. 三個電阻並聯,電阻值分別為  $5\Omega$  、  $5\Omega$  與  $2.5\Omega$  ,若電路的總電流為 6A ,則通 過  $2.5\Omega$  電阻器上的電流為 \_\_\_\_\_\_ A 。
- 9. 有三個電阻值相同的電阻器並聯,電路的總電阻為  $10\Omega$  ,任一個電阻器的電阻值為 \_\_\_\_\_\_  $\Omega$  。

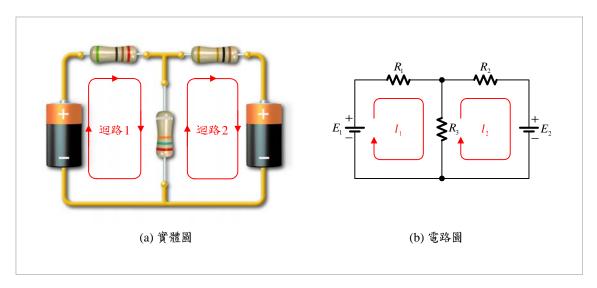


### 3-2 克希荷夫電壓定律

電壓、電流與電阻是電路分析中的三大要素,歐姆定律說明了三者間的關係。而對較複雜的電路網路分析,德國物理學家克希荷夫(G. R. Kirchhoff, 1824~1887)則首先提出兩條有關電路中之電壓與電流的定律,乃建立出一套分析電路的絕佳工具。在本節中,我們便先來討論克希荷夫電壓定律(Kirchhoff's Voltage Law,簡稱 KVL)在電阻串聯電路的應用。

### 3-2.1 迴路

迴路(loop)是電路中任何封閉的電流導通路徑,如圖 3-10 中的迴路 1 與迴路 2。在迴路 1 中,所包含的元件有電池  $E_1$ 、電阻  $R_1$ 與  $R_3$ ;在迴路 2 中,所包含的元件有電池  $E_2$ 、電阻  $R_2$ 與  $R_3$ 。在已知的電路中,任一迴路內各元件的電壓關係式,可由克希荷夫電壓定律來決定,我們將在下一個小節中說明。



▲ **圖 3-10 電路中的迴路** 迴路是電路中任何封閉的電流導通路徑。



### 3-2.2 克希荷夫電壓定律簡介

克希荷夫電壓定律在說明:任一封閉電路(迴路)內之電壓代數和為零, 或是迴路中所有電源電壓之和等於所有元件電壓降之和。用數學式表示為:

#### Σ 重要公式

$$\sum E = \sum V (\sum IR) \Rightarrow \sum E - \sum V = 0$$
 (3-2-1)

其中, $\Sigma$ 爲代數總和的符號,E與V分別表示電路中的電源電壓與元件電壓。若以電壓昇與電壓降來說明,則克希荷夫電壓定律亦可表示爲:任一封閉電路內,其電壓昇之和等於電壓降之和。即:

#### Σ 重要公式

$$\Sigma(E_{-\to +} \boxtimes V_{-\to +})$$
 (電壓昇) =  $\Sigma(E_{+\to -} \boxtimes V_{+\to -})$  (電壓降) (3-2-2)

其中,電壓昇與電壓降的定義是:假設一參考方向(通常是電流方向),若電位是由負至正 $(-\rightarrow+)$ 者,則爲電壓昇,電壓取正值。反之若電位由正至負 $(+\rightarrow-)$ ,則爲電壓降,其電壓取負值。如表 3-3 所示。

▼表3-3 電壓昇與電壓降的說明

元件	電壓昇與電壓降	元件	電壓昇與電壓降
E	<ul> <li>(1) 若由 b 至 a ,則 E 為電壓昇。</li> <li>(∵由-→+)</li> <li>(2) 若由 a 至 b ,則 E 為電壓降。</li> <li>(∵由+→-)</li> <li>(左圖中之 E 為電源;長線為+,短線為-)</li> </ul>	$ \begin{array}{c} c \\ - \\ R \bigvee V \\ I \bigcap d \end{array} $	(1) 若由 $c \cong d$ ,則 $V$ 為電壓昇。 (::由 $\rightarrow$ +) (2) 若由 $d \cong c$ ,則 $V$ 為電壓降。 (::由+ $\rightarrow$ -) (左圖中之 $V = IR$ ;由 $I$ 決定 $V$ 之 +-:流入端為正,流出端為負。)

我們以圖 3-11 之電路圖實際說明克希荷夫電壓定律如下,其中迴路的方向可任意選擇:



### 若於 abcda 封閉電路中:

(選擇迴路方向由  $a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow a$ )

2. 
$$E_1 = V_1 + E_2 + V_2$$
,即 
$$\sum (E_{-\to +} \not \boxtimes V_{-\to +}) = \sum (E_{+\to -} \not \boxtimes V_{+\to -})$$
。

圖中電阻R 兩端之電壓 $V(V_1 = IR_1)$  $V_2 = IR_2$ )的+-由電流I的方向決定; 而電源E的+-則不受電流I之方向影響。 註:電流 I 的方向為自訂之。

#### ) 若於 adcha 封閉電路中:

(選擇迴路方向由  $a \rightarrow d \rightarrow c \rightarrow b \rightarrow a$ )  $\triangle$  圖 3-11 克希荷夫電壓定律的圖解

2. 
$$V_2 + E_2 + V_1 = E_1$$
,  $\square \Sigma(E_{-\to +} \not \boxtimes V_{-\to +}) = \Sigma(E_{+\to -} \not \boxtimes V_{+\to -})$ 

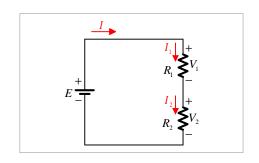
### 3-2.3 雷壓分配定則

在串聯電路中,電阻器間的電壓分配,是依電阻值的大小決定。實際上, 各電阳器兩端電壓與該電阳器的電阳值大小成正比,這便稱為電壓分配定則 (分壓法)。在串聯電路中,流經串聯電路各元件的電流均相等,利用這個原 則,我們分析電路中各元件的電壓如下。

### 1. 圖 3-12 所示之兩個電阻的串聯電路(最常用):

電路的總電阻: $R_T = R_1 + R_2$ 

得
$$V_2 = \frac{R_2}{R_T}E = \frac{R_2}{R_1 + R_2}E$$



▲ 圖 3-12 兩個電阻的串聯電路



結論:兩個電阻串聯之分壓法為

#### Σ 重要公式

$$V_{1} = \frac{R_{1}}{R_{T}}E = \frac{R_{1}}{R_{1} + R_{2}}E$$

$$V_{2} = \frac{R_{2}}{R_{T}}E = \frac{R_{2}}{R_{1} + R_{2}}E$$
(3-2-3)

2. 圖 3-13 所示之兩個以上電阻的串聯電路:

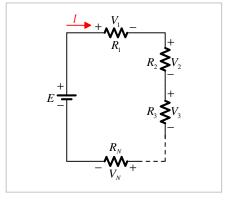
同理,兩個以上電阻串聯之分壓法為

$$V_{x} = \frac{R_{x}}{R_{T}}E$$

(式中 $V_r$ 代表 $R_x$ 電阻的端電壓,且

總電阻 
$$R_T = R_1 + R_2 + \cdots + R_N$$
 )

由上式可以得到:於串聯電路中,電阻 器上的電壓與電阻值成正比。當然,更複雜的 串聯電路,電壓分配定則也同樣成立。



▲ 圖 3-13 兩個以上電阻的串聯電路

### 範例 3-8

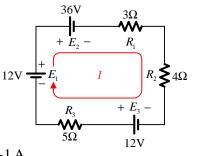
如右圖所示電路,試求電路的電流為多少?

【解】利用克希荷夫電壓定律(KVL)之方程式:

$$E_1 - E_2 - IR_1 - IR_2 + E_3 - IR_3 = 0$$

(式中 E, 為電壓降)

$$\therefore I = \frac{E_1 - E_2 + E_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{12V - 36V + 12V}{3\Omega + 4\Omega + 5\Omega} = -1 \text{ A}$$



上式中的負號代表迴路的電流流動方向與原假設的方向相反。

馬上練習 承上題所示電路,如果將電路中的  $E_2$ 電壓值改為 12V ,試求電路的電流 為多少?

【答】
$$I = 1A$$
。





有一未知元件與其他元件串接成如右圖電路,如果測得電路的總電流為順時針方向 10A,試求此元件的電阻值為多少?

 $\begin{array}{c|c}
3\Omega \\
+ R_1 - \\
+ \\
- R + \\
\end{array}$ 100V  $E_2$  30V

【解】假設未知元件的電阻值為 R ,寫下電路的 克希荷夫電壓方程式為:

$$E_1 - IR_1 - E_2 - IR = 0$$
 (式中 $E_2$ 為電壓降) 
$$\therefore R = \frac{E_1 - E_2 - IR_1}{I} = \frac{100 \text{V} - 30 \text{V} - (10 \text{A})(3\Omega)}{10 \text{A}} = 4 \Omega$$

**馬上練習** 承上題所示電路,如果將圖中之未知元件的電阻值改為  $5\Omega$  ,若要讓電流維持 10A ,試求  $E_2$  的電壓值要改為多少?

【答】
$$E_2 = 20 \text{ V} \circ$$



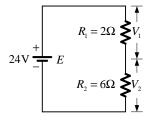
### 範例 3-10

如右圖所示電路,試求電壓 $V_1$ 與 $V_2$ 為多少?

【解】利用電壓分配定則,可得:

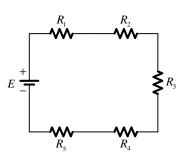
$$V_{1} = \frac{R_{1}}{R_{1} + R_{2}} E = \frac{2\Omega}{2\Omega + 6\Omega} (24V) = 6 V$$

$$V_{2} = \frac{R_{2}}{R_{1} + R_{2}} E = \frac{6\Omega}{2\Omega + 6\Omega} (24V) = 18 V$$



馬上練習 如右圖所示的電路,E=15V、 $R_1=1\Omega$ 、  $R_2=2\Omega$  、  $R_3=3\Omega$  、  $R_4=4\Omega$  、  $R_5=5\Omega$  ,試利用電壓分配定則求各電阻的電壓降為多少?

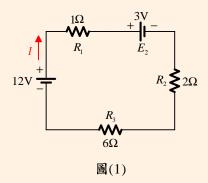
【答】
$$V_1 = 1 \text{ V}, V_2 = 2 \text{ V}, V_3 = 3 \text{ V},$$
  
 $V_4 = 4 \text{ V}, V_5 = 5 \text{ V}$ 。

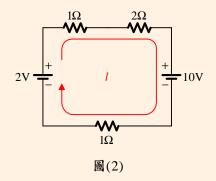




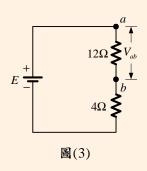
### **↑** 單元評量 ◎ □ **↑** □

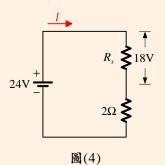
- 1. 如圖(1)所示電路,試求電流 $I = ____A$ 。
- 2. 如圖(2)所示電路,試求電流 $I = ____A$ 。



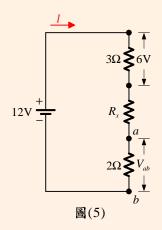


- 3. 如圖(3)所示電路, $V_{ab}=12\mathrm{V}$ ,則電路的總電壓E= \_\_\_\_\_\_  $\mathrm{V}$ 。
- 4. 如圖(4)所示電路,試求圖中之  $R_{\scriptscriptstyle x} =$  \_\_\_\_\_  $\Omega$  , I = \_\_\_\_\_ A 。





5. 如圖(5)所示電路,試求圖中之  $R_{\scriptscriptstyle x} =$  \_\_\_\_  $\Omega$  , I = \_\_\_\_ A ,  $V_{ab} =$  \_\_\_\_ V 。



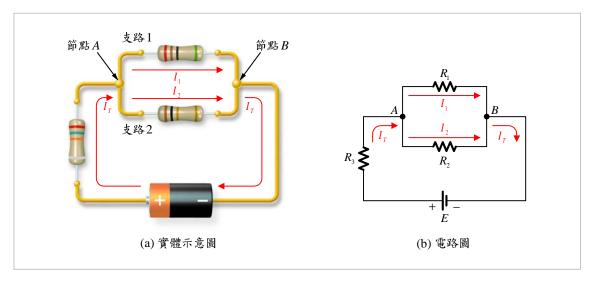


### 3-3 克希荷夫電流定律

克希荷夫電流定律(Kirchhoff's Current Law ,簡稱 KCL)是電路分析中另一個重要的工具,與克希荷夫電壓定律並列爲網路分析的兩大基本必備工具。在本節中,我們將介紹克希荷夫電流定律在電阻並聯電路中的應用。

### 3-3.1 節點

節點(node)是電路中兩條或兩條以上電路分支的共用點,也是三個或三個以上電路元件的接合點(junction),如圖 3-14 中的  $A \times B$  兩點。當電流  $I_T$  流進節點 A 時,電流分成兩條支路(branch) $I_1 \times I_2$ ;而通過節點 B 後,電流又合併成原來  $I_T$ 。所以節點可說是並聯電路中支路兩端的連接點。所有電流經過某一節點的關係式,可由克希荷夫電流定律來決定,我們將在下一個小節中說明。



▲ 圖 3-14 電路中的節點 節點是電路中兩條或兩條以上電路分支的共用點。



### 3-3.2 克希荷夫電流定律簡介

克希荷夫電流定律在說明:在任一個電流網路中,流入某一節點的電流 總和必等於流出該節點的電流總和。用數學式可以表示成:

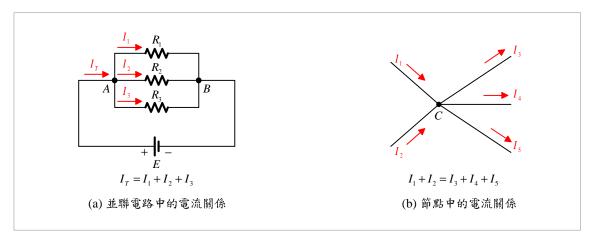
$$\sum I_{in} = \sum I_{out} \tag{3-3-1}$$

其中 $I_{in}$ 爲流入節點的電流; $I_{out}$ 爲流出節點的電流。事實上,克希荷夫電流定律也是電荷不滅定律的另一種陳述方式。所以,在節點的電流總和爲:

#### Σ 重要公式

$$\sum I = \sum I_{in} - \sum I_{out} = 0 \tag{3-3-2}$$

換句話說,克希荷夫電流定律也可以用另一種方式來說明:流入與流出任一個電路節點的電流總和為零。圖 3-15 爲克希荷夫電流定律在並聯電路與節點中的應用:圖(a)顯示並聯電路中,流經節點 A 與節點 B 電流關係式;圖(b)爲節點 C 之流進電流與流出電流間的關係式。



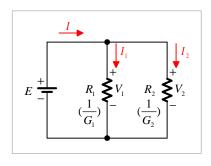
▲ **圖 3-15 克希荷夫電流定律的應用** 流入某節點的電流總和等於流出該節點的電流總和。



### 3-3.3 電流分配定則

在並聯電路中,每個分路電阻器上流過的電流,是依電阻值的大小決定。 實際上,各分路電流與該分路上電阻器的電阻值大小成反比,這便稱為電流 分配定則(分流法)。在並聯電路中,各分路上的電壓均相同,利用這個原 則,我們分析電路中各分路的電流如下。

#### 1. 圖 3-16 所示之兩個電阻的並聯電路(最常用):



▲ 圖 3-16 兩個電阻的並聯電路

得
$$I_2 = \frac{R_1}{R_2}I = \frac{\frac{R_1R_2}{R_1 + R_2}}{R_2}I = \frac{R_1}{R_1 + R_2}I$$

(將 $G = \frac{1}{R}$ 代入上述式子,亦可得用電導表示的電流分配定則)

結論:兩個電阻並聯之分流法為

#### Σ 重要公式

$$I_{1} = \frac{R_{T}}{R_{1}}I = \frac{R_{2}}{R_{1} + R_{2}}I = \frac{G_{1}}{G_{T}}I = \frac{G_{1}}{G_{1} + G_{2}}I$$

$$I_{2} = \frac{R_{T}}{R_{2}}I = \frac{R_{1}}{R_{1} + R_{2}}I = \frac{G_{2}}{G_{T}}I = \frac{G_{2}}{G_{1} + G_{2}}I$$
(3-3-3)

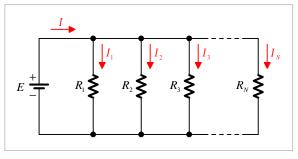


### 2. 圖 3-17 所示之兩個以上電阻的並聯電路:

同理,兩個以上電阻並聯 之分流法為

$$I_{x} = \frac{R_{T}}{R_{x}}I = \frac{G_{x}}{G_{T}}I$$

 $(式中<math>I_x$ 代表通過 $R_x$ 分路 電阻上的電流,且總電阻



▲ 圖 3-17 兩個以上電阻的並聯電路

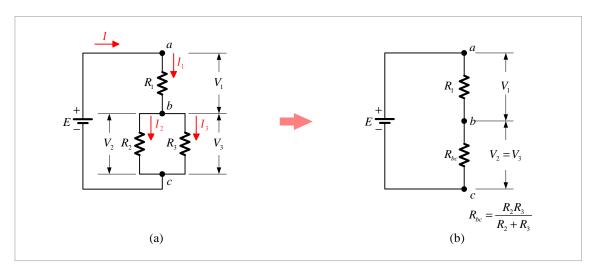
$$R_{T} = \left(\frac{1}{R_{1}} + \frac{1}{R_{2}} + \dots + \frac{1}{R_{N}}\right)^{-1}$$

$$= \frac{1}{G_{1} + G_{2} + \dots + G_{N}} = \frac{1}{G_{T}}$$

由上式可以得到:於並聯電路中,分路的電流與電阻值成反比、或與電導值成正比。

### 3-3.4 電阻串並聯電路之運用

圖 3-18 所示為一電阻串並聯電路,我們可以運用本章所學的內容分析如下。



▲ 圖 3-18 電阻串並聯電路



1. 根據串聯、並聯電路的特性,可得:

$$R_T = R_1 \not \equiv (R_2 \not \equiv R_3) = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

2. 根據克希荷夫定律,可得:

KCL: 
$$I = I_1 = I_2 + I_3$$
  
KVL:  $E = V_{ab} + V_{bc} = V_1 + V_2 = V_1 + V_3$  (::  $V_{bc} = V_2 = V_3$ )

3. 根據電流分配定則,可得:

$$I_{2} = \frac{R_{3}}{R_{2} + R_{3}} I_{1} = \frac{R_{3}}{R_{2} + R_{3}} I$$

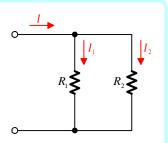
$$I_{3} = \frac{R_{2}}{R_{2} + R_{3}} I_{1} = \frac{R_{2}}{R_{2} + R_{3}} I$$

4. 根據電壓分配定則,可得:



### 範例 3-11

如右圖所示電路,  $I=30\mathrm{A}$  ,  $R_1=80\Omega$  ,  $R_2=40\Omega$  , 試利用克希荷夫電流定律,求各電阻器上通過的電流為多少?



#### 【解】利用克希荷夫電流定律得:

$$I = I_1 + I_2 \implies I_2 = I - I_1 = 30A - I_1$$

因為並聯的各電阻電壓相等,由歐姆定律得:

$$I_1 R_1 = I_2 R_2 = I_1 (80\Omega) = (30A - I_1)(40\Omega)$$

整理後得:

$$I_1 = \frac{(30\text{A})(40\Omega)}{80\Omega + 40\Omega} = 10 \text{ A}$$

$$I_2 = 30A - I_1 = 30A - 10A = 20 A$$



**馬上練習** 承上題所示電路, $I_1=5$ A, $R_1=20\Omega$ , $R_2=10\Omega$ ,試利用克希荷夫電流 定律,求I與 $I_2$ 的電流為多少?

【答】
$$I=15\,\mathrm{A}$$
,  $I_2=10\,\mathrm{A}$ 。

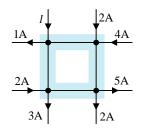


### 範例 3-12

如右圖所示,試求I=?

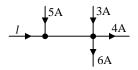
【解】井字形中央四點可視為同一節點,根據克希荷夫電流 定律,可得:

$$\sum I_{in} = \sum I_{out} \implies I + 2 + 4 + 2 = 5 + 2 + 3 + 1$$
  
 $I = 11A - 8A = 3A$ 



馬上練習 如右圖所示,試求I=?

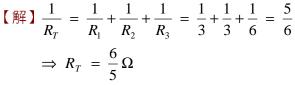
[答] 
$$I = 2 A \circ$$





### 範例 3-13

如右圖所示電路,  $I=20\mathrm{A}$  ,  $R_1=R_2=3\Omega$  ,  $R_3=6\Omega$  ,試利用電流分配定則,求各電阻上 通過的電流為多少?

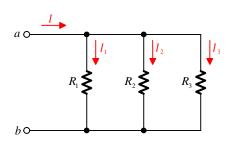


$$\Rightarrow R_T = \frac{6}{5}\Omega$$

$$\therefore I_1 = \frac{R_T}{R_1}I = \frac{\frac{6}{5}\Omega}{3\Omega}(20A) = 8 A$$

$$I_2 = \frac{R_T}{R_2}I = \frac{\frac{6}{5}\Omega}{3\Omega}(20A) = 8 A$$

$$I_3 = \frac{R_T}{R_2}I = \frac{\frac{6}{5}\Omega}{6\Omega}(20A) = 4 A$$





**馬上練習** 承上題所示電路, $I_1 = 4$ A , $R_1 = R_2 = R_3 = 3$ Ω,試利用電流分配定則, 求電路之總電流為多少?

【答】
$$I = 12 A \circ$$



### 範例 3-14

若有  $R_1 imes R_2 imes R_3$ 三個電阻器,如右圖所示之電路接於 30V 之電源,若流過  $R_1$ 之電流為 2A ,試求 I=?  $I_2=?$   $R_3=?$ 

### 【解】 $R_1 \setminus R_2$ 之端電壓:

$$V_1 = V_2 = I_1 R_1 = (2A)(3\Omega) = 6 V$$

(1) 
$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{6V}{6\Omega} = 1 \text{ A}$$

(2) 
$$I = I_1 + I_2 = 2A + 1A = 3A$$

(3) 
$$R_T = \frac{E}{I} = \frac{30\text{V}}{3\text{A}} = 10\,\Omega$$
  

$$\therefore R_3 = R_T - \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 10\Omega - \frac{(3\Omega)(6\Omega)}{3\Omega + 6\Omega} = 8\,\Omega$$

或 
$$V_3 = E - V_1 = 30 \text{V} - 6 \text{V} = 24 \text{ V}$$
 (  $\because V_1 = V_2 = 6 \text{ V}$  ) 
$$R_3 = \frac{V_3}{I_3} = \frac{V_3}{I} = \frac{24 \text{V}}{3 \text{A}} = 8 \Omega$$

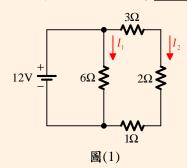
### 馬上練習 承上題,試求電路的功率為多少?

【答】
$$P_T = 90 \text{ W}$$
。

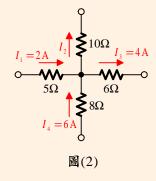


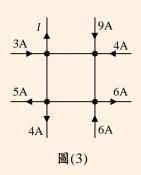
### ↑ 單元評量 ● 1

1. 如圖(1)所示電路,試求電路的總電阻為 \_\_\_\_\_\_  $\Omega$  ,通過  $6\Omega$  電阻器上的電流 為 \_\_\_\_\_\_ A ,通過  $2\Omega$  電阻器上的電流為 \_\_\_\_\_ A 。

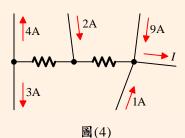


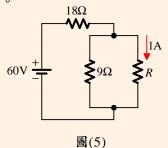
- 2. 有兩個  $2\Omega$  電阻器並聯,已知通過其中一個電阻器上的電流為 3A ,試求另一電阻器上通過的電流為 \_\_\_\_\_ A 。
- 3. 有一 12V 的電壓源連接兩個電阻值為  $6\Omega$  與  $3\Omega$  的電阻並聯電路,試求通過  $3\Omega$  電阻器上的電流為 \_\_\_\_\_\_\_\_\_ A。
- 4. 如圖(2)所示電路,試求電流  $I_2 =$  A。
- 5. 如圖(3)所示電路,試求電流  $I = _____ A$ 。





- 6. 如圖(4)所示電路,試求電流 I =\_\_\_\_\_\_  $A \circ$
- 7. 如圖(5)所示電路,試求電阻 R = \_\_\_\_\_  $\Omega$ 。







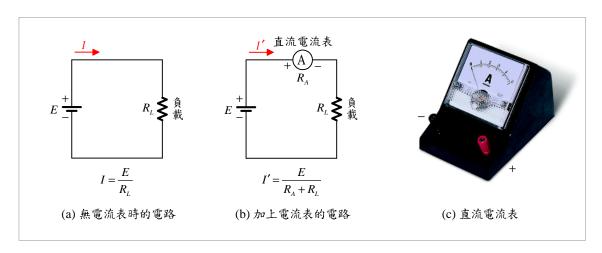
## ※ 3-4 串並聯電路的應用實例

### 3-4.1 串聯電路的應用實例

串聯電路的應用十分廣泛,例如保險絲、無熔絲開關等保護裝置的裝設 方法,應該與電路串聯,才能在線路過載時,使電路變成斷路,以避免火災 發生。以下我們介紹幾種較常用的串聯電路之應用。

### 直流電流表

當我們使用**電流表**(ammeter)測量電流時,必須將電流表與被測量的 負載串聯在一起。圖 3-19 爲電流表與待測負載的串聯電路,圖(a)、(b)分別爲 有無使用電流表情況下的電路符號。



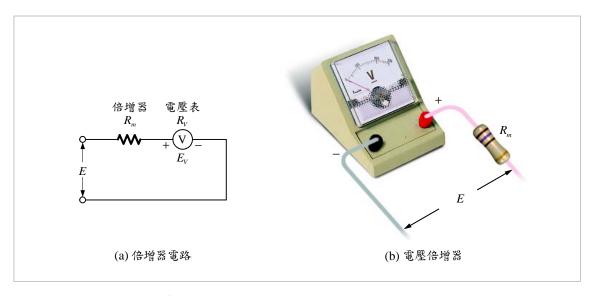
▲ 圖 3-19 電流表的使用 電流表在使用時須與被測量的負載串聯,且其內阻愈小愈好。

由上圖(a)與上圖(b)的比較:當 $R_A \cong 0$ 時, $I' \cong I$ 。所以,為了減少測量時所造成的誤差,電流表的內電阻 $R_A$ 應該儘量減小。



### 電壓倍增器

由於電壓表(伏特計)的量度有一定的範圍,如果想要量測超過電壓表的量度範圍時,可以將電壓表串聯一個電阻器,作成電壓倍增器,如圖 3-20 所示。(註:有關電壓表的使用方式,請見 3-4.2 節。)



▲ 圖 3-20 倍增器電路與實體示意圖 將電壓表串聯一電阻器可增大量度的範圍。

如上圖所示,電壓表的測量範圍爲 $E_v$ ,若要增大測量電壓E之範圍,可串聯一只倍增器 $R_m$ ,則:

$$R_m = (m-1)R_V \tag{3-4-1}$$

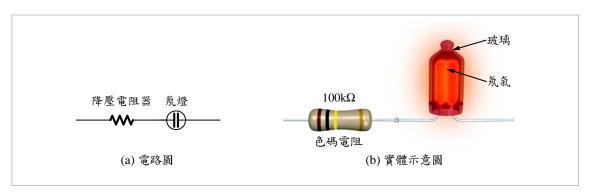
其中, $m = \frac{E}{E_v}$ 爲欲測量電壓之倍率, $R_v$ 爲電壓表之內阻。(3-4-1)式的證明如下:因爲流經倍增器電阻與電壓表的電流一樣,則:

$$\frac{E - E_V}{R_m} = \frac{E_V}{R_V} \implies R_m = \frac{E - E_V}{E_V} R_V = (m - 1) R_V$$



### 降壓電阻器

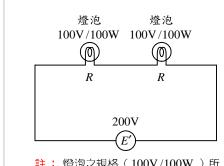
家庭電器中常用之指示燈(氖燈,如電鍋的煮飯指示燈),需串聯一 高電阻來降低流過氖燈之電流(降低電壓),以保護氖燈避免燒毀,如圖 3-21所示。



▲圖 3-21 氖氣指示燈之電路及實體示意圖

### 燈泡的串聯應用實例

1. 若兩個規格相同之燈泡串聯,可接於兩倍之額定電壓值。我們以圖 3-22 電路來說明。



註: 燈泡之規格(100V/100W)所表示的是額定電壓及電功率, 則燈泡額定電阻  $R=\frac{E^2}{R}$  。

$$\therefore P = \frac{E^2}{R}$$
  $\therefore R = \frac{E^2}{P}$ , 可得: 
$$R = \frac{E^2}{P} = \frac{(100\text{V})^2}{100\text{W}} = 100\,\Omega$$
 燈泡在額定電壓下的電流為:

 $I = \frac{E}{R} = \frac{100V}{100\Omega} = 1A$ 

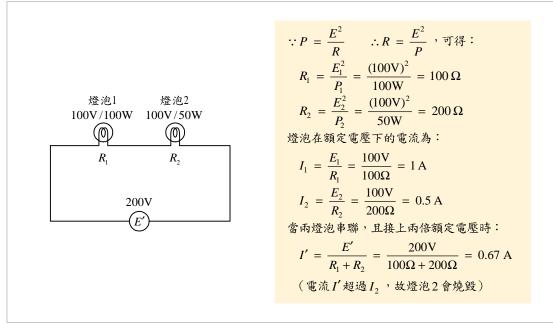
當兩燈泡串聯,且接上兩倍額定電壓時:

$$I' = \frac{E'}{R+R} = \frac{200\text{V}}{100\Omega + 100\Omega} = 1\text{A}$$
  
(電流在安全範圍內)

▲圖 3-22 兩個規格相同之燈泡串聯實例



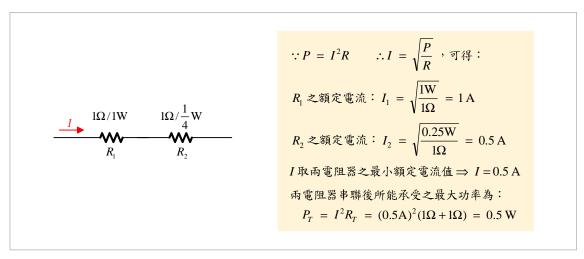
2. 若兩個規格不同之燈泡串聯,不可接於兩倍之額定電壓值,否則較小 瓦特數之燈泡會燒毀。我們以圖 3-23 電路來說明。



▲圖 3-23 兩個規格不同之燈泡串聯實例

### 兩電阻器的串聯應用實例

兩電阻器串聯時,因串聯電路中電流相同,所以須取兩電阻器中最小額 定電流值用之。若超過最小額定電流值,則電阻器將燒毀。我們以圖 3-24 電 路來說明。







有一個內電阻為  $5k\Omega$  的電壓表,可以測量的電壓滿刻度為 100V ,如果要測量 300V 的電壓時,應該串聯多大值的倍增器?

【解】
$$R_m = (m-1)R_V = (\frac{E}{E_V} - 1)R_V = (\frac{300\text{V}}{100\text{V}} - 1)(5\text{k}\Omega) = 10\text{ k}\Omega$$

馬上練習 有-150V之電壓表,其內阻為18k $\Omega$ ,若串聯-54k $\Omega$ 的倍增器,則此 電壓表最大可測量多少電壓?

【答】
$$E = 600 \text{ V} \circ$$



#### 範例 3-16

將 100V/80W 與 100V/50W 的兩個相同材質燈泡串聯後,兩端接上 110V 電源,試問那個燈泡會較亮?

【解】利用功率公式與歐姆定律: $P = IE = \frac{E^2}{R} = I^2R$ ,可知兩層的原限分別為:

$$R_1 = \frac{E_1^2}{P_1} = \frac{(100\text{V})^2}{80\text{W}} = 125\,\Omega$$
  $R_2 = \frac{E_2^2}{P_2} = \frac{(100\text{V})^2}{50\text{W}} = 200\,\Omega$ 

兩燈泡可通過的最大電流分別為:

$$I_1 = \frac{P_1}{E_1} = \frac{80\text{W}}{100\text{V}} = 0.8 \text{ A}$$
  $I_2 = \frac{P_2}{E_2} = \frac{50\text{W}}{100\text{V}} = 0.5 \text{ A}$ 

串聯電路通過的電流為:

$$I = \frac{E}{R_T} = \frac{110\text{V}}{125\Omega + 200\Omega} = 0.34 \text{ A}$$

兩燈泡在電路中消耗的功率分別為:

$$P_1 = I^2 R_1 = (0.34 \text{A})^2 (125\Omega) = 14.45 \text{ W}$$

$$P_2 = I^2 R_2 = (0.34 \text{A})^2 (200\Omega) = 23.12 \text{ W}$$

 $:: P_2 > P_1$  :: 100V/50W 的燈泡接上 110V 電源後較亮

【答】50W 燈泡較亮,且無燈泡燒毀。





100V/100W 及 100V/40W 之燈泡各一個,串聯接於 100V 之電源上,試求兩燈泡消耗之總功率為多少?

[ 
$$\Re$$
 ]  $R_1 = \frac{E_1^2}{P_1} = \frac{(100\text{V})^2}{100\text{W}} = 100\,\Omega$   $R_2 = \frac{E_2^2}{P_2} = \frac{(100\text{V})^2}{40\text{W}} = 250\,\Omega$   $P_T = \frac{E^2}{R_1 + R_2} = \frac{(100\text{V})^2}{100\Omega + 250\Omega} = 28.57\,\text{W}$ 

**馬上練習** 額定電壓為 100V 之相同燈泡兩個,將其串聯後接於 50V 之電源,若總功率為 5W ,試求燈泡的額定功率為多少?

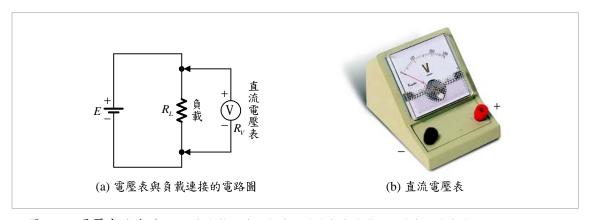
【答】
$$P = 40 \text{ W}$$
。

### 3-4.2 並聯電路的應用實例

並聯電路在日常生活中的應用極爲普遍,以下介紹幾種較常見的應用實例。

### 直流電壓表

利用電壓表(voltmeter)測量負載兩端電壓時,電壓表應與負載相並聯,如圖 3-25 所示。電壓表本身也具有內阻,選用時宜採用高內阻的電壓表,以避免誤差。另外,電壓表的使用,也應注意測量的電壓應在電壓表的測量安全限度內。

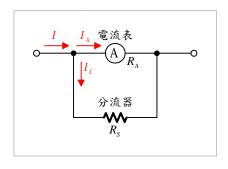


▲ 圖 3-25 電壓表的使用 電壓表在使用時須與被測量的負載並聯,且其內阻愈大愈好。



### 分流器

分流器(shunt)設計的目的是爲擴增電流表的量測範圍,另一方面也可以保護表頭,避免因測量的電流過大而損壞表頭。分流器的設計原理是將電流表並聯一分路電阻,讓大部份的電流經由這個分路流出,電流表也因此可以擴增量測的範圍,而這個並聯的電阻便稱爲分流器,如圖 3-26 所示。



▲ 圖 3-26 分流器電路圖

如上圖所示,電流表的測量範圍爲 $I_A$ ,若要增大測量電流I之範圍,可並聯一只分流器 $R_c$ ,則:

#### Σ 重要公式

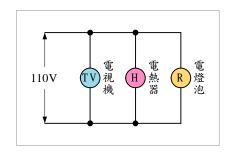
$$R_S = \frac{1}{n-1} R_A \tag{3-4-2}$$

其中, $n = \frac{I}{I_A}$  爲欲測量電流之倍率, $R_A$  爲電流表之內阻。(3-4-2)式的證明如下:因爲分流器與電壓表的電壓一樣,則:

$$I_{A}R_{A} = I_{S}R_{S} = (I - I_{A})R_{S} \implies R_{S} = \frac{I_{A}}{I - I_{A}}R_{A} = \frac{1}{n - 1}R_{A}$$

### 家用電器的並聯運用

台灣電力公司所提供的電源電壓為 110V,且屋內配線之電源插座及燈具是採用 並聯連接。所以家用電器之額定電壓須為 110V方可使用於家用電路上,如圖 3-27 所 示。



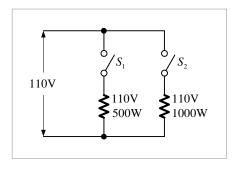
▲ 圖 3-27 家用電器的並聯電路



### 電暖氣的並聯運用

在冬天天氣寒冷時,一般家庭會使用電暖氣來取暖。電暖氣一般是由兩條電熱線及兩只切換開關所組成,如圖 3-28 所示, $S_1$ 控制 110V、500W 之電熱線, $S_2$  控制 110V、1000W 之電熱線:





▲ 圖 3-28 電暖氣的電路

- 2. 若 $S_1$ 不通(OFF)、 $S_2$ 通(ON)時,電暖氣得到 1000 瓦特之功率。
- 3. 若 $S_1$ 通(ON)、 $S_2$ 通(ON)時,電暖氣可得到500+1000=1500 瓦特之功率。

#### 範例 3-18

有一安培計的最大額定電流值為 10mA ,內電阻為  $18\Omega$  ,如果想增加安培計的有效使用範圍至 100mA ,試求應加入一個電阻值為多少的分流器?

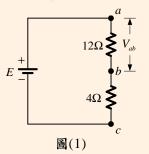
[
$$\Re$$
]  $R_S = \frac{1}{n-1}R_A = \frac{1}{\frac{I}{I_A} - 1}R_A = \frac{1}{\frac{100\text{mA}}{10\text{mA}} - 1}(18\Omega) = 2\Omega$ 

**馬上練習** 有一安培計的最大額定電流值為 10mA ,內電阻為  $2\Omega$  ,若並聯一  $0.5\Omega$  之分流器,則可增加安培計的有效範圍至多少 mA ?

【答】 $I = 50 \,\text{mA}$ 。

## ↑ 單元評量 □ ↑

- 1. 如圖(1)所示電路, $V_{ab}=12V$ ,則電路的總電流 I= \_\_\_\_\_\_A。
- 2. 有一伏特計電阻值為 A ,串聯一電阻值為 B 之倍增器 後,則其放大倍率為 \_\_\_\_\_。





3. 內阻 $12k\Omega$ 、滿刻度電壓150V之直流伏特計,當串聯 $-36k\Omega$ 之電阻時,其測定 範圍可擴大到 V。 4. 設  $R_1$  與  $R_2$  兩電阻串聯於 200V 之電源,若  $R_1$  之功率為 50W ,  $R_2$  之功率為 150W,則 R<sub>1</sub>應為 \_\_\_\_\_ Ω。 仟瓦小時。 6. 如圖(2)所示電路,短路電流為正常電流的 倍。 110V的電源上,兩燈泡消耗的總功率為 \_\_\_\_\_ W。 10 **≶**8Ω 8.  $1\Omega$  與  $2\Omega$  兩電阻器的額定功率為 0.5W ,串聯後在不 超過額定功率損耗下,電壓最大能加到 V。 9. 將規格為 100V/40W 與 100V/60W 的兩個相同的材 質電燈泡串聯接於 110V 電源,試問哪個電燈泡會較 圖(2) 亮? 。 10. 兩個規格分別為 $1\Omega/1W$ 及 $2\Omega/4W$ 的電阻器串聯後,相當於幾歐姆幾瓦的電阻 器?\_\_\_\_\_W。 11. 如圖(3)所示電路,若電壓表(V)的內電阻值為 100k $\Omega$ ,則所測得電壓值為 \_\_\_\_\_\_ m V。 10V • 12. 內電阻 $10\Omega$  、滿刻度10mA的電流表,並聯一個 $1\Omega$ 電阻以擴大測量範圍,若表頭指針指在 3mA,則待 測電流I = mA。 圖(3) 13. 有一安培計的最大額定電流值為  $100 \mathrm{mA}$  ,內電阻為  $20 \Omega$  ,如果想增加安培計的 有效使用範圍至  $300 \mathrm{mA}$  ,應加入一個電阻值為  $_{\mathrm{max}}$   $\Omega$  的分流器。

14. 有 $10\Omega$  及 $20\Omega$  電熱線各一條,接於110V 電源的電暖氣,可得到 W 、

15. 有一內阻為 $10\Omega$  、最大刻度 50 mA 之直流安培計,欲擴大測定範圍至 300 mA 時,則其所加分流器電阻值為 \_\_\_\_\_\_  $\Omega$  ;若欲測定範圍至 300 V 的電壓時,

 $\mathbf{W}$ 、  $\mathbf{W}$  等三種功率的熱量。

則外加倍增器之電阻值應為  $k\Omega$ 。

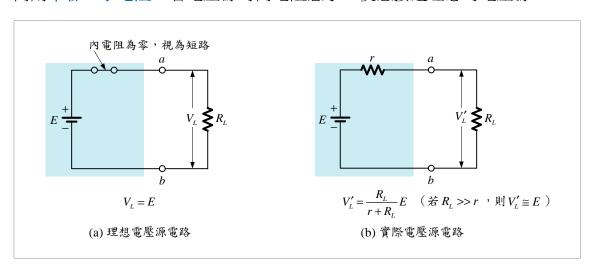


## 3-5 電壓源與電流源

電壓源(voltage source)與電流源(current source)是電路中提供電能的裝置,其作用是分別供給負載固定的電壓與電流。然而,對於實際的電壓源與電流源而言,其內部都有內電阻的存在,使得輸出的電壓與電流或多或少都受到外接負載的影響。我們說明如下。

## 3-5.1 電壓源

電壓源(voltage source)是一個恆定的電壓供應裝置,其供應電壓的大小,應不受外接電路的不同而改變,如圖 3-29 所示電路。由圖中電路可看出:一個理想的電壓源可以供給負載電阻一個穩定的電壓;而實際的電壓源內則串聯一小電阻,若電壓源的內電阻愈小,便愈接近理想的電壓源。



▲ 圖 3-29 電壓源電路 電壓源的內阻愈小,則輸出電壓愈不受負載大小的影響。

#### ● 理想電壓源

電壓源所提供的電動勢爲 E ,因本身的內電阻爲零,可視爲短路,所以外接負載後的輸出電壓依然爲  $V_L = E$  ,不受外接負載大小的影響,如圖 3-29(a)所示。

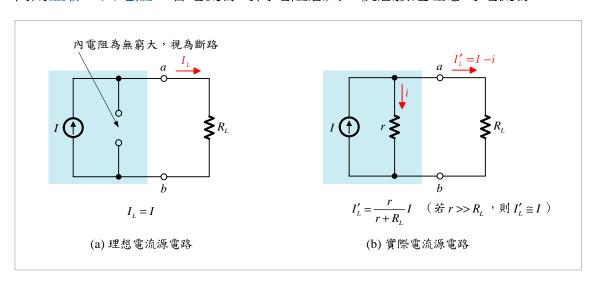


#### ● 實際電壓源

電壓源所提供的電動勢爲 E,因本身有小的內電阻 r,所以根據克希荷夫電壓定律(KVL),可知外接負載後的輸出電壓變爲  $V_L' = \frac{R_L}{r+R_L}E$ ,會受外接負載大小的影響,如圖 3-29(b)所示。

## 3-5.2 電流源

電流源(current source)是一個恆定的電流供應裝置,其供應電流的大小,應不受外接電路的不同而改變,如圖 3-30 所示電路。由圖中電路可看出:一個理想的電流源可以供給負載電阻一個穩定的電流;而實際的電流源內則並聯一大電阻,若電流源的內電阻愈大,便愈接近理想的電流源。



▲ 圖 3-30 電流源電路 電流源的內阻愈大,則輸出電流愈不受負載大小的影響。

#### ● 理想電流源

電流源所提供的電流為I,因本身的內電阻為無窮大,可視爲斷路,所以外接負載後的輸出電流依然為 $I_L = I$ ,不受外接負載大小的影響,如圖 3-30(a)所示。



#### ● 實際電流源

電流源所提供的電流爲 I ,因本身有大的內電阻 r ,所以根據克希荷夫 電流 定律( K C L ) ,可知 外 接負 載 後 的 輸 出 電 流 變 爲  $I'_L = \frac{r}{r+R_L} I$  ,會受外接負載大小的影響,如圖 3-30(b)所示。

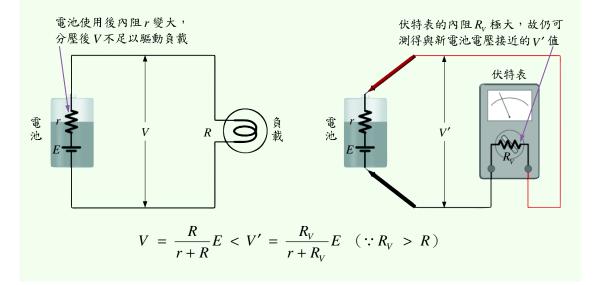
(註:詳細之電壓源電路與電流源電路的轉換及組合,請參見本書附錄 B。)



#### 知識充電

當乾電池用久了之後,無法再使負載(如收音機、隨身聽)繼續工作時,我們若拿伏特計直接量測此顆電池兩端的電壓,可發現此電池仍有電壓值,且只比新的電池小一些,但卻無法使負載工作,這是為什麼?

原因是:當電池用過後,其內電阻會增加,因此在接上負載的電路後,負載所分配到的電壓較小,故無法啟動。而在用伏特計量測時,一般來說,伏特計有極大的內阻(約在數千 $\Omega$ 以上),故仍可測得不小的電壓值。要判斷電池能不能驅動負載工作,其正確的方法應該是在有連接負載電路時量測電池兩端的電壓。



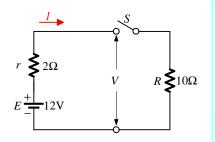




#### 範例 3-19

如右圖所示電路,試求:

- (1) 當開關 S 不通 (OFF) 時 (即 → S → 斷路) 之電流 I = ? 電壓 V = ?
- (2) 當開關S通(ON)時(即 $-o^S$ o—開路)之 電流I = ?電壓V = ?



【解】(1) 當開關S不通(OFF) 時,電路中斷

$$\therefore I = 0 A$$

$$V = E - Ir = E = 12 \text{ V}$$

(2) 當開關S通(ON)時,電路導通

$$\therefore I = \frac{E}{r+R} = \frac{12V}{2\Omega + 10\Omega} = 1A$$

$$V = E - Ir = 12 - (1A)(2\Omega) = 10 V$$

(或
$$V = IR = (1A)(10\Omega) = 10 V$$
)

**馬上練習** 承上題,將電壓源更換為 E=24V,但內阻r未知,若測得之電流 I=2A,試求內阻r為多少?

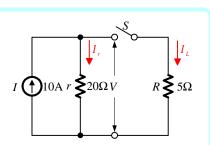
【答】
$$r = 2\Omega$$
。



### 範例 3-20

如右圖所示電路,試求:

- (1) 當開關S不通(OFF)時(即 $\longrightarrow$  斷路) 之電流 $I_L$ =?電壓V=?
- (2) 當開關S通(ON)時(即 $-o^S$ o—開路)之 電流 $I_I = ?$ 電壓V = ?





【解】(1) 當開關S不通(OFF) 時,電路中斷

$$\therefore I_L = 0 \text{ A}$$
  
 $V = I_r r = (I - I_L) r = I r = (10 \text{A})(20 \Omega) = 200 \text{ V}$ 

(2) 當開關S通(ON)時,電路導通

$$\therefore I_L = \frac{r}{r+R}I = \frac{20\Omega}{20\Omega + 5\Omega}(10A) = 8 A$$

$$V = I_r r = (I - I_L)r = (10A - 8A)(20\Omega) = 40 V$$

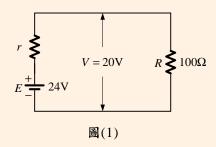
$$( \Rightarrow V = I_L R = (8V)(5\Omega) = 40 V )$$

**馬上練習** 承上題,將電流源更換為I=6A,但內阻r未知,若測得之電流  $I_r=4A$ ,試求內阻r為多少?

【答】 $r = 10\Omega$ 。

## 

- 1. 理想電壓源之內電阻應為 \_\_\_\_\_。
- 2. 理想電流源之內電阻應為 \_\_\_\_\_。
- 3. 如圖(1)所示電路,試求電阻  $r = ____ \Omega$ 。



- 4. 一只電動勢為  $1.5\mathrm{V}$  之乾電池,外接一共 $1.4\Omega$  之電阻器後,其端電壓變為  $1.4\mathrm{V}$  ,則此電池之內電阻為 \_\_\_\_\_\_  $\Omega$  。
- 5. 一汽車用某規格之蓄電池,當以 5A 之電流充電時,其端電壓為 13V;以 3A 之電流充電時,其端電壓為 12.4V,則電池之內阻應為 \_\_\_\_\_\_  $\Omega$ 。

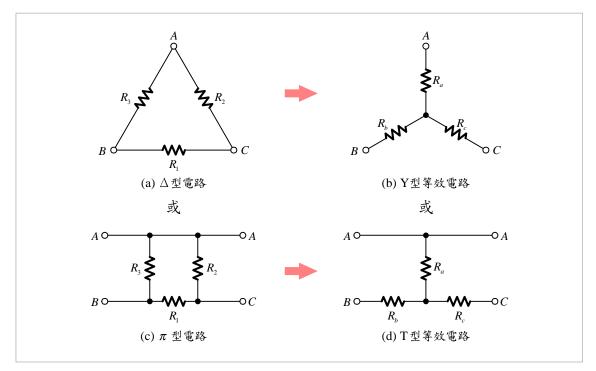


## 3-6 Y - △互換法

在直流電路中,電阻可以有許多不同的連接方式,並不一定只會出現如上述所示之簡單的串並聯型式,而甚至可能會出現很複雜的情況。這裡我們先介紹電阻的連接方式爲 Y 型或  $\Delta$  型時的解決方法,此時我們通常可以將 Y 型化成  $\Delta$  型,或將  $\Delta$  型化成 Y 型後,便可以比較容易對網路作分析。

( 註:詳細之 $Y - \Delta$  互換公式的證明,請參見本書附錄A 。)

## 3-6.1 △型化成 Y 型



lackream 圖 3-31  $\Delta$  型電路化成 Y 型等效電路  $\ddot{a}$   $\ddot{a}$   $\ddot{a}$   $\ddot{a}$   $\ddot{a}$   $\ddot{a}$   $\ddot{a}$   $\ddot{b}$   $\ddot{a}$   $\ddot{b}$   $\ddot{a}$   $\ddot{b}$   $\ddot{a}$   $\ddot{b}$   $\ddot{a}$   $\ddot{b}$   $\ddot{b}$   $\ddot{b}$   $\ddot{b}$   $\ddot{b}$   $\ddot{b}$   $\ddot{a}$   $\ddot{b}$   $\ddot{b}$ 

如圖 3-31(a)所示,以 $\Delta$ 型連接方式的三個電阻(或是 $\pi$ 型電路,如圖 (c)),可以轉換成圖 3-31(b)的 Y型等效電路(或是 T型等效電路,如圖

(d)),其轉換後的等效電阻值分別為:



Σ 重要公式

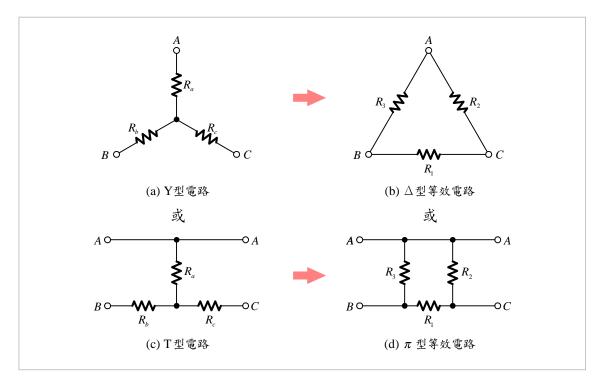
$$R_a = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$
  $R_b = \frac{R_3 R_1}{R_1 + R_2 + R_3}$   $R_c = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3}$  (3-6-1)

若是 $\Delta$ 型電路連接的三個電阻都相等( $R_1=R_2=R_3=R_\Delta$ ),則化成Y型等效電路後的電阻值爲 $\Delta$ 型電路的 $\frac{1}{3}$ ,即:

#### Σ 重要公式

$$R_a = R_b = R_c = R_Y = \frac{R_\Delta R_\Delta}{R_\Delta + R_\Delta + R_\Delta} = \frac{1}{3} R_\Delta$$

## 3-6.2 Y型化成△型



▲ 圖 3-32 Y 型電路化成 $\Delta$ 型等效電路 若  $R_a=R_b=R_c=R_{_Y}$ ,則  $R_1=R_2=R_{_3}=R_{_\Delta}=3R_{_Y}$ 。

如圖 3-32(a)所示,以 Y 型連接方式的三個電阻(或是 T 型電路,如圖 (c)),可以轉換成圖 3-32(b)的  $\Delta$  型等效電路(或是  $\pi$  型等效電路,如圖

(d)),其轉換後的等效電阻值分別為:



Σ 重要公式

$$R_{1} = \frac{R_{a}R_{b} + R_{b}R_{c} + R_{c}R_{a}}{R_{a}} = R_{b} + R_{c} + \frac{R_{b}R_{c}}{R_{a}}$$

$$R_{2} = \frac{R_{a}R_{b} + R_{b}R_{c} + R_{c}R_{a}}{R_{b}} = R_{c} + R_{a} + \frac{R_{c}R_{a}}{R_{b}}$$

$$R_{3} = \frac{R_{a}R_{b} + R_{b}R_{c} + R_{c}R_{a}}{R_{c}} = R_{a} + R_{b} + \frac{R_{a}R_{b}}{R_{c}}$$
(3-6-2)

若是 Y 型電路連接的三個電阻都相等(  $R_a=R_b=R_c=R_Y$  ),則化成  $\Delta$  型等效電路後的電阻值爲 Y 型電路的 3 倍,即:

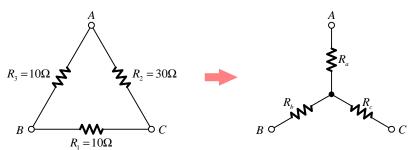
#### Σ 重要公式

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_\Delta = \frac{R_Y R_Y + R_Y R_Y + R_Y R_Y}{R_Y} = 3R_Y$$



#### 範例 3-21

試求下圖△型電路化成Y型電路之等效電阻為多少?



#### 【解】根據(3-6-1)式可得:

$$R_a = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{(30\Omega)(10\Omega)}{10\Omega + 30\Omega + 10\Omega} = 6\Omega$$

$$R_b = \frac{R_3 R_1}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{(10\Omega)(10\Omega)}{10\Omega + 30\Omega + 10\Omega} = 2\Omega$$

$$R_c = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{(10\Omega)(30\Omega)}{10\Omega + 30\Omega + 10\Omega} = 6\Omega$$



**馬上練習** 承上題所示電路,若  $R_1 = 30\Omega$  ,  $R_2 = 20\Omega$  ,  $R_3 = 50\Omega$  ,試求 Y 型電路之 等效電阻為多少?

【答】
$$R_a = 10 \Omega$$
,  $R_b = 15 \Omega$ ,  $R_c = 6 \Omega$ 。

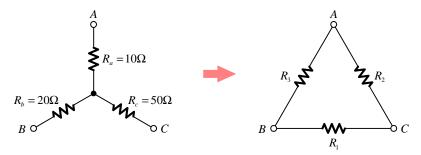
**馬上練習** 承上題所示電路,若  $R_1=R_2=R_3=6\Omega$ ,試求 Y 型電路之等效電阻為多少?

【答】
$$R_{Y} = 2\Omega$$
。



#### 範例 3-22

試求下圖Y型電路化成△型電路之等效電阻為多少?



#### 【解】根據(3-6-2)式可得:

$$R_{1} = \frac{R_{a}R_{b} + R_{b}R_{c} + R_{c}R_{a}}{R_{a}} = \frac{(10\Omega)(20\Omega) + (20\Omega)(50\Omega) + (50\Omega)(10\Omega)}{10\Omega} = 170 \Omega$$

$$R_{1} = \frac{R_{a}R_{b} + R_{b}R_{c} + R_{c}R_{a}}{R_{a}} = \frac{(10\Omega)(20\Omega) + (20\Omega)(50\Omega) + (50\Omega)(10\Omega)}{10\Omega} = 170 \Omega$$

$$R_{2} = \frac{R_{a}R_{b} + R_{b}R_{c} + R_{c}R_{a}}{R_{b}} = \frac{(10\Omega)(20\Omega) + (20\Omega)(50\Omega) + (50\Omega)(10\Omega)}{20\Omega} = 85 \Omega$$

$$R_{3} = \frac{R_{a}R_{b} + R_{b}R_{c} + R_{c}R_{a}}{R_{c}} = \frac{(10\Omega)(20\Omega) + (20\Omega)(50\Omega) + (50\Omega)(10\Omega)}{50\Omega} = 34 \Omega$$

**馬上練習** 承上題所示電路,若  $R_a=6\Omega$ ,  $R_b=10\Omega$ ,  $R_c=15\Omega$ ,試求  $\Delta$  型電路之等效電阻為多少?

【答】
$$R_1 = 50 \Omega$$
,  $R_2 = 30 \Omega$ ,  $R_3 = 20 \Omega$  °

**馬上練習** 承上題所示電路,若  $R_a=R_b=R_c=3\Omega$ ,試求  $\Delta$  型電路之等效電阻為多少?

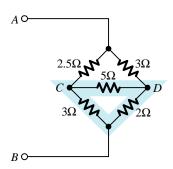
【答】
$$R_{\wedge} = 9\Omega$$
。



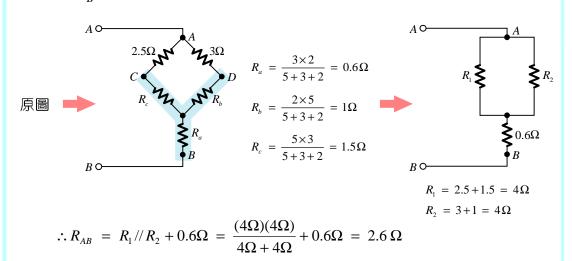


#### 範例 3-23

如下圖所示電路,試求 $A \times B$ 兩端之總電阻為多少?

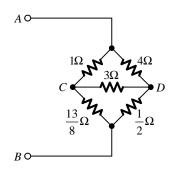


【解】 $: {}^{C} \bigvee_{B} {}^{D}$ 三邊電阻值之和為5或10之倍數,可化成Y型電路較好計算



# **馬上練習** 如右圖所示電路,試求 $A \times B$ 兩端之總電阻為多少?

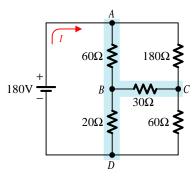
【答】 $R_{AR} = 1.5 \Omega$ 。



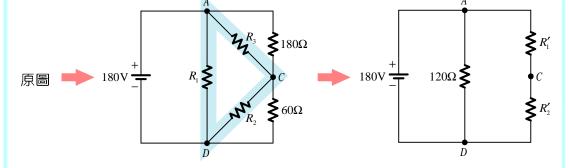


#### 範例 3-24

如下圖所示電路,試利用Y型電路化成 $\Delta$ 型等效電路的方法,求電流I為多少?



【解】將
$$\stackrel{A}{\vdash}_{D}c$$
化成 $\stackrel{A}{\triangleright}_{D}c$ ,即



$$R_{1} = \frac{30 \times 60 + 60 \times 20 + 20 \times 30}{30} = 120\Omega$$

$$R_{2} = \frac{30 \times 60 + 60 \times 20 + 20 \times 30}{60} = 60\Omega$$

$$R_{3} = \frac{30 \times 60 + 60 \times 20 + 20 \times 30}{20} = 180\Omega$$

$$R'_1 = R_3 //180 = \frac{180 \times 180}{180 + 180} = 90\Omega$$
  
 $R'_2 = R_2 //60 = \frac{60 \times 60}{60 + 60} = 30\Omega$ 

$$R_{AD} = 120 / (R_1' + R_2') = \frac{(120\Omega)(90\Omega + 30\Omega)}{(120\Omega) + (90\Omega + 30\Omega)} = 60 \Omega$$
  

$$\therefore I = \frac{E}{R_{AD}} = \frac{180 \text{V}}{60\Omega} = 3 \text{ A}$$

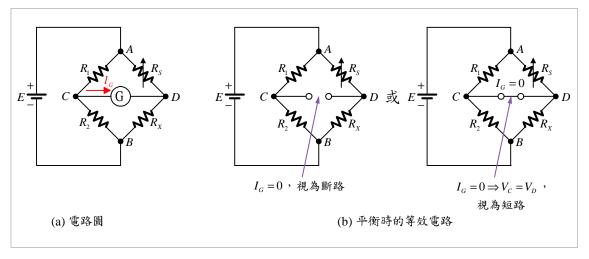
**馬上練習** 承上題,試利用  $\Delta$  型電路化成 Y 型等效電路的方法,求電流 I 為多少?

【答】
$$I = 3 A \circ$$



## ※ 3-6.3 惠斯登電橋

圖 3-33 所示為一惠斯登電橋(Wheatstone bridge),是由四個電阻及一個檢流計。所組成,其中  $R_x$  為待測電阻,可藉由調整可變電阻  $R_s$  的大小來測知其電阻値。測量時,我們調整可變電阻  $R_s$  ,使通過檢流計的電流  $I_G$  為零,此時稱為電橋平衡,且待測電阻  $R_x = \frac{R_2}{R_s} R_s$  。其證明如下:



lacktriangle 圖 3-33 **惠斯登電橋** 可藉由調整可變電阻  $R_s$  的大小來測知未知電阻  $R_x$  的大小。電橋平衡時  $I_c=0$ ,則  $R_x=rac{R_2}{R}R_s$ 。

當電橋平衡時,檢流計無電流通過,則  $C \cdot D$ 兩端可視爲斷路或短路,如圖 3-33(b)所示。根據分壓定律可知:

$$V_C = V_D \implies \frac{R_2}{R_1 + R_2} E = \frac{R_X}{R_S + R_X} E \implies R_2(R_S + R_X) = R_X(R_1 + R_2)$$

整理後可得 $R_xR_s = R_xR_1$ ,則待測電阻 $R_x$ 為:

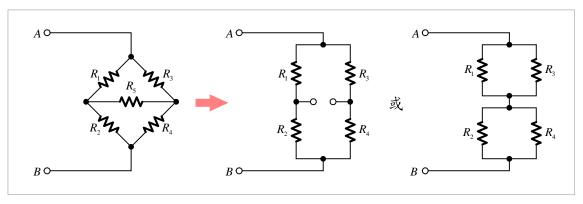
#### Σ 重要公式

$$R_X = \frac{R_2}{R_1} R_S \quad [\Omega, \text{ $\mathbb{R}$} \text{ $\mathbb{R}$}] \tag{3-6-3}$$



惠斯登電橋的應用如下:如圖 3-34 所示電路,若  $R_1R_4=R_2R_3$ (對邊電阻 交叉相乘的乘積相等),或  $\frac{R_1}{R_2}=\frac{R_3}{R_4}$ (兩側電阻的比值相等)時,是為電橋平 衡,則電阻  $R_5$  可任意移除或將其短路,所以:

$$R_{AB} = (R_1 + R_2) / (R_3 + R_4) = (R_1 / / R_3) + (R_2 / / R_4)$$



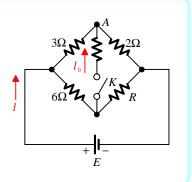
▲ 圖 3-34 惠斯登電橋平衡時的應用 電橋平衡時,電阻 R, 可視為斷路或短路。

#### 範例 3-25

如右圖所示電路,若開關K的打開與閉合對電流I無影響,則電阻R應為多少?

【解】若圖中開關 K之 ON 、 OFF 對 I無影響,表示  $I_0 = 0$ A ,則根據電橋平衡公式:

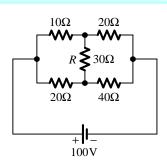
$$(3\Omega)R = (2\Omega)(6\Omega)$$
  $\therefore R = \frac{(2\Omega)(6\Omega)}{3\Omega} = 4\Omega$ 



### 馬上練習

如右圖所示電路,試求電阻R所消耗之功率為多少?

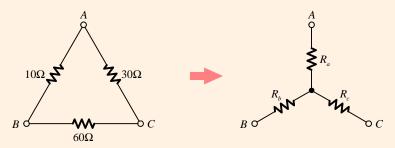
【答】
$$P_R = 0 \text{ W}$$
。





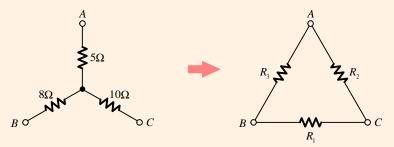
## ↑ 單元評量 ◎ □ ↑

1. 試將圖(1)的  $\Delta$  型電路化成 Y 型電路,則  $R_a =$  \_\_\_\_\_  $\Omega$  ,  $R_b =$  \_\_\_\_\_  $\Omega$  ,  $R_c =$  \_\_\_\_\_  $\Omega$  。



圖(1)

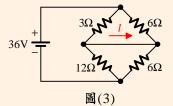
2. 試將圖(2)的 Y 型電路化成 $\Delta$ 型電路,則  $R_{\rm l}$  = \_\_\_\_\_  $\Omega$  ,  $R_{\rm 2}$  = \_\_\_\_\_  $\Omega$  ,  $R_{\rm 3}$  = \_\_\_\_\_  $\Omega$  。



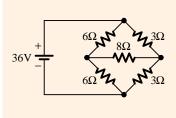
圖(2)

3. 如圖(3)所示電路,試求  $I = \_\_\_$  A。(請用 Y -  $\Delta$  互換法計算)

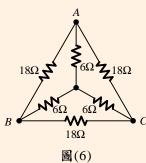




5. 如圖(5)所示電路,試求 
$$I = ____ A$$
。



907, 143



圖(5)

6. 如圖(6)所示電路,試求  $B \times C$  二點間的電阻  $R_{BC} =$  \_\_\_\_\_  $\Omega$  。





## 重點摘要

- 電路:是電流經過的途徑,也就是電子移動所流經的路徑。一個基本的電路 組成,至少須具備 (1)電源 (2)導線 (3)負載 三項元件。
- 2. **串聯電路**:兩個或兩個以上的電子元件串接而組成之電路,其中電流只有一條單一路徑。
- 3. 電阻串聯電路的特性:
  - (1) 串聯電路的總電流與流經每一電阻之電流相等。

$$I = I_1 = I_2 = \cdots = I_N$$

(2) 串聯電路的總電動勢等於電路的總電壓降。(總電壓降為電路各電阻壓降之和)

$$E = V_T = V_1 + V_2 + \cdots + V_N$$

(3) 串聯電路的總電阻值等於電路各電阻值之和。

$$R_T = R_1 + R_2 + \cdots + R_N$$

(4) 串聯電路的總功率等於電路各電阻所消耗功率之和。

$$P_T = P_1 + P_2 + \dots + P_N$$

$$= I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + \dots + I_N^2 R_N = I^2 R_1 + I^2 R_2 + \dots + I^2 R_N$$

$$= I^2 (R_1 + R_2 + \dots + R_N) = I^2 R_T$$

- (5) 若有 n 個歐姆數相同之電阻串聯,則其總電阻為其單一電阻歐姆數之 n 倍;即  $R_T=nR$ 。例:若有 5 個  $100\Omega$  之電阻串聯,則其總電阻  $R_T=5\times100=500\,\Omega$ 。
- 4. 並聯電路:電路中的兩個或兩個以上的元件以二個共用點方式連接,造成電流通路有二條以上的路徑。
- 5. 電阻並聯電路的特性:
  - (1) 並聯電路的總電流等於分流至各電阻器電流之和。

$$I_T = I_1 + I_2 + \dots + I_N$$

(2) 並聯電路的總電動勢等於電路的總電壓降。(總電壓降等於各電阻器之電壓降)

$$E = V_{ab} = V_1 = V_2 = \cdots = V_N$$



(3) 並聯電路的總電阻值倒數等於各電阻器電阻值倒數之和。

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N}$$

註:若只有  $R_1$  與  $R_2$  並聯時,則  $\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ ,即  $R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ 。

(4) 並聯電路中的總電導值等於各電導值之和。

$$G_T = G_1 + G_2 + \cdots + G_N$$

(5) 並聯電路中的總功率等於各電阻器所消耗功率之和。

$$P_{T} = P_{1} + P_{2} + \dots + P_{N}$$

$$= \frac{V_{1}^{2}}{R_{1}} + \frac{V_{2}^{2}}{R_{2}} + \dots + \frac{V_{N}^{2}}{R_{N}} = \frac{E^{2}}{R_{1}} + \frac{E^{2}}{R_{2}} + \dots + \frac{E^{2}}{R_{N}}$$

$$= E^{2} \left( \frac{1}{R_{1}} + \frac{1}{R_{2}} + \dots + \frac{1}{R_{N}} \right) = \frac{E^{2}}{R_{T}}$$

(6) 若有n個歐姆數相同之電阻相並聯,則其總電阻為其單一電阻歐姆數的

 $\frac{1}{n}$ 倍;即  $R_T=\frac{1}{n}R$ ,且流過每一個電阻之分路電流為  $\frac{1}{n}I$ 。例:若有 5 個  $100\Omega$  之電阻並聯,則其總電阻  $R_T=\frac{1}{5}\times 100=20$   $\Omega$  。

- 6. 電壓源:內阻r與負載電阻 $R_L$ 串聯,而且內阻值愈小,電壓源供應的電壓便愈穩定。
- 7. 電流源:內阻r與負載電阻 $R_L$ 並聯,而且內阻值愈大,電流源供應的電流便愈穩定。
- 8. 迴路:電路中任何封閉的電流導通路徑。
- 9. 克希荷夫電壓定律(KVL):
  - (1) 任一封閉電路內之電壓代數和為零。即

$$\sum E - \sum V = 0$$

(2) 任一封閉電路內,其電壓昇之和等於電壓降之和。即

$$\sum (E_{-\rightarrow +} \ \ D \ V_{-\rightarrow +})$$
 (電壓昇) =  $\sum (E_{+\rightarrow -} \ \ D \ V_{+\rightarrow -})$  (電壓降)

10. 電阻串聯電路之電壓分配定則(分壓法):

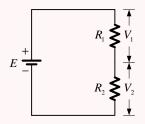
$$V_x = \frac{R_x}{R_T} E \qquad (\vec{x} + x = 1, 2, 3, \cdots)$$



11. 兩個電阻串聯電路之分壓法(最常用):

$$V_{1} = \frac{R_{1}}{R_{T}}E = \frac{R_{1}}{R_{1} + R_{2}}E$$

$$V_{2} = \frac{R_{2}}{R_{T}}E = \frac{R_{2}}{R_{1} + R_{2}}E$$



- 12. 節點:電路中兩條或兩條以上電路分支的共用點。
- 13. 克希荷夫電流定律(KCL): 在任一個電流網路中,流入某一節點的電流總和必等於流出該節點的電流 總和。即

$$\sum I_{in} = \sum I_{out}$$

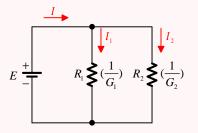
14. 電阻並聯電路之電流分配定則(分流法):

$$I_x = \frac{R_T}{R_x} I$$
 ( $\exists \forall x = 1, 2, 3, \dots$ )

15. 兩個電阻並聯電路之分流法(最常用):

$$I_{1} = \frac{R_{2}}{R_{1} + R_{2}}I = \frac{G_{1}}{G_{1} + G_{2}}I$$

$$I_{2} = \frac{R_{1}}{R_{1} + R_{2}}I = \frac{G_{2}}{G_{1} + G_{2}}I$$



- 16. 電流表:測量通過負載的電流時,電流表應與負載相串聯。為了減少測量時 所造成的誤差,電流表的內電阻應該儘量減小。
- 17. 倍增器:將電壓表串聯一個電阻器作成電壓倍增器,可以量測超過電壓表量 度範圍的電壓。

$$R_m = (m-1)R_V$$
  
式中, $m = \frac{E}{E_V}$ (測量電壓之倍率)

 $\begin{array}{cccc}
& E_{V} \\
& R_{m} & R_{V}
\end{array}$ 

 $R_m$ : 倍增電阻器  $R_V$ : 電壓表之內阻

18. 電壓表:測量負載兩端電壓時,電壓表應與負載相並聯。電壓表本身也具有內阻,選用時宜採用高內阻的電壓表,以避免誤差。



21. 分流器:為擴增電流表的量測範圍,且另一方面也可以保護表頭,避免因測量的電流過大而損壞表頭。

$$R_S = \frac{1}{n-1} R_A$$

式中,
$$n = \frac{I}{I_A}$$
(欲測量電流之倍率)

 $R_s$ :分流電阻器  $R_A$ :電流表之內阻



(1) △型化成Y型電路

$$R_a = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_b = \frac{R_3 R_1}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_c = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3}$$

(2) Y型化成△型

$$R_{1} = \frac{R_{a}R_{b} + R_{b}R_{c} + R_{c}R_{a}}{R_{a}}$$

$$R_{2} = \frac{R_{a}R_{b} + R_{b}R_{c} + R_{c}R_{a}}{R_{b}}$$

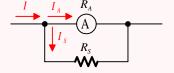
$$R_{3} = \frac{R_{a}R_{b} + R_{b}R_{c} + R_{c}R_{a}}{R_{a}}$$

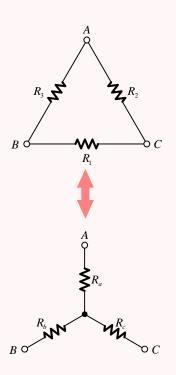
(3) 若每邊電阻值相等,則

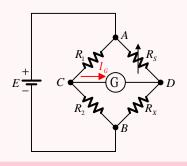
$$R_{\rm Y} = \frac{1}{3} R_{\Delta} \qquad R_{\Delta} = 3 R_{\rm Y}$$

23. 惠斯登電橋:當電橋平衡時,通過檢流計的電流為零,則

$$R_X = \frac{R_2}{R_1} R_S$$







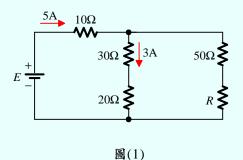


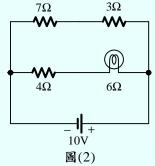


## 學後評量

#### 一、選擇題

- ( )1. 串聯電路是指 (A)電路中的元件以串接方式連接 (B)電路中只有單一路 徑 (C)流過各元件上的電流均相同 (D)以上皆是
- ( )2. 已知一串聯電路由兩個相同電阻組成,電路的總電流為 2A,試求流經每一電阻上的電流分別為 (A)1A 、 1A (B)1A 、 2A (C)2A 、 1A (D) 2A 、 2A
- ( )3. 分析電阻串聯電路時,利用下列哪一個定律最恰當? (A)克希荷夫電流定律 (B)克希荷夫電壓定律 (C)克希荷夫功率定律 (D)克希荷夫電阻定律
- ( )4. 有 3 個電阻值分別為  $6k\Omega$   $\times$  4.7 $k\Omega$   $\times$  330 $\Omega$  的電阻器串聯,則此電路的總電阻值為 (A)11.03 $M\Omega$  (B)  $6k\Omega$  (C)11.03 $\Omega$  (D)11.03 $k\Omega$
- ( )5. 電阻串聯電路的總電阻值為 (A)電路的總電壓除以電路總電流 (B)各別電阻值的和 (C)以上皆是 (D)以上皆非
- ( )6. 理想電壓源可供應變動負載  $R_L$ 之 (A)固定電壓及固定電流 (B)固定電壓及變動電流 (C)變動電壓及變動電廠及固定電流
- ( )7. 理想電壓源之特性為 (A)電流保持恆定值 (B)電路內阻無限大 (C)電路 內阻等於零 (D)輸出電壓隨負載變動
- ( )8. 三個電阻分別為  $3\Omega \times 10\Omega \times 2\Omega$  ,若將三個電阻串聯後,其  $3\Omega$  兩端之電 壓為 30V ,則線路電流為 (A)3A (B)10A (C)15A (D)28A
- ( )9. 如圖(1)所示電路,電阻 R 兩端的電壓為 (A)100V (B)50V (C)150V (D) 250V
- ( )10. 如圖(1)所示電路,電阻 R 值為 (A)  $25\Omega$  (B)  $50\Omega$  (C)  $150\Omega$  (D)  $100\Omega$

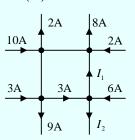




- ( )11. 有 10 歐姆、 20 歐姆、 30 歐姆三個電阻器並聯在一起,若 10 歐姆之電流 為 0.1 安培,則 (A)20 歐姆之電流為 0.2 安培 (B)30 歐姆之電流為 0.25 安培 (C)20 歐姆之電流為 0.05 安培 (D)30 歐姆之電流為 0.33 安培
- ( )12. 如圖(2)所示電路, $6\Omega$ 的燈泡因燒壞而斷路後, $4\Omega$ 電阻兩端的電位差為 (A)10V (B)4V (C)0V (D)7V

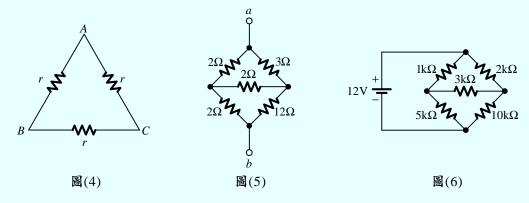


- ( )13. 有三個電阻並聯,其電阻值分別為 20 歐姆、 10 歐姆、 5 歐姆,若流經 10 歐姆的電流為 2A ,則總電流為 (A)7A (B)8A (C)5A (D)10A
- ( )14. 如圖(3)所示,  $I_1$ 及  $I_2$ 分別為 (A)2A, 7A (B) 7A, 2A (C)2A, 11A (D)-7A, 2A
- ( )15. 兩個相同之電阻並聯後,由一理想電壓源供電, 此兩電阻共消耗 200W 之功率,若將此兩電阻改 為串聯,則兩電阻共消耗多少功率? (A)50W (B)100W (C)200W (D)400W



圖(3)

- ( )16. 下列敘述何者正確
  - (A)理想電壓源其內阻應為零,而理想電流源其內阻亦為零
  - (B)理想電壓源其內阻應為零,而理想電流源其內阻應為無窮大
  - (C)理想電壓源其內阻應為無窮大,而理想電流源其內阻應為零
  - (D)理想電壓源其內阻應為無窮大,而理想電流源其內阻亦為無窮大
- ( )17. 有三個電阻並聯的電路,其電阻值分別為  $5\Omega \times 10\Omega \times 20\Omega$  ,如果流經  $20\Omega$  電阻的電流為 1A ,則此電路總電流為多少? (A)3A (B)5A (C) 7A (D)9A
- ( )18. 如圖(4)所示,三只相同之電阻接成  $\Delta$  型,則自  $\Delta$  型之任意兩端量測其電阻值,所得應為單獨一個電阻的幾倍? (A)2 倍 (B)1.5 倍 (C)  $\frac{2}{3}$  倍 (D)  $\frac{1}{3}$  倍



- ( )19. 如圖(5)所示電路,求 ab 兩端的等效電阻  $R_{ab}$  = ? (A)12 $\Omega$  (B)9 $\Omega$  (C)  $6\Omega$  (D)3 $\Omega$
- ( )20. 如圖(6)所示,其流經 3kΩ 電阻之電流為: (A)1mA (B)2mA (C)5mA (D)0A

#### 第3章 串並聯電路



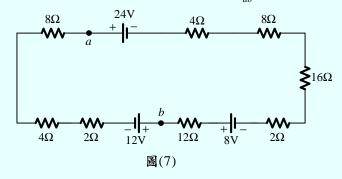
- ※( )21. 利用電橋測量電阻,是屬於何種測量方法? (A)直接測量法 (B)間接測量法 (C)比較測量法 (D)絕對測量法
- ※( )22. 一只 100V 、 1000W 的電熱線與一只 100V 、 500W 的電熱線串聯使用, 若於兩端加入 100V 的電壓,此時兩電熱線的總電功率為 (A)1500W (B) 750W (C) $\frac{500}{3}$ W (D) $\frac{1000}{3}$ W
- ※( )23. 將 100V、100W與 100V、10W的兩個相同材質的電燈泡串聯後,兩端接上 99V電源,則試問哪個電燈泡會較亮? (A)10W的電燈泡 (B) 100W的電燈泡 (C)兩者亮度相同 (D)10W的電燈泡將燒毀
- ※( )24. 將 110V 、 100W 與 220V 、 400W 的兩個相同材質的電燈泡串聯後,兩端接上 220V 電源,則 (A)100W 的電燈泡燒毀 (B)400W 電燈泡消耗功率較高 (C)兩者消耗功率相同 (D)兩電燈泡都不亮
- ※( )25. 有兩個 110V \ 100W 的電燈泡,若將其串接在 110V 電源時,每個燈泡 所消耗的功率為 (A)25W (B)50W (C)100W (D)200W
- ※( )26. 有兩個電阻電阻值比為 2:1 , 兩電阻所能承受的最大功率均為 1W , 串聯 之後所能承受的最大總功率為 (A)1.25W (B)1.5W (C)1.75W (D)2W
- %( )27.  $5k\Omega$   $\times$  5W 與  $5k\Omega$   $\times$  2W 的兩個電阻器串聯,其等值電阻為 (A)  $5k\Omega$   $\times$  7W (B)  $10k\Omega$   $\times$  7W (C)  $10k\Omega$   $\times$  4W (D)  $10k\Omega$   $\times$  5W
- (P) (P)
- ※( )29. 要擴大直流電流表的測量範圍,必須使用 (A)倍增器 (B)分流器 (C)電 壓表 (D)放大器
- ※( )30. 有一電阻為 20 歐姆的電流計,表頭的最大刻度為 0.2 安培,如果想將測量範圍擴增至 1.0 安培時,應如何改裝? (A)串聯 5 歐姆的電阻 (B)並聯 20 歐姆的電阻 (C)並聯 5 歐姆的電阻 (D)並聯 10 歐姆的電阻

#### 二、計算題

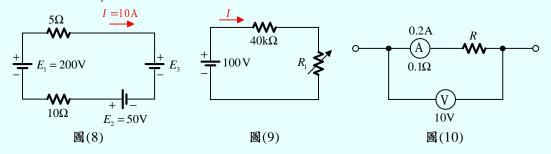
- 1. 有一 50V 的電壓源與  $2\Omega \times 3\Omega \times 5\Omega$  三個電阻串聯成一個迴路,試求  $3\Omega$  電阻器兩端的電壓為多少伏特?
- 2. 如果將  $R_1$ 與  $R_2$ 兩個電阻串聯於 200 伏特電源,已知  $R_1$ 的功率為 50 瓦特,  $R_2$  的功率為 150 瓦特,試求  $R_1$ 的電阻值為多少?



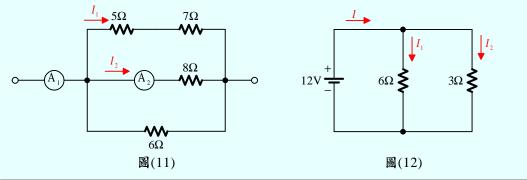
3. 如圖(7)所示電路,試求  $a \times b$  端間的電位差 $V_{ab}$  為多少伏特?



- 4. 將三個額定功率分別為  $10W \times 60W \times 100W$  的  $10\Omega$  的負載電阻串聯在一起,則串聯後所能承受的最大額定功率為多少?
- 5. 如圖(8)所示電路,試求  $E_3 = ?$
- 6. 如圖(9)的電路中,可變電阻器  $R_1$ 調整範圍是  $30\mathrm{k}\Omega$  到  $60\mathrm{k}\Omega$  ,當可變電阻調整 到跨於  $R_1$ 兩端的電壓為最大值時,電流 I 等於多少  $\mathrm{mA}$  ?



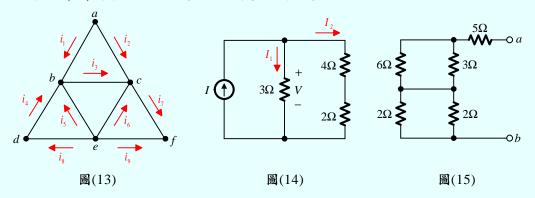
- 7. 將  $2\Omega \times 3\Omega \times 5\Omega$  三個電阻並聯,連接一個 50V 的電壓源,試求通過每個電阻器電流為多少安培?
- 8. 如圖(10)所示電路,伏特計的指針指在 10V,安培計指在 0.2A,若已知安培計的內阻為  $0.1\Omega$ ,試求電阻 R為多少歐姆?
- 9. 如圖(11)所示電路,如果 A,讀數為 3A,試求 A,讀數為多少安培?
- 10. 試求圖(12)並聯電路中的總電阻、線路電流與流過各電阻器上的分路電流為多少?



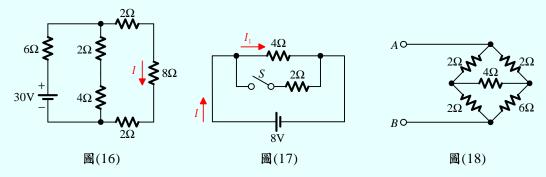
#### 第3章 串並聯電路



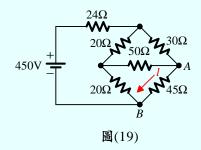
- 11. 如圖(13)所示,電流  $i_1=2A$  ,  $i_3=5A$  ,  $i_7=4A$  ,  $i_8=6A$  ,則  $i_5$  、  $i_6$  的值分别 為多少安培?
- 12. 如圖(14)所示電路,若電壓V=12V,試求電流源I為多少?
- 13. 如圖(15)所示電路,試求 $a \times b$ 間總電阻為多少?



- 14. 如圖(16)所示電路,試求電流I為多少?
- 15. 如圖(17)所示電路,試求:
  - (1) 開關 S於 ON 時之電流 I 為開關 S於 OFF 時的幾倍?
  - (2) 開關 S 於 ON 時之電流  $I_1$  為開關 S 於 OFF 時的幾倍?
- 16. 在圖(18)中 A 、 B 兩點之電阻為多少?

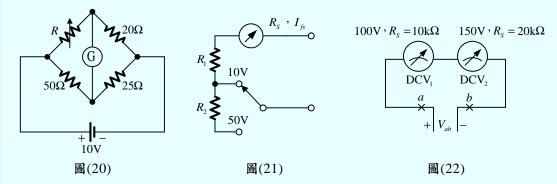


17. 如圖(19)所示,試求流經 $A \setminus B$ 兩點間的電流I為多少安培?

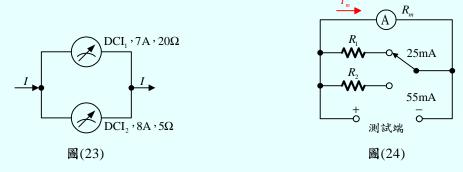




 $\times$  18. 如圖(20),設調節可變電阻 R 使 G 中沒有電流,則 R 之值為多少?



- % 19. 基本電表滿刻度電流  $I_m=50\mu\mathrm{A}$  ,電表內阻  $R_m=2\mathrm{k}\Omega$  ,欲擴展為滿刻度 10V 範圍的電壓表,則應串聯倍率電阻為多少  $\mathrm{k}\Omega$  ?
- ※20. 如圖(21)所示,為多範圍直流電壓表,電表之  $R_s=1$ k $\Omega$  ,  $I_{fs}=50\mu\mathrm{A}$  ,使電壓表分別量測 10V 及 50V ,則  $R_1$ 及  $R_2$  值應分別為多少?
- ※21. 如圖(22),2個 DCV 表分別為 DCV $_1$ (滿刻度 100V ,內阻  $10k\Omega$  )及 DCV $_2$ (滿刻度 150V ,內阻  $20k\Omega$  ),則最大可測直流電壓 $V_a$ ,為多少 V?
- % 22. 一個規格為  $100\Omega$  、 100W 的電熱器,與另一個規格為  $100\Omega$  、 400W 的電熱器 中聯之後,再接上電源,若不使此兩電熱器中任何一個之消耗功率超過其規格,則電源之最高電壓為多少 V ?
- % 23. 如圖(23)所示, 2 個 DCI 表分別為 DCI $_1$ (滿刻度 7A ,內阻 20 $\Omega$  ) 及 DCI $_2$ (滿刻度為 8A ,內阻 5 $\Omega$  ) ,則最大可測直流電流 I 為多少?



- ※24. 如圖(24)為分路式電流表之電路,若電流表的表頭滿刻度電流  $I_m=5\mathrm{mA}$ ,電表內阻  $R_m=40\Omega$ ,則  $R_1$ 及  $R_2$  應為多少?
- ※25. 1.5V 之電池所能供給的最大電流設為 3A ,則四只電池串聯使用時,其所能供應之最大電流為多少安培?