CH 10

交流電功率

由於交流電路中的電壓與電流值會隨時間的變化而不斷改變，且對於電容性或電感性電路而言，其電壓與電流皆存在有相位關係；因此在討論交流電路的功率時，便不能如直流電路般，直接以電壓與電流的乘積來計算了。本章將探討交流電路中的平均功率、虛功率、視在功率、與功率因數等概念，並探討各種功率在交流電路中的相關應用。

學習目標

- 瞭解平均功率、虛功率與視在功率的意義
- 熟悉有關交流功率的計算
- 瞭解功率因素的意義及影響

本章目錄

10-1 平均功率

在討論交流電路的**平均功率**（average power）之前，首先須由**瞬間功率**（instantaneous power）的概念開始，因爲平均功率即是所有瞬間功率的平均值。在本節中，將說明正弦波交流電路的瞬間功率，然後逐步介紹純電阻、純電容、與純電感等基本交流電路的平均功率。

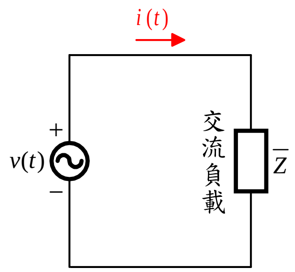
10-1.1 瞬間功率

假設交流電源接在一交流負載 $\overline{Z}$ 的兩端，如圖 10-1 所示，輸入電壓與電流的瞬間值分別爲：

$$v(t) = V_m \sin(\omega t + \theta_v) = \sqrt{2}V \sin(\omega t + \theta_v) \quad 〔\mathrm{V}, 伏特〕 \qquad (10\text{-}1\text{-}1)$$

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \theta_i) = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \theta_i) \quad 〔\mathrm{A}, 安培〕 \qquad (10\text{-}1\text{-}2)$$

其中，θ_v 爲電壓的初始相位；θ_i 爲電流的初始相位。



▲ 圖 10-1　基本的交流電路

交流電路的瞬間功率定義爲：在任一時刻，負載兩端之瞬間電壓值與通過之瞬間電流值的乘積，以數學式表示爲：

Σ 重要公式

$$p(t) = v(t)\cdot i(t) \quad〔\text{W, 瓦特}〕 \tag{10-1-3}$$

其中 $p(t)$ 爲交流電路在時刻 t 時的瞬間功率值，單位爲瓦特；

$v(t)$ 爲交流電路在時刻 t 時的瞬間電壓值，單位爲伏特；

$i(t)$ 爲交流電路在時刻 t 時的瞬間電流值，單位爲安培。

將(10-1-1)及(10-1-2)式代入(10-1-3)式，得瞬間功率爲：

$$\begin{aligned} p(t) &= V_m\sin(\omega t+\theta_v)\cdot I_m\sin(\omega t+\theta_i) \\ &= \sqrt{2}V\sin(\omega t+\theta_v)\cdot\sqrt{2}I\sin(\omega t+\theta_i) \\ &= 2VI\sin(\omega t+\theta_v)\cdot\sin(\omega t+\theta_i) \end{aligned} \tag{10-1-4}$$

應用三角函數公式：$2\sin A\cdot\sin B=\cos(A-B)-\cos(A+B)$，式中令 $A=\omega t+\theta_i$、$B=\omega t+\theta_v$，代入(10-1-4)式得：

Σ 重要公式

$$\begin{aligned} p(t) &= VI\{\cos[(\omega t+\theta_i)-(\omega t+\theta_v)]-\cos[(\omega t+\theta_i)+(\omega t+\theta_v)]\} \\ &= VI\{\cos(\theta_i-\theta_v)-\cos(2\omega t+\theta_i+\theta_v)\} \\ &= VI\cos\theta_p - VI\cos(2\omega t+\theta_i+\theta_v) \end{aligned} \tag{10-1-5}$$

上式中，θ_p（$=\theta_i-\theta_v$）爲交流電路中電流對電壓的相位角，也稱爲**功率因數角**；V 爲電壓的有效值；I 爲電流的有效值。圖 10-2 所示爲瞬間功率的波形圖，由圖中可看出瞬間功率的最大值與最小值爲：

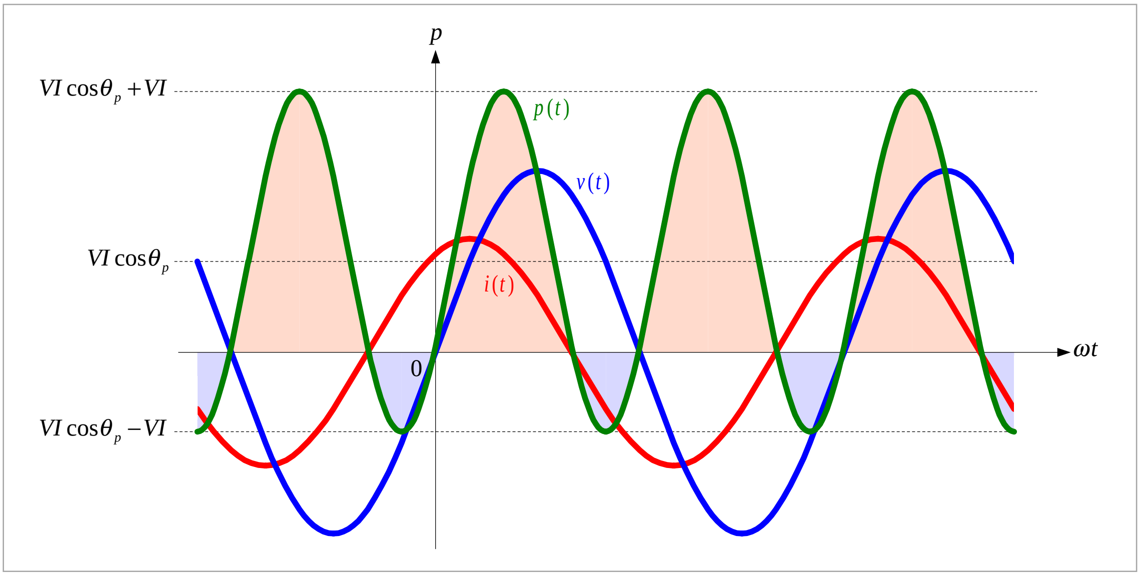
Σ 重要公式

最大瞬間功率：$P_{\max} = VI\cos\theta_p + VI$　　（當 $\cos(2\omega t+\theta_i+\theta_v) = -1$ 時）

最小瞬間功率：$P_{\min} = VI\cos\theta_p - VI$　　（當 $\cos(2\omega t+\theta_i+\theta_v) = 1$ 時）

註：功率因數角的定義有兩種：

1. 以電路電壓為基準，$\theta_p=\theta_i-\theta_v=\theta_Y$，常用於電力系統及美規等。
2. 以電路電流為基準，$\theta_p=\theta_v-\theta_i=\theta_Z$，常用於電路學及歐規等。



▲ **圖 10-2 瞬間功率的波形** 瞬間功率 $p(t)$ 介於 $VI\cos\theta_p + VI$ 與 $VI\cos\theta_p - VI$ 之間。

10-1.2 平均功率

平均功率定義爲瞬間功率 $p(t)$ 在一個週期內的平均值，以大寫 P 表示。將(10-1-5)式取平均值時，由於弦波函數在一個週期內的平均值爲零，因此(10-1-5)式可化簡爲：

Σ 重要公式

$$P = VI\cos\theta_p \quad 〔\text{W, 瓦特}〕 \tag{10-1-6}$$

上式中的 P 稱爲**有效功率**（effective power）、**實功率**（real power）或有功功率。因爲有效功率是一個週期內之瞬間功率的平均值，所以又稱爲**平均功率**（average power）。一般所稱的電功率即是指平均功率而言，也是瓦特表測量到的功率數值，單位爲瓦特（W）。

純電阻交流電路

在純電阻電路中，電壓 $\overline{V}$ 與電流 $\overline{I}$ 的相位相同，其功率因數角 $\theta_p = \theta_i - \theta_v = 0°$。所以瞬間功率及平均功率分別爲：

瞬間功率

1. 由(10-1-5)式可知純電阻電路的瞬間功率為：

$$\begin{aligned} p(t) &= VI\cos\theta_p - VI\cos(2\omega t + \theta_i + \theta_v) \\ &= VI - VI\cos(2\omega t + \theta_i + \theta_v) && (\because \theta_i = \theta_v \quad \therefore \theta_p = 0^\circ) \\ &= VI - VI\cos(2\omega t) && (\text{設}\theta_i = 0^\circ \quad \theta_v = 0^\circ) \\ &= VI(1-\cos 2\omega t) && (10\text{-}1\text{-}7) \end{aligned}$$

2. 瞬間功率的最大值與最小值為：

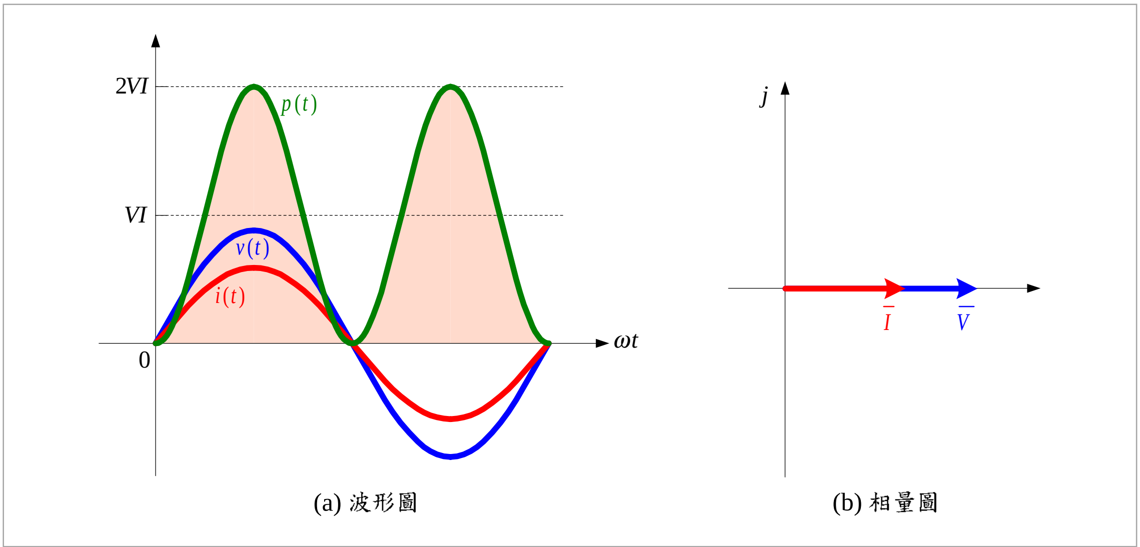
最大瞬間功率：

$$P_{\max} = VI\cos\theta_p + VI = 2VI \qquad (\because \theta_p = 0^\circ \text{ 或 } \cos 2\omega t = -1)$$

最小瞬間功率：

$$P_{\min} = VI\cos\theta_p - VI = 0 \qquad (\because \theta_p = 0^\circ \text{ 或 } \cos 2\omega t = 1)$$

3. 在純電阻電路中，瞬間功率的波形呈正弦波變化，且皆為正值；而瞬間功率的頻率為電壓或電流頻率的兩倍，如圖 10-3 所示。



▲ 圖 10-3　純電阻電路中電壓、電流與功率的波形及 $\overline{V}$ - $\overline{I}$ 相量圖

- 平均功率

將(10-1-7)式取平均值，因為 $\cos 2\omega t$ 函數在一週期內的平均值為零，所以得到純電阻電路的平均功率為：

$$P = VI\cos\theta_p = VI = I^2R = \frac{V^2}{R} \qquad (\because \theta_p = 0^\circ)$$

由上式可知：純電阻交流電路的平均功率與直流電路中的功率公式相同。

純電容交流電路

在純電容電路中，電流 $\bar{I}$ 超前電壓 $\bar{V}$ 的相位 90°，其功率因數角 $\theta_p = \theta_i - \theta_v = 90^\circ$。所以瞬間功率及平均功率分別為：

- 瞬間功率

1. 由(10-1-5)式可知純電容電路的瞬間功率為：

$$\begin{aligned} p(t) &= VI\cos\theta_p - VI\cos(2\omega t + \theta_i + \theta_v) \\ &= -VI\cos(2\omega t + \theta_i + \theta_v) && (\because \theta_p = 90^\circ) \\ &= -VI\cos(2\omega t + 90^\circ) && (設\ \theta_i = 90^\circ \quad \theta_v = 0^\circ) \\ &= VI\sin 2\omega t && \text{(10-1-8)} \end{aligned}$$

2. 瞬間功率的最大值與最小值為：

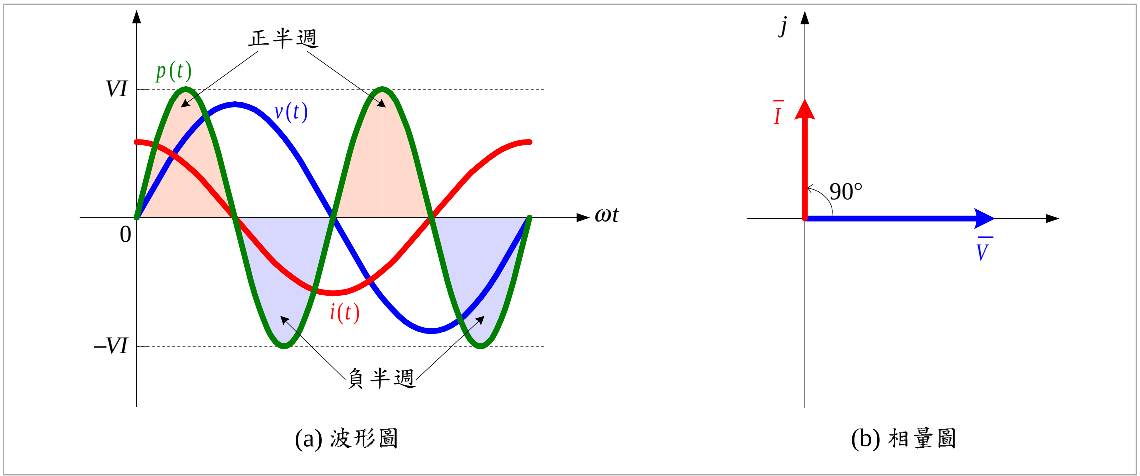
最大瞬間功率：

$$P_{\max} = VI\cos\theta_p + VI = VI \qquad (\because \theta_p = 90^\circ\ 或\ \sin 2\omega t = 1)$$

最小瞬間功率：

$$P_{\min} = VI\cos\theta_p - VI = -VI \qquad (\because \theta_p = 90^\circ\ 或\ \sin 2\omega t = -1)$$

3. 在純電容電路中，瞬間功率的波形呈正弦波變化，且正負半週相等；而瞬間功率的頻率亦爲電壓或電流頻率的兩倍，如圖 10-4 所示。



▲ 圖 10-4　純電容電路中電壓、電流與功率的波形及 $\overline{V}$ - $\overline{I}$ 相量圖

平均功率

將(10-1-8)式取平均值，因爲 sin $2\omega t$ 函數在一週期內的平均值爲零，所以得到純電容電路的平均功率爲：

$$P = VI\cos\theta_p = 0 \qquad (\because \theta_p = 90°)$$

實際電容電路的作用情形爲：在正半週時，電容器將電壓源供給的電能儲存；在負半週時，電容器將儲存的能量釋放至電路，送回到電源。**所以在一個週期內，電容器儲存與釋放的能量相等，並沒有消耗任何功率，平均功率為零**。

純電感交流電路

在純電感電路中，電流 $\overline{I}$ 滯後電壓 $\overline{V}$ 的相位 90°，其功率因數角 $\theta_p = \theta_i - \theta_v = -90°$。所以瞬間功率及平均功率分別爲：

瞬間功率

1. 由(10-1-5)式可知純電感電路的瞬間功率為：

$$
\begin{aligned}
p(t) &= VI\cos\theta_p - VI\cos(2\omega t+\theta_i+\theta_v) \\
&= -VI\cos(2\omega t+\theta_i+\theta_v) && (\because \theta_p = -90^\circ) \\
&= -VI\cos(2\omega t-90^\circ) && (設\ \theta_i = -90^\circ \quad \theta_v = 0^\circ) \\
&= -VI\sin 2\omega t && (10\text{-}1\text{-}9)
\end{aligned}
$$

2. 瞬間功率的最大值與最小值為：

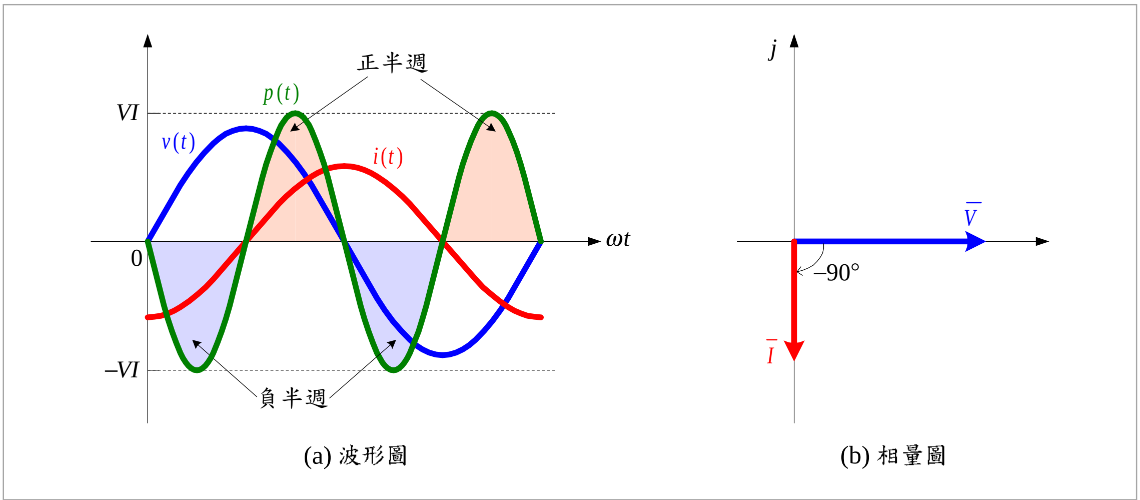
最大瞬間功率：

$$P_{\max} = VI\cos\theta_p + VI = VI \qquad (\because \theta_p = -90^\circ\ 或\ \sin 2\omega t = -1)$$

最小瞬間功率：

$$P_{\min} = VI\cos\theta_p - VI = -VI \qquad (\because \theta_p = -90^\circ\ 或\ \sin 2\omega t = 1)$$

3. 在純電感電路中，瞬間功率的波形呈正弦波變化，且正負半週相等；而瞬間功率的頻率亦為電壓或電流頻率的兩倍，如圖 10-5 所示。



▲ 圖 10-5　純電感電路中電壓、電流與功率的波形及 $\overline{V}$ - $\overline{I}$ 相量圖

- 平均功率

將(10-1-9)式取平均值，因爲 sin $2\omega t$ 函數在一週期內的平均值爲零，所以得到純電感電路的平均功率爲：

$$P = VI\cos\theta_p = 0 \qquad (\because \theta_p = -90^\circ)$$

實際電感電路的作用情形爲：在正半週時，電感器將電壓源供給的電能轉變爲磁能儲存；在負半週時，電感器將儲存的能量釋放至電路，送回到電源。所以在一個週期內，電感器儲存與釋放的能量相等，並沒有消耗任何功率，平均功率為零。

電容性交流電路〔含 R-C 串聯、R-C 並聯、R-L-C 串聯（$X_C > X_L$）及 R-L-C 並聯（$B_C > B_L$）〕

在電容性電路中，電流 $\overline{I}$ 超前電壓 $\overline{V}$ 的相位，其功率因數角 $\theta_p = \theta_i - \theta_v > 0^\circ$（$0^\circ < \theta_p < 90^\circ$）。所以瞬間功率及平均功率分別爲：

- 瞬間功率

1. 由(10-1-5)式可知電容性電路的瞬間功率爲：

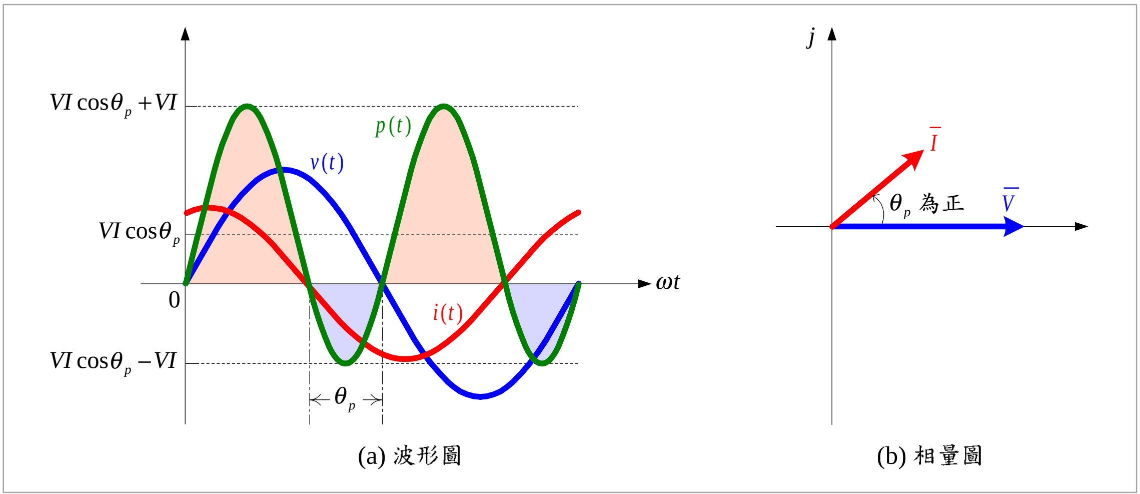
$$\begin{aligned} p(t) &= VI\cos\theta_p - VI\cos(2\omega t + \theta_i + \theta_v) \\ &= VI\cos\theta_p - VI\cos(2\omega t + \theta_p + 2\theta_v) && (\because \theta_p = \theta_i - \theta_v > 0^\circ) \\ &= VI\cos\theta_p - VI\cos(2\omega t + \theta_p) && (\text{設}\,\theta_v = 0^\circ) \\ &= VI[\cos\theta_p - \cos(2\omega t + \theta_p)] && (10\text{-}1\text{-}10) \end{aligned}$$

2. 瞬間功率的最大值與最小值爲：

$$\text{最大瞬間功率：}P_{max} = VI\cos\theta_p + VI \qquad (\because \cos(2\omega t + \theta_p) = -1)$$

$$\text{最小瞬間功率：}P_{min} = VI\cos\theta_p - VI \qquad (\because \cos(2\omega t + \theta_p) = 1)$$

3. 在電容性電路中，瞬間功率的波形呈正弦波變化，但正負半週並不相等；而瞬間功率的頻率亦為電壓或電流頻率的兩倍，如圖 10-6 所示。



▲ 圖 10-6　電容性電路中電壓、電流與功率的波形及 $\bar{V}$ - $\bar{I}$ 相量圖

- 平均功率

將(10-1-10)式取平均值，因為 $\cos(2\omega t+\theta_p)$ 函數在一週期內的平均值為零，所以得到電容性電路的平均功率為：

$$P = VI\cos\theta_p \qquad (\text{其中}\ 0^\circ < \theta_p < 90^\circ)$$

電感性交流電路〔含 R-L 串聯、R-L 並聯、R-L-C 串聯（$X_L > X_C$）及 R-L-C 並聯（$B_L > B_C$)〕

在電感性電路中，電流 $\bar{I}$ 滯後電壓 $\bar{V}$ 的相位，其功率因數角 $\theta_p = \theta_i - \theta_v < 0^\circ$（$-90^\circ < \theta_p < 0^\circ$）。所以瞬間功率及平均功率分別為：

- 瞬間功率

1. 由(10-1-5)式可知電感性電路的瞬間功率為：

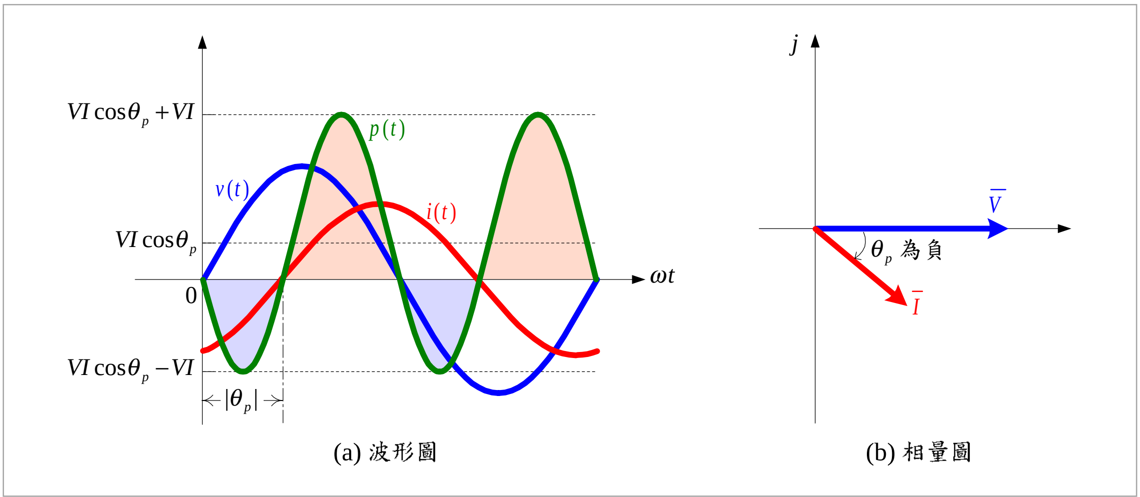
$$\begin{aligned}
p(t) &= VI\cos\theta_p - VI\cos(2\omega t + \theta_i + \theta_v) \\
&= VI\cos\theta_p - VI\cos(2\omega t + \theta_p + 2\theta_v) \qquad (\because \theta_p = \theta_i - \theta_v < 0^\circ) \\
&= VI\cos\theta_p - VI\cos(2\omega t + \theta_p) \qquad (\text{設}\ \theta_v = 0^\circ) \\
&= VI[\cos\theta_p - \cos(2\omega t - |\theta_p|)] \qquad (10\text{-}1\text{-}11)
\end{aligned}$$

2. 瞬間功率的最大值與最小值爲：

最大瞬間功率：$P_{max} = VI\cos\theta_p + VI$　$(\because \cos(2\omega t + \theta_p) = -1)$

最小瞬間功率：$P_{min} = VI\cos\theta_p - VI$　$(\because \cos(2\omega t + \theta_p) = 1)$

3. 在電感性電路中，瞬間功率的波形呈正弦波變化，但正負半週並不相等；而瞬間功率的頻率亦爲電壓或電流頻率的兩倍，如圖 10-7 所示。



▲ 圖 10-7　電感性電路中電壓、電流與功率的波形及 $\bar{V}$ - $\bar{I}$ 相量圖

- 平均功率

將(10-1-11)式取平均值，因爲 $\cos(2\omega t - |\theta_p|)$ 函數在一週期內的平均值爲零，所以得到電感性電路的平均功率爲：

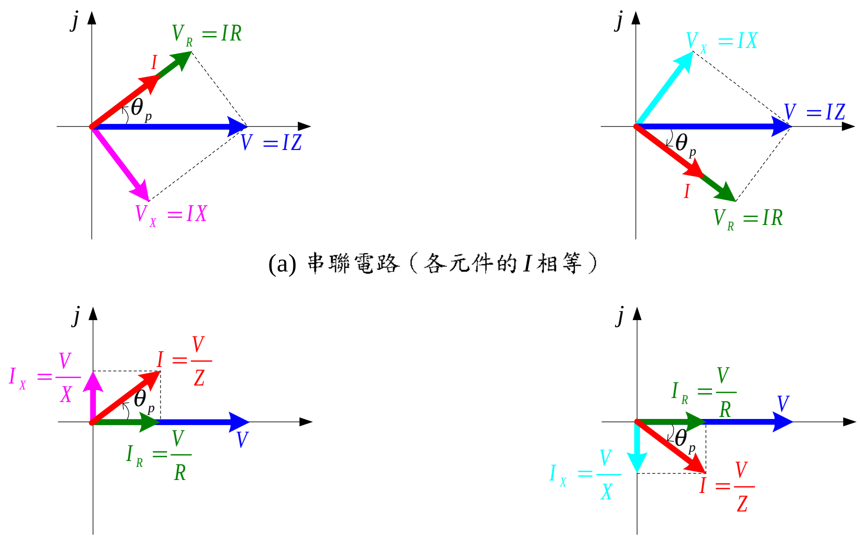
$$P = VI\cos\theta_p \qquad (\text{其中} -90^\circ < \theta_p < 0^\circ)$$

由上述的說明可得到一結論：**在交流電路中必須存在有電阻 R，才會產生損耗的平均功率 P**。其平均功率 P 在串聯時與並聯時（如圖 10-8）的數學公式，分別表示如下：

Σ 重要公式

串聯電路：$P=VI\cos\theta_p=(V\cos\theta_p)I=(V_R)I=(IR)I=I^2R$

並聯電路：$P=VI\cos\theta_p=V(I\cos\theta_p)=V(I_R)=V(\dfrac{V}{R})=\dfrac{V^2}{R}=V^2G$



(a) 串聯電路（各元件的 I 相等）

(b) 並聯電路（各元件的 V 相等）

▲ 圖 10-8　串聯電路與並聯電路的平均功率

範例 10-1

有一純電阻交流電路，正弦波交流電壓為 110V 、 60Hz ，電阻為10Ω ，試求瞬間功率的頻率 f_p 、最大值 $P_{\max}$ 、最小值 $P_{\min}$ 與平均功率 P 為多少？

【解】(1) $f_p=2f=2\times60=120\ \text{Hz}$

(2) $P_{\max}=VI\cos\theta_p+VI=2VI=2\dfrac{V^2}{R}=2\times\dfrac{110^2}{10}=2420\ \text{W}$

(3) $P_{\min}=VI\cos\theta_p-VI=0\ \text{W}$

(4) $P=VI\cos\theta_p=VI=\dfrac{V^2}{R}=\dfrac{110^2}{10}=1210\ \text{W}$

馬上練習　有一純電阻交流電路，正弦波交流電壓為 200V 、 50Hz ，若平均功率為 400W ，試求瞬間功率的頻率 f_p 、最大值 $P_{\max}$ 、最小值 $P_{\min}$ 與電阻值 R？

【答】 $f_p=100\ \text{Hz}$， $P_{\max}=800\ \text{W}$， $P_{\min}=0\ \text{W}$， $R=100\ \Omega$ 。

範例 10-2

有一純電容交流電路，正弦波交流電壓 $v(t)=50\sin 157t$ V，電容的容抗 $X_C=10\Omega$，試求瞬間功率的頻率 f_p、最大值 $P_{\max}$、最小值 $P_{\min}$ 與平均功率 P 為多少？

【解】(1) $f_p = 2f = 2\times\dfrac{\omega}{2\pi} = 2\times\dfrac{157}{2\times3.14} = 50$ Hz

(2) $V = \dfrac{V_m}{\sqrt{2}} = \dfrac{50}{\sqrt{2}} = 25\sqrt{2}$ V　　$I = \dfrac{V}{X_C} = \dfrac{25\sqrt{2}}{10} = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$ A

$P_{\max} = VI\cos\theta_p + VI = VI = 25\sqrt{2}\times\dfrac{5\sqrt{2}}{2} = 125$ W

(3) $P_{\min} = VI\cos\theta_p - VI = -VI = -25\sqrt{2}\times\dfrac{5\sqrt{2}}{2} = -125$ W

(4) $P = VI\cos\theta_p = 0$ W　　（$\because \theta_p = 90°$）

馬上練習　有一純電感交流電路，正弦波交流電壓 $v(t)=50\sqrt{2}\sin 377t$ V，電感的感抗 $X_L=5\Omega$，試求瞬間功率的頻率 f_p、最大值 $P_{\max}$、最小值 $P_{\min}$ 與平均功率 P 為多少？

【答】$f_p = 120$ Hz，$P_{\max} = 500$ W，$P_{\min} = -500$ W，$P = 0$ W。

範例 10-3

試求下列各式的平均功率為多少？

(1) $V=10\angle 60°$ V，$I=5\angle 0°$ A　　(2) $V=12\sqrt{2}\angle 30°$ V，$I=6\angle 75°$ A

【解】(1) 功率因數角為：

$\theta_p = \theta_i - \theta_v = 0° - 60° = -60°$　　（電流 $\bar{I}$ 的相位滯後電壓 $\bar{V}$）

由(10-1-6)式得平均功率為：

$P = VI\cos\theta_p = 10\times5\times\cos(-60°) = 25$ W

(2) 功率因數角為：

$\theta_p = \theta_i - \theta_v = 75° - 30° = 45°$　　（電流 $\bar{I}$ 的相位超前電壓 $\bar{V}$）

由(10-1-6)式得平均功率為：

$P = VI\cos\theta_p = 12\sqrt{2}\times6\times\cos(45°) = 72$ W

馬上練習 試求下列各式的平均功率為多少？

(1) $V=50\angle 90°\text{V}$ ， $I=10\angle 0°\text{A}$

(2) $v(t)=10\cos\omega t\text{V}$ ， $i(t)=2\sin(\omega t+45°)\text{A}$

【答】$P = 0\text{ W}$，$P = 5\sqrt{2}\text{ W}$。

單元評量

1. 有一純電阻交流電路，其電壓 $v(t)=100\sqrt{2}\sin 377t\text{V}$ ， $R=20\Omega$ ，試求 $P=$ ＿＿＿＿＿ W，$P_{max}=$ ＿＿＿＿＿ W，$P_{min}=$ ＿＿＿＿＿ W。
2. 有一純電容交流電路，其電流 $i(t)=10\sqrt{2}\sin 100t\text{A}$ ， $C=200\mu\text{F}$ ，試求 $P=$ ＿＿＿＿＿ W，$P_{max}=$ ＿＿＿＿＿ W，$P_{min}=$ ＿＿＿＿＿ W。
3. 有一純電感交流電路，其電壓 $v(t)=100\sqrt{2}\sin 100t\text{V}$ ， $L=0.1\text{H}$ ，試求 $P=$ ＿＿＿＿＿ W，$P_{max}=$ ＿＿＿＿＿ W，$P_{min}=$ ＿＿＿＿＿ W。
4. 有一 R-C 串聯交流電路，其電流 $i(t)=10\sqrt{2}\sin 100t\text{A}$ ， $R=50\Omega$， $X_C=50\Omega$ ，試求 $P=$ ＿＿＿＿＿ W，$P_{max}=$ ＿＿＿＿＿ W，$P_{min}=$ ＿＿＿＿＿ W。
5. 有一 R-L 串聯交流電路，其電壓 $v(t)=100\sqrt{2}\sin 100t\text{V}$ ， $R=30\Omega$， $X_L=40\Omega$，試求 $P=$ ＿＿＿＿＿ W，$P_{max}=$ ＿＿＿＿＿ W，$P_{min}=$ ＿＿＿＿＿ W。
6. 有一 R-C 並聯交流電路，其電壓 $v(t)=100\sqrt{2}\sin 100t\text{V}$ ， $R=40\Omega$， $X_C=30\Omega$，試求 $P=$ ＿＿＿＿＿ W，$P_{max}=$ ＿＿＿＿＿ W，$P_{min}=$ ＿＿＿＿＿ W。
7. 有一 R-L 並聯交流電路，其電流 $i(t)=10\sqrt{2}\sin 100t\text{A}$ ， $R=50\Omega$， $X_L=50\Omega$ ，試求 $P=$ ＿＿＿＿＿ W，$P_{max}=$ ＿＿＿＿＿ W，$P_{min}=$ ＿＿＿＿＿ W。
8. 有一 R-L-C 串聯交流電路，其 $v(t)=100\sqrt{2}\sin 100t\text{V}$ ， $R=10\Omega$， $X_L=20\Omega$， $X_C=10\Omega$ ，試求 $P=$ ＿＿＿＿＿ W，$P_{max}=$ ＿＿＿＿＿ W，$P_{min}=$ ＿＿＿＿＿ W。
9. 有一 R-L-C 串聯交流電路，其 $i(t)=10\sqrt{2}\sin 100t\text{A}$ ， $R=30\Omega$， $X_L=20\Omega$， $X_C=60\Omega$ ，試求 $P=$ ＿＿＿＿＿ W，$P_{max}=$ ＿＿＿＿＿ W，$P_{min}=$ ＿＿＿＿＿ W。
10. 有一 R-L-C 並聯交流電路，其 $v(t)=100\sqrt{2}\sin 100t\text{V}$ ， $G=0.4℧$ ， $B_L=0.3℧$ ， $B_C=0.6℧$ ，試求 $P=$ ＿＿＿＿＿ W，$P_{max}=$ ＿＿＿＿＿ W，$P_{min}=$ ＿＿＿＿＿ W。

10-2　虛功率

由上一節的說明可知，平均功率是電路中電阻所消耗的實際功率；而電路中電容與電感的平均功率爲零，表示電容與電感本身並不消耗功率，在電路中沒有任何能量的損失，只是能量會不斷地在電容器（或電感器）與電路中來回轉移。我們將這種沒有實際能量消耗的功率型式稱爲**虛功率**（imaginary power，簡記爲 Q），或稱爲**電抗功率**（reactive power）、無效功率、無功功率。虛功率以數學式表示爲：

Σ 重要公式

$$Q = VI\sin\theta_p \quad 〔\text{VAR, 乏爾}〕 \qquad (10\text{-}2\text{-}1)$$

上式中，$\theta_p = \theta_i - \theta_v$ 爲交流電路中以電路電壓爲基準的功率因數角；虛功率的單位爲**乏爾**（**V**olt-**A**mpere **R**eactive，簡記爲 VAR），或簡稱乏，應與平均功率的單位區分清楚。

虛功率代表的意義是電容器或電感器與電路電源能量轉換的情況，當功率波形位於正半週時，電容器或電感器將電源提供的能量儲存起來，而在負半週時，再將儲存的能量釋放至電路，送回到電源。因此電路中有電抗（電容 C、電感 L）時才有電抗功率 Q，而電抗功率在電路中並不造成實際的能量的損耗，透過電容器或電感器的充放電過程，能量僅在電源與負載（電容器、電感器）間轉換，電路所消耗的能量並沒有改變。

純電阻交流電路

在純電阻交流電路中，電壓 $\overline{V}$ 與電流 $\overline{I}$ 的相位相同，其功率因數角 $\theta_p = \theta_i - \theta_v = 0°$。所以電路的虛功率爲：

$$Q = VI\sin\theta_p = VI\sin 0° = 0$$

上式表示在純電阻交流電路中，沒有電抗（電容 C、電感 L），所以沒有電抗功率。即 $Q = 0$，$P = VI$。

純電容交流電路

在純電容交流電路中，電流 $\overline{I}$ 超前電壓 $\overline{V}$ 的相位 90°，其功率因數角 $\theta_p = \theta_i - \theta_v = 90°$。所以電路的虛功率為：

$$Q = VI\sin\theta_p = VI\sin 90° = VI \qquad \text{（正值表示為電容性電抗功率）}$$

上式表示在純電容交流電路中，只有電抗（電容 C）沒有電阻，所以沒有平均功率。即 $Q = Q_C = VI$，$P = 0$。（註：Q_C 為電容器電抗功率）

純電感交流電路

在純電感交流電路中，電流 $\overline{I}$ 滯後電壓 $\overline{V}$ 的相位 90°，其功率因數角 $\theta_p = \theta_i - \theta_v = -90°$。所以電路的虛功率為：

$$Q = VI\sin\theta_p = VI\sin(-90°) = -VI \qquad \text{（負值表示為電感性電抗功率）}$$

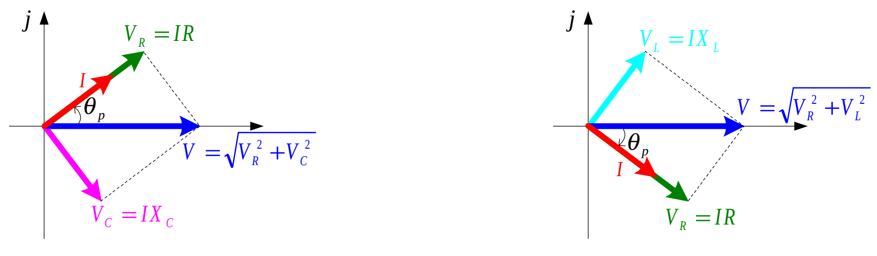
上式表示在純電感交流電路中，只有電抗（電感 L）沒有電阻，所以沒有平均功率。即 $Q = -Q_L = -VI$，$P = 0$。（註：Q_L 為電感器電抗功率）

R-C 串聯交流電路

在 R-C 串聯交流電路中，電流 $\overline{I}$ 超前電壓 $\overline{V}$ 的相位，其功率因數角 $\theta_p = \theta_i - \theta_v > 0°$，如圖 10-9(a)所示。所以電路的虛功率 $Q = VI\sin\theta_p$ 為正值，即：

$$Q = VI\sin\theta_p = (V\sin\theta_p)I = V_C I = (IX_C)I = I^2 X_C$$

上式表示在 R-C 串聯交流電路中，Q 為正值，電抗功率為電容性。即 $Q = Q_C = I^2 X_C$，$P = I^2 R$。



(a) 電容性電路（$\theta_p > 0°$）　(b) 電感性電路（$\theta_p < 0°$）

▲ 圖 10-9　串聯電路的虛功率

R-L 串聯交流電路

在 R-L 串聯交流電路中，電流 $\overline{I}$ 滯後電壓 $\overline{V}$ 的相位，其功率因數角 $\theta_p = \theta_i - \theta_v < 0°$，如圖 10-9(b)所示。所以電路的虛功率 $Q = VI\sin\theta_p$ 爲負值，即：

$$Q = VI\sin\theta_p = (V\sin\theta_p)I = (-V_L)I = (-IX_L)I = -I^2X_L$$

上式表示在 R-L 串聯交流電路中，Q 爲負值，電抗功率爲電感性。即 $Q = -Q_L = -I^2X_L$，$P = I^2R$。

R-L-C 串聯交流電路

1. 若爲電感性電路，其電抗 $X_L > X_C$，電抗功率 $Q_L > Q_C$（$I^2X_L > I^2X_C$），則電路總電抗功率 $Q = Q_C - Q_L < 0$ 爲負值，表示爲電感性的電抗功率。

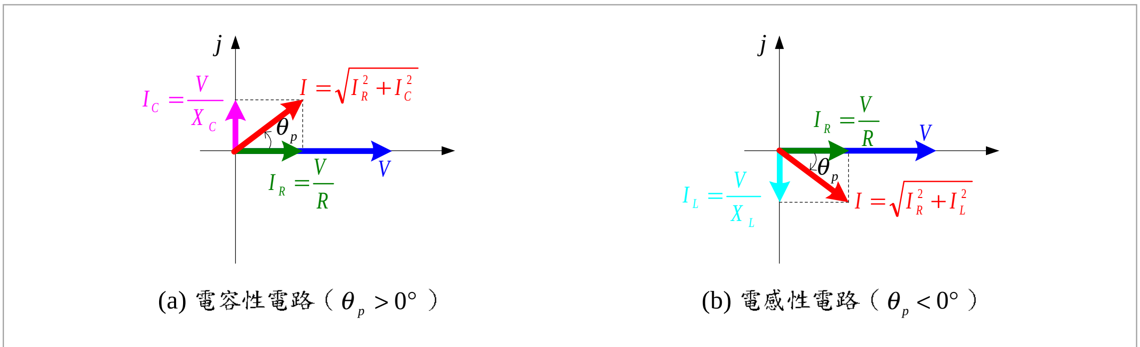
2. 若爲電容性電路，其電抗 $X_C > X_L$，電抗功率 $Q_C > Q_L$（$I^2X_C > I^2X_L$），則電路總電抗功率 $Q = Q_C - Q_L > 0$ 爲正值，表示爲電容性的電抗功率。

R-C並聯交流電路

在 R-C 並聯交流電路中，電流 $\overline{I}$ 超前電壓 $\overline{V}$ 的相位，其功率因數角 $\theta_p = \theta_i - \theta_v > 0°$，如圖 10-10(a)所示。所以電路的虛功率 $Q = VI\sin\theta_p$ 爲正值，即：

$$Q = VI\sin\theta_p = V(I\sin\theta_p) = V(I_C) = V(\frac{V}{X_C}) = \frac{V^2}{X_C} = V^2B_C$$

上式表示在 R-C 並聯交流電路中，Q 爲正值，電抗功率爲電容性。即 $Q = Q_C = V^2B_C$，$P = V^2G$。



▲ 圖 10-10　並聯電路的虛功率

R-L並聯交流電路

在 R-L 並聯交流電路中，電流 $\overline{I}$ 滯後電壓 $\overline{V}$ 的相位，其功率因數角 $\theta_p = \theta_i - \theta_v < 0°$，如圖 10-10(b)所示。所以電路的虛功率 $Q = VI\sin\theta_p$ 爲負值，即：

$$Q = VI\sin\theta_p = V(I\sin\theta_p) = V(-I_L) = V(-\frac{V}{X_L}) = -\frac{V^2}{X_L} = -V^2B_L$$

上式表示在 R-L 並聯交流電路中，Q 爲負值，電抗功率爲電感性。即 $Q = -Q_L = -V^2B_L$，$P = I^2R$。

R-L-C並聯交流電路

1. 若為電容性電路，其電納 $B_C > B_L$（電抗 $X_C < X_L$），電抗功率 $Q_C > Q_L$（$V^2B_C > V^2B_L$），則電路總電抗功率 $Q = Q_C - Q_L > 0$ 為正值，表示為電容性的電抗功率。
2. 若為電感性電路，其電納 $B_L > B_C$（電抗 $X_L < X_C$），電抗功率 $Q_L > Q_C$（$V^2B_L > V^2B_C$），則電路總電抗功率 $Q = Q_C - Q_L < 0$ 為負值，表示為電感性的電抗功率。

由上述的說明可得到一結論：**在交流電路中必須存在有電抗（電容 C、電感 L），才會有虛功率（電抗功率）Q**。其數學公式表示如下：

Σ 重要公式

$Q = VI\sin\theta_p$　　（式中 $\theta_p = \theta_i - \theta_v$）

$= Q_C - Q_L$　　（式中 Q_L：電感器電抗功率，Q_C：電容器電抗功率）

$= I^2(X_C - X_L) = I^2X$　　（串聯電路適用，∵串聯電路之電流相等）

$= V^2(B_C - B_L) = V^2B$　　（並聯電路適用，∵並聯電路之電壓相等）

我們將各種交流電路的平均功率及虛功率整理如表 10-1 所示。

▼ 表 10-1　各種交流電路的功率

交流電路	功率因數角（$\theta_p = \theta_i - \theta_v$）	平均功率（$P = VI\cos\theta_p$）	虛功率（$Q = VI\sin\theta_p$）
純電阻電路	$\theta_p = 0°$（電流與電壓同相位）	$P = VI\cos 0° = VI = I^2R = \dfrac{V^2}{R} = V^2G$	$Q = VI\sin 0° = 0$
純電容電路	$\theta_p = 90°$（電流超前電壓相位 90°）	$P = VI\cos 90° = 0$	$Q = VI\sin 90° = VI$ $Q_C = I^2X_C = \dfrac{V^2}{X_C} = V^2B_C$
純電感電路	$\theta_p = -90°$（電流滯後電壓相位 90°）	$P = VI\cos(-90°) = 0$	$Q = VI\sin(-90°) = -VI$ $Q_L = I^2X_L = \dfrac{V^2}{X_L} = V^2B_L$

交流電路	功率因數角 （$\theta_p=\theta_i-\theta_v$）	平均功率 （$P=VI\cos\theta_p$）	虛功率 （$Q=VI\sin\theta_p$）
R-C串聯電路	θ_p 為正 （電流超前電壓相位 θ_p） $\theta_p=-\theta_Z=+\tan^{-1}\dfrac{X_C}{R}$	$P=VI\cos\theta_p$ $=I^2R$ （串聯電路電流相同）	$Q=VI\sin\theta_p$（正值） $Q_C=I^2X_C$
R-L串聯電路	θ_p 為負 （電流滯後電壓相位 $\lvert\theta_p\rvert$） $\theta_p=-\theta_Z=-\tan^{-1}\dfrac{X_L}{R}$	$P=VI\cos\theta_p$ $=I^2R$ （串聯電路電流相同）	$Q=VI\sin\theta_p$（負值） $Q_L=I^2X_L$
R-L-C串聯電路	若 $X_C>X_L$，則 θ_p 為正 $\theta_p=-\theta_Z=-\tan^{-1}\dfrac{X_L-X_C}{R}$ $=+\tan^{-1}\dfrac{X_C-X_L}{R}$	$P=VI\cos\theta_p$ $=I^2R$ （串聯電路電流相同）	$Q=VI\sin\theta_p$（正值） $Q=Q_C-Q_L$ $=I^2(X_C-X_L)$
	若 $X_L>X_C$，則 θ_p 為負 $\theta_p=-\theta_Z=-\tan^{-1}\dfrac{X_L-X_C}{R}$	$P=VI\cos\theta_p$ $=I^2R$ （串聯電路電流相同）	$Q=VI\sin\theta_p$（負值） $Q=Q_C-Q_L$ $=-I^2(X_L-X_C)$
R-C並聯電路	θ_p 為正 （電流超前電壓相位 θ_p） $\theta_p=\theta_Y=+\tan^{-1}\dfrac{B_C}{G}$	$P=VI\cos\theta_p$ $=\dfrac{V^2}{R}=V^2G$ （並聯電路電壓相同）	$Q=VI\sin\theta_p$（正值） $Q_C=\dfrac{V^2}{X_C}=V^2B_C$
R-L並聯電路	θ_p 為負 （電流滯後電壓相位 $\lvert\theta_p\rvert$） $\theta_p=\theta_Y=-\tan^{-1}\dfrac{B_L}{G}$	$P=VI\cos\theta_p$ $=\dfrac{V^2}{R}=V^2G$ （並聯電路電壓相同）	$Q=VI\sin\theta_p$（負值） $Q_L=\dfrac{V^2}{X_L}=V^2B_L$
R-L-C並聯電路	若 $B_C>B_L$，則 θ_p 為正 $\theta_p=\theta_Y=+\tan^{-1}\dfrac{B_C-B_L}{G}$	$P=VI\cos\theta_p$ $=\dfrac{V^2}{R}=V^2G$ （並聯電路電壓相同）	$Q=VI\sin\theta_p$（正值） $Q=Q_C-Q_L$ $=V^2(B_C-B_L)$
	若 $B_L>B_C$，則 θ_p 為負 $\theta_p=\theta_Y=+\tan^{-1}\dfrac{B_C-B_L}{G}$ $=-\tan^{-1}\dfrac{B_L-B_C}{G}$	$P=VI\cos\theta_p$ $=\dfrac{V^2}{R}=V^2G$ （並聯電路電壓相同）	$Q=VI\sin\theta_p$（負值） $Q=Q_C-Q_L$ $=V^2(B_C-B_L)$ $=-V^2(B_L-B_C)$

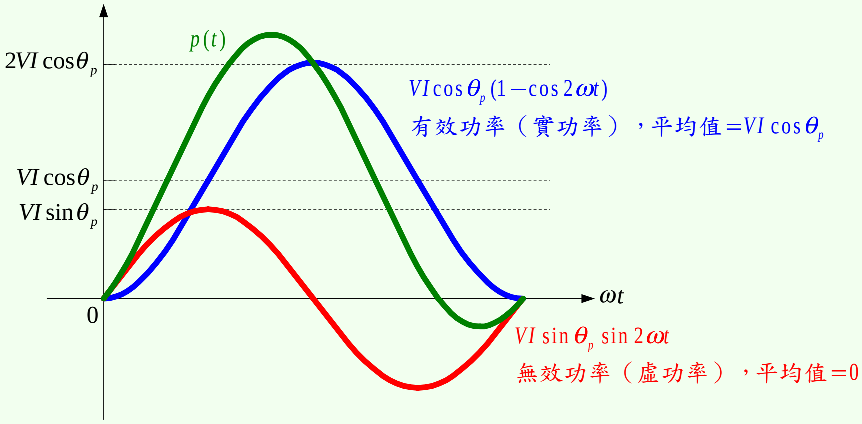
註：Q 為正值時，表示為電容性電抗功率；Q 為負值時，表示為電感性電抗功率。

※知識充電

由(10-1-5)式可知瞬間功率：$p(t)=VI\cos\theta_p-VI\cos(2\omega t+\theta_i+\theta_v)$，假設電路以電壓相位為參考基準，即 $\theta_v=0°$，$\theta_p=\theta_i-\theta_v=\theta_i$，則上式可改寫為：

$$\begin{aligned}p(t) &= VI\cos\theta_p-VI\cos(2\omega t+\theta_p)\\ &= VI\cos\theta_p-VI(\cos2\omega t\cos\theta_p-\sin2\omega t\sin\theta_p)\\ &= VI\cos\theta_p(1-\cos2\omega t)+VI\sin\theta_p\sin2\omega t\\ &= P(1-\cos2\omega t)+Q\sin2\omega t\end{aligned}$$

由上式可看出：瞬間功率可區分為有效功率（電阻所造成）及無效功率（電抗所造成）兩部分，波形如下圖所示。



範例 10-4

一交流電路的電壓及電流分別為 $\overline{V}=10\angle30°\text{V}$、$\overline{I}=15\angle0°\text{A}$，試求電路的平均功率 P 與虛功率 Q 為多少？

【解】功率因數角為：$\theta_p = \theta_i-\theta_v = 0°-30° = -30°$

$$P = VI\cos\theta_p = 10\times15\times\cos(-30°) = 75\sqrt{3}\ \text{W}$$

$$Q = VI\sin\theta_p = 10\times15\times\sin(-30°) = -75\ \text{VAR}$$

（負號表示為電感性電抗功率）

馬上練習 一交流電路的電壓及電流分別為 $\overline{V}=20\angle 0°\text{V}$ 、 $\overline{I}=5\angle 60°\text{A}$ ，試求電路的平均功率 P 與虛功率 Q 為多少？

【答】 $P = 50\text{ W}$, $Q = 50\sqrt{3}\text{ VAR}$ 。

範例 10-5

有一 R-L-C 串聯交流電路，其電壓 $\overline{V}=100\angle 0°\text{V}$ ， $R=8\Omega$ ， $X_L=6\Omega$ ， $X_C=12\Omega$ ，試求電路的平均功率 P 與虛功率 Q 為多少？

【解】
$$\overline{Z} = R+j(X_L-X_C) = 8+j(6-12)$$
$$= \sqrt{8^2+(-6)^2}\angle -\tan^{-1}\frac{6}{8}$$
$$= 10\angle -37°\ \Omega$$
$$\overline{I} = \frac{\overline{V}}{\overline{Z}} = \frac{100\angle 0°}{10\angle 37°}$$
$$= 10\angle 37°\text{ A}$$

功率因數角： $\theta_p = \theta_i-\theta_v = 37°-0° = 37°$

$$P = VI\cos\theta_p = 100\times 10\times\cos 37° = 800\text{ W}$$
$$Q = VI\sin\theta_p = 100\times 10\times\sin 37° = 600\text{ VAR}$$

【另解】
$$P = I^2R = 10^2\times 8 = 800\text{ W}$$
$$Q = I^2(X_C-X_L) = 10^2\times(12-6) = 600\text{ VAR}$$

馬上練習 有一 R-L-C 並聯交流電路，其 $\overline{I}=5\angle 0°\text{A}$ ， $R=8\Omega$ ， $X_L=4\Omega$ ， $X_C=8\Omega$ ，試求電路的平均功率 P 與虛功率 Q 為多少？

【答】 $P = 100\text{ W}$, $Q = -100\text{ VAR}$ 。

單元評量

1. 有一純電阻交流電路，其電壓 $v(t)=100\sqrt{2}\sin 377t\text{V}$，$R=20\Omega$，試求 $Q=$ ________ VAR。

2. 有一純電容交流電路，其電流 $i(t)=10\sqrt{2}\sin 100t\text{A}$，$C=200\mu\text{F}$，試求 $Q=$ ________ VAR。

3. 有一純電感交流電路，其電壓 $v(t)=100\sqrt{2}\sin 100t\text{V}$，$L=0.1\text{H}$，試求 $Q=$ ________ VAR。

4. 有一 R-C 串聯交流電路，其電流 $i(t)=10\sqrt{2}\sin 100t\text{A}$，$R=50\Omega$，$X_C=50\Omega$，試求 $Q=$ ________ VAR。

5. 有一 R-L 串聯交流電路，其電壓 $v(t)=100\sqrt{2}\sin 100t\text{V}$，$R=30\Omega$，$X_L=40\Omega$，試求 $Q=$ ________ VAR。

6. 有一 R-C 並聯交流電路，其電壓 $v(t)=100\sqrt{2}\sin 100t\text{V}$，$R=40\Omega$，$X_C=30\Omega$，試求 $Q=$ ________ VAR。

7. 有一 R-L 並聯交流電路，其電流 $i(t)=10\sqrt{2}\sin 100t\text{A}$，$R=50\Omega$，$X_L=50\Omega$，試求 $Q=$ ________ VAR。

8. 有一 R-L-C 串聯交流電路，其電壓 $v(t)=100\sqrt{2}\sin 100t\text{V}$，$R=10\Omega$，$X_L=20\Omega$，$X_C=10\Omega$，試求 $Q=$ ________ VAR。

9. 有一 R-L-C 串聯交流電路，其電流 $i(t)=10\sqrt{2}\sin 100t\text{A}$，$R=30\Omega$，$X_L=20\Omega$，$X_C=60\Omega$，試求 $Q=$ ________ VAR。

10. 有一 R-L-C 並聯交流電路，其電壓 $v(t)=100\sqrt{2}\sin 100t\text{V}$，$G=0.4\mho$，$B_L=0.3\mho$，$B_C=0.6\mho$，試求 $Q=$ ________ VAR。

10-3 視在功率

在計算直流電路的功率時，只要將負載上的電壓與通過負載的電流相乘（$P = VI$），即可得到此電路消耗在負載上的功率；而在交流電路中，電壓有效值與電流有效值的乘積，卻不是實際電路所消耗的功率，我們將它稱為**視在功率**（apparent power，簡記為 S），以數學表示式為：

Σ 重要公式

$$S = VI \quad 〔\text{VA, 伏安}〕 \tag{10-3-1}$$

視在功率通常用來描述電力工業中的電機設備的容量，其單位為**伏特-安培**（**V**olt-**A**mpere，簡記為 VA），簡稱伏安，或是仟伏特-安培，簡稱仟伏安（kVA）。所以視在功率又稱為伏安功率。

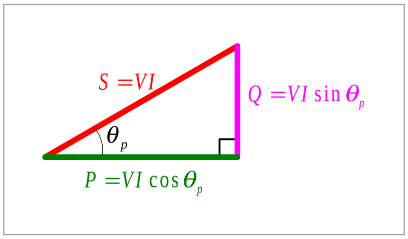
功率三角形

由前幾節的說明可知，交流電路中的功率包含兩個部分：負載實際消耗的有效功率（平均功率 P），以及在負載與電源間轉換的無效功率（虛功率 Q）。這兩種功率與視在功率 S 的關係，可由(10-1-6)、(10-2-1)及(10-3-1)式來加以組合，而將平均功率 P 與虛功率 Q 表示為：

$$P = VI\cos\theta_p = S\cos\theta_p \quad 〔\text{W, 瓦特}〕 \tag{10-3-2a}$$

$$Q = VI\sin\theta_p = S\sin\theta_p \quad 〔\text{VAR, 乏爾}〕 \tag{10-3-2b}$$

由以上二式發現，我們可以繪出一直角三角形來表示 S、P、Q 的關係，其中斜邊為視在功率 S，底為平均功率 P，高為虛功率 Q，θ_p 為視在功率 S 與平均功率 P 的夾角（以電壓為基準的功率相位角），如圖 10-11 所示，這



▲ 圖 10-11 功率三角形

樣的直角三角形便稱爲**功率三角形**（power triangle）。由功率三角形可得 S、P、Q的關係爲：

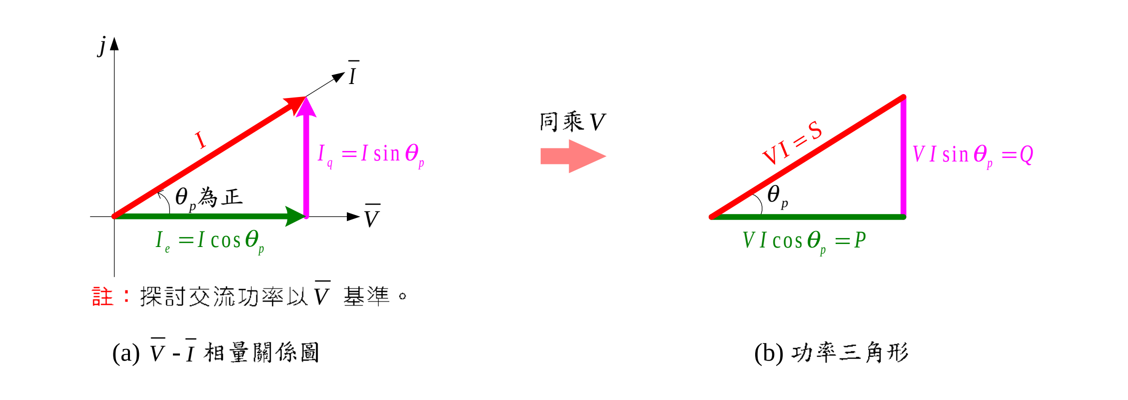
Σ 重要公式

$S = VI = \sqrt{P^2+Q^2}$	〔VA, 伏安〕	(10-3-3a)
$P = S\cos\theta_p = \sqrt{S^2-Q^2}$	〔W, 瓦特〕	(10-3-3b)
$Q = S\sin\theta_p = \sqrt{S^2-P^2}$	〔VAR, 乏爾〕	(10-3-3c)

我們將交流電路的功率三角形繪製如下：

- **電容性電路：**

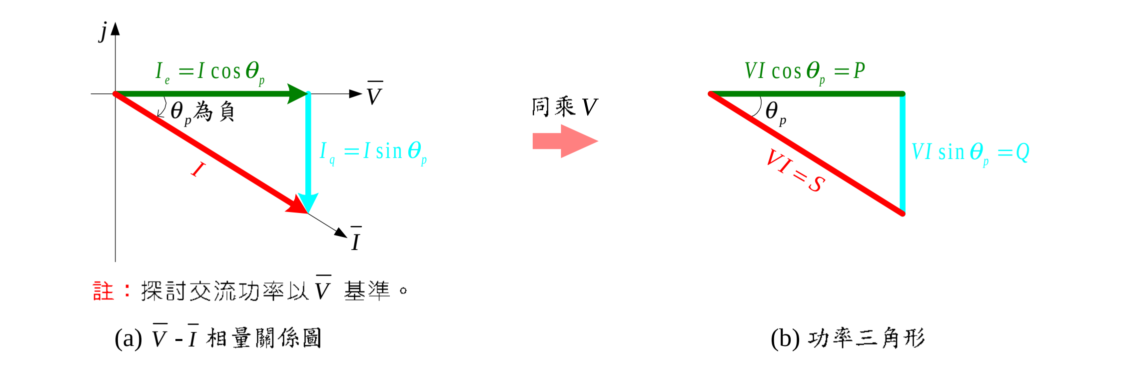
由前面的說明可知，若交流電路爲 R-C 串聯電路、R-C 並聯電路、R-L-C 串聯電路（$X_C > X_L$）或 R-L-C 並聯電路（$B_C > B_L$），則電路電流 $\overline{I}$ **超前**電源電壓 $\overline{V}$ θ_p 角度。所以這四種電路皆視爲電容性電路，其電源電壓 $\overline{V}$ 與電路電流 $\overline{I}$ 之相量關係如圖 10-12(a)所示，圖中，$I_e = I\cos\theta_p$ 爲有功電流，與電壓 $\overline{V}$ 同相位；而 $I_q = I\sin\theta_p$ 爲無功電流，相位超前電壓 $\overline{V}$ 90°。將圖中各電流分量同乘電壓 V，則可得到如圖 10-12(b)所示之電容性電路的功率三角形。



▲ 圖 10-12　電容性電路的相量圖與功率三角形

電感性電路：

由前面的說明可知，若交流電路為 R-L 串聯電路、 R-L 並聯電路、 R-L-C 串聯電路（ $X_L > X_C$ ）或 R-L-C 並聯電路（ $B_L > B_C$ ），則電路電流 $\overline{I}$ **滯後**電源電壓 $\overline{V}$ $|\theta_p|$ 角度。所以這四種電路皆視為電感性電路，其電源電壓 $\overline{V}$ 與電路電流 $\overline{I}$ 之相量關係如圖 10-13(a)所示，圖中，有功電流 I_e 與電壓 $\overline{V}$ 同相位；而無功電流 I_q 滯後電壓 $\overline{V}$ 90°。將圖中各電流分量同乘電壓 V ，則可得到如圖 10-13(b)所示之電感性電路的功率三角形。



▲ 圖 10-13　電感性電路的相量圖與功率三角形

綜合上述，我們可得到視在功率的結論如下：

Σ 重要公式

$$S = VI = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

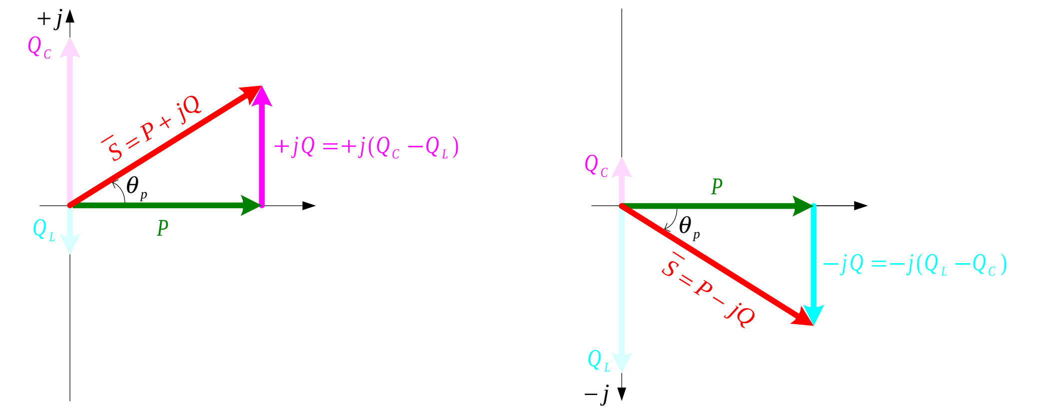
$$= I^2 Z$$ （串聯電路適用，∵ 串聯電路之電流相等）

$$= V^2 Y$$ （並聯電路適用，∵ 並聯電路之電壓相等）

※複數功率

由於功率三角形上的 P 、 Q 及 S 成直角關係，因此可以用相量圖來描述，即視在功率 S 以平均功率 P 與虛功率 Q 為分量來表示成複數形式，並繪製在複數平面上。

我們爲了區分電容性電路與電感性電路的電抗功率，於是便定義電路以電壓相量爲基準來處理功率問題，而將容抗功率定在 $+j$ 方向（電容性電路，θ_p 爲正），將感抗功率定在 $-j$ 方向（電感性電路，θ_p 爲負），如圖 10-14 所示。



(a) 電容性電路　　(b) 電感性電路

▲ 圖 10-14 複數表示的功率三角形 $+j$ 方向為電容性電抗功率；$-j$ 方向為電感性電抗功率。

根據上述的說明，則視在功率 S 用複數的形式來表示成：

Σ 重要公式

$$\overline{S} = P + jQ \quad （電容性電路） \tag{10-3-4a}$$

$$\overline{S} = P - jQ \quad （電感性電路） \tag{10-3-4b}$$

上式中，Q 取正值。而複數功率與電壓、電流的關係可表示爲：

Σ 重要公式

$$\overline{S} = \overline{V}^* \cdot \overline{I} \quad （式中 \overline{V}^* 為 \overline{V} 之共軛複數） \tag{10-3-5}$$

其中電壓相量取共軛複數的意義在於：若 $\overline{V}=V\angle\theta_v$、$\overline{I}=I\angle\theta_i$，則 $\overline{S}=\overline{V}^*\cdot\overline{I}=(V\angle-\theta_v)\cdot(I\angle\theta_i)=VI\angle(\theta_i-\theta_v)$，當中複數功率的相角 $(\theta_i-\theta_v)$ 是以電壓相量爲基準。

綜合上述，我們可得到複數功率的結論如下：

Σ 重要公式

$$\overline{S} = P + j(Q_C - Q_L) = \begin{cases} P + jQ & （+jQ \text{ 表電容性電抗功率}） \\ P - jQ & （-jQ \text{ 表電感性電抗功率}） \end{cases}$$

$\overline{S} = I^2[R + j(X_C - X_L)]$ （串聯電路適用，∵ 串聯電路之電流相等）

$\overline{S} = V^2[G + j(B_C - B_L)]$ （並聯電路適用，∵ 並聯電路之電壓相等）

範例 10-6

已知一電路的電壓有效值為 5V，電流有效值為 2A，阻抗 $\overline{Z} = R + jX_L$，平均功率 P 為 8W，試計算 S、Q、R 與 X_L 值為多少？

【解】(1) $S = VI = 5\times 2 = 10$ VA

(2) $Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{100-64} = 6$ VAR

(3) $\because P = I^2R \qquad \therefore R = \dfrac{P}{I^2} = \dfrac{8}{2^2} = 2\,\Omega$

(4) $\because Q = I^2X_L \qquad \therefore X_L = \dfrac{Q}{I^2} = \dfrac{6}{2^2} = 1.5\,\Omega$

馬上練習 已知一電路的電壓有效值為 12V，電流有效值為 10A，平均功率 P 為 60W，試求虛功率 Q 為多少？

【答】$Q = 60\sqrt{3}$ VAR。

※範例 10-7

試求下列電壓、電流值的交流電路，其平均功率 P、虛功率 Q 及視在功率 S 為多少？ (1) $\overline{V} = 10\angle 60°$V，$\overline{I} = 5\angle 0°$A (2) $\overline{V} = 12\sqrt{2}\angle 30°$V，$\overline{I} = 6\angle 75°$A

【解】(1) $\overline{S} = \overline{V}^* \cdot \overline{I} = (10\angle -60°)\cdot(5\angle 0°) = 50\angle -60° = 25 - j25\sqrt{3}$ VA

$\therefore P = 25$ W $\qquad Q = 25\sqrt{3}$ VAR（電感性） $\qquad S = 50$ VA

(2) $\overline{S} = \overline{V}^* \cdot \overline{I} = (12\sqrt{2}\angle -30°)\cdot(6\angle 75°) = 72\sqrt{2}\angle 45° = 72 + j72$ VA

$\therefore P = 72$ W $\qquad Q = 72$ VAR（電容性） $\qquad S = 72\sqrt{2}$ VA

馬上練習 在一交流電路中，設某電路的電壓與電流分別為 $v(t)=120\sqrt{2}\cos 100t\text{V}$、$i(t)=5\sqrt{2}\sin(100t+30°)\text{A}$，試求此電路的視在功率 $\bar{S}$ 為多少？

【答】$\bar{S}$ = 300 − $j300\sqrt{3}$ VA。

單元評量

1. 有一純電阻交流電路，其電壓 $v(t)=100\sqrt{2}\sin 377t\text{V}$，$R=20\Omega$，試求 $S=$ ____________ VA，※ $\bar{S}=$ ____________ VA。

2. 有一純電容交流電路，其電流 $i(t)=10\sqrt{2}\sin 100t\text{A}$，$C=200\mu\text{F}$，試求 $S=$ ____________ VA，※ $\bar{S}=$ ____________ VA。

3. 有一純電感交流電路，其電壓 $v(t)=100\sqrt{2}\sin 100t\text{V}$，$L=0.1\text{H}$，試求 $S=$ ____________ VA，※ $\bar{S}=$ ____________ VA。

4. 有一 R-C 串聯交流電路，其電流 $i(t)=10\sqrt{2}\sin 100t\text{A}$，$R=50\Omega$，$X_C=50\Omega$，試求 $S=$ ____________ VA，※ $\bar{S}=$ ____________ VA。

5. 有一 R-L 串聯交流電路，其電壓 $v(t)=100\sqrt{2}\sin 100t\text{V}$，$R=30\Omega$，$X_L=40\Omega$，試求 $S=$ ____________ VA，※ $\bar{S}=$ ____________ VA。

6. 有一 R-C 並聯交流電路，其電壓 $v(t)=100\sqrt{2}\sin 100t\text{V}$，$R=40\Omega$，$X_C=30\Omega$，試求 $S=$ ____________ VA，※ $\bar{S}=$ ____________ VA。

7. 有一 R-L 並聯交流電路，其電流 $i(t)=10\sqrt{2}\sin 100t\text{A}$，$R=50\Omega$，$X_L=50\Omega$，試求 $S=$ ____________ VA，※ $\bar{S}=$ ____________ VA。

8. 有一 R-L-C 串聯交流電路，其電壓 $v(t)=100\sqrt{2}\sin 100t\text{V}$，$R=10\Omega$，$X_L=20\Omega$，$X_C=10\Omega$，試求 $S=$ __________ VA，※ $\bar{S}=$ ____________ VA。

9. 有一 R-L-C 串聯交流電路，其電流 $i(t)=10\sqrt{2}\sin 100t\text{A}$，$R=30\Omega$，$X_L=20\Omega$，$X_C=60\Omega$，試求 $S=$ __________ VA，※ $\bar{S}=$ ____________ VA。

10. 有一 R-L-C 並聯交流電路，其電壓 $v(t)=100\sqrt{2}\sin 100t\text{V}$，$G=0.4℧$，$B_L=0.3℧$，$B_C=0.6℧$，試求 $S=$ ________ VA，※ $\bar{S}=$ __________ VA。

10-4　功率因數

視在功率 S 是電源所傳送出來的功率，但並非所有的功率都能直接由負載所運用，電抗功率 Q（虛功率）的部分會在負載與電源間轉換，而負載實際能運用或耗散的功率也只有在平均功率 P 的部分。因此我們定義**功率因數**（**P**ower **F**actor，簡記為 PF）為平均功率 P 與視在功率 S 的比值，即：

Σ 重要公式

$$PF = \frac{P}{S} = \frac{VI\cos\theta_p}{VI} = \cos\theta_p \tag{10-4-1}$$

功率因數為功率的比值，不具單位；其中 $\theta_p = \theta_i - \theta_v$ 為功率因數角，大小介於 $-90° \le \theta_p \le 90°$ 之間，因此功率因數 PF 恆為正值，即 $0 \le \cos\theta_p \le 1$。**當功率因數的值為 1 時，表示電路中的電壓與電流相位相同（$\theta_i - \theta_v = 0$）；當功率因數的值為 0 時，表示電路中電壓與電流的相位差為 90°（$\theta_i - \theta_v = \pm 90°$）。**

當電路有較大的功率因數時，代表負載可由電源獲得比例較多的平均功率；**若是電源輸出至負載的功率固定，則功率因數愈低時，電源就必須有較大的供電容量（$S = VI$），亦即供給電路的電流也就愈大**，而電路必須以加粗導線的方式來增加電流容量，將使得電路製作的成本增加。一般而言，電路的設計都儘可能使功率因數達到最大值，如此一來，便可以使電源輸出的功率都傳至負載，作實際能量的傳遞，而能儘量避免電容或電感在能量轉換過程中所造成的虛功率。

基本交流電路的功率因數

一般的電力系統是以電路電壓 $\overline{V}$ 為基準，所以電路為電容性電路時，其電路電流 $\overline{I}$ 超前電壓 $\overline{V}$，$\theta_p = \theta_i - \theta_v > 0°$，則功率因數 PF 稱為**超前功率因數**；若電路為電感性電路時，其電路電流 $\overline{I}$ 滯後電壓 $\overline{V}$，$\theta_p = \theta_i - \theta_v < 0°$，則功率因數 PF 稱為**滯後功率因數**。

我們將基本交流電路的功率因數整理如表 10-2 所示。

▼ 表 10-2　基本交流電路的功率因數

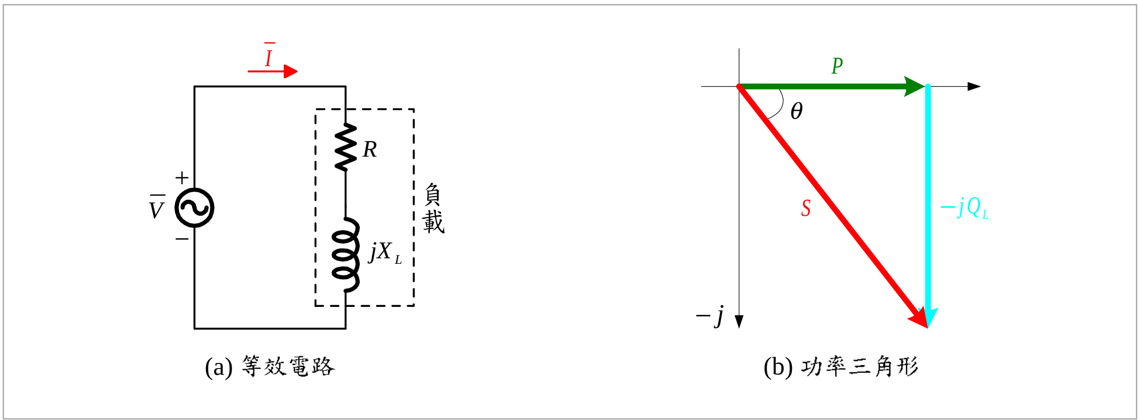
交流電路	功率因數	說明
純電阻電路	$PF = \cos 0^\circ = 1$	$\theta_p = 0^\circ$，電流與電壓同相位，功率因數為最大
純電容電路	$PF = \cos 90^\circ = 0$	$\theta_p = 90^\circ$，電流超前電壓 90°，功率因數為最小
純電感電路	$PF = \cos(-90^\circ) = 0$	$\theta_p = -90^\circ$，電流滯後電壓 90°，功率因數為最小
R-C 串聯電路	$PF = \cos\theta_p = \frac{P}{S} = \frac{I^2R}{I^2Z}$ $= \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}$	$\theta_p = \theta_i - \theta_v = +\tan^{-1}\frac{X_C}{R}$ 為正值，屬於電容性電路，其 PF 為超前功率因數
R-L 串聯電路	$PF = \cos\theta_p = \frac{P}{S} = \frac{I^2R}{I^2Z}$ $= \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$	$\theta_p = \theta_i - \theta_v = -\tan^{-1}\frac{X_L}{R}$ 為負值，屬於電感性電路，其 PF 為滯後功率因數
R-L-C 串聯電路	$PF = \cos\theta_p = \frac{P}{S} = \frac{I^2R}{I^2Z}$ $= \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$	若 $X_C > X_L$ 或 $Q_C > Q_L$，則 $\theta_p = \theta_i - \theta_v = +\tan^{-1}\frac{X_C - X_L}{R}$ 為正值，屬於電容性電路，其 PF 超前功率因數 若 $X_L > X_C$ 或 $Q_L > Q_C$，則 $\theta_p = \theta_i - \theta_v = -\tan^{-1}\frac{X_L - X_C}{R}$ 為負值，屬於電感性電路，其 PF 滯後功率因數
R-C 並聯電路	$PF = \cos\theta_p = \frac{P}{S} = \frac{V^2G}{V^2Y}$ $= \frac{G}{Y} = \frac{G}{\sqrt{G^2 + B_C^2}}$ $= \frac{X_C}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}$	$\theta_p = \theta_i - \theta_v = +\tan^{-1}\frac{B_C}{G}$ 為正值，屬於電容性電路，其 PF 為超前功率因數
R-L 並聯電路	$PF = \cos\theta_p = \frac{P}{S} = \frac{V^2G}{V^2Y}$ $= \frac{G}{Y} = \frac{G}{\sqrt{G^2 + B_L^2}}$ $= \frac{X_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$	$\theta_p = \theta_i - \theta_v = -\tan^{-1}\frac{B_L}{G}$ 為負值，屬於電感性電路，其 PF 為滯後功率因數

交流電路	功率因數	說明
R-L-C並聯電路	$PF=\cos\theta_p=\dfrac{P}{S}=\dfrac{V^2G}{V^2Y}=\dfrac{G}{Y}=\dfrac{G}{\sqrt{G^2+(B_L-B_C)^2}}$	若 $B_C>B_L$ 或 $Q_C>Q_L$，則 $\theta_p=\theta_i-\theta_v=+\tan^{-1}\dfrac{B_C-B_L}{G}$ 為正值，屬於電容性電路，其 PF 超前功率因數
		若 $B_L>B_C$ 或 $Q_L>Q_C$，則 $\theta_p=\theta_i-\theta_v=-\tan^{-1}\dfrac{B_L-B_C}{G}$ 為負值，屬於電感性電路，其 PF 滯後功率因數

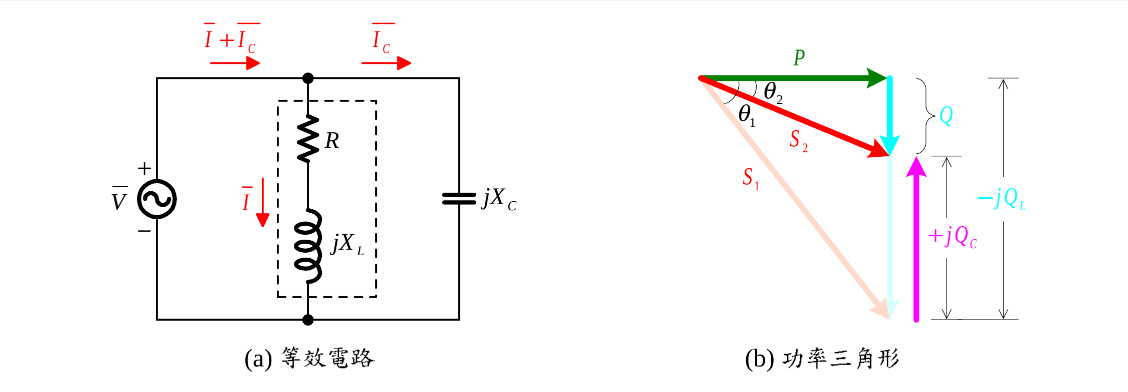
※功率因數的改善

一般的電力設備大多爲電感性負載，在實用上通常會並聯一電容器，以提高其功率因數，即可使負載在不改變其輸入電壓及電流的情況下（平均功率不變），減少電源之視在功率的輸出（可降低線路上的電流），說明如下。

在一般電力設備中的電感性負載，其等效電路與功率三角形如圖 10-15 所示，其中電流滯後電壓 θ 角度，感抗功率 Q_L 在 $-j$ 方向，則可知功率因數爲 $PF=\cos\theta_p=\cos(-\theta)=\cos\theta=\dfrac{P}{S}$。由圖形中可看出，若要提高電路的功率因數，則需減小 θ 的角度（$\because\theta\to 0\Rightarrow\cos\theta\to 1$），因此我們在負載的兩端並聯一個適當的電容器，以產生一超前的電流 $\overline{I_C}$ 來抵銷電感性負載電流滯後的狀況。此電流 $\overline{I_C}$ 不會對平均功率 P 造成影響，但是會產生往 $+j$ 方向的容抗功率 Q_C，使得總虛功率減小，如圖 10-16 所示。



▲ 圖 10-15　電感性負載的等效電路與功率三角形



▲ 圖 10-16　電感性負載並聯電容器後的等效電路與功率三角形

由圖 10-16 中可看出，Q 減小後使得功率因數提高（$PF=\cos\theta_2>\cos\theta_1$，$\theta_2<\theta_1$）。利用三角函數的運算規則，可知 $\dfrac{Q_L}{P}=\tan\theta_1$、$\dfrac{Q}{P}=\tan\theta_2$，所以電容器產生的虛功率為：

Σ 重要公式

$$Q_C = Q_L - Q = P(\tan\theta_1-\tan\theta_2) \quad \text{〔VAR, 乏爾〕} \qquad (10\text{-}4\text{-}2)$$

因為 $Q_C=V^2B_C=\dfrac{V^2}{X_C}$，將 $X_C=\dfrac{1}{\omega C}$ 代入，化簡後可得：

Σ 重要公式

$$C = \frac{Q_C}{\omega V^2} = \frac{Q_C}{2\pi f V^2} \quad \text{〔F, 法拉〕} \qquad (10\text{-}4\text{-}3)$$

※知識充電

當電感性負載並聯一電容器以提高功率因數後，其平均功率 P 不變，而視在功率 S 的大小將減少，即是使得通過線路的電流 I 減少。說明如下：

$$\because P' = VI'\cos\theta_2 = P = VI\cos\theta_1 \quad \text{（平均功率 } P \text{ 不變）}$$

$$\Rightarrow I' = I\frac{\cos\theta_1}{\cos\theta_2} < I \quad (\cos\theta_2>\cos\theta_1)$$

範例 10-8

R-L 串聯交流電路的電源電壓 $v(t)=80\sqrt{2}\sin 10t$ V 、電阻值為 6Ω 、電感值為 0.8H ，試求電路的功率因數 PF 為多少？

【解】由題意知： $\omega=10$ rad/s 、 $\overline{V}=80\angle 0°$V

$$\overline{Z} = R+jX_L = R+j\omega L = 6+j(10\times 0.8) = 6+j8 = 10\angle 53°\ \Omega$$

$$\overline{I} = \frac{\overline{V}}{\overline{Z}} = \frac{80\angle 0°}{10\angle 53°} = 8\angle -53°\ \Omega \qquad \therefore \theta_p = \theta_i-\theta_v = (-53°)-0° = -53°$$

$$PF = \cos\theta_p = \cos(-53°) = 0.6$$

（θ_p 為負值，是電感性電路，其 PF 為滯後功率因數）

【另解】

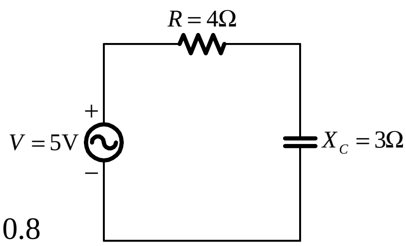
$$PF = \frac{R}{Z} = \frac{6}{10} = 0.6$$ （滯後功率因數）

馬上練習 R-C 串聯交流電路的電源電壓 $v(t)=20\sin 100t$ V 、電阻值為 100Ω ，若電路的功率因數為 0.707 ，試求電容值 C 為多少？

【答】$C = 100\ \mu$F 。

範例 10-9

如右圖所示的 R-C 串聯交流電路，電源電壓 $V=5$V 、 $R=4\Omega$ 、 $X_C=3\Omega$ ，試求電路的功率因數 PF 、功率相位角 θ_p 、視在功率 S 、平均功率 P 、虛功率 Q 為多少？



【解】(1) $PF = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2+X_C{}^2}} = \frac{4}{\sqrt{4^2+3^2}} = 0.8$

(2) $\theta_p = \tan^{-1}\frac{X_C}{R} = \tan^{-1}\frac{3}{4} = 37°$

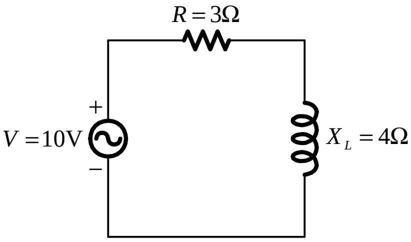
（為電容性電路，其 PF 為超前功率因數）

(3) $S = VI = V(\frac{V}{Z}) = 5\times\frac{5}{5} = 5$ VA

(4) $P = S\cos\theta_p = 5\cos 37° = 4$ W

(5) $Q = S\sin\theta_p = 5\sin 37° = 3$ VAR

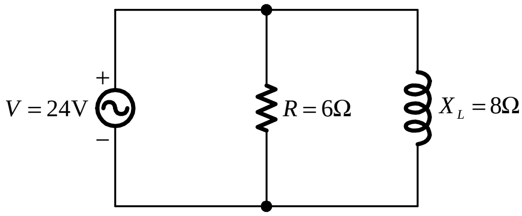
馬上練習 如右圖所示的 R-L 串聯交流電路，電源電壓 $V=10\text{V}$ 、 $R=3\Omega$ 、 $X_C=4\Omega$ ，試求電路的功率因數 PF 、功率相位角 θ_p 、視在功率 S 、平均功率 P 、虛功率 Q 為多少？



【答】 $PF = 0.6$, $\theta_p = -53°$, $S = 20\text{ VA}$,
$P = 12\text{ W}$, $Q = -16\text{ VAR}$ 。

範例 10-10

如右圖所示的 R-L 並聯交流電路，電源電壓 $V=24\text{V}$ 、 $R=8\Omega$ 、 $X_L=6\Omega$ ，試求電路的功率因數 PF 、功率因數角 θ_p 、視在功率 S 、平均功率 P 、虛功率 Q 為多少？



【解】(1) $$PF = \frac{G}{Y} = \frac{G}{\sqrt{G^2+B_L^{\,2}}} = \frac{X_L}{\sqrt{R^2+X_L^{\,2}}} = \frac{6}{\sqrt{8^2+6^2}} = 0.6$$

(2) $$\theta_p = -\tan^{-1}\frac{B_L}{G} = -\tan^{-1}\frac{R}{X_L} = -\tan^{-1}\frac{8}{6} = -53°$$

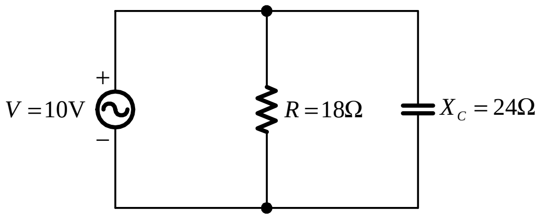
（為電感性電路，其 PF 為滯後功率因數）

(3) $$S = VI = V(VY) = 24\times(24\times\sqrt{(\frac{1}{8})^2+(\frac{1}{6})^2}) = 120\text{ VA}$$

(4) $$P = S\cos\theta_p = 120\cos(-53°) = 72\text{ W}$$

(5) $$Q = S\sin\theta_p = 120\sin(-53°) = -96\text{ VAR}$$（負號表示為電感性電路）

馬上練習 如右圖所示的 R-C 並聯交流電路，電源電壓 $V=10\text{V}$ 、 $R=18\Omega$ 、 $X_L=24\Omega$ ，試求電路的功率因數 PF 、功率因數角 θ_p 、視在功率 S 、平均功率 P 、虛功率 Q 為多少？



【答】 $PF = 0.8$, $\theta_p = 37°$, $S = 30\text{ VA}$,
$P = 24\text{ W}$, $Q = 18\text{ VAR}$ 。

範例 10-11

如右圖所示之 R-L-C 串聯電路，若 $v(t)=100\sqrt{2}\sin 2000t\,\text{V}$，$R=3\Omega$，$L=3\text{mH}$，$C=250\mu\text{F}$，試求

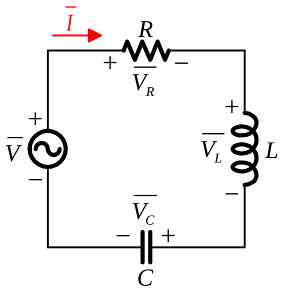
(1)總阻抗 $\overline{Z}$、Z　(2)總電流 $\overline{I}$、I

(3)電阻器電壓 $\overline{V_R}$、V_R　(4)電感器電壓 $\overline{V_L}$、V_L

(5)電容器電壓 $\overline{V_C}$、V_C　(6)平均功率 P

(7)虛功率 Q　(8)視在功率 $\overline{S}$、S

(9)功率因數 PF 為多少？



【解】$\overline{V}=\dfrac{V_m}{\sqrt{2}}\angle\theta_v=\dfrac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\angle 0^\circ=100\angle 0^\circ\ \text{V}$

電感抗：$X_L=\omega L=2000\times(3\times10^{-3})=6\,\Omega$

電容抗：$X_C=\dfrac{1}{\omega C}=\dfrac{1}{2000\times(250\times10^{-6})}=2\,\Omega$

(1) $\overline{Z}=R+j(X_L-X_C)=3+j(6-2)=3+j4$　　$Z=5\,\Omega$

$=\sqrt{3^2+4^2}\angle\tan^{-1}\dfrac{4}{3}=5\angle 53^\circ\,\Omega$

(2) $\overline{I}=\dfrac{\overline{V}}{\overline{Z}}=\dfrac{100\angle 0^\circ}{5\angle 53^\circ}=20\angle -53^\circ\ \text{A}$　　$I=20\ \text{A}$

(3) $\overline{V_R}=\overline{I}\cdot R=(20\angle -53^\circ)\cdot 3=60\angle -53^\circ\ \text{V}$　　$V_R=60\ \text{V}$

(4) $\overline{V_L}=\overline{I}\cdot\overline{X_L}=(20\angle -53^\circ)\cdot(6\angle 90^\circ)=120\angle 37^\circ\ \text{V}$　　$V_L=120\ \text{V}$

(5) $\overline{V_C}=\overline{I}\cdot\overline{X_C}=(20\angle -53^\circ)\cdot(2\angle -90^\circ)=40\angle -143^\circ\ \text{V}$　　$V_C=40\ \text{V}$

(6) $\theta_p=\theta_i-\theta_v=-53^\circ-0^\circ=-53^\circ$

解法一　$P=VI\cos\theta_p=100\times20\times\cos(-53^\circ)=1200\ \text{W}$

解法二　$P=I^2R=20^2\times3=1200\ \text{W}$

（或 $P=\dfrac{V_R^2}{R}=\dfrac{60^2}{3}=1200\ \text{W}$）

(7) 解法一　$Q=VI\sin\theta_p=100\times20\times\sin(-53^\circ)=-1600\ \text{VAR}$

（負號表示為電感性電抗功率）

解法二　$Q=Q_C-Q_L=I^2X_C-I^2X_L=20^2\times2-20^2\times6=-1600\ \text{VAR}$

（或 $Q=Q_C-Q_L=\dfrac{V_C^2}{X_C}-\dfrac{V_L^2}{X_L}=\dfrac{40^2}{2}-\dfrac{120^2}{6}=-1600\ \text{VAR}$）

(8) 解法一 $\overline{S} = P + jQ = 1200 - j1600\ \text{VA}$

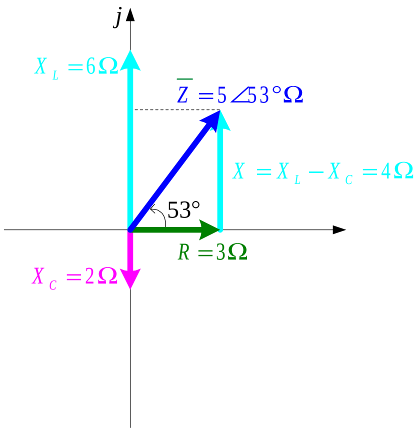
解法二 $\overline{S} = \overline{V}^* \cdot \overline{I} = (100\angle 0°)^* \cdot (20\angle -53°) = 2000\angle -53°\ \text{VA}$

$$S = VI = I^2 Z = \sqrt{P^2 + Q^2} = 2000\ \text{VA}$$

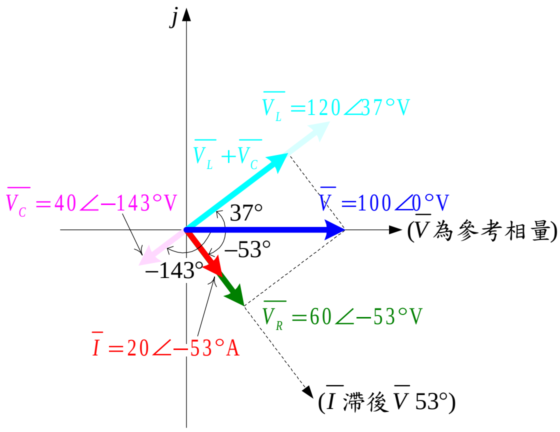
(9) $PF = \cos\theta_p = \dfrac{R}{Z} = \dfrac{V_R}{V} = \dfrac{P}{S} = \cos(-53°) = \dfrac{3}{5} = \dfrac{60}{100} = \dfrac{1200}{2000} = 0.6$

$\because X_L > X_C$，電路呈電感性電路　　$\therefore PF$ 為滯後功率因數

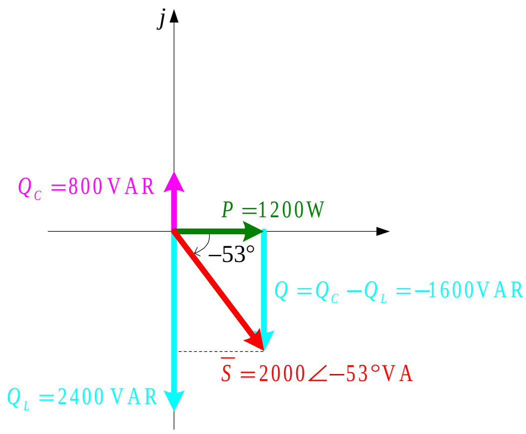
電路的各相量圖繪製如下：



(a) 阻抗圖



(b) $\overline{V}$ - $\overline{I}$ 相量圖



(c) 功率相量圖

馬上練習 承上題所示之 R-L-C 串聯電路，若 $\overline{I}=2\angle 0°\text{A}$， $R=40\Omega$， $X_L=30\Omega$， $X_C=60\Omega$，試求 (1)總阻抗 $\overline{Z}$ 、 Z (2)總電壓 $\overline{V}$ 、 V (3)電阻器電壓 $\overline{V_R}$ 、 V_R (4)電感器電壓 $\overline{V_L}$ 、 V_L (5)電容器電壓 $\overline{V_C}$ 、 V_C (6)平均功率 P (7)虛功率 Q (8)視在功率 $\overline{S}$ 、 S (9)功率因數 PF 為多少？

【答】(1) $\overline{Z}=50\angle -37°\,\Omega$, $Z=50\,\Omega$

(2) $\overline{V}=100\angle -37°\text{ V}$, $V=100\text{ V}$

(3) $\overline{V_R}=80\angle 0°\text{ V}$, $V_R=80\text{ V}$

(4) $\overline{V_L}=60\angle 90°\text{ V}$, $V_L=60\text{ V}$

(5) $\overline{V_C}=120\angle -90°\text{ V}$, $V_C=120\text{ V}$

(6) $P=160\text{ W}$

(7) $Q=120\text{ VAR}$

(8) $\overline{S}=160+j120\text{ VA}$, $S=200\text{ VA}$

(9) $PF=0.8$（超前功率因數）

範例 10-12

如右圖所示之 R-L-C 並聯電路，若 $v(t)=10\sqrt{2}\sin 1000t\text{V}$， $R=5\Omega$， $L=5\text{mH}$， $C=50\mu\text{F}$，試求

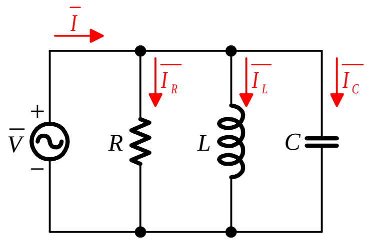
(1)總導納 $\overline{Y}$ 、 Y　(2)總電流 $\overline{I}$ 、 I

(3)電阻器電流 $\overline{I_R}$ 、 I_R　(4)電感器電流 $\overline{I_L}$ 、 I_L

(5)電容器電流 $\overline{I_C}$ 、 I_C　(6)平均功率 P

(7)虛功率 Q　(8)視在功率 $\overline{S}$ 、 S

(9)功率因數 PF 為多少？



【解】 $\overline{V}=\dfrac{V_m}{\sqrt{2}}\angle\theta_v=\dfrac{10\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\angle 0°=10\angle 0°\text{ V}$

電導： $G=\dfrac{1}{R}=\dfrac{1}{5}=0.2\,℧$

電感納： $B_L=\dfrac{1}{X_L}=\dfrac{1}{\omega L}=\dfrac{1}{1000\times 5\times 10^{-3}}=0.2\,℧$

電容納： $B_C=\dfrac{1}{X_C}=\omega C=1000\times 50\times 10^{-6}=0.05\,℧$

(1) $\overline{Y} = G + j(B_C - B_L) = 0.2 + j(0.05 - 0.2) = 0.2 - j0.15$

$= \sqrt{(0.2)^2 + (-0.15)^2}\angle\tan^{-1}\dfrac{-0.15}{0.2} = 0.25\angle -37°\,℧$　　$Y = 0.25\,℧$

(2) $\overline{I} = \overline{V}\cdot\overline{Y} = (10\angle 0°)\cdot(0.25\angle -37°) = 2.5\angle -37°\text{ A}$　　$I = 2.5\text{ A}$

(3) $\overline{I_R} = \overline{V}\cdot G = (10\angle 0°)\cdot 0.2 = 2\angle 0°\text{ A}$　　$I_R = 2\text{ A}$

(4) $\overline{I_L} = \overline{V}\cdot\overline{B_L} = (10\angle 0°)\cdot(0.2\angle -90°) = 2\angle -90°\text{ A}$　　$I_L = 2\text{ A}$

(5) $\overline{I_C} = \overline{V}\cdot\overline{B_C} = (10\angle 0°)\cdot(0.05\angle 90°) = 0.5\angle 90°\text{ A}$　　$I_C = 0.5\text{ A}$

(6) $\theta_p = \theta_i - \theta_v = -37° - 0° = -37°$

解法一　$P = VI\cos\theta_p = 10\times 2.5\times\cos(-37°) = 20\text{ W}$

解法二　$P = V^2G = 10^2\times 0.2 = 20\text{ W}$

（或 $P = \dfrac{I_R^2}{G} = \dfrac{2^2}{0.2} = 20\text{ W}$）

(7) 解法一　$Q = VI\sin\theta_p = 100\times 2.5\times\sin(-37°) = -15\text{ VAR}$

（負號表示為電感性電抗功率）

解法二　$Q = Q_C - Q_L = V^2B_C - V^2B_L = 10^2\times 0.05 - 10^2\times 0.2 = -15\text{ VAR}$

（或 $Q = Q_C - Q_L = \dfrac{I_C^2}{B_C} - \dfrac{I_L^2}{B_L} = \dfrac{(0.5)^2}{0.05} - \dfrac{2^2}{0.2} = -15\text{ VAR}$）

(8) 解法一　$\overline{S} = P + jQ = 20 - j15\text{ VA}$

解法二　$\overline{S} = \overline{V}^*\cdot\overline{I} = (10\angle 0°)^*\cdot(2.5\angle -37°)$

$= 25\angle -37°\text{ VA}$

$S = VI = V^2Y = \sqrt{P^2 + Q^2} = 25\text{ VA}$

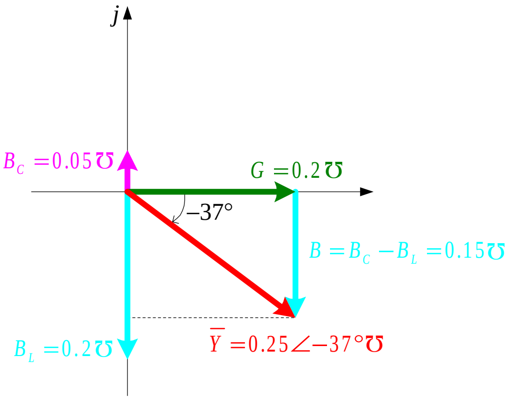
(9) $PF = \cos\theta_p = \dfrac{G}{Y} = \dfrac{I_R}{I} = \dfrac{P}{S} = \cos(-37°)$

$= \dfrac{0.2}{0.25} = \dfrac{2}{2.5} = \dfrac{20}{25} = 0.8$

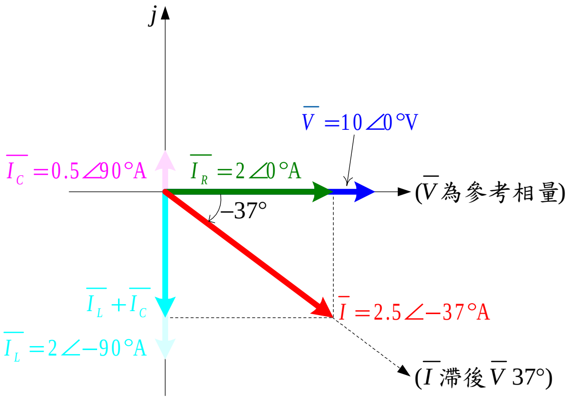
$\because B_L > B_C$，電路呈電感性電路

$\therefore PF$ 為滯後功率因數

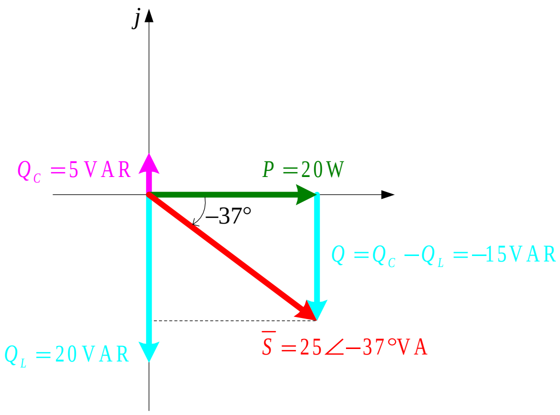
電路的各相量圖繪製如下：



(a) 導納圖



(b) $\overline{V}$ - $\overline{I}$ 相量圖



(c) 功率相量圖

馬上練習 承上題所示之 R-L-C 並聯電路，若 $\overline{I} = 5\angle 0°\text{A}$，$R = 25\Omega$，$X_L = 50\Omega$，$X_C = 20\Omega$，試求 (1)總導納 $\overline{Y}$、Y (2)總電壓 $\overline{V}$、V (3)電阻器電流 $\overline{I_R}$、I_R (4)電感器電流 $\overline{I_L}$、I_L (5)電容器電流 $\overline{I_C}$、I_C (6)平均功率 P (7)虛功率 Q (8)視在功率 $\overline{S}$、S (9)功率因數 PF 為多少？

【答】(1) $\overline{Y} = 0.05\angle 37°$ ℧，$Y = 0.05$ ℧

(2) $\overline{V} = 100\angle -37°\ \text{V}$，$V = 100\ \text{V}$

(3) $\overline{I_R} = 4\angle -37°\ \text{A}$，$I_R = 4\ \text{A}$

(4) $\overline{I_L} = 2\angle -127°\ \text{A}$，$I_L = 2\ \text{A}$

(5) $\overline{I_C} = 5\angle 53°\ \text{A}$，$I_C = 5\ \text{A}$

(6) $P = 400\ \text{W}$

(7) $Q = 300\ \text{VAR}$

(8) $\overline{S} = 400 + j300\ \text{VA}$，$S = 500\ \text{VA}$

(9) $PF = 0.8$（超前功率因數）

※範例 10-13

某一交流系統，電壓為 $100\sin 100t$ V，負載消耗的平均功率為 3kW，功率因數為 0.6（滯後），若要提高系統的功率因數至 1.0，則需並聯多少容量的電容器？

【解】$\because \cos\theta_1 = 0.6 \Rightarrow \sin\theta_1 = 0.8$

$$\therefore \tan\theta_1 = \frac{0.8}{0.6} = \frac{4}{3}$$

$$\because \cos\theta_2 = 1.0 \Rightarrow \sin\theta_2 = 0$$

$$\therefore \tan\theta_2 = \frac{0}{1.0} = 0$$

$$Q_C = P(\tan\theta_1 - \tan\theta_2)$$

$$= 3\text{k}(\frac{4}{3} - 0) = 4\ \text{kVAR}$$

$$C = \frac{Q_C}{\omega V^2} = \frac{4\text{k}}{100\times(\frac{100}{\sqrt{2}})^2} = 8000\ \mu\text{F}$$

馬上練習　某負載在功率因數為 0.8 時的線路電流為 20A，若將功率因數提升至 1.0 時，試求線路電流變為多少？

【答】$I' = 16$ A。

單元評量

1. 有一純電阻交流電路，其電壓 $v(t)=100\sqrt{2}\sin 377t\mathrm{V}$ ， $R=20\Omega$ ，
試求 $PF=$ ____________。

2. 有一純電容交流電路，其電流 $i(t)=10\sqrt{2}\sin 100t\mathrm{A}$ ， $C=200\mu\mathrm{F}$，
試求 $PF=$ ____________。

3. 有一純電感交流電路，其電壓 $v(t)=100\sqrt{2}\sin 100t\mathrm{V}$ ， $L=0.1\mathrm{H}$ ，
試求 $PF=$ ____________。

4. 有一 R-C 串聯交流電路，其電流 $i(t)=10\sqrt{2}\sin 100t\mathrm{A}$ ， $R=50\Omega$， $X_C=50\Omega$，
試求 $\theta_p=$ ________，$PF=$ ________，為 ________ 功率因數（超前或滯後）。

5. 有一 R-L 串聯交流電路，其電壓 $v(t)=100\sqrt{2}\sin 100t\mathrm{V}$ ， $R=30\Omega$， $X_L=40\Omega$，
試求 $\theta_p=$ ________，$PF=$ ________，為 ________ 功率因數（超前或滯後）。

6. 有一 R-C 並聯交流電路，其電壓 $v(t)=100\sqrt{2}\sin 100t\mathrm{V}$ ， $R=40\Omega$ ， $X_C=30\Omega$
，試求 $\theta_p=$ ________，$PF=$ ________，為 ________ 功率因數（超前或滯後）。

7. 有一 R-L 並聯交流電路，其電流 $i(t)=10\sqrt{2}\sin 100t\mathrm{A}$ ， $R=50\Omega$， $X_L=50\Omega$ ，
試求 $\theta_p=$ ________，$PF=$ ________，為 ________ 功率因數（超前或滯後）。

8. 有一 R-L-C 串聯交流電路，其電壓 $v(t)=100\sqrt{2}\sin 100t\mathrm{V}$ ， $R=10\Omega$ ，
$X_L=20\Omega$ ， $X_C=10\Omega$，試求 $\theta_p=$ ________，$PF=$ ________，為 ________
功率因數（超前或滯後）。

9. 有一 R-L-C 串聯交流電路，其電流 $i(t)=10\sqrt{2}\sin 100t\mathrm{A}$ ， $R=30\Omega$ ，
$X_L=20\Omega$ ， $X_C=60\Omega$，試求 $\theta_p=$ ________，$PF=$ ________，為 ________
功率因數（超前或滯後）。

10. 有一 R-L-C 並聯交流電路，其電壓 $v(t)=100\sqrt{2}\sin 100t\mathrm{V}$ ， $G=0.4℧$ ，
$B_L=0.3℧$ ， $B_C=0.6℧$，試求 $\theta_p=$ ________，$PF=$ ________，為 ________
功率因數（超前或滯後）。

重點摘要

1. 瞬間功率：在任一時刻，負載兩端之瞬間電壓值與通過之瞬間電流值的乘積。

$$p(t) = v(t)\cdot i(t) = V_m\sin(\omega t+\theta_v)\cdot I_m\sin(\omega t+\theta_i) \quad \text{〔W, 瓦特〕}$$
$$= VI\cos\theta_p - VI\cos(2\omega t+\theta_i+\theta_v)$$

θ_v：電壓的初始相位　θ_i：電流的初始相位　$\theta_p=\theta_i-\theta_v$：功率因數角

2. 平均功率：一個週期內之瞬間功率的平均值，為電路中所實際消耗的功率，也稱為有效功率、實功率或有功功率。

$$P = VI\cos\theta_p \quad \text{〔W, 瓦特〕} \quad \begin{cases}\text{串聯電路：}P = I^2R\\ \text{並聯電路：}P = V^2G\end{cases}$$

3. 虛功率：能量只在電源與電抗元件（電容器、電感器）中來回轉換，沒有實際能量消耗的功率，也稱為電抗功率、無效功率或無功功率。

$$Q = VI\sin\theta_p \quad \text{〔VAR, 乏爾〕} \quad \begin{cases}\text{串聯電路：}Q = I^2X = I^2(X_C-X_L)\\ \text{並聯電路：}Q = V^2B = V^2(B_C-B_L)\end{cases}$$

4. 視在功率：電壓有效值與電流有效值的乘積。

$$S = VI = \sqrt{P^2+Q^2} \quad \text{〔VA, 伏安〕} \quad \begin{cases}\text{串聯電路：}S = I^2Z\\ \text{並聯電路：}S = V^2Y\end{cases}$$

5. 最大瞬間功率：$P_{max} = VI\cos\theta_p + VI = P+S$　〔W, 瓦特〕

最小瞬間功率：$P_{min} = VI\cos\theta_p - VI = P-S$　〔W, 瓦特〕

※6. 複數功率：$\overline{S} = \overline{V}^{*}\cdot\overline{I}$

$\overline{S} = P+jQ$（電容性電路）　　$\overline{S} = P-jQ$（電感性電路）

7. 功率因數：平均功率 P 與視在功率 S 的比值。

$$PF = \frac{P}{S} = \frac{VI\cos\theta_p}{VI} = \cos\theta_p$$

$$\begin{cases}\text{串聯電路：}PF = \dfrac{R}{Z} = \dfrac{R}{\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}}\\[2ex] \text{並聯電路：}PF = \dfrac{G}{Y} = \dfrac{G}{\sqrt{G^2+(B_C-B_L)^2}}\end{cases}$$

(1) 當電路為電容性電路時，其 PF 為超前功率因數。此時的電路有：

a. R-C 串聯或 R-L-C 串聯（$X_C > X_L$ 時）

b. R-C 並聯或 R-L-C 並聯（$B_C > B_L$ 時）

(2) 當電路為電感性電路時，其 PF 為滯後功率因數。此時的電路有：

a. R-L 串聯或 R-L-C 串聯（$X_L > X_C$ 時）

b. R-L 並聯或 R-L-C 並聯（$B_L > B_C$ 時）

8. 基本交流電路之功率特性：

交流電路	平均功率（$P = VI\cos\theta_p$）	虛功率（$Q = VI\sin\theta_p$）	功率因數（$PF = \cos\theta_p$）	功率因數角（$\theta_p = \theta_i - \theta_v$）
純電阻	$P = VI\cos 0° = VI = I^2R = V^2G$	$Q = VI\sin 0° = 0$	$PF = \cos 0° = 1$	$\theta_p = 0°$
純電容	$P = VI\cos 90° = 0$	$Q = VI\sin 90° = VI$ $Q_C = I^2X_C = V^2B_C$	$PF = \cos 90° = 0$	$\theta_p = 90°$
純電感	$P = VI\cos(-90°) = 0$	$Q = VI\sin(-90°) = -VI$ $Q_L = I^2X_L = V^2B_L$	$PF = \cos(-90°) = 0$	$\theta_p = -90°$
R-C 串聯	$P = VI\cos\theta_p = I^2R$	$Q = VI\sin\theta_p$ $Q_C = I^2X_C$	$PF = \cos\theta_p = \frac{P}{S} = \frac{I^2R}{I^2Z} = \frac{R}{Z} = \frac{V_R}{V}$ （超前功率因數）	$\theta_p = +\tan^{-1}\frac{X_C}{R}$
R-L 串聯	$P = VI\cos\theta_p = I^2R$	$Q = VI\sin\theta_p$ $Q_L = I^2X_L$	$PF = \cos\theta_p = \frac{P}{S} = \frac{I^2R}{I^2Z} = \frac{R}{Z} = \frac{V_R}{V}$ （滯後功率因數）	$\theta_p = -\tan^{-1}\frac{X_L}{R}$

交流電路	平均功率（ $P=VI\cos\theta_p$ ）	虛功率（ $Q=VI\sin\theta_p$ ）	功率因數（ $PF=\cos\theta_p$ ）	功率因數角（ $\theta_p=\theta_i-\theta_v$ ）
R-L-C 串聯	$P=VI\cos\theta_p$ $=I^2R$	$Q=VI\sin\theta_p$ $=Q_C-Q_L$ $=I^2(X_C-X_L)$	$PF=\cos\theta_p$ $=\dfrac{P}{S}=\dfrac{R}{Z}$ （若 $X_C>X_L$，則為超前功率因數；若 $X_L>X_C$，則為滯後功率因數）	$\theta_p=\tan^{-1}\dfrac{X_C-X_L}{R}$
R-C 並聯	$P=VI\cos\theta_p$ $=V^2G$ $=\dfrac{V^2}{R}$	$Q=VI\sin\theta_p$ $Q_C=V^2B_C$ $=\dfrac{V^2}{X_C}$	$PF=\cos\theta_p$ $=\dfrac{P}{S}=\dfrac{V^2G}{V^2Y}$ $=\dfrac{G}{Y}=\dfrac{I_R}{I}$ （超前功率因數）	$\theta_p=+\tan^{-1}\dfrac{B_C}{G}$ $=+\tan^{-1}\dfrac{R}{X_C}$
R-L 並聯	$P=VI\cos\theta_p$ $=V^2G$ $=\dfrac{V^2}{R}$	$Q=VI\sin\theta_p$ $Q_L=V^2B_L$ $=\dfrac{V^2}{X_L}$	$PF=\cos\theta_p$ $=\dfrac{P}{S}=\dfrac{V^2G}{V^2Y}$ $=\dfrac{G}{Y}=\dfrac{I_R}{I}$ （滯後功率因數）	$\theta_p=-\tan^{-1}\dfrac{B_L}{G}$ $=-\tan^{-1}\dfrac{R}{X_L}$
R-L-C 並聯	$P=VI\cos\theta_p$ $=V^2G$	$Q=VI\sin\theta_p$ $=Q_C-Q_L$ $=I^2(B_C-B_L)$	$PF=\cos\theta_p$ $=\dfrac{P}{S}=\dfrac{G}{Y}$ （若 $B_C>B_L$，則為超前功率因數；若 $B_L>B_C$，則為滯後功率因數）	$\theta_p=\tan^{-1}\dfrac{B_C-B_L}{R}$

學後評量

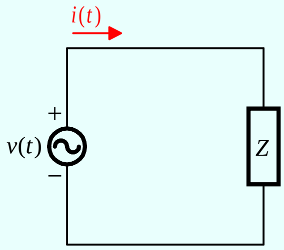
一、選擇題

(　)1. 某阻抗的電壓與電流皆為正弦波，電壓 $\overline{V}=141.4\angle-30°\text{V}$、電流 $\overline{I}=\sqrt{2}\angle30°\text{A}$，則其平均功率為 (A)30W (B)50W (C)100W (D)$141.4\sqrt{2}$W

(　)2. 6 歐姆電阻器中，當通過的電流為 $i(t)=10\sin(377t+60°)$ 安培時，電阻器所消耗的平均功率為 (A)600 瓦特 (B)60 瓦特 (C)360 瓦特 (D)300 瓦特

(　)3. 設加於 R-L 串聯電路之電源頻率為 f，則其瞬時功率之頻率為 (A)$0.5f$ (B)f (C)$2f$ (D)$3f$

(　)4. 如圖(1)所示電路，交流電路的電壓 $v(t)=100\sqrt{2}\sin377t\,\text{V}$、電流 $i(t)=10\sqrt{2}\sin(377t-60°)\text{A}$，則平均功率為 (A)100W (B)250W (C)500W (D)1000W



圖(1)

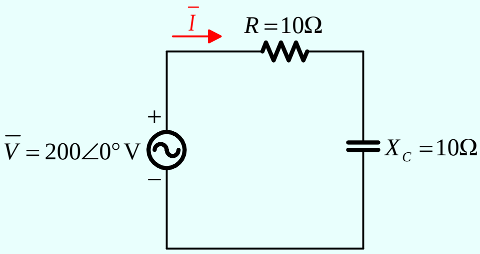
(　)5. 有一交流電路，已知電壓 $v(t)=100\sqrt{2}\sin(377t+30°)\text{V}$ 和電流 $i(t)=10\sqrt{2}\sin(377t-30°)\text{A}$，求電路的平均功率？ (A)500W (B)866W (C)1000W (D)2000W

(　)6. 有一電壓源 $v(t)=3\sin t+4\sin3t$ 伏特，加在 1Ω 之電阻兩端，則電阻消耗之功率為 (A)7W (B)12.5W (C)25W (D)30.5W

(　)7. 有一交流電路的電壓 $v(t)=100\sqrt{2}\sin377t\,\text{V}$、電流 $i(t)=2\sqrt{2}\sin(377t-60°)\text{A}$，則此電路的輸入虛功率為 (A)$100\sqrt{3}$VAR (B)100VAR (C)$50\sqrt{3}$VAR (D)50VAR

(　)8. 交流電路的電壓 $\overline{V}=100+j60\text{V}$、電流 $\overline{I}=40-j30\text{A}$，則其平均功率為 (A)4000W (B)1800W (C)5800W (D)2200W

(　)9. 如圖(2)所示之交流電路，下列有關 RC 組合部分的敘述，何者正確？ (A)電流均方根值 $I=10\text{A}$ (B)平均功率 $P=1000\text{W}$ (C)視在功率 $S=2000\text{VA}$ (D)無效功率(Q)絕對值$=2000\text{VAR}$

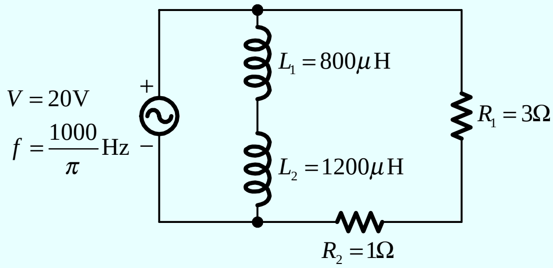


圖(2)

(　)10. 有一負載阻抗為 $6+j8\Omega$，其功率因數應為 (A)0.6 (B)0.8 (C)0.9 (D)1.0

(　)11. 某元件兩端電壓為 $100\sqrt{2}\sin(377t+30°)\text{V}$ 、電流為 $100\sqrt{2}\sin(377t-30°)\text{A}$ ，則 (A)視在功率的大小為 20000VA (B)虛功率為 8660VAR (C)功率因數為 0.5 (D)功率因數為 1.0 (E)平均功率為 8660W（複選）

(　)12. 如圖(3)所示電路，交流電路的功率因數角 θ 為 (A)$-53°$ (B)$-45°$ (C) $45°$ (D)$53°$



圖(3)

(　)13. 承上題，如圖(3)所示電路，交流電路的平均功率為 (A)50W (B)75W (C) 100W (D)125W

(　)14. 承上題，如圖(3)所示電路，交流電路的虛功率為 (A)50VAR (B)75VAR (C)100VAR (D)12.5VAR

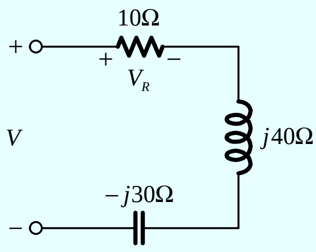
(　)15. 承上題，如圖(3)所示電路，交流電路的視在功率為 (A)50VA (B)100VA (C)141.4VA (D)173.2VA

(　)16. 承上題，如圖(3)所示電路，交流電路的功率因數為 (A)1 (B)0.866 (C) 0.707 (D)0.5

(　)17. 某交流電路的電壓函數 $v(t)$ 及電流函數 $i(t)$ 可分別表為 $v(t)=200\sqrt{2}\sin(377t)\text{V}$ ， $i(t)=10\sqrt{2}\sin(377t-37°)\text{A}$ ，則下列有關此電路之有效功率（P）、無效功率（Q）、視在功率（S）及功率因數（PF）的敘述，何者正確？ (A) $P=3200\text{W}$ (B)Q 絕對值 $=1200\text{VAR}$ (C) $S=4000\text{VA}$ (D) $PF=0.6$

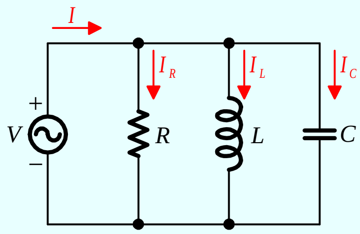
(　)18. 阻抗為 50 歐姆，功率因數為 0.8 之負載，若連接 200 伏特之交流電壓時，其有效功率為 (A) 640 瓦特 (B)800 瓦特 (C)480 瓦特 (D)1000 瓦特

(　)19. 如圖(4)所示電路，假設 $\overline{V_R}=100\angle 0°\text{V}$ ，則此電路的功率因數為 (A)100% (B)50% 超前 (C)70.7% 超前 (D)70.7% 滯後

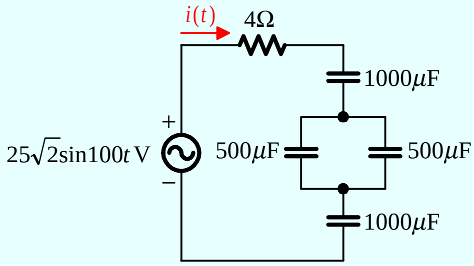


圖(4)

(　)20. 如圖(5)所示電路，$I_R = 8\text{A}$、$I_L = 7\text{A}$、$I_C = 1\text{A}$、$f = 60\text{Hz}$、$V = 100\text{V}$，則 $\cos\theta = ?$　(A)1.0　(B)0.8　(C)0.707　(D)0.6



圖(5)



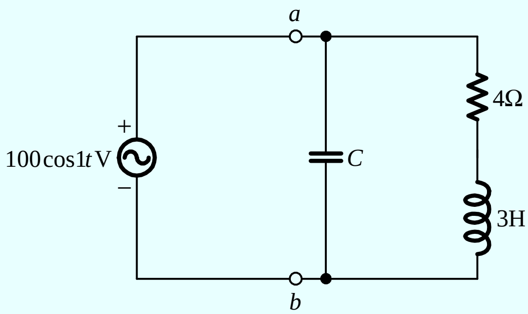
圖(6)

※(　)21. 一交流電動機，電壓 220V，電流 10A，若電壓超前電流 36.87°，功率因數為 0.8，則此電動機之複數功率為　(A) $(1408 - j1056)$VA　(B) $(1760 - j1320)$VA　(C) $(2816 - j2112)$VA　(D) $(3520 - j2640)$VA

※(　)22. 串聯電路如圖(6)所示，下列有關 RC 組合部分的敘述，何者正確？ (A)功率因數 $PF = 0.6$　(B)視在功率 $S = 100\text{VA}$　(C)無效功率（Q）絕對值 $= 50\text{VAR}$　(D)平均功率 $P = 100\text{W}$

※(　)23. 某工廠平均每小時耗電 24kW，功率因數為 0.6 滯後，欲將功率因數提高至 0.8 滯後，求應加入並聯電容器的無效功率為多少　(A)5kVAR　(B)14kVAR　(C)19kVAR　(D)24kVAR

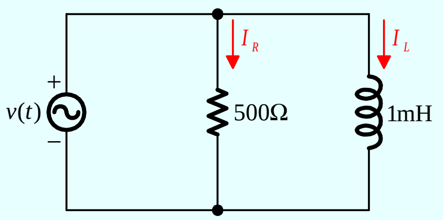
※(　)24. 如圖(7)所示電路，為了使電源側看入的阻抗功率因數為 1，則電容器 C 值為　(A)1F　(B)$\frac{1}{25}$F　(C)$\frac{2}{25}$F　(D)$\frac{3}{25}$F



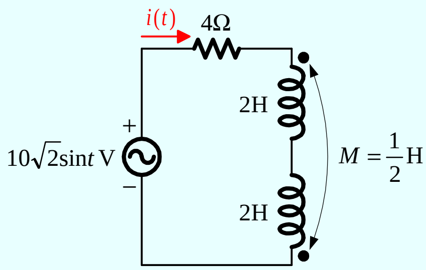
圖(7)

二、計算題

1. 有一交流電路的電壓 $v(t)=100\sqrt{2}\sin 377t\text{V}$ 、電流 $i(t)=2\sqrt{2}\sin(377t-60°)\text{A}$，試求電路的平均功率為多少？
2. 有一交流電路的電壓 $v(t)=100\sqrt{2}\sin(\omega t+60°)\text{V}$ 、電流 $i(t)=10\sqrt{2}\sin(\omega t-30°)\text{A}$，試求電路的無效功率為多少？
3. 有一電路的電壓為 $100\angle 60°\text{V}$ 、電流為 $10\angle 30°\text{A}$，試求此電路的平均功率為多少？
4. $R=8\Omega$ 、 $X_L=20\Omega$ 、 $X_C=14\Omega$ 串聯接於 100V 交流電源上，試求串聯電路的平均功率、虛功率、與視在功率為多少？
5. 有一交流電路的電壓 $v(t)=100\sqrt{2}\sin(377t+30°)\text{V}$ 、電流 $i(t)=10\sqrt{2}\sin(377t-30°)\text{A}$，試求電路的平均功率、視在功率、電壓頻率、與峰值電壓為多少？
6. 有一交流電路的電壓為 100V 、電流為 10A 、功率因數為 0.8，試計算此電路的平均功率與虛功率為多少？
7. 視在功率為 1000 伏安的負載，功率因數為 0.5，試求此電路的平均功率與虛功率為多少？
8. 如圖(8)所示電路，電壓源 $v(t)=2\sin(2\pi ft)\text{V}$， $f=50\text{kHz}$，則功率因數 $\cos\theta_p$ 為多少？
9. 如圖(9)所示電路，試求電流 I 、視在功率 S 、平均功率 P 、功率因數 PF 各為多少？

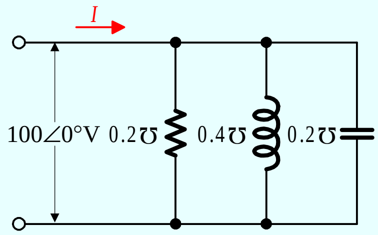


圖(8)



圖(9)

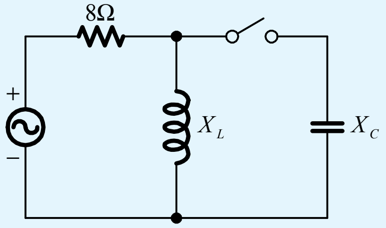
10. 如圖(10)所示並聯電路中，試求
    (1) 功率因數
    (2) 平均功率
    (3) 無效功率
    (4) 電流 I 為多少？



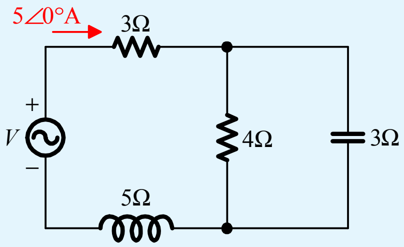
圖(10)

※11. 加在一電路上之電壓 $v(t)=110\sin(\omega t+30°)$V，通過電流 $i(t)=5\sin(\omega t+60°)$A。試求 (1)平均功率 (2)電源所供給之最大瞬間功率 (3)最小負值瞬間電功率 (4)功率因數 (5)複數功率 為多少？

※12. 如圖(11)所示電路，無論 X_C 與 X_L 並聯與否，此電路的功率因數皆為 0.8，則 X_C 大小為多少？



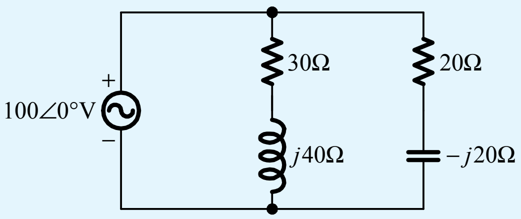
圖(11)



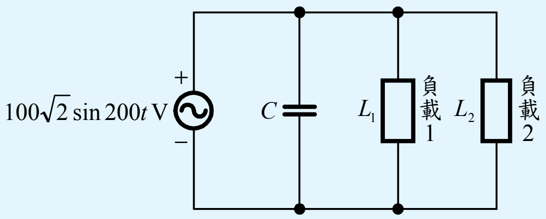
圖(12)

※13. 如圖(12)所示電路，試求此電路的平均功率為若干？

※14. 如圖(13)所示電路，試求電源所供給之平均功率 P 與虛功率 Q 為多少？



圖(13)



圖(14)

※15. 如圖(14)所示電路，一發動機接有兩負載，其中 L_1 需要功率 10kW，功率因數為 0.8 滯後，L_2 需要功率 6kW，功率因數為 0.8 滯後。為使此發電機之功率因數為 1，則需並聯電容值多少之 C？