8. 特徵擷取

- 8.1 點擷取
- 8.2 線擷取
- 8.3 邊擷取
- 8.4 輪廓連結
- 8.5 角擷取

影像處理

8. 特徵擷取

8. 特徵擷取

中央大學影像處理暨虛擬實境實驗室 2

₩ 目的

根據影像中的像素灰階不連續性 (discontinuity) 偵測影像中的基本特徵:點 (point)、線 (line)、 邊 (edge)、及角 (corner)。

- 主要的方法是用 遮罩運算 (mask operators)
- ♣ 一個 3×3 遮罩可表示成一個向量

$$\frac{\textit{vectorization}}{|} \quad \mathbf{w} = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_9 \end{bmatrix}$$

一個影像區塊也表示成一個向量,遮罩運算及 成的兩個向量的內積 (inner product)

8. 特徵擷取

	<i>X</i> 1	<i>X</i> 2	Х3	<pre>- vectorization</pre>	$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$
-	<i>X</i> 4	<i>X</i> 5	<i>X</i> 6	$\underline{\qquad} \qquad X =$	
-	X 7	<i>X</i> 8	X 9		X 9

$$\boldsymbol{w}^T \boldsymbol{x} = \sum_{i=1}^{9} w_i x_i.$$



影像處理

8. 特徵擷取

中央大學影像處理暨虛擬實境實驗室

8.1 點擷取

🏶 偵測孤立點 (isolated point) 的遮罩定義為

影像做完遮罩運算後,還要用一個準則 (criterion) 根據每一像素的遮罩運算值,來判定 哪些像素具有該遮罩所定義的特徵。此準則可 以定義為 $|M_{o}*f| > T_{i}$, T_{i} 是事先定義好的門 檻值 (threshold value), f 是影像。

♣ 範例一

影像

8. 特徵擷取

0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	100	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

遮罩

-1	1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

-100	-100	-100	
-100	800	-100	
-100	-100	-100	

影像處理

8. 特徵擷取

中央大學影像處理暨虛擬實境實驗室 6



₩ 範例二

影像

0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	100	100	0	0
0	100	100	0	0
0	0	0	0	0

遮罩

-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1



-200	-200	-100	
500	500	-200	
500	500	-200	



8.2 線擷取

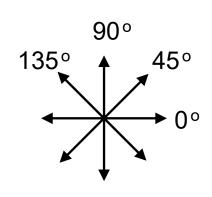
□線 (line) 有方向性,所以線上點要根據方向來偵 測。我們可以只定義0°(水平)、45°、90°(垂直) 、及 135° 四個方向來擷取各種方向的線

$$M_{11} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

-1
 -1
 -1
 2

 2
 2
 ,
$$M_{I2}$$
 =
 -1
 2
 -1

 -1
 -1
 2
 -1
 -1



$$M_{13} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}, M_{\mu} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$



影像處理

8. 特徵擷取

8. 特徵擷取

中央大學影像處理暨虛擬實境實驗室

8

7

● 準則定義為

 $A > T_{\prime}$

其中 A = Max { $|M_{l1}^*f|$, $|M_{l2}^*f|$, $|M_{l3}^*f|$, $|M_{l4}^*f|$ }, T, 是事先定義好的門檻值。

● 一般化的通式; 例如, $M_n = c$ C 是任意常數; 其他遮罩依此類推。

	- 1/2	- ½	$-\frac{1}{2}$
)	1	1	1
	- 1/2	- ½	- 1/2

♣ 問題

霍夫轉換 (Hough transform) 與本節的線擷取有 什麼關係或差異?

● 範例一

0	0	0	0	0
100	100	100	100	100
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

擷取前

0	0	0	0	0
100	100	100	100	100
100	100	100	100	100
0	0	0	0	0

_ 擷取後

600	600	600	
-300	-300	-300	

300	300	300	
300	300	300	

1

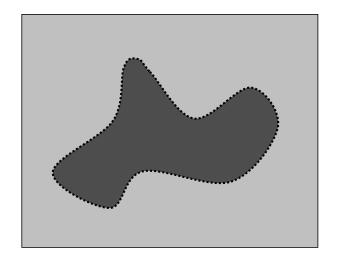
影像處理

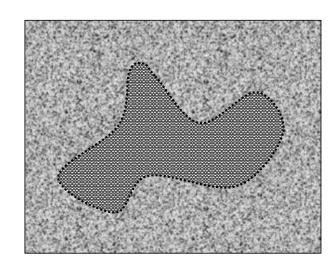
8. 特徵擷取

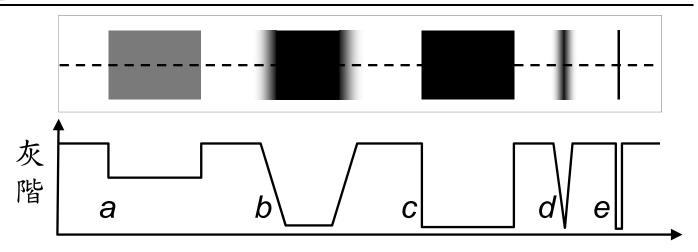
中央大學影像處理暨虛擬實境實驗室 10

8.3 邊擷取

- ♣ 在所有特徵中,邊 (edge) 是最重要的。
- 兩個顯著不同特性區塊之間就稱為邊或邊界。
- ◆ 在所有特徵中,邊是最難精確求得的;原因在於無唯一定義(模糊)的問題。







● 邊是在小區域中灰階變異最大的地方;所以我們大都是用微分 (derivative) 或差分 (differentiation) 來偵測邊。常用的微分有一次微分;例如,梯度 (gradient),及二次微分;例如,拉普拉斯運算 (Laplacian operator)。



影像處理

8. 特徵擷取

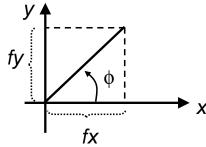
中央大學影像處理暨虛擬實境實驗室 12

8.3.1 一次微分

◆ 微分是有方向性的;我們以相鄰灰階在 X 及 y 方向的微分向量,稱為梯度 (gradient) 表示影像f 在 (x, y) 位置的一次微分 (first derivative),

$$\nabla f = \begin{bmatrix} f_X & f_y \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}^T$$

梯度的強度 (magnitude) 定義為



$$\left|\nabla f\right| = \sqrt{f_X^2 + f_Y^2}$$
 \circlearrowleft $\left|\nabla f\right| \approx \left|f_X\right| + \left|f_Y\right|$

方向 (direction) 定義為 $\phi(x,y) = \tan^{-1}(\frac{f_y}{f_x})$



- ◆ 準則定義為 | ∇f| > T_e , 其中 T, 是事先定義好的門檻值。
- ♣ 我們以一次差分 (differentiation) 代替一次微 分做離散資料處理。一次差分運算有多種定義

A.1×2 及 2×1 遮罩

$$f_{x} = \begin{array}{c|ccc} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \end{array}$$



影像處理

8. 特徵擷取

中央大學影像處理暨虛擬實境實驗室

Differential of one-dimensional function

$$\begin{array}{c}
f \\
f(x) \\
\Delta x
\end{array}$$

$$f_{X} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{(x + \Delta x) - (x)} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x) - f(x - \Delta x)}{(x) - (x - \Delta x)} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}$$

in discrete format, $\Delta x = 1$, $f_x = f(x) - f(x-1)$

B. 1×3 及 3×1 遮罩

$$f_{y} = \begin{array}{c|ccc} 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & -1 & 0 \end{array}$$

C. 布里威特運算 (Prewitt operator) 3×3 遮罩

$$f_{x} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$f_{x} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad f_{y} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

影像處理

8. 特徵擷取

中央大學影像處理暨虛擬實境實驗室

G. 梭柏運算 (Sobel operator) 3×3 遮罩

, =
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

H. 柯奇運算 (Kirsch operator) 3×3 遮罩

$$f_x = \begin{bmatrix} -3 & -3 & 5 \\ -3 & 0 & 5 \\ -3 & -3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$f_{y} = \begin{vmatrix} 5 & 5 & 5 \\ -3 & 0 & -3 \\ -3 & -3 & -3 \end{vmatrix}$$



- ♣ 上述布里威特運算及梭柏運算最為一般人使用。 這兩個運算有一個很特別的意義,就是這兩個運 算在做差分運算前,已先做了一次等加權或不等 加權的平均運算,以減少"強化雜訊"。
- ◆ 先做平均(低通濾波)可以消除少許雜訊,以減少做差分(高通濾波)時,將原本不顯著的雜訊 分強化出來。梭柏運算與布里威特運算的差別在 於做差分前,布里威特運算用等比重的平均法, 而梭柏運算改用了類似於高斯分佈的平均法,愈 靠近中間點,加權數愈大;所以梭柏運算更能保 持影像的邊界特性,比較不會模糊邊界;也因此 梭柏運算是最常被使用的邊界偵測運算。



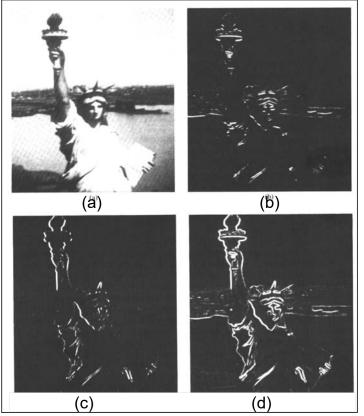
影像處理

8. 特徵擷取

中央大學影像處理暨虛擬實境實驗室 18

♠ 梭柏邊偵測範例

原始影像



 $|f_y|$.

 $|f_{\chi}|$.

 $|f_{\chi}| + |f_{\gamma}|.$

7.3.2 二次微分

◆ 二次微分相當於連續兩個一次微分;二次微分沒有方向性。習慣上,我們不將二次微分的結果看成向量,而是直接表示為純量的和 (sum);也就是兩個方向之 "二次微分" 和。影像f 在 (X, Y) 位置的二次微分 (second derivative)

$$D_L f = \Delta f = \nabla \cdot \nabla f = \nabla^2 f = f_{xx} + f_{yy} = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

這個運算稱為拉普拉斯運算 (Laplacian operator)

$$D_{L} = f_{xx} + f_{yy} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

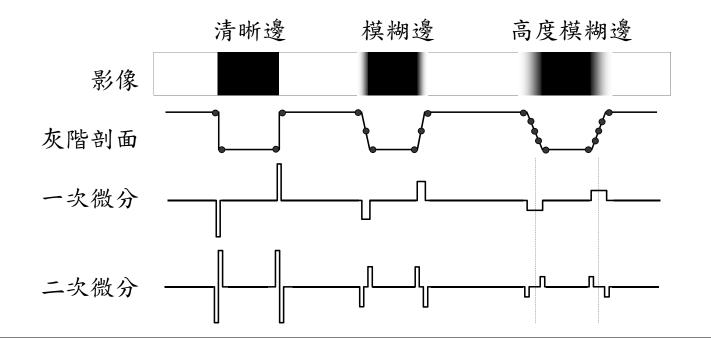


影像處理

8. 特徵擷取

中央大學影像處理暨虛擬實境實驗室 20

- ◆ 為什麼要考慮二次微分?首先比較一次微分與二次微分的差別,再敘述二次微分的使用方式。
- ◆ 二次微分會在邊界處產生一個極大值及一個極小值,習慣上我們稱之為双重邊 (double edge)。



- 21
- ◆ 從極大值跨到極小值或從極小值跨到極大值都會經過 0,而該 0點剛好就是邊界的最中央位置。所以若是我們在二次微分的結果中尋找跨過 0的位置,那麼就可以找到最準確的邊界點位置;這個位置就稱為過零點 (zero-crossing)。
- 另外為了抑制雜訊被強化出來,做二次為先前先做高斯平滑化。二次微分與高斯平滑亦可先結合在一起變成一個運算子,

$$\nabla^2 * (h * f(x, y)) = (\nabla^2 * h) * f(x, y),$$

其中
$$h$$
 為高斯平滑遮罩 $h(x,y) = exp\left(-\frac{x^2+y^2}{2\delta^2}\right)$,

 δ 是高斯分佈的標準差 (standard deviation)。



影像處理

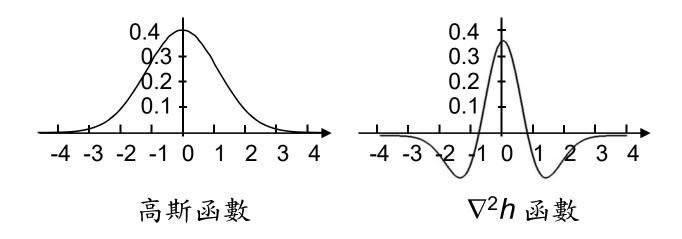
8. 特徵擷取

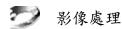
中央大學影像處理暨虛擬實境實驗室 22

✿ 因此二次微分與高斯平滑結合在一起的遮罩變成

$$\nabla^2 h = \left(\frac{r^2 - \delta^2}{\delta^4}\right) \exp\left(-\frac{r^2}{2\delta^2}\right) \quad \text{with} \quad r^2 = \chi^2 + \gamma^2.$$

◆ 下圖是高斯函數與 ∇²h 函數的縱切面圖

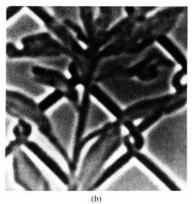




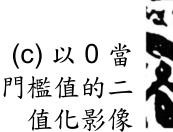
♣ 二次微分範例



(a) f.



(b) $\nabla^2 h * f$ with d = 4.





(d) 過零點 (the zero crossings)



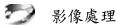
影像處理

8. 特徵擷取

中央大學影像處理暨虛擬實境實驗室 24

8.3.3 高斯平滑的邊偵測

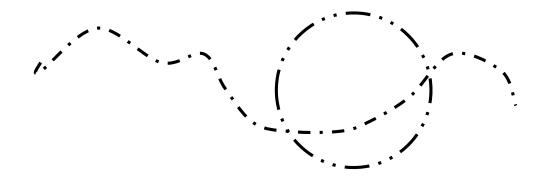
- 為了抑制雜訊,在微分前常先做平滑化。一個典型的運算是先做高斯平滑化再做一次微分,稱為一次高斯微分 (first derivative of a Gaussian, FDoG); 先做高斯平滑化再做二次微分,稱為高斯拉普拉斯 (Laplacian of a Gaussian, LoG)。
- 另外有一個很有名的高斯平滑邊偵測運算,是影像先各別做兩種不同標準差的高斯平滑化後,再相減;稱為高斯差分 (Difference of Gaussians, DoG)。高斯差分 (DoG) 的效果幾乎等同於高斯拉普拉斯 (LoG)。



8.4 輪廓連結

(Edge linking and boundary detection)

- 輪廓連結是探討如何將一個個獨立的像素連結 (link) 成一個比較完整或有意義的圖形;例如, 曲線、輪廓、..等。
- 連結中最大的問題是斷線 (break) 的問題。





影像處理

8. 特徵擷取

8. 特徵擷取

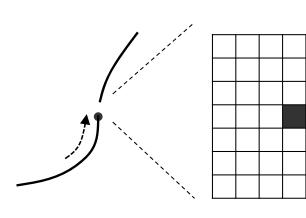
中央大學影像處理暨虛擬實境實驗室

8.4.1 以區域特性做連結

- ♥ 以區域特性做連結 (edge linking by local analysis) 是比較做完邊偵測之像素的邊強度及 方向,若相鄰點的邊強度及方向都相似,即表示 這兩像素是同一邊界上的像素,就可以將這兩像 素連結。
- 拳 若兩鄰近像素為 (x, y) 及 (x', y'),它們各別的梯 度為 $\nabla f = [f_x f_v]^T$ 及 $\nabla f' = [f'_x f'_v]^T$ 。

梯度量及梯度方向各別為 $|\nabla f|$, $|\nabla f'|$, ϕ , 及 ϕ' 。 如果 $|\nabla f| - |\nabla f'| \le T_1$ 且 $|\phi - \phi'| \le T_2$, 則連結 (X, y), (X, y) 像素。

◆ 連結的結果受到門檻值T₁及T₂的影響;另外影 響連結結果的因素還有"鄰近像素"的定義。鄰 近像素可以用 5×5, 7×7, .. 等範圍來定義;例如 ,定義 (x, y) 為 $n \times n$ 區塊的中心,若 (x', y') 落 在該 n×n 區塊內,則稱此兩像素為鄰近像素。 要填補多大的斷線就是要 n 來決定的;使用 n×n 區塊可以填補 (n-3)/2 的斷線。



Using a 7×7 mask to link 2-pixel break.



影像處理

8. 特徵擷取

中央大學影像處理暨虛擬實境實驗室 28

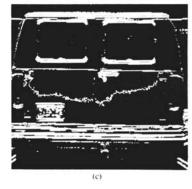
邊界點連結範例

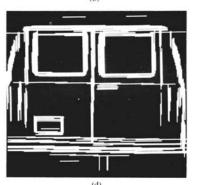




垂直邊點

水平邊點





連結結果

當相鄰像素的梯度量 $|\nabla f| > 25$ and $|\nabla f'| > 25$, 且梯度方向差 $|\phi - \phi'| \leq 15^{\circ}$,則連結這兩像素。

29

8.4.2 以霍夫轉換做連結

■ 霍夫轉換 (Hough transform) 原本是用來偵測影像中一些圖形的參數;例如,直線的斜率與截距、圓圈的中心座標、橢圓的中心座標及長短軸長度、... 等。但是霍夫轉換所求出來的參數不是那麼準確;因此我們會想用別的方法求圖形參數不例如用圖形匹配法 (curve fitting) 藉由最小平方。與差估計法估計圖形參數。但是如果影像中有多於一個的圖形,我們要拿哪些點來匹配呢?這時我們將可以先用霍夫轉換,採記名投票的方式時將特徵點分成一群群的,再將一群中的所有特徵點拿出來匹配一個圖形。



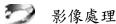
影像處理

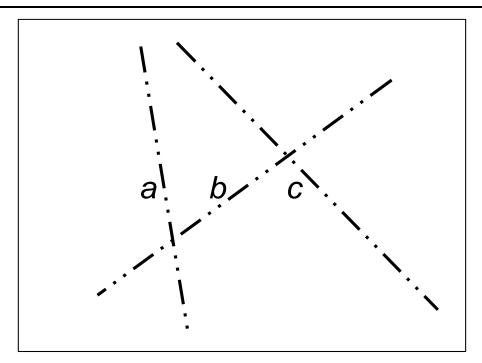
8. 特徵擷取

中央大學影像處理暨虛擬實境實驗室 3

● 演算法

- S1. 將影像做一次微分,根據微分絕對值的大小做二值化。將微分絕對值大於門檻值 T₁ 的像素定義為邊特徵點,否則就屬於背景點。
- S2. 做霍夫轉換用特徵點投票到各個累積票箱 (accumulator cells) 中。一個像素要累積到 一個票箱時,要記錄它的座標 (x, y)。
- S3. 當所有像素都投完票後,找出票數大於門檻值 T₂ 的 n 個票箱, n 個票箱依序執行步驟 S4.
- S4. 將一票箱中之所有票的座標拿出來以最小平 方誤差估計法匹配 (fitting) 圖形。





- ₩ 觀念
 - S1. 用霍夫轉換將邊界點分群。
 - S2. 將每一群中的所有邊界點拿出來,以最小平 方誤差估計法匹配 (fitting) 一直線圖形。



影像處理

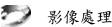
8. 特徵擷取

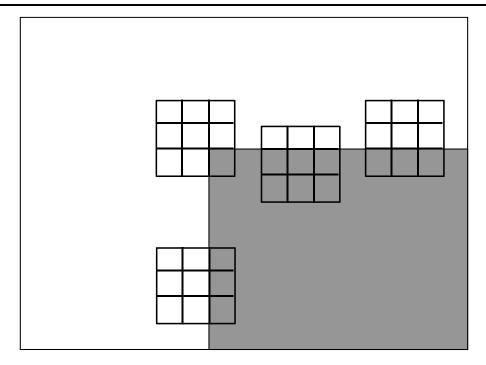
中央大學影像處理暨虛擬實境實驗室 32

8.5 角擷取

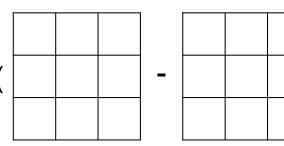
- 角偵測 (corner detection) 的研究啟程比線、邊的研究稍晚一些,數量也較少;從 1977 年起才開始有較多的研究。以下介紹五種較有名的方法
 - i. 1988 年 Harris-Stephens 角偵測法
 - ii. 1978 年 Hessian matrix 角偵測法
 - iii. 2004 年 EoH角偵測法
 - iv. 1997 年 SUSAN 角偵測法
 - v. 2006 年 FAST 角偵測器

問題:可以用兩個方向都有邊來判斷有角嗎?





相鄰遮罩 相減平方和 計算灰階變異







影像處理

8. 特徵擷取

中央大學影像處理暨虛擬實境實驗室 34

- Moravec 在1977年提出一個角偵測觀念,認為 在各個方向都有灰階變異 (intensity variation) 就 是角點 (corner point)。
- ♠ 演算法

S1. 計算像素 (x, y) 在 8 個方向的灰階變異 v_{i,j}(x,y) =

$$\sum_{a=-1,0,1} \sum_{b=-1,0,1} \left[f(x+a,y+b) - f(x+a+i,y+b+j) \right]^2$$

其中 (*i*, *j*) = (1, 0), (1, -1), (0, -1), (-1, -1), (-1, 0), (-1, 1), (0, 1), (1, 1) 即表示 8 個移動方向。

例如:a5 在右上方的區域灰階變異 V_{1,1}(a5)

$$v_{1,1}(a_5) = \sum_{i=1}^{9} [f(a_i) - f(b_i)]^2$$

	b_1	b_2	b_3	
a ₁	<i>b</i> ₄ <i>a</i> ₂	<i>b</i> ₅ <i>a</i> ₃	<i>b</i> ₆	
a ₄	<i>b</i> ₇ <i>a</i> ₅	<i>b</i> ₈ <i>a</i> ₆	<i>b</i> ₉	
a ₇	a ₈	a ₉		



影像處理

8. 特徵擷取

中央大學影像處理暨虛擬實境實驗室 3

S2. 構建角圖 (cornerness map) c(x, y), $c(x, y) = min\{v_{i,j}(x, y) \text{ for all } (i, j)\}$

S3. 若 $c(x, y) < T_c$,則 c(x, y) = 0.

S4. 若 c(x, y) 在以 (x, y) 為中心的 3×3 範圍內不是最大值,則 c(x, y) = 0; 這個處理稱為抑制非最大 (non-maximum suppression)

S5. 所有留下來的非 0 點即為角點 (corner point)

37

8.5.1 Harris corner detection

♣ Harris – Stephens 在1988 年改進 Moravec 角 偵測法,定義區域灰階變異為

$$c(x,y) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} [f(i,j)-f(i+\Delta x,j+\Delta y)]^{2}$$
 (1)

其中位移影像 $f(i+\Delta x, j+\Delta y)$ 可以用泰勒展開式 (Taylor expansion) 取第一項近似

$$f(i + \Delta x, j + \Delta y) \approx f(i, j) + [f_x(i, j) \ f_y(i, j)] \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix}$$
 (2)

將公式 (2) 代入公式 (1) 中



影像處理

8. 特徵擷取

中央大學影像處理暨虛擬實境實驗室 38

Taylor series of one-dimensional function If *f* function is analytic at x_0 , then *f* can be expended as a series

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + f''(x_0)\frac{(x - x_0)^2}{2!} + f'''(x_0)\frac{(x - x_0)^3}{3!} + \dots$$

or

$$f(x + \Delta x) = f(x) + f'(x)(\Delta x) + f''(x)\frac{(\Delta x)^{2}}{2!} + f'''(x)\frac{(\Delta x)^{3}}{3!} + \dots$$

$$c(x,y) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} [f(i,j) - f(i + \Delta x, j + \Delta y)]^{2}$$

$$= \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \left(-[f_{x}(i,j) \ f_{y}(i,j)] \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} \right)^{2}$$

$$= \left[\Delta x \ \Delta y \right] \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} f_{x}^{2}(i,j) & \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} (f_{x}(i,j) f_{y}(i,j)) \\ \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} (f_{x}(i,j) f_{y}(i,j)) & \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} f_{y}^{2}(i,j) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix}$$

$$= \left[\Delta x \ \Delta y \right] \mathbf{C}_{x} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix}$$

 $(\mathbf{A}\mathbf{x})^2 = \mathbf{x}^{\mathsf{T}}\mathbf{A}^{\mathsf{T}}\mathbf{A}\mathbf{x}$



影像處理

8. 特徵擷取

中央大學影像處理暨虛擬實境實驗室 40

其中 C_x 是以像素 (x, y) 為中心之遮罩 (m, n) 內的所有像素之垂直邊與水平邊強度的共變異數矩陣 (covariance matrix)

$$\mathbf{c}_{x} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} f_{x}^{2}(i,j) & \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} (f_{x}(i,j)f_{y}(i,j)) \\ \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} (f_{x}(i,j)f_{y}(i,j)) & \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} f_{y}^{2}(i,j) \end{bmatrix}$$

令 λ_1 , λ_2 為 C_x 的兩個固有值 (eigenvalue)。共變 異數矩陣 (A^TA type) 的固有值一定大於等於 0。此固有值描述兩個垂直方向的邊強度之分佈程度;固有值愈大表示邊強度愈大。

$$c(x,y) = \begin{bmatrix} \Delta x \ \Delta y \end{bmatrix} c_x \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix}$$

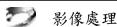
$$= \begin{bmatrix} \Delta x \ \Delta y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{11} \ e_{12} \\ e_{21} \ e_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \ 0 \\ 0 \ \lambda_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{11} \ e_{12} \\ e_{21} \ e_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix}$$

$$= \lambda_1 p_{e_1}^2 + \lambda_2 p_{e_2}^2,$$

其中 p_{e1} 及 p_{e2} 是 $[\Delta X \Delta y]^{\mathsf{T}}$ 正交投影到固有向量 \mathbf{e}_1 及 \mathbf{e}_2 上的投影分量或轉換到固有向量 \mathbf{e}_1 及 \mathbf{e}_2 座標的分量。

若 $[\Delta X \Delta Y]^{\mathsf{T}}$ 是單位長度,則 p_{e1} 及 p_{e2} 可以表示 為 $\sin \theta$ 及 $\cos \theta$,

$$c(x,y) = \lambda_1 \sin^2 \theta + \lambda_2 \cos^2 \theta.$$

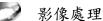


8. 特徵擷取

中央大學影像處理暨虛擬實境實驗室 42

上述的固有值 \(\lambda_1\), \(\lambda_2\) 愈大,則區域灰階變異愈顯著;因此我們可以用固有值的大小判定角的顯著性:

- i. λ_1, λ_2 都很小,則 (x, y) 附近沒有任何特徵;
- ii. λ_1 , λ_2 一大一小,則 (x, y) 附近只有邊特徵;
- iii. λ_1 , λ_2 都比較大,則 (X, Y) 附近有角的特徵。



計算固有值比較耗時,因此 Harris & Stephens 制訂一個函數R代替用固有值判定有無角特徵

$$R = \lambda_1 \lambda_2 - \kappa (\lambda_{1} + \lambda_2)^2 = \det(\mathbf{C}_x) - \kappa \operatorname{trace}^2(\mathbf{C}_x)$$

其中 $det(C_x)$ 是 C_x 矩陣的行列式、 $trace(C_x)$ 是 C_{x} 矩陣的對角線元素相加、K是敏感參數 (sensitivity parameter),用以控制偵測率及偵測 錯誤率;Harris and Stephens 在他們的研究中 , K = 0.04 - 0.15。判斷角點的準則為:

$$R>0$$
,則 (x,y) 是角點
 $R=0$,則 (x,y) 不是特徵點
 $R<0$,則 (x,y) 是邊界點



影像處理

8. 特徵擷取

中央大學影像處理暨虛擬實境實驗室

8.5.2 Hessian matrix 角偵測法

- ♣ Beaudet 在1978 年提出以二次微分的黑森矩陣 (Hessian matrix) 之行列式求影像中的角點或馬 鞍點 (saddle point) 方法; 黑森矩陣的意義相當 於是描述一個區域的灰階曲率 (curvature)。
- ♥ 以 (x, y) 點為中心的 n×n 區域內的所有像素計算

$$\Delta_{Beaudet} = \begin{vmatrix} \begin{bmatrix} \sum f_{xx} & \sum f_{xy} \\ \sum f_{yx} & \sum f_{yy} \end{bmatrix} \end{vmatrix}$$

若 $\Delta_{Beaudet} > T_b$,則 (x, y)是一個角點或馬鞍點。 Beaudet的方法還算穩定,但對於過銳利的角點 偵測效果並不好。

8.5.3 EoH 角偵測法

♠ EoH 是 Eigenvalue of Hessian matrix 的縮寫; 是 Lowe 於 2004 年在 SIFT 論文中所提出的方 法。Lowe 最後也是導出黑森矩陣,再以黑森矩 陣的固有值來進一步篩選徵點。

$$H = \begin{bmatrix} \sum f_{xx} & \sum f_{xy} \\ \sum f_{yx} & \sum f_{yy} \end{bmatrix}$$

該固有值與影像區塊的灰階曲率成正比;但黑森 矩陣的固有值不一定大於 0, 所以判定方式與 Harris-Stephens 的不一樣。



影像處理

8. 特徵擷取

中央大學影像處理暨虛擬實境實驗室

常 定義

$$\begin{aligned} & \textit{Tr} \; \boldsymbol{H} = \boldsymbol{\Sigma} \; \boldsymbol{f}_{xx} + \boldsymbol{\Sigma} \; \boldsymbol{f}_{yy} = \boldsymbol{\lambda}_1 + \boldsymbol{\lambda}_2 \\ & \textit{Det} \; \boldsymbol{H} = \boldsymbol{\Sigma} \; \boldsymbol{f}_{xx} \, \boldsymbol{\Sigma} \; \boldsymbol{f}_{yy} - (\boldsymbol{\Sigma} \; \boldsymbol{f}_{xy})^2 = \boldsymbol{\lambda}_1 \; \boldsymbol{\lambda}_2. \end{aligned}$$

若 Det H < 0, 表示兩個固有值的正負號不同,也 就是像素 (X, y) 是反曲點不是極點, 丟棄。令

$$r = \begin{cases} \frac{\lambda_1}{\lambda_2}, & \text{if } |\lambda_1| \ge |\lambda_2| \\ \frac{\lambda_2}{\lambda_1}, & \text{if } |\lambda_1| < |\lambda_2| \end{cases}, |r| \ge 1$$

$$\not\exists \frac{(TrH)^2}{DetH} = \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)^2}{\lambda_1 \lambda_2} = \frac{(1+r)^2}{r}$$

則
$$\frac{(TrH)^2}{DetH} = \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)^2}{\lambda_1 \lambda_2} = \frac{(1+r)^2}{r}$$

r ≥ 1; r 愈大,表示兩個固有值差異愈大。

$$r$$
與 $(1+r)^2/r$ 的關係如下

8. 特徵擷取

$$r = 1 2 3 4 5 6 ...$$

 $(1+r)^2/r = 4 4.5 5.3 6.25 7.2 8.17 ...$

所以我們可以用 r 值制定一個門檻值 $T = (1+r)^2/r$

若
$$\frac{(TrH)^2}{DetH} < T$$
 ,則表示兩個個有值相差不大,

兩方向的曲率相近,所以(X, Y)是一個角點。 在 Lowe 的論文中,使用 r = 10 制定門檻值 $T = 12.1 \circ$



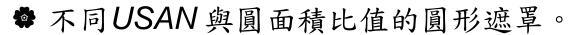
影像處理

8. 特徵擷取

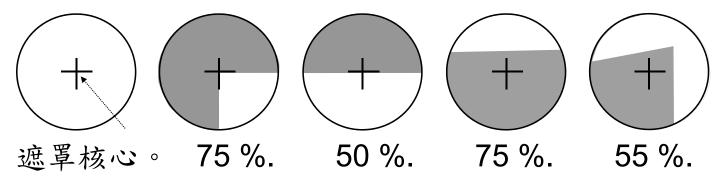
中央大學影像處理暨虛擬實境實驗室

8.5.4 SUSAN 角偵測法

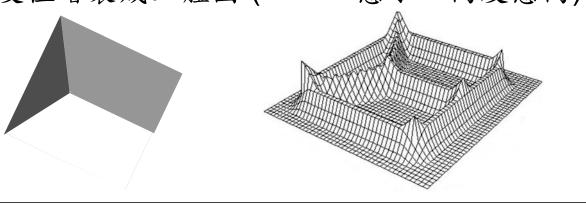
- SUSAN (Smallest Univalue Segment Assimilating Nucleus) 角偵測法是Smith and Brady 在1997年所提出的; 意思是"與核心相似 的最小單一數值分割"。
- ◆ SUSAN使用一個圓形遮罩,中心點(像素)稱為 核心 (nucleus)。以核心點的灰階與圓形遮罩內 的其他像素灰階比較。若某一像素灰階與核心灰 階相似(差不多),則該像素即設定為"1";否則 為"O"。"1" 像素所形成的區域稱為 USAN。計算 USAN 與圓形遮罩面積的比值,藉以找出邊緣點 與角點。



8. 特徵擷取



常每一像素當做核心所求出來的 USAN 數值當 成高度值繪製成立體圖 (USAN 愈小,高度愈高)

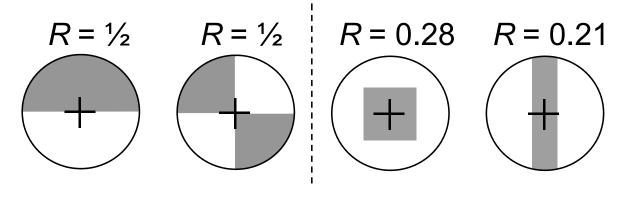


影像處理

8. 特徵擷取

中央大學影像處理暨虛擬實境實驗室 50

- ✿ SUSAN 方法與其他角點偵測法最大不同之處在 於不需計算影像像素的梯度 (gradient),因此執 行速度快,且不需做雜訊抑制。
- ◆ SUSAN角偵測法只分析圓形遮罩內的USAN區 域面積,沒有分析 USAN 形狀;所以會誤判某 些形狀的角點;例如,以下兩例,兩個 SUAN 的 R 值都是 ½,不能區分。





8.5.5 FAST 角偵測器

► FAST (Features from Accelerated Segment Test) 是由 Rosten and Drummond 在 2006 年所 提出的一種快速角點偵測法。該方法的觀念是以 待測點 p 為中心定義一個 7× 7遮罩,以遮罩内 最大圓圈上的 16 像素之灰階判斷該中心點是否 為角點,

		16	1	2		
	15				3	
14						4
13			p			5
12						6
	11				7	
		10	9	8		



影像處理

8. 特徵擷取

中央大學影像處理暨虛擬實境實驗室 52

₩ 演算法

各別比較 P 像素與周圍16 像素的灰階,定義周圍16 個像素的狀態;第 I 像素的狀態定義為

$$State_{i} = \begin{cases} 0 \text{ (darker)}, & I_{i} \leq I_{p} - t \\ 1 \text{ (brighter)}, & I_{p} + t \leq I_{i} \end{cases}$$

其中 I_p 為 P 像素的灰階, I_i 為第 I 像素的灰階, I_i 為一門檻值 (threshold value)。當有連續 9 個或 9 的像素為相同狀態,則像素 P 像素判定 為一角點。



上述連續 9 個像素有相同狀態的準則可以改成"連續 12 個或多於 12 個像素為相同狀態"。9 個像素的準則比較穩定 (reliable);但比較耗時。判斷 9 個像素的方法稱為 FAST-9;12 個像素的方法稱為 FAST-12。

₩ 加速策略

在 FAST-9 方法中,可以先判斷位置1,5,9,13 像素的狀態;如果這些狀態中,有連續 2 個狀態相同,才執行連續 9 個像素的狀態。在 FAST-12 方法中,一樣先判斷位置 1,5,9,13 像素的狀態;如果這些狀態中,有連續 3 個狀態相同,才執行連續 12 個像素的狀態。



8. 特徵擷取

中央大學影像處理暨虛擬實境實驗室 5.

◆ 上述方法有可能造成相鄰像素都是角點,因此要抑制非最大角點 (non-maximum suppression)。但是在上述準則中只有判定角點與非角點兩種,並沒有計算是角點的機率值;因此要另外創造一個評估函數 (score function) 以取捨鄰近角點。Rosten and Drummond 所定義的評估函數為

$$ev(p) = max\left(\sum_{i \in S_{bright}} (\left|I_i - I_p\right| - t), \sum_{i, \in S_{dark}} (\left|I_p - I_i\right| - t)\right)$$

其中 S_{bright} = $\{i \mid I_i \geq I_p + t\}$ and S_{dark} = $\{i \mid I_i \leq I_p - t\}$ 。對每一個角點C,以C為中心定義一個 $m \times m$ 遮罩,在這個遮罩範圍內,若C的EV值不是最大的,則E的標標示將去除。等所有像素都處理過後,再將所有標示去除的像素一次去掉。

- ₱ FAST12, 11, 10, & 9 方法的評論
- 對於完美的角點於言
 FAST12 約可偵測 80 度以內的角點,
 FAST11 約可偵測 90 度以內的角點,
 FAST10 約可偵測 110 度以內的角點,
 FAST9 約可偵測 140 度以內的角點。
- 愛獨立點 (isolated point) 及
 細線端點 (end point of thin line) 也會被偵測出來

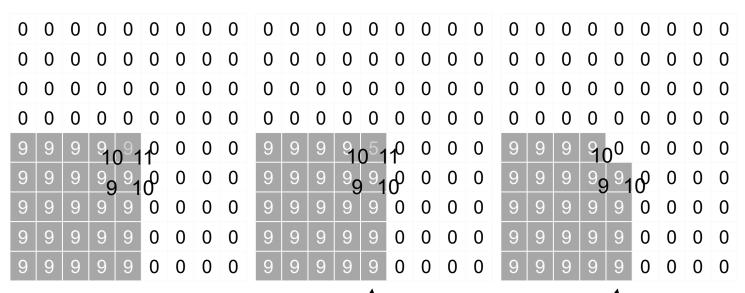


影像處理

8. 特徵擷取

中央大學影像處理暨虛擬實境實驗室 56

對於不夠完美的角點 (例如,圓角) 於言 FAST 方法的偵測結果較不穩定



FAST11 找出正確的角點

FAST10 找出不唯一的角

♠ 角點偵測法的效能比較

以 Intel Pentium III 850 MHz 處理器為準

角點偵測法	花費時間 (ms)		
FAST-9 (無抑制非最大)	4.34		
FAST-9 (有抑制非最大)	5.29		
FAST-12 (無抑制非最大)	4.31		
FAST-12 (有抑制非最大)	4.60		
Harris	166.00		
DoG	345.00		
SUSAN	27.50		



影像處理

8. 特徵擷取

中央大學影像處理暨虛擬實境實驗室

