



法线式

进入词条

全站搜索

帮助

声明：百科词条人人可编辑，词条创建和修改均免费，绝不存在官方及代理商付费代编，请勿上当受骗。 [详情>>](#)

首页 秒懂百科 特色百科 用户 知识专题 权威合作 下载百科APP 个人中心

法线式

语音

编辑

讨论

2

上传视频

+ 收藏 8 3

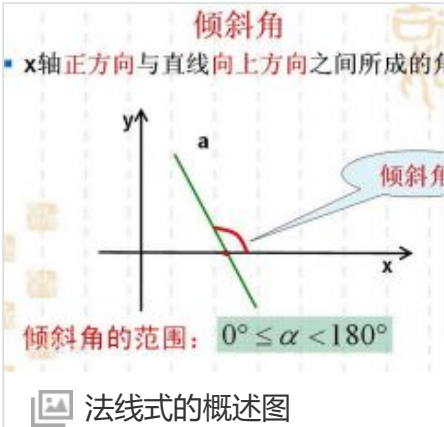
本词条由“科普中国”科学百科词条编写与应用工作项目 审核。

过原点向直线做一条的垂线段，该垂线段所在直线的倾斜角为 α ， p 是该线段的长度。 $x \cdot \cos \alpha + y \sin \alpha - p = 0$ 。规定：与 X 轴平行或重合的直线的倾斜角为 0°

中文名	法线式	适用范围	数理科学
外文名	Normal form	应用邻域	解析几何
		方程式	$x \cos \alpha + y \sin \alpha - p = 0$

目录

- 1 定义
- 2 推导方法
 - 斜截式推导
 - 两点式推导
 - 截矩式推导
 - 勾股定理推导



法线式的概述图



科普中国

致力于权威的科学传播

6月热词

权威发布

本词条认证专家为

尚轶伦 | 副教授
同济大学数学科学学院



庆祝中国共产党成立100周年
The 100th Anniversary of the Founding of
The Communist Party of China

定义

直线方程一般有以下八种描述方式：[点斜式](#)，[斜截式](#)，[两点式](#)，[截距式](#)，[一般式](#)，[法线式](#)，[法向式](#)，[点向式](#)。

过原点向直线做一条的垂线段，该垂线段所在直线的倾斜角为 α ， p 是该线段的长度。则该直线方程的法线式为： $x\cos\alpha+y\sin\alpha-p=0$ 。其中 p 为原点到直线的距离， θ 为法线与 x 轴正方向的夹角。

推导方法

斜截式推导

设坐标平面内的任意一条直线 l 在 y 轴上的截距为 b ，法线 n 交直线 l 于点 N ， $|ON|=p(p>0)$ ， x 轴的正方向到法线 n 的正方向的角为 θ ，则直线 l 和 y 轴的交点 B 的坐标与点 N 的坐标分别为 $(0, b)$ 与 $(p\sin\theta, p\cos\theta)$ （图一）

由 $Rt\triangle OBN$ 得

$$|OB|^2 - |BN|^2 = |ON|^2$$

$$\text{故 } b^2 - \left(\sqrt{(0 - p\cos\theta)^2 + (b - p\sin\theta)^2} \right)^2 = p^2$$

$$\text{解得 } b = \frac{p}{\sin\theta}$$

又由法线 n 的斜率 $K_1 = \tan\theta$ 知

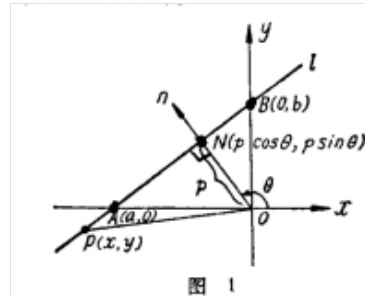
$$\text{直线 } l \text{ 的斜率 } K = -\frac{1}{\tan\theta} = -\frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

将这里的 K 和 b 的值代入直线方程的斜截式得

$$y = -\frac{\cos\theta}{\sin\theta}x + \frac{p}{\sin\theta}$$

若 $\sin\theta \neq 0$ ，方程两端都乘以 $\sin\theta$ 后，将各项都移至等号左边得 $x\cos\theta + y\sin\theta - p = 0$

若 $\sin\theta = 0$ ，仍有 $x\cos\theta + y\sin\theta - p = 0$



图一

两点式推导

V百科

往期回顾



大侠话杜甫

老年杜甫的自白



权威合作编辑



“科普中国”科学百科词条编写...
“科普中国”是为我国科普信息...
建设塑造的全...

? 什么是权威编辑

词条统计

浏览次数：23574次

编辑次数：5次历史版本

最近更新：lovely的2011年 (2017-10-10)
权威发布

突出贡献榜

诺言学



庆祝中国共产党成立100周年
The 100th Anniversary of the Founding of
The Communist Party of China

因直线l经过点N (pcosθ, psinθ) 及点B $(\theta, \frac{p}{\sin\theta})$ (图一), 故

$$\frac{y - p \sin \theta}{x - p \cos \theta} = \frac{p \sin \theta - \frac{p}{\sin \theta}}{p \cos \theta - \theta}$$

因此

$$\begin{aligned} p \cos \theta (y - p \sin \theta) &= \left(p \sin \theta - \frac{p}{\sin \theta} \right) (x - p \cos \theta) \\ &= p \frac{\sin^2 \theta - 1}{\sin \theta} (x - p \cos \theta) \\ &= p \frac{-\cos^2 \theta}{\sin \theta} (x - p \cos \theta) \end{aligned}$$

两边都乘以 $\frac{\sin \theta}{p}$ 后, 展开得

$$y \sin \theta \cos \theta - p \sin^2 \theta \cos \theta = -x \cos^2 \theta + p \cos^2 \theta$$

将两项都移至等号左边得:

$$x \cos^2 \theta + y \sin \theta \cos \theta - p \cos \theta (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) = 0$$

因为 $\sin \theta \neq 0$, 所以直线l不与x轴平行, 因而法线n不与x轴垂直, 于是 $\cos \theta \neq 0$

所以 $x \cos \theta + y \sin \theta - p = 0$

截矩式推导

设直线l在x轴上的截距为a (图一), 用与求 $b = \frac{p}{\sin \theta}$ 类似的方法可求得

$$a = \frac{p}{\cos \theta}$$

将这里的a和b的值代入直线方程的截距式得

$$\frac{x}{\frac{p}{\cos \theta}} + \frac{y}{\frac{p}{\sin \theta}} = 1$$

整理得



6月热词
权威发布



庆祝中国共产党成立100周年
The 100th Anniversary of the Founding of
The Communist Party of China

$$x \cos \theta + y \sin \theta - p = 0$$

勾股定理推导

设P（x，y）为直线上的任意一点（下文中的p皆与此意义同），则图一中：

$$|OP|^2 - |PN|^2 = |ON|^2$$

故

$$\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right)^2 - \left(\sqrt{(x - p \cos \theta)^2 + (y - p \sin \theta)^2}\right)^2 = p^2$$

两边平方并整理得

$$x \cos \theta + y \sin \theta - p = 0$$

[1]

参考资料

1.  介绍直线方程的法线式的几种推导方法  . 中国知网[引用日期2017-10-08]

学术论文

内容来自  学术

- 张婕，成彬，王晓明，周竞涛. 法线式凹凸映射在分块纹理映射中的应用. 《CNKI》，2014
- 杨旭江，张养安，程新民. 法线式直线方程在圆曲线测设中的应用. 《CNKI;WanFang》，2012
- 杨旭江，程新民，邱晓波. 直线法线式方程在建筑施工放样中的应用. 《CNKI;WanFang》，2012
- 段振云，刘健，吴宏基，郑鹏等. 斜航式法向圆弧螺旋锥齿轮传动原理研究. 《CNKI》，2002
- 刘志刚，张欢，陶龙. 基于三点微平面式法向检测方法. 年

[查看全部 >](#)

搜索发现

<https://baike.baidu.com/item/法线式>



6月热词
权威发布



庆祝中国共产党成立100周年
The 100th Anniversary of the Founding of
The Communist Party of China





什么叫法线

• 企业qq邮箱

• 自吸泵

• 质量管理体系

• 汽车贷款

• 在家创业项目

• 现代榻榻米房间

• 木质防火门

• 名龙堂

• 超小型电动汽车

🔍 新手上路

成长任务

编辑入门

编辑规则

本人编辑 **NEW**

📖 我有疑问

内容质疑

在线客服

官方贴吧

意见反馈

💬 投诉建议

举报不良信息

未通过词条申诉

投诉侵权信息

封禁查询与解封

©2021 Baidu [使用百度前必读](#) | [百科协议](#) | [隐私政策](#) | [百度百科合作平台](#) | 京ICP证030173号

京公网安备11000002000001号



6月热词
权威发布



庆祝中国共产党成立100周年
The 100th Anniversary of the Founding of
The Communist Party of China