

國 立 中 央 大 學

資 訊 工 程 學 系

碩 士 論 文

應用改良式經驗模態分解法於消除文件影像中的

不良光照現象

Application of An Improvement Empirical Mode  
Decomposition Method to Eliminate Unwanted Illumination  
Effects in Document Images

研 究 生：陳 建 隆

指導教授：范 國 清 博士

溫 敏 淦 博士

中 華 民 國 九 十 八 年 六 月



# 國立中央大學圖書館

## 碩博士論文電子檔授權書

(98 年 4 月最新修正版)

本授權書所授權之論文全文電子檔(不包含紙本、詳備註 1 說明)，為本人於國立中央大學，撰寫之碩/博士學位論文。(以下請擇一勾選)

- ( ☒ )**同意** (立即開放)
- (    )**同意** (一年後開放)，原因是：\_\_\_\_\_
- (    )**同意** (二年後開放)，原因是：\_\_\_\_\_
- (    )**同意** (三年後開放)，原因是：\_\_\_\_\_
- (    )**不同意**，原因是：\_\_\_\_\_

以非專屬、無償授權國立中央大學圖書館與國家圖書館，基於推動「資源共享、互惠合作」之理念，於回饋社會與學術研究之目的，得不限地域、時間與次數，以紙本、微縮、光碟及其它各種方法將上列論文收錄、重製、公開陳列、與發行，或再授權他人以各種方法重製與利用，並得將數位化之上列論文與論文電子檔以上載網路方式，提供讀者基於個人非營利性質之線上檢索、閱覽、下載或列印。

研究生簽名：\_\_\_\_\_ 陳建隆 \_\_\_\_\_ 學號：\_\_\_\_\_ 965202069 \_\_\_\_\_

論文名稱：\_\_\_\_\_ 應用改良式經驗模態分解法於消除文件影像中的不良光照現象 \_\_\_\_\_

指導教授姓名：\_\_\_\_\_ 范國清 博士 、 溫敏淦 博士 \_\_\_\_\_

系所：\_\_\_\_\_ 資訊工程 \_\_\_\_\_ 所 ☐ 博士班 ☒ 碩士班

日期：民國\_\_98\_\_年\_\_7\_\_月\_\_27\_\_日

備註：

1. 本授權書之授權範圍僅限電子檔，紙本論文部分依著作權法第 15 條第 3 款之規定，採推定原則即預設同意圖書館得公開上架閱覽，如您有申請專利或投稿等考量，不同意紙本上架陳列，須另行加填聲明書，詳細說明與紙本聲明書請至 <http://thesis.lib.ncu.edu.tw/> 下載。
2. 本授權書請填寫並**親筆**簽名後，裝訂於各紙本論文封面後之次頁（全文電子檔內之授權書簽名，可用電腦打字代替）。
3. 請加印一份單張之授權書，填寫並親筆簽名後，於辦理離校時交圖書館（以統一代轉寄給國家圖書館）。
4. 讀者基於個人非營利性質之線上檢索、閱覽、下載或列印上列論文，應依著作權法相關規定辦理。

# 中文摘要

本篇論文針對傳統的經驗模態分解法 (Empirical Mode Decomposition, EMD) 提出一個改良的方法。不同於傳統的經驗模態分解法，本研究所提出的方法可節省大量的計算時間，將其應用在光影不均的影像強化時，幾乎可達到傳統的經驗模態分解法所能達到的效果。

本研究並將此改良的方法應用在目前較少有相關文獻探討到的問題——背影透光的文件影像，這是其它光影校正的方法所無法解決的問題，例如，直方圖均化 (Histogram Equalization)。

經實驗結果證明，本研究所提出的方法在文件影像受光的影響下，其所可能產生的問題，例如，曝光不足、曝光過度、不均勻光場、背影透光等問題均可有效的解決。

# Abstract

In this thesis, an improved technique of Empirical Mode Decomposition (EMD) is proposed. Different from traditional empirical mode decomposition, the computational time of the improved technique can be greatly reduced to ensure real time processing. Moreover, the improved technique almost possesses the same result as the traditional empirical mode decomposition when applying the technique in removing uneven illumination for image enhancement with application in 3D OCR.

We also employ the improved technique to remove background texts of document images caused by illumination, which was seldom discussed in previous literatures. It is still an unresolved problem by using other methods such as histogram equalization.

As can be seen in the experimental results, the improved technique works well for document images in various illumination environments, such as overall darkness, overall brightness, uneven illumination, and background text document image. This work is a prerequisite to facilitate and ensure the success of later 3D OCR.

## 誌 謝

本論文承蒙指導教授 范國清博士與 溫敏淦博士兩年來在學業上的悉心指導與督促，不論是研究方向的擬定、研究內容的討論以及論文的撰寫與修改，兩位老師總是不遺餘力的給予寶貴意見與指導，使論文得以順利完成，在此致上最誠摯的感謝之意。

特別感謝口試委員蔡文祥博士、王文俊博士與林啟芳博士於論文口試時，不吝提出寶貴的意見與建議，使本論文得以更臻完善。

此外，非常感謝鄭旭詠博士在平時的 meeting 期間，給予珍貴的意見與指導，讓我獲益良多。

在這裡也要感謝實驗室裡的博士班學長、碩士班的學長、同學與學弟妹們的幫忙，尤其是呂信德學長與謝宗廷學長在研究期間，對於課業上的問題總是能適時的提供資料與幫助，協助我解決許多難題。亦感謝親切的助理小鳳，平時幫忙處理實驗室的行政事務，在校園裡為我們奔波勞走。

最後，特別感謝我最親愛的家人，在我的求學之路上總是無條件的給予支持與鼓勵，讓我無後顧之憂的完成學業，如果沒有你們的栽培，就不會有今日的我。

兩年的研究生活，過得相當充實，也學到了很多東西，付梓在即，心中充滿了喜悅與感動，僅以此論文，獻給所有愛護我、關心我與曾經幫助過我的每一個人。

# 目 錄

中文摘要.....	i
Abstract.....	ii
誌謝.....	iii
目錄.....	iv
圖目錄.....	vi
表目錄.....	viii
第一章 緒論.....	1
1.1 研究動機與目的.....	1
1.2 相關研究.....	2
1.3 系統架構.....	4
1.4 論文架構.....	6
第二章 相關技術討論.....	7
2.1 K-Means 演算法.....	7
2.2 Min-max Distance 演算法.....	13
2.3 自動二值化—Otsu 演算法.....	15
2.4 直方圖均化(Histogram Equalization).....	19
第三章 改良式經驗模態分解法(Improvement of EMD).....	23
3.1 原理介紹.....	23
3.2 演算法.....	26
3.3 改良.....	43
第四章 研究方法.....	47
4.1 前處理.....	47

4.2 IEMD.....	48
4.2.1 列校正遮罩.....	48
4.2.2 行校正遮罩.....	53
4.3 反射遮罩.....	56
4.4 光影移除.....	57
4.5 二值化.....	58
第五章 實驗結果與討論.....	59
5.1 實驗結果.....	59
5.2 討論.....	72
第六章 結論與未來工作.....	74
6.1 結論.....	74
6.2 未來工作.....	75
參考文獻.....	77

# 圖目錄

圖 1.1	IEMD 系統流程圖.....	5
圖 2.1	K-Means 演算法範例示意圖.....	9
圖 2.2	灰階與其像素數目的統計分布示意圖.....	16
圖 2.3	二值化示意圖.....	18
圖 2.4	Histogram Equalization 範例示意圖.....	20
圖 2.5	彩色影像的 Histogram Equalization.....	22
圖 3.1	EMD 分解示意圖.....	29
圖 3.2	立方弧線(Cubic Spline)示意圖.....	31
圖 3.3	相似三角形法示意圖.....	41
圖 3.4	最小平方近似法(Least Square Approximation)示意圖.....	44
圖 4.1	灰階影像示意圖.....	47
圖 4.2	IEMD 列處理與行處理示意圖.....	48
圖 4.3	表 4.2 局部極值包絡線示意圖.....	51
圖 4.4	表 4.4 示意圖.....	52
圖 4.5	圖 4.2 列校正遮罩.....	52
圖 4.6	表 4.5 局部極值包絡線示意圖.....	54
圖 4.7	表 4.7 示意圖.....	55
圖 4.8	圖 4.2 行校正遮罩.....	56
圖 4.9	圖 4.2 反射遮罩.....	57
圖 4.10	圖 4.2 光影移除影像.....	58
圖 4.11	圖 4.10 二值化影像.....	58
圖 5.1	光影不均的英文文件影像的實驗結果.....	60



圖 5.2	反光的英文文件影像的實驗結果.....	62
圖 5.3	光影不均的中文文件影像的實驗結果.....	63
圖 5.4	亮度整體偏暗的中文文件影像的實驗結果.....	64
圖 5.5	亮度整體偏亮的中文文件影像的實驗結果.....	65
圖 5.6	亮度過亮的中文文件影像的實驗結果.....	66
圖 5.7	背影透光的中文文件影像的實驗結果.....	67
圖 5.8	Otsu 與 Min-max dist. + K-Means 演算法的比較.....	68
圖 5.9	表 5.1 處理時間數據圖.....	70
圖 5.10	表 5.1 文字辨識正確率數據圖.....	70
圖 5.11	不良光源彩色影像的實驗結果.....	71

# 表目錄

表 4.1	灰階值範例表(10 x 10).....	49
表 4.2	表 4.1 第一列資料局部極值.....	50
表 4.3	表 4.2 局部極值包絡線.....	50
表 4.4	表 4.3 局部極值包絡線內插值與平均.....	51
表 4.5	表 4.1 第一行資料局部極值.....	53
表 4.6	表 4.5 局部極值包絡線.....	54
表 4.7	表 4.6 局部極值包絡線內插值與平均.....	55
表 5.1	EMD 與 IEMD 計算時間和文字辨識正確率數據表.....	69

# 第一章

## 緒論

### 1.1 研究動機與目的

文字辨識 (Optical Character Recognition, OCR) 的技術在經過許多人長時間不斷地努力研究之下，已漸漸地發展成熟，並可應用到日常生活中為我們帶來許多便利，例如，節省電腦打字時間、文字的翻譯……等。

然而，文字辨識的效果，取決於文字影像的品質好壞。傳統的掃描器在取像時有穩定的光源，而且影像品質清晰、完整，但是，隨著科技的日新月異，電子產品愈來愈精緻小巧，因為可攜性、便利性等因素考量，取像的工具不再侷限於傳統的掃描器，例如，數位攝影機、數位相機、甚至行動手機等均具有取像的功能，而且具有可以隨時隨地取像的優點，但同時也伴隨著因外在拍攝環境的干擾而使得文字辨識的效果受到限制，例如，光線來源不均勻、手持相機拍攝時，因手的抖動造成文字影像的傾斜或模糊……等取像不良所造成的影響。

有鑑於此，本論文即針對不良光源取像的灰階文件影像，嘗試提出可能的方法來解決這方面的問題。

本研究藉著改良傳統經驗模態分解法(Empirical Mode Decomposition, EMD)，應用在光影不均的灰階文件影像強化時其在時間上的消耗，除了與傳統 EMD 有相當的效果外，並可應用在目前較少有相關文獻探討的背影透光問題上，這是其它光影強化的方法所無法解決的問題，例如，直

方圖均化 (Histogram Equalization)。

經實驗證明，本研究所提出的方法在文件影像受光的影響下，其所可能產生的問題，例如，曝光不足、曝光過度、不均勻光場、背影透光等問題均可有效的解決。

## 1.2 相關研究

為了取得文字辨識所需之影像，文件影像的前處理一直是充滿挑戰性的問題，相關研究也一直不斷地討論著。

Pei 與 Tzeng[6]對於文件影像在光影不均的問題下，採用經驗模態分解法(Empirical Mode Decomposition, EMD)來移除光影，但是，這種方法需要花費大量的計算量與時間。

Dawoud 與 Kamel[10]對於文件影像在低對比的問題下，採用小波分解(wavelet decomposition) 的方式來對文件影像進行多層次的分解，每一層次的分解會產生水平、垂直與對角方向的資訊，然後，再用小波局部重建 (Wavelet Partial Reconstruction, WPR) 的方式來分別對水平、垂直與對角等三個方向進行重建，接著，針對從對角方向所重建得到的模板(model) 進行文字的偵測，但是，這種方法只適用於斜體手寫的英數字。

對於因光的反射所產生的倒影影像，Farid 與 Adelson[11]將其視為兩張影像的重疊，如 Eq.(1.1)所示，其中， $y_1$  代表倒影影像； $a$ 、 $b$  代表常數； $P$ 、 $R$  分別代表原始影像與倒影。由於只有一個方程式、四個未知數  $a$ 、 $b$ 、 $P$ 、 $R$  是無法算出  $P$  與  $R$ ，所以，作者藉著使用同一張但反射程度不同的

倒影影像來得到 Eq.(1.2)，並將 Eqs.(1.1)與(1.2)整理成矩陣形式 Eq.(1.3)，在二個方程式、六個未知數下採用 ICA (Independent Component Analysis) 對已知的  $y_1$  與  $y_2$  評估出所要的矩陣  $M^{-1}$ ，但是，這種方法需要使用二張影像，而且在算出 P 與 R 後，無法自動地判別哪一張才是所要的原始影像 P。

$$y_1 = a P + b R \quad (1.1)$$

$$y_2 = c P + d R \quad (1.2)$$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ R \end{pmatrix} \\ \Rightarrow Y &= M X \\ \Rightarrow X &= M^{-1} Y \end{aligned} \quad (1.3)$$

Yamazaki 等人[12]對於使用數位相機取像時，影像是經過非線性的轉換而得到，由於非線性轉換的原因會影響到 ICA 對  $M^{-1}$  (Eq.(1.3)) 的評估，因此，作者改採 KICA (Kernel Independent Component Analysis) [13] 的方法來更精準地評估  $M^{-1}$ ，並且將此方法應用在反光影像的分離，但是，這個方法同樣需要二張影像，而且，所分離出來的二張影像也無法自動地判別哪一張才是所要的影像。

對於因光的反射所產生的倒影影像，Levin 等人[14]將倒影影像視為二張重疊的影像，並且在只使用一張影像的前提下把倒影影像分離，其方法是將影像分割成  $7 \times 7$  的區塊 (patch)，然後針對每一個區塊去資料庫尋找所有可能的二個區塊 patches，只要這二個區塊的邊 (edge) 個數與角 (corner) 個數的總和是在所有可能的每對區塊中最小，這對區塊就是我們的輸出，但是，這個方法需要事先建立資料庫，而且在尋找所有可能的每對區塊時需要很長的搜尋時間。

Yoon 等人[15]對於彩色自然影像的光影問題提出有效的移除方法，而且，這個方法亦可用來快速偵測具有光影問題的影像，但是，這個方法需要二張光影方向不同的影像。

其它關於背景複雜的文件影像，[16][17][18]等針對特定的狀況提出可能的解決方法。

### 1.3 系統架構

本研究針對傳統經驗模態分解法(Empirical Mode Decomposition, EMD)所提出的改良式經驗模態分解法(Improvement of EMD, IEMD)，其系統流程如圖 1.1 所示。

首先，對受光影響的文件影像進行灰階化處理，然後，對灰階化影像分別進行列擷取與行擷取，之後針對灰階化影像的每一列與每一行分別進行 IEMD 處理，產生列校正遮罩與行校正遮罩，並進行反射遮罩計

算得到光影移除所需的反射遮罩。最後經光影移除程序，取得去除光影影響的強化影像。為了比較本研究的成效，再採用自動二值化—Otsu 演算法與群聚分析—K-Means 演算法，對強化後灰階影像進行二值化處理，以得到文字辨識所需的二值化影像，以做為 OCR 辨識率改善的比較。

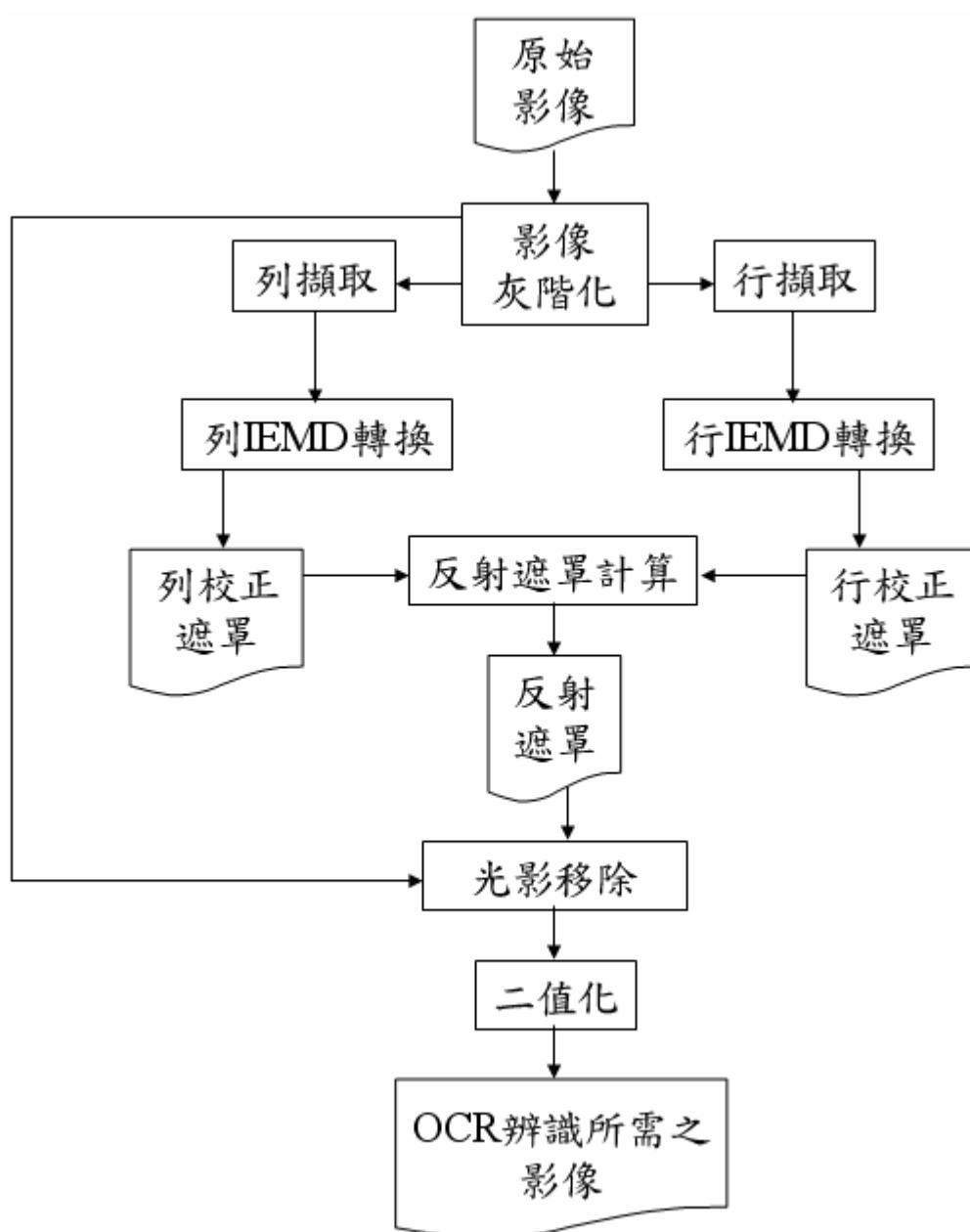


圖 1.1 IEMD 系統流程圖。

## 1.4 論文架構

本論文總共分為六個章節，各章節主要內容敘述如下：

第一章說明本論文的研究動機與目的，並提出本研究的系統架構與論文架構；第二章介紹本研究所採用的相關技術與演算法，並以範例輔助說明；第三章詳細介紹傳統經驗模態分解 (Empirical Mode Decomposition, EMD) 的原理與演算法，並對 EMD 的缺點提出改良的方法；第四章詳細說明本研究所提出的方法—改良式經驗模態分解 (Improvement of EMD, IEMD)應用在不良光源文件影像的整體流程；第五章展示本研究的實驗成果，並在時間上和效能上與傳統 EMD 作比較，最後，討論本研究的實驗結果；第六章總結本論文對傳統經驗模態分解所提出的改良方法—IEMD，並對未來可以加強的部分提出建議。



## 第二章

### 相關技術討論

本研究於進行實驗時，採用一些數位影像處理的技術與機器學習的方法，此章節將所採用的這些演算法，就其數學原理與推導進行介紹，並以範例輔助說明。

#### 2.1 K-Means 演算法

K-Means[7]是一種非監督式學習 (unsupervised learning) 的群聚分析演算法，亦即，在事先不知道樣本資料屬於何種類別的情況下，仍然可以將樣本資料依照所指定的群數進行分類，並使得每個群別的樣本資料與該群聚中心的距離平方總和，盡可能地達到最小。

K-Means 演算法步驟介紹如下：

假設有  $N$  筆樣本資料  $\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N\}$ ，並且欲將  $N$  筆樣本資料分成  $K$  群。

其中， $\mathbf{x}_i \in R^d$ ， $i = 1, 2, \dots, N$ ； $d$  是向量空間的維度。

[Step 1]

隨機選擇  $K$  筆樣本資料，分別當作初始的群聚中心  $\mathbf{z}_1(1), \mathbf{z}_2(1), \dots, \mathbf{z}_K(1)$ ，通常為了方便，都會從  $N$  筆樣本資料中選擇前面  $K$  筆的樣本資料。其中， $\mathbf{z}_j(m)$ ， $j$  代表第  $j$  個群聚中心； $m$  代表第  $m$  次疊代。

### [Step 2]

在第  $m$  次疊代時，根據 Eq.(2.1)的條件，將所有的樣本資料  $\{\mathbf{x}\}$  一分類至  $K$  個群聚中心之一。

$$\mathbf{x} \in S_j(m) \text{ if } \|\mathbf{x} - \mathbf{z}_j(m)\| < \|\mathbf{x} - \mathbf{z}_i(m)\| \quad (2.1)$$

其中， $i = 1, 2, \dots, K$ ，但  $i \neq j$ ； $S_j(m)$ 代表群聚中心是  $\mathbf{z}_j(m)$ 的樣本資料集。

### [Step 3]

根據[Step 2]的分群結果，重新計算每一個樣本資料集的群聚中心 ( $\mathbf{z}_j(m+1)$ ， $j = 1, 2, \dots, K$ )，使得每一個群別的樣本資料到該群別新的群聚中心的距離平方總和為最小，亦即，使得 Eq.(2.2)為最小，而新的群聚中心的計算方法如 Eq.(2.3)所示。

$$J_j = \sum_{\mathbf{x} \in S_j(m)} \|\mathbf{x} - \mathbf{z}_j(m+1)\|^2, \quad j = 1, 2, \dots, K \quad (2.2)$$

$$\mathbf{z}_j(m+1) = \frac{1}{N_j} \sum_{\mathbf{x} \in S_j(m)} \mathbf{x}, \quad j = 1, 2, \dots, K \quad (2.3)$$

其中， $N_j$ 代表在  $S_j(m)$ 的樣本資料數目，亦即，在第  $j$  個群別的樣本資料數目。

### [Step 4]

如果新的群聚中心與舊的群聚中心相同，亦即， $\mathbf{z}_j(m+1) = \mathbf{z}_j(m)$ ，其

中， $j = 1, 2, \dots, K$ ，則演算法收斂，分類完畢；否則回到[Step 2]。

接下來，以圖 2.1 為範例來說明 K-means 演算法，其分類流程如下：

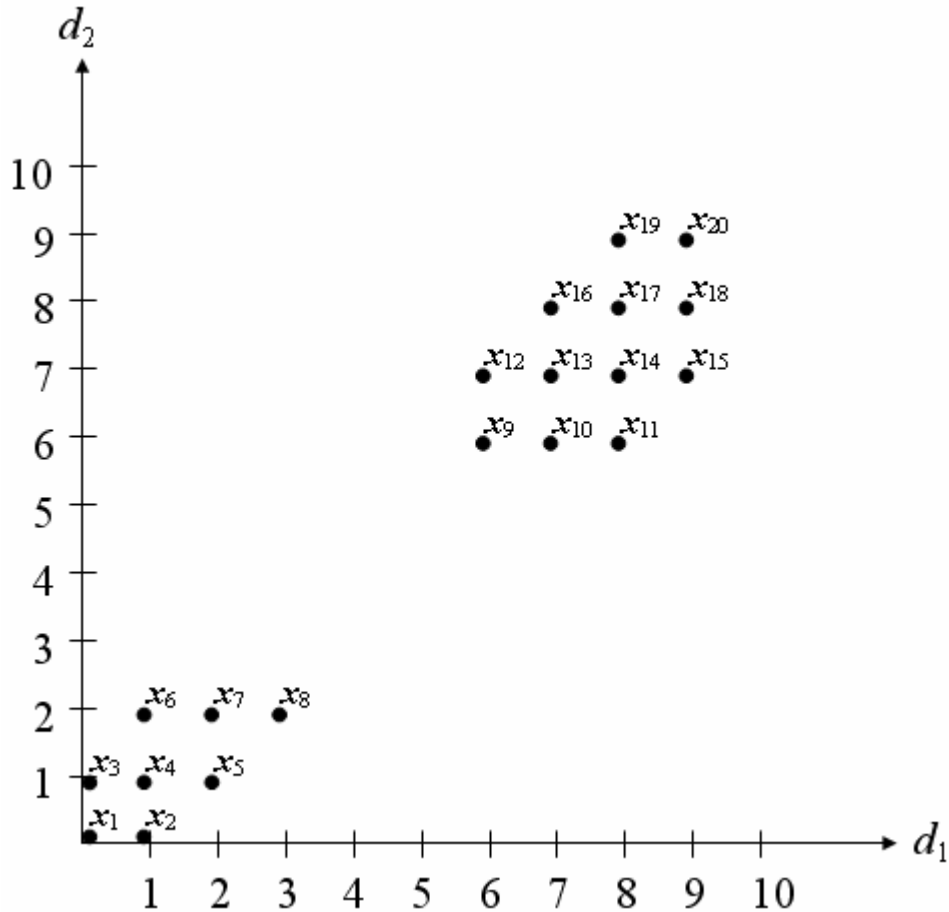


圖 2.1 K-Means 演算法範例示意圖。

(a) 假設要將二維的樣本資料  $\{x\}$  分兩群，所以令  $K = 2$ 。

(b) 根據[Step 1]，隨機選擇二筆樣本資料，分別當作初始的群聚中心  $z_1(1)$  與  $z_2(1)$ ，為了方便，所以，從 20 筆樣本資料中選擇前二筆，即  $x_1$  與  $x_2$ ，因此，

$$\mathbf{z}_1(1) = \mathbf{x}_1 = (0, 0)^T ; \mathbf{z}_2(1) = \mathbf{x}_2 = (1, 0)^T$$

(c) 根據[Step 2]，因為 20 筆樣本資料中，只有  $\mathbf{x}_1$  與  $\mathbf{x}_3$  比較靠近群聚中心  $\mathbf{z}_1(1)$ ，如 Eq.(2.4)所示，

$$\| \mathbf{x}_1 - \mathbf{z}_1(1) \| < \| \mathbf{x}_1 - \mathbf{z}_i(1) \| \text{ 與 } \| \mathbf{x}_3 - \mathbf{z}_1(1) \| < \| \mathbf{x}_3 - \mathbf{z}_i(1) \| \quad (2.4)$$

其中， $i = 2$ ，所以  $S_1(1) = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_3\}$ ；由於只分二群，所以剩下的樣本資料會比較靠近群聚中心  $\mathbf{z}_2(1)$ ，亦即  $S_2(1) = \{\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_4, \mathbf{x}_5, \mathbf{x}_6, \mathbf{x}_7, \mathbf{x}_8, \mathbf{x}_9, \mathbf{x}_{10}, \mathbf{x}_{11}, \mathbf{x}_{12}, \mathbf{x}_{13}, \mathbf{x}_{14}, \mathbf{x}_{15}, \mathbf{x}_{16}, \mathbf{x}_{17}, \mathbf{x}_{18}, \mathbf{x}_{19}, \mathbf{x}_{20}\}$

(d) 根據[Step 3]，重新計算每一個樣本資料集的群聚中心，如 Eq.(2.5)所示。

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_1(2) &= \frac{1}{N_1} \sum_{\mathbf{x} \in S_1(1)} \mathbf{x} & \mathbf{z}_2(2) &= \frac{1}{N_2} \sum_{\mathbf{x} \in S_2(1)} \mathbf{x} \\ &= \frac{1}{2} (\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_3) & &= \frac{1}{18} (\mathbf{x}_2 + \mathbf{x}_4 + \mathbf{x}_5 + \dots + \mathbf{x}_{20}) \\ &= \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.5 \end{bmatrix} & &= \begin{bmatrix} 5.67 \\ 5.33 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.5)$$

(e) 根據[Step 4]，因為  $\mathbf{z}_j(2) \neq \mathbf{z}_j(1)$ ，其中  $j = 1, 2$ ，所以回到[Step 2]。

(f) 根據[Step 2]，因為  $\| \mathbf{x}_i - \mathbf{z}_1(2) \| < \| \mathbf{x}_i - \mathbf{z}_2(2) \|$ ，其中  $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ ，所以， $S_1(2) = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \mathbf{x}_4, \mathbf{x}_5, \mathbf{x}_6, \mathbf{x}_7, \mathbf{x}_8\}$ ；因為  $\| \mathbf{x}_i - \mathbf{z}_2(2) \| < \| \mathbf{x}_i - \mathbf{z}_1(2) \|$ ，其中， $i = 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20$ ，所以， $S_2(2) = \{\mathbf{x}_9, \mathbf{x}_{10}, \mathbf{x}_{11}, \mathbf{x}_{12}, \mathbf{x}_{13}, \mathbf{x}_{14}, \mathbf{x}_{15}, \mathbf{x}_{16}, \mathbf{x}_{17}, \mathbf{x}_{18}, \mathbf{x}_{19}, \mathbf{x}_{20}\}$

(g) 根據[Step 3]，重新計算每一個樣本資料集的群聚中心，如 Eq.(2.6)所示。

$$\begin{aligned}
 \mathbf{z}_1(3) &= \frac{1}{N_1} \sum_{\mathbf{x} \in S_1(2)} \mathbf{x} & \mathbf{z}_2(3) &= \frac{1}{N_2} \sum_{\mathbf{x} \in S_2(2)} \mathbf{x} \\
 &= \frac{1}{8} (\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2 + \dots + \mathbf{x}_8) & &= \frac{1}{12} (\mathbf{x}_9 + \mathbf{x}_{10} + \dots + \mathbf{x}_{20}) \\
 &= \begin{bmatrix} 1.25 \\ 1.13 \end{bmatrix} & &= \begin{bmatrix} 7.67 \\ 7.33 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

(h) 根據[Step 4]，因為  $\mathbf{z}_j(3) \neq \mathbf{z}_j(2)$ ，其中  $j = 1, 2$ ，所以，回到[Step 2]。

(i) 根據[Step 2]，使用新的群聚中心  $\mathbf{z}_1(3)$ 與  $\mathbf{z}_2(3)$ ，重新分類 20 個樣本資料點，分類的結果不變，亦即， $S_1(3) = S_1(2)$ ； $S_2(3) = S_2(2)$ 。

(j) 根據[Step 3]，由於分類的結果不變，所以，新的群聚中心與 Eq.(2.6)的計算結果相同，如 Eq(2.7)所示。

$$\begin{aligned}
z_1(4) &= \frac{1}{N_1} \sum_{x \in S_1(3)} x & z_2(4) &= \frac{1}{N_2} \sum_{x \in S_2(3)} x \\
&= \frac{1}{8} (x_1 + x_2 + \dots + x_8) & &= \frac{1}{12} (x_9 + x_{10} + \dots + x_{20}) \\
&= \begin{pmatrix} 1.25 \\ 1.13 \end{pmatrix} & &= \begin{pmatrix} 7.67 \\ 7.33 \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{2.7}$$

(k) 根據[Step 4]，因為  $z_j(4) = z_j(3)$ ，其中， $j = 1, 2$ ，所以，演算法收斂，分類完畢，而群聚中心為：

$$z_1 = \begin{pmatrix} 1.25 \\ 1.13 \end{pmatrix} \quad z_2 = \begin{pmatrix} 7.67 \\ 7.33 \end{pmatrix}$$

雖然 K-means 需要事先決定群數(即 K 值的大小)，但 K-means 是快速、簡單而且有效率的演算法，即使初始群聚中心的選擇不夠好，只要 K 值的選擇不差，就會有收斂的可能，因此本研究在進行 K-Means 處理前，先採用 Min-max distance 演算法來取得最佳的群數(K 值)，其演算法內容於 2.2 節介紹。

## 2.2 Min-max Distance 演算法

Maxi-min distance 也是一種非監督學習 (unsupervised learning) 的群聚分析演算法，亦即，在事先不知道樣本資料屬於何種類別的情況下，仍然可以將樣本資料自動地進行分類，然而缺點是它不像 K-Means 會去評估分群結果的好壞，而且根據評估的結果做為是否重新分群的依據。Min-max distance 演算法只會將樣本資料分群一次，但是，它有 K-Means 所沒有的優點，就是它不需事先決定群數。

Min-max distance 演算法步驟介紹如下：

假設有  $N$  筆樣本資料  $\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N\}$ 。

其中， $\mathbf{x}_i \in R^d$ ， $i = 1, 2, \dots, N$ ； $d$  是向量空間的維度。

[Step 1]

隨機選擇一筆樣本資料當作初始的群聚中心  $\mathbf{z}_1$ 。

[Step 2]

使用歐基里德距離 (Euclidean distance)，從  $N-1$  筆樣本資料中尋找離  $\mathbf{z}_1$  最遠的樣本資料點  $\mathbf{x}_k$ ，並且將其指定為第二個群聚中心  $\mathbf{z}_2$ 。

[Step 3]

計算剩餘樣本資料點到每一個群聚中心的距離，若有二個群聚中心，則會得到  $N-2$  組距離值。

例如， $\{ (d_{11}, d_{12}), (d_{21}, d_{22}), \dots, (d_{(N-2)1}, d_{(N-2)2}) \}$

其中， $d_{i1}$  代表樣本資料點  $x_i$  至第一個群聚中心的距離； $d_{i2}$  代表樣本資料點  $x_i$  至第二個群聚中心的距離； $i = 1, 2, \dots, N-2$ 。

#### [Step 4]

從每一組距離值中尋找最小值，若有二個群聚中心，則會得到  $N-2$  個距離值。

例如， $\{ \min(d_{11}, d_{12}), \min(d_{21}, d_{22}), \dots, \min(d_{(N-2)1}, d_{(N-2)2}) \}$

其中， $\min(d_{i1}, d_{i2})$  代表  $d_{i1}$  與  $d_{i2}$  之中的最小值； $i = 1, 2, \dots, N-2$ 。

#### [Step 5]

若有二個群聚中心，則從[Step 4]所得到的  $N-2$  個距離值中尋找最大值  $d_{ij}$ ，如果  $d_{ij}$  大於門檻值  $T$ ，則將  $x_i$  指定為第三個群聚中心  $z_3$ ，並且回到[Step 3]，否則，結束群聚中心的選擇，繼續下一個步驟，如 Eq.(2.8) 所示。

$$\begin{cases} \text{if } d_{ij} > T, \text{ 指定 } x_i \text{ 為新的群聚中心，回到[Step 3]} \\ \text{if } d_{ij} \leq T, \text{ 結束群聚中心的選擇，繼續下一個步驟} \end{cases} \quad (2.8)$$

其中， $d_{ij}$  代表樣本資料點  $x_i$  到群聚中心  $z_j$  的距離。

門檻值  $T$  的計算方式如 Eq.(2.9)所示。



$$T = \frac{1}{2} \text{ (所有群聚中心之間的距離總和的平均)} \quad (2.9)$$

例如，若有二個群聚中心，T 值計算方式如 Eq.(2.10)所示；若有三個群聚中心，T 值計算方式如 Eq.(2.11)所示。

$$T = \frac{1}{2} |z_1 - z_2| \quad (2.10)$$

$$T = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{3} (|z_1 - z_2| + |z_1 - z_3| + |z_2 - z_3|) \right] \quad (2.11)$$

[Step 6]

將剩餘的樣本資料點一一分類至最近的群聚中心。

## 2.3 自動二值化—Otsu 演算法

為了取得影像中所需要的目標物，把不需要的資訊當成背景物移除，Otsu 演算法對於文字辨識所需之影像是一個簡單且有效率的二值化方法。

Otsu 演算法是由 Otsu[8]在 1979 年所提出的一種自動二值化的方法，其方法是藉著分群來最大化群間變異數 (between class variance) 或最

小化群內變異數 (with-in class variance) 進而達到二值化的目的。

Otsu 演算法是從灰階影像的統計分布圖中(如示意圖 2.2)，分別以 1, 2, ..., 254 等灰階值來當門檻值 (threshold value)，然後，根據 Eq.(2.12) 各自算出一個  $f$  值，哪一個門檻值算出來的  $f$  值最大，那個門檻值就是我們所要的 Otsu 門檻值；抑或，根據 Eq.(2.13) 各自算出一個  $f$  值，哪一個門檻值算出來的  $f$  值最小，那個門檻值就是我們所要的 Otsu 門檻值。

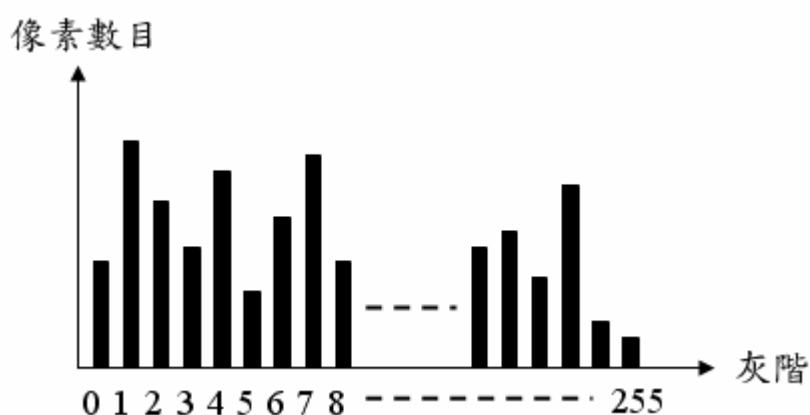


圖 2.2 灰階與其像素數目的統計分布示意圖。

如果是以某一灰階值  $t$  來當門檻值，則會將所有的像素分成兩群，其中，第一群的灰階範圍為  $[0, t-1]$ ，第二群的灰階範圍為  $[t, 255]$ 。假設第一群的機率值為  $\omega_0$ 、灰階平均值為  $\mu_0$ 、變異數為  $\sigma_0^2$ ；假設第二群的機率值為  $\omega_1$ 、灰階平均值為  $\mu_1$ 、變異數為  $\sigma_1^2$ ；假設整個統計分布圖的灰階平均值為  $\mu$ 、變異數為  $\sigma^2$ ，則在該門檻值  $t$  下，群間變異數 (between class variance)  $\sigma_b^2$  與群內變異數 (with-in class variance)  $\sigma_w^2$  的計算方式分別如 Eq.(2.12) 與 Eq.(2.13) 所示，

$$\text{Maximize } f = \sigma_b^2 = \omega_0(\mu_0 - \mu)^2 + \omega_1(\mu_1 - \mu)^2 \quad (2.12)$$

$$\text{Minimize } f = \sigma_w^2 = \omega_0 \sigma_0^2 + \omega_1 \sigma_1^2 \quad (2.13)$$

其中， $\mu$ 、 $\sigma^2$ 、 $\omega_0$ 、 $\mu_0$ 、 $\sigma_0^2$ 、 $\omega_1$ 、 $\mu_1$ 、 $\sigma_1^2$  的計算方式如 Eq.(2.14) 所示。

$$\begin{aligned} \mu &= \sum_{i=0}^{255} i P_i & \sigma^2 &= \sum_{i=0}^{255} P_i (i - \mu)^2 \\ \omega_0 &= \sum_{i=0}^{t-1} P_i & \omega_1 &= \sum_{i=t}^{255} P_i \\ \mu_0 &= \sum_{i=0}^{t-1} i \frac{P_i}{\omega_0} & \mu_1 &= \sum_{i=t}^{255} i \frac{P_i}{\omega_1} \\ \sigma_0^2 &= \sum_{i=0}^{t-1} \frac{P_i}{\omega_0} (i - \mu_0)^2 & \sigma_1^2 &= \sum_{i=t}^{255} \frac{P_i}{\omega_1} (i - \mu_1)^2 \end{aligned} \quad (2.14)$$

在 Eq.(2.14) 中， $P_i$  代表灰階值  $i$  在整張影像的機率值，其計算方式如 Eq.(2.15) 所示，

$$\begin{aligned} P_i &= \frac{h(i)}{N}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, 255 \\ N &= \sum_{i=0}^{255} h(i) \end{aligned} \quad (2.15)$$

其中， $h(i)$ 代表灰階值  $i$  的像素數目； $N$  代表整張灰階影像的像素總數目。

由於 Eq.(2.12)與 Eq.(2.13)的計算方式過於複雜，我們可以將其簡化成更簡單的計算方式，如 Eq.(2.16)所示，

$$\text{Maximize } f = \omega_0 \omega_1 (\mu_0 - \mu_1)^2 \quad (2.16)$$

亦即， $\omega_0$ 與  $\omega_1$ 的數值愈接近， $\omega_0 \omega_1$ 的乘積就愈大； $\mu_0$ 與  $\mu_1$ 的差異愈大， $(\mu_0 - \mu_1)$ 就愈大。所以，Otsu 演算法就變成了要在兩群像素數量愈接近、平均值差異愈大的情形下，找出最佳的門檻值  $t^*$ 。

然後，就可以根據此最佳的門檻值把像素灰階值大於  $t^*$  者改為 255(表示白色)；把像素灰階值小於  $t^*$  者改為 0(表示黑色)，如示意圖 2.3 所示。

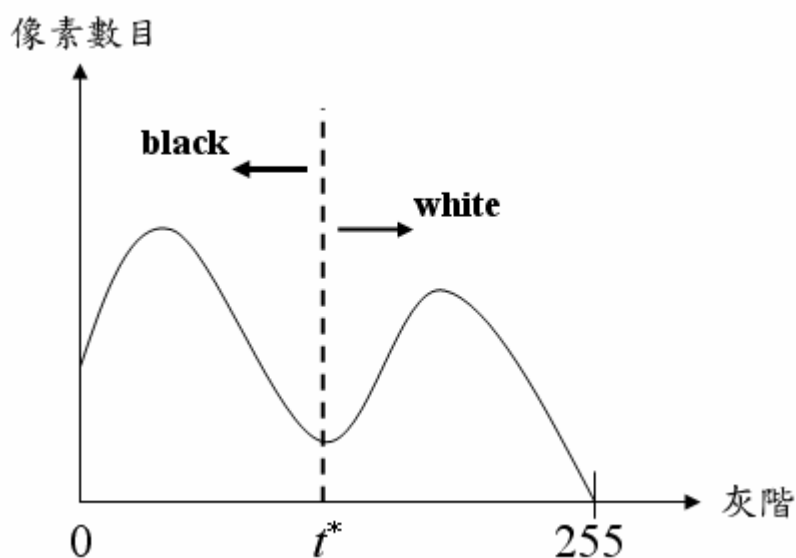


圖 2.3 二值化示意圖。

## 2.4 直方圖均化(Histogram Equalization)

直方圖 (Histogram) 在這裡是指數位影像中，統計灰階 (Gray level) 的像素 (Pixel) 數目的直方圖分布(如圖 2.2 所示)，由於灰階即代表影像的亮度，所以，可以藉著改變直方圖的整體分布來達到影像強化的目的，也就是藉著擴展灰階的分布範圍來讓影像中，亮度陰暗的地方變得亮一點；影像中，明亮的地方變得暗一點。這種藉著均化灰階的直方圖分布來調整影像亮度的方法稱為直方圖均化 (Histogram Equalization)。

如果把每一個灰階視為一個隨機變數，則分布圖中的每一個長條(每一個灰階的像素數目的統計)即可視為一個離散的機率密度函數 (probability density function)，其計算方法如 Eq.(2.17)所示，

$$Pr(r_k) = \frac{n_k}{n}, \quad 0 \leq r_k \leq 1, \quad k = 0, 1, 2, \dots, 255 \quad (2.17)$$

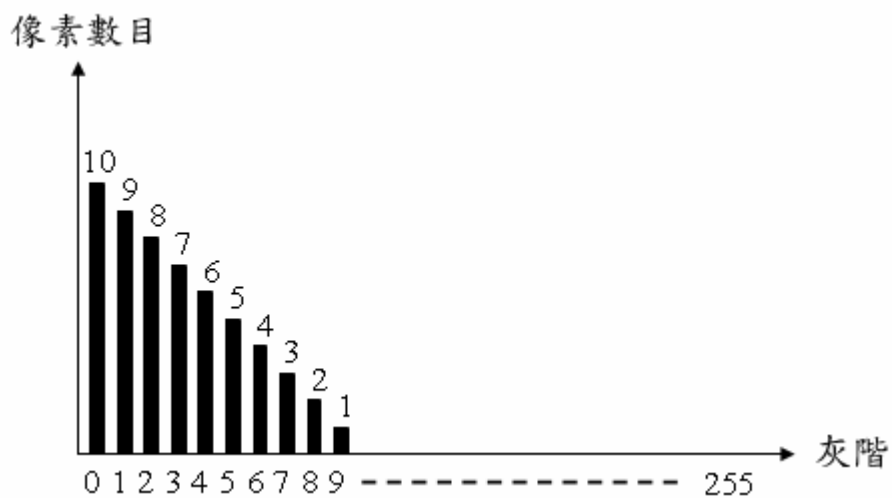
其中， $r_k$  是原始直方圖分布中的第  $k$  種灰階的隨機變數  $r$ ； $n_k$  是第  $k$  種灰階的像素數目； $n$  是整張影像的像素數目； $Pr(r_k)$  是隨機變數  $r_k$  的離散機率密度函數。

而直方圖均化的計算方法則如 Eq.(2.18)所示，

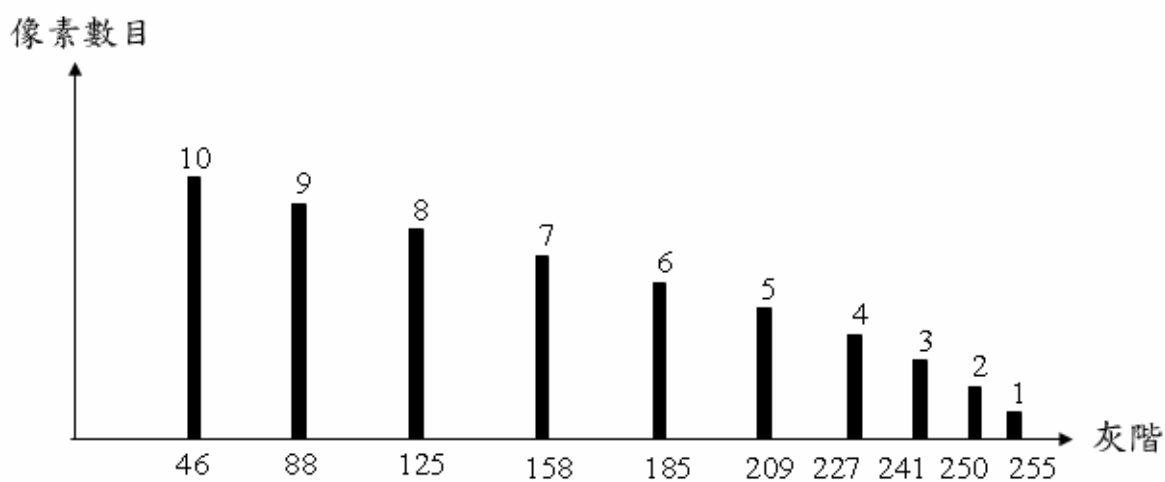
$$u_k = T(r_k) = \sum_{j=0}^k \frac{n_j}{n} = \sum_{j=0}^k Pr(r_j) \quad (2.18)$$

其中， $u_k$  是第  $k$  種灰階的隨機變數  $r$  均勻化後的隨機變數值。

接下來，以圖 2.4 為範例來說明直方圖均化。



(a)



(b)

圖 2.4 Histogram Equalization 範例示意圖。(a) 原始的直方圖分布。

(b) 均勻化後的直方圖分布。

如圖 2.4(a)所示，可知共有 55 個像素，因此，原始的直方圖分布中，每一個灰階的機率密度函數值  $Pr(r_k)$  為

$$\frac{10}{55}, \frac{9}{55}, \frac{8}{55}, \frac{7}{55}, \frac{6}{55}, \frac{5}{55}, \frac{4}{55}, \frac{3}{55}, \frac{2}{55}, \frac{1}{55}, 0, \dots, 0$$

其中，不是 0 的函數值依序分布在灰階[0, 9]之間。

均勻化後的隨機變數  $u_k$  如以下串列所示。

$$\frac{10}{55}, \frac{19}{55}, \frac{27}{55}, \frac{34}{55}, \frac{40}{55}, \frac{45}{55}, \frac{49}{55}, \frac{52}{55}, \frac{54}{55}, \frac{55}{55}$$

最後，將該串列正規化(分別乘以 255)至[0, 255]之間，其結果如圖 2.4(b)或如以下串列所示。

$$46, 88, 125, 158, 185, 209, 227, 241, 250, 255$$

圖 2.5 為亮度偏暗的彩色影像經過直方圖均化處理的結果。



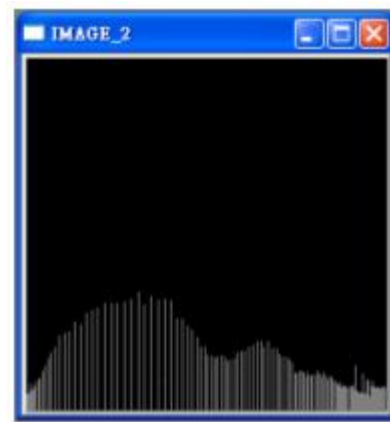
(a)



(b)



(c)



(d)

圖 2.5 彩色影像的 Histogram Equalization。(a) 亮度偏暗的彩色影像(取自[19])。(b) 圖(a)經過 Histogram Equalization 處理的結果。(c) 圖(a)的灰階統計分布圖。(d) 圖(b)的灰階統計分布圖。



# 第三章

## 改良式經驗模態分解法 (Improvement of EMD)

本章節將詳細介紹傳統經驗模態分解(Empirical Mode decomposition, EMD)的原理與演算法，並針對 EMD 的缺點提出改良的方法。

### 3.1 原理介紹

EMD 是由華人科學家黃鵬博士(Dr. Norden Huang)在美國航空暨太空總署(NASA)工作時所研發的一種新的數據分析方法[1]，在 1998 年正式發表於英國皇家學會(The Royal Society)的期刊上(Proc. R. Sec. London A, 1998)[2]。EMD 是傳統傅利葉分析的進一步改良，目前已經廣泛應用於影像處理、語音分析、公共工程的健康檢測、醫學與氣候分析等多種領域，應用範圍之廣與其結果之優良，被國際學界所肯定。

EMD 可適用於分析「非線性(non-linear)」和「非穩態(non-stationary)」的訊號，所謂「非線性」是指輸入與輸出不成比例；而「非穩態」是指訊號的平均值無法用來表達該訊號潛藏的意義，換句話說，EMD 對於複雜的訊號有很好的解析。

EMD 會將訊號分解成許多個內建模態函數(Intrinsic mode function, 簡稱 IMF)的線性疊加，這個抽取 IMF 的過程稱為「sifting process」；而傳統傅利葉分析則需要採用三角函數(正弦函數或餘弦函數)來當作基底

函數，將訊號表達成三角函數的線性疊加。

EMD 與傳統傅利葉分析的不同之處為 EMD 並不需要事先定義基底函數就可直接根據訊號本身的性質(局部極大值與局部極小值)自動地將訊號分解成多個 IMFs 的線性疊加。例如，當要測量東西時，我們會選擇尺來測量，但這把尺卻不見得適合用來測量所有的東西，傳統的傅利葉分析就是一把不會變的尺，無法適應各種不同的複雜訊號；而 EMD 就好像是一把具有彈性的尺，可以為各種不同的複雜訊號量身訂做一把適合的尺。

因此，在將 IMFs 從時間域或空間域轉換至頻率域後，會比使用「快速傅利葉轉換」(Fast Fourier transform, 簡稱 FFT)得到更詳細的頻譜資訊，黃鐸博士在 1998 年所發表的同一篇論文中[2]，另有提出 IMFs 的轉換公式，其名稱被命名為「希爾伯特—黃轉換」(Hilbert-Huang transform, 簡稱 HHT)。

HHT 為了表達 IMF 的局部資訊，因此 HHT 的定義為將每一個 IMF(假設為  $X(t)$ )與  $1/t$  做旋積(Convolution)。而 HHT 的公式定義如下所示：

$$Y(t) = \frac{1}{\pi} PV \int_{-\infty}^{\infty} \frac{X(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (3.1)$$

其中， $Y(t)$  為希爾伯特—黃轉換； $X(\tau)$  為每一個 IMF； $PV$  為柯西主值(Cauchy principle value)

而且定義一複數函數  $Z(t)$  為：

$$Z(t) = X(t) + iY(t) = a(t)e^{i\theta(t)} \quad (3.2)$$

其中，

$$a(t) = [X^2(t) + Y^2(t)]^{\frac{1}{2}} \quad (3.3)$$

$$\theta(t) = \tan^{-1} \frac{Y(t)}{X(t)} \quad (3.4)$$

FFT 由於採用固定的三角函數為基底，因此其頻譜為最少一個完整的震盪週期的平均頻率，所以得到的是平均的頻譜資訊。而 FFT 的公式定義如下所示：

$$F(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp[-j2\pi ux] dx \quad (3.5)$$

其中，

$$j = \sqrt{-1}$$

$$|F(u)| = [R^2(u) + I^2(u)]^{1/2} \quad (3.6)$$

$$\phi(u) = \tan^{-1} \left[ \frac{I(u)}{R(u)} \right] \quad (3.7)$$

其中， $R(u)$  與  $I(u)$  分別代表經過傅利葉轉換後所產生的實部(real component)與虛部(imaginary component)，亦即， $F(u)$  的實部與虛部。

綜合以上所述，EMD 不同於傳統的數據分析必須事先定義基底函數，而是根據訊號本身的性質(局部極大值與局部極小值)就能將訊號加以解析，這種具有自我調適能力的「適應性」，已被認為是最重要的應用數學方法之一，目前已吸引許多學者紛紛投入研究並加以應用，例如，根據中央大學電子報的報導，哈佛醫學院用來測量年長者的血壓、血流速度，以便掌握中風可能的前兆；美國聯邦調查局(FBI)用來分析監聽的錄音帶，找出聲音頻率的特性，進而辨識比對通話者的身分；吳政憲[3]用來應用在高樓結構的分析，精準地偵測高樓損壞的地方，提前為高樓的安全進行把脈；Sinclair 與 Pegram[4]用來做氣候的分析；Liu 等人[5]用來做數位影像的紋理分析；Pei 與 Tzeng[6]用來應用在數位影像光影不均的移除。

## 3.2 演算法

EMD 發展至今，除了原本 1 維的 EMD，目前更被進一步延伸至 2 維的 EMD，由於文件影像不同於彩色影像，在 2 維空間的局部極值點(局部極大值與局部極小值)數目較少，因而會影響到 EMD 的效果，而且，在 2 維空間尋找局部極值點(局部極大值與局部極小值)會比在 1 維空間更耗時，因此，本論文僅介紹 1 維的 EMD。

如同 3.1 節所述，EMD 是將訊號分解成許多個內建模態函數 (IMF) 的線性疊加，而一個函數必須滿足下列二個條件才能被定義成 IMF：

(a) 極值(局部極大值與局部極小值)的數目與跨零點的數目必須相等或最

多相差一個。

(b) 局部極大值的包絡線(envelope)與局部極小值的包絡線，在任一點其兩者的平均必須為零。

在 1 維的 EMD 中，我們是將每一筆訊號視為影像中的每一列資料或每一欄資料，其演算法說明如下：

[step 1]

(a) 尋找訊號中所有的局部極大值，然後採用立方弧線(cubic spline)把它們連接起來當作上圍的包絡線，命名為  $h_{upper}(t)$ 。

(b) 尋找訊號中所有的局部極小值，然後採用立方弧線把它們連接起來當作下圍的包絡線，命名為  $h_{lower}(t)$ 。

(c) 然後，計算局部極大值包絡線與局部極小值包絡線的均值包絡線(mean envelope)，命名為  $m_I(t)$ 。

$$m_I(t) = ( h_{upper}(t) + h_{lower}(t) ) / 2 \quad (3.8)$$

(d) 原來訊號(假設為  $f(t)$ )與均值包絡線之差即為 IMF，命名為  $h_I(t)$ 。

$$h_I(t) = f(t) - m_I(t) \quad (3.9)$$

[step 2]

如果  $h_I(t)$  不滿足 IMF 的條件，則把  $h_I(t)$  當作是下一步驟的輸入，回到[step 1]重新計算，直到  $h_{Ik}(t)$  滿足 IMF 的條件。

$$\begin{array}{ccc}
h_{11}(t) & = & h_1(t) - m_{11}(t) \\
\vdots & & \vdots \\
h_{1k}(t) & = & h_{1(k-1)}(t) - m_{1k}(t)
\end{array} \tag{3.10}$$

[step 3]

(a) 指定  $h_{1k}(t)$  為訊號中的第一個 IMF。

$$imf_1(t) = h_{1k}(t) \tag{3.11}$$

(b) 從原始訊號中分離  $imf_1(t)$ ，得到餘數函數(residue function)，命名為  $r_1(t)$ 。

$$r_1(t) = f(t) - imf_1(t) \tag{3.12}$$

(c) 然後，再把  $r_1(t)$  當成新的訊號，回到[step 1]，直到  $r_n(t)$  變成單調函數(monotonic)，沒有 IMF 可以再分解出即停止。

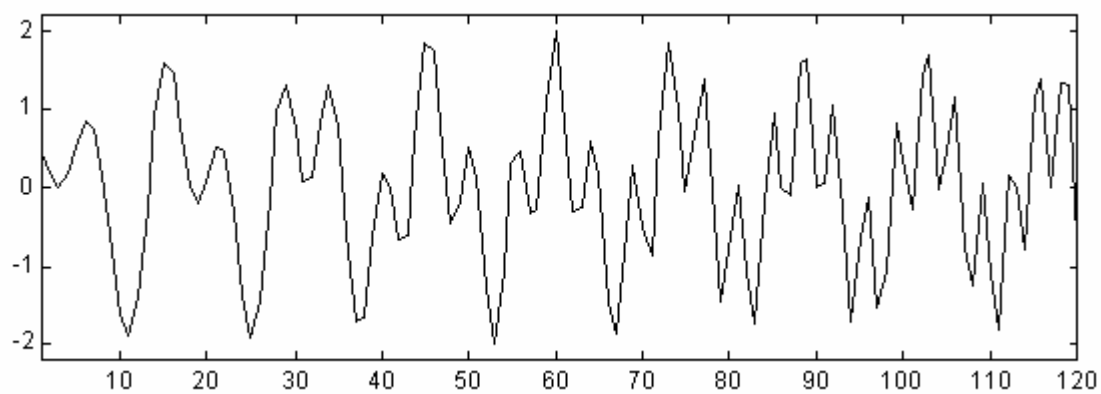
$$\begin{array}{ccc}
r_2(t) & = & r_1(t) - imf_2(t) \\
\vdots & & \vdots \\
r_n(t) & = & r_{n-1}(t) - imf_n(t)
\end{array} \tag{3.13}$$

[step 4]

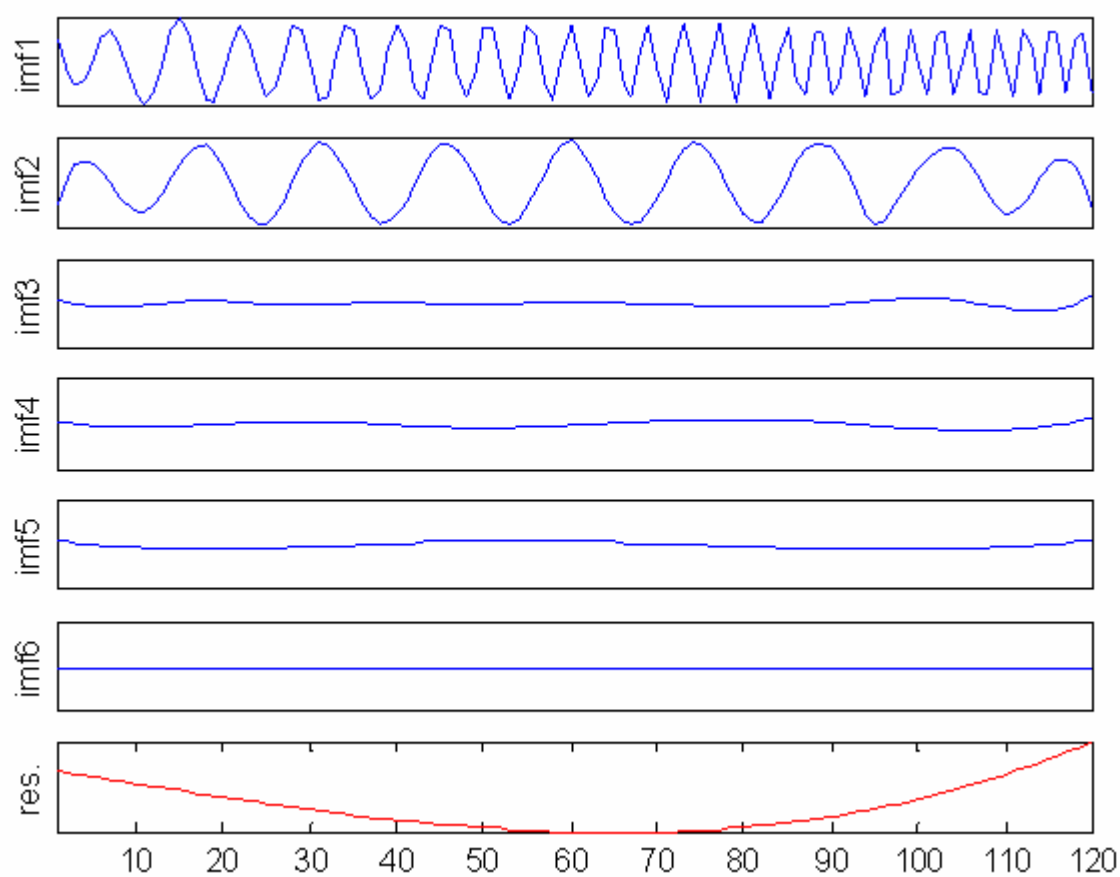
最後，原始訊號  $f(t)$  即可被表達成多個 IMFs 與一個餘數函數(residue function)的線性疊加。

$$f(t) = \sum_{i=1}^n imf_i(t) + r_n(t) \tag{3.14}$$

如圖 3.1 所示，原始訊號經過 EMD 的分解後，將依序產生六個高頻至低頻的 IMFs 與一個餘數函數。



(a)



(b)

圖 3.1 EMD 分解示意圖( 引用自[20] )。(a) 原始訊號。(b) EMD 分解結果。

在影像處理中，我們會將  $r_n(t)$  當成光場的分佈，並藉著下列算式來達到光影移除的目的[6]：

$$Gain(x, y) = I(x, y) / r_n(x, y) \quad (3.15)$$

$$I'(x, y) = Gain(x, y) * 255 \quad (3.16)$$

其中， $I(x, y)$  為原始的文件影像； $r_n(x, y)$  為受光場分佈影響的影像； $I'(x, y)$  為移除光影後的文件影像。

雖然，採用 Eqs.(3.15)與(3.16)可以強化受到光影影響的文件影像，但強化過後的文件影像，其文字會變得很淡，因此，Pei 與 Tzeng [6]藉著修改算式(3.15)來加深文字，如 Eq.(3.17)所示，

$$Gain(x, y) = \alpha * (I(x, y) / r_n(x, y) - 1) + 1 \quad (3.17)$$

其中， $\alpha$  是由使用者自行決定的常數值， $\alpha$  值愈大可使得文字變得愈黑，根據 Pei 與 Tzeng [6]的實驗，當  $\alpha = 2$  時有較佳的對比效果。

傳統的 1 維 EMD 為了讓所建立的包絡線都能通過所有的極值點(局部極大值或局部極小值)，因而採用立方弧線。為了達到立方弧線通過所有資料點的特性(如圖 3.2 所示)，因此，必須每二個資料點之間就建構一個多項式函數，所以，如果有  $n+1$  個資料點，立方弧線就會有 Eq.(3.18)的數學形式。



$$G(x) = \begin{cases} g_1(x) & \text{if } x_1 \leq x < x_2 \\ g_2(x) & \text{if } x_2 \leq x < x_3 \\ \vdots & \vdots \\ g_n(x) & \text{if } x_n \leq x < x_{n+1} \end{cases} \quad (3.18)$$

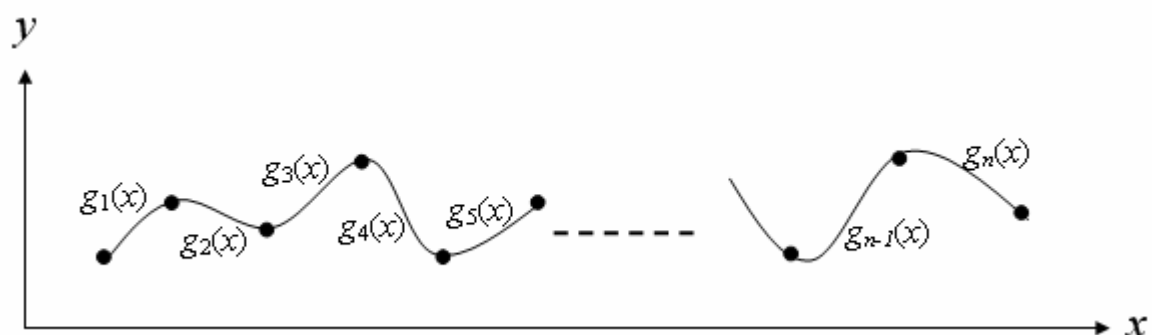


圖 3.2 立方弧線(Cubic Spline)示意圖。

其中， $g_i(x)$ 是三次方的多項式函數，其定義如 Eq.(3.19)所示，

$$g_i(x) = a_i(x - x_i)^3 + b_i(x - x_i)^2 + c_i(x - x_i) + d_i \quad (3.19)$$

其中， $i = 1, 2, \dots, n$ 。

立方弧線根據其特性會有以下四個條件必須滿足：

- (a) 立方弧線必須通過所有的資料點。
- (b) 在資料區間 $[x_1, x_{n+1}]$ ，函數  $G(x)$ 必須連續。
- (c) 為了讓立方弧線成為平滑曲線，所以在資料區間 $[x_1, x_{n+1}]$ ，斜率  $G'(x)$

必須連續，其中，

$$g_i'(x) = 3a_i(x - x_i)^2 + 2b_i(x - x_i) + c_i \quad (3.20)$$

其中， $i = 1, 2, \dots, n$ 。

(d) 在資料區間 $[x_l, x_{n+l}]$ ，曲率  $G''(x)$ 必須連續，其中，

$$g_i''(x) = 6a_i(x - x_i) + 2b_i \quad (3.21)$$

其中， $i = 1, 2, \dots, n$ 。

根據條件(a)，可以得知

$$G(x_i) = y_i \quad (3.22)$$

其中， $i = 1, 2, \dots, n$ 。

而且，因為  $x_i \in [x_l, x_{n+l}]$ ，所以  $G(x_i) = g_i(x_i)$ ，因此可以透過 Eq.(3.19)

來產生

$$\begin{aligned} y_i &= g_i(x_i) \\ y_i &= a_i(x_i - x_i)^3 + b_i(x_i - x_i)^2 + c_i(x_i - x_i) + d_i \\ y_i &= d_i \end{aligned} \quad (3.23)$$

其中， $i = 1, 2, \dots, n$ 。

根據條件(b)，可以得知

$$g_i(x_{i+l}) = g_{i+l}(x_{i+l}) \quad (3.24)$$

其中， $i = 1, 2, \dots, n-1$ 。

然後，藉著套用 Eq.(3.19)可以得到

$$g_i(x_{i+1}) = a_i(x_{i+1} - x_i)^3 + b_i(x_{i+1} - x_i)^2 + c_i(x_{i+1} - x_i) + d_i$$

與

(3.25)

$$g_{i+1}(x_{i+1}) = d_{i+1}$$

所以，從 Eqs.(3.24)與(3.25)可以得到

$$d_{i+1} = a_i(x_{i+1} - x_i)^3 + b_i(x_{i+1} - x_i)^2 + c_i(x_{i+1} - x_i) + d_i$$
(3.26)

其中， $i = 1, 2, \dots, n-1$ 。

接著，可以藉著整理 Eq.(3.26)來得到

$$d_{i+1} = a_i h_i^3 + b_i h_i^2 + c_i h_i + d_i$$
(3.27)

其中， $i = 1, 2, \dots, n-1$ ； $h_i = x_{i+1} - x_i$ 。

根據條件(c)，可以得知

$$g_i'(x_{i+1}) = g_{i+1}'(x_{i+1})$$
(3.28)

其中， $i = 1, 2, \dots, n-1$ 。

然後，藉著套用 Eq.(3.20)可以得到

$$g_i'(x_{i+1}) = 3a_i(x_{i+1} - x_i)^2 + 2b_i(x_{i+1} - x_i) + c_i$$

與

(3.29)

$$g_{i+l}'(x_{i+l}) = c_{i+l}$$

所以，從 Eqs.(3.28)與(3.29)可以得到

$$c_{i+l} = 3a_i(x_{i+l} - x_i)^2 + 2b_i(x_{i+l} - x_i) + c_i \quad (2.30)$$

其中， $i = 1, 2, \dots, n-1$ 。

接著，可以藉著整理 Eq.(3.30)來得到

$$c_{i+l} = 3a_i h_i^2 + 2b_i h_i + c_i \quad (3.31)$$

其中， $i = 1, 2, \dots, n-1$ ； $h_i = x_{i+l} - x_i$ 。

根據條件(d)，可以得知

$$g_i''(x_{i+l}) = g_{i+l}''(x_{i+l}) \quad (3.32)$$

其中， $i = 1, 2, \dots, n-1$ 。

然後，藉著套用 Eq.(3.21)可以得到

$$g_i''(x_{i+l}) = 6a_i(x_{i+l} - x_i) + 2b_i$$

與 (3.33)

$$g_{i+l}''(x_{i+l}) = 2b_{i+l}$$

所以，從 Eqs.(3.32)與(3.33)可以得到

$$2b_{i+l} = 6a_i(x_{i+l} - x_i) + 2b_i \quad (3.34)$$

其中， $i = 1, 2, \dots, n-1$ 。

接著，可以藉著整理 Eq.(3.34)來得到

$$2b_{i+1} = 6a_i h_i + 2b_i \quad (3.35)$$

其中， $i = 1, 2, \dots, n-1$ ； $h_i = x_{i+1} - x_i$ 。

然後，可以從已經知道的  $y_i$  與令  $g_i''(x_i)$  等於  $M_i$ ，來求各區段的三次多項式函數的係數： $a_i$ 、 $b_i$ 、 $c_i$  和  $d_i$ 。

$$\text{從 Eq.(3.23) 已經知道 } d_i = y_i \quad (3.36)$$

從 Eq.(3.21) 與令  $g_i''(x_i)$  等於  $M_i$ ，可以推得  $b_i$  等於

$$\begin{aligned} g_i''(x_i) &= 2b_i ; \\ M_i &= 2b_i ; \\ b_i &= M_i / 2 \quad . \end{aligned} \quad (3.37)$$

從 Eqs.(3.35) 與 (3.37)，可以推得  $a_i$  等於

$$\begin{aligned} 2b_{i+1} &= 6a_i h_i + 2b_i ; \\ 6a_i h_i &= 2b_{i+1} - 2b_i ; \\ a_i &= \frac{2b_{i+1} - 2b_i}{6h_i} ; \\ a_i &= \frac{2(M_{i+1} / 2) - 2(M_i / 2)}{6h_i} ; \\ a_i &= \frac{M_{i+1} - M_i}{6h_i} \quad . \end{aligned} \quad (3.38)$$

從 Eqs.(3.27)、(3.36)、(3.37) 與 (3.38)，可以推得  $c_i$  等於

$$\begin{aligned}
d_{i+1} &= a_i h_i^3 + b_i h_i^2 + c_i h_i + d_i ; \\
c_i h_i &= -a_i h_i^3 - b_i h_i^2 - d_i + d_{i+1} ; \\
c_i &= \frac{-a_i h_i^3 - b_i h_i^2 - d_i + d_{i+1}}{h_i} ; \\
c_i &= \frac{-a_i h_i^3 - b_i h_i^2}{h_i} + \frac{-d_i + d_{i+1}}{h_i} ; \\
c_i &= (-a_i h_i^2 - b_i h_i) - \frac{d_i - d_{i+1}}{h_i} ; \\
c_i &= -\left[ \frac{M_{i+1} - M_i}{6h_i} h_i^2 + \frac{M_i}{2} h_i \right] - \frac{y_i - y_{i+1}}{h_i} ; \\
c_i &= \frac{y_{i+1} - y_i}{h_i} - \left[ \frac{M_{i+1} - M_i}{6} h_i + \frac{3M_i}{6} h_i \right] ; \\
c_i &= \frac{y_{i+1} - y_i}{h_i} - \left[ \frac{M_{i+1} - M_i + 3M_i}{6} \right] h_i ; \\
c_i &= \frac{y_{i+1} - y_i}{h_i} - \left[ \frac{M_{i+1} + 2M_i}{6} \right] h_i .
\end{aligned} \tag{3.39}$$

在求得三次多項式函數的各項係數的表示式後，接下來，只要算出未知數  $M_i$ ，即可建構出各區段的三次多項式函數。其計算方法是，將 Eqs.(3.36)、(3.37)、(3.38)與(3.39)代入 Eq.(3.29)，可以得到

$$g_i'(x_i) = c_i = \frac{y_{i+1} - y_i}{h_i} - \left[ \frac{M_{i+1} + 2M_i}{6} \right] h_i \tag{3.40}$$

$$\begin{aligned}
g_{i-1}'(x_i) &= 3a_{i-1} h_{i-1}^2 + 2b_{i-1} h_{i-1} + c_{i-1} \\
&= \frac{y_i - y_{i-1}}{h_{i-1}} + \frac{1}{3} h_{i-1} M_i + \frac{h_{i-1}}{6} M_{i-1}
\end{aligned} \tag{3.41}$$

根據 Eq.(3.28)，可以知道 Eq.(3.40)與 Eq.(3.41)彼此相等，所以兩式化簡後可得

$$h_{i-1}M_{i-1} + (2h_{i-1} + 2h_i)M_i + h_iM_{i+1} = 6 \left( \frac{y_{i+1} - y_i}{h_i} - \frac{y_i - y_{i-1}}{h_{i-1}} \right) \quad (3.42)$$

其中， $i = 1, 2, \dots, n-1$ 。

為了計算上的方便，將 Eq.(3.42)展開成矩陣形式，如 Eq.(3.43)所示。

$$\begin{pmatrix} h_0 & 2(h_0 + h_1) & h_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_1 & 2(h_1 + h_2) & h_2 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_2 & 2(h_2 + h_3) & h_3 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & h_{n-3} & 2(h_{n-3} + h_{n-2}) & h_{n-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & h_{n-2} & 2(h_{n-2} + h_{n-1}) & h_{n-1} \end{pmatrix}_{(n-1) \times (n+1)} \begin{pmatrix} M_0 \\ M_1 \\ \vdots \\ M_{n-1} \\ M_n \end{pmatrix}_{(n+1) \times 1} = 6 \begin{pmatrix} \frac{y_2 - y_1}{h_1} - \frac{y_1 - y_0}{h_0} \\ \frac{y_3 - y_2}{h_2} - \frac{y_2 - y_1}{h_1} \\ \vdots \\ \frac{y_n - y_{n-1}}{h_{n-1}} - \frac{y_{n-1} - y_{n-2}}{h_{n-2}} \end{pmatrix}_{(n-1) \times 1} \quad (3.43)$$

由於只有  $n-1$  列(即  $n-1$  個方程式)，但未知數  $M_i$  卻有  $n+1$  個，為了求得唯一解，必須另外假設兩個條件，所以，將立方弧線的兩端，即邊界的情況納入考量，也就是考慮  $M_0$  與  $M_n$  的值，設定  $M_0$  與  $M_n$  的方法有很多種，這裡介紹常見的三種情況：

(a)  $M_0 = M_n = 0$

會使得立方弧線的兩端呈近乎直線。

所以，在 Eq.(3.42) 中，當  $i = 1$  時，方程式的等號左邊可化簡成 Eq.(3.44)。

$$h_0 M_0 + 2(h_0 + h_1)M_1 + h_1 M_2 = 2(h_0 + h_1)M_1 + h_1 M_2 \quad (3.44)$$

當  $i = n-1$  時，方程式的等號左邊可化簡成 Eq.(3.45)。

$$h_{n-2} M_{n-2} + 2(h_{n-2} + h_{n-1})M_{n-1} + h_{n-1} M_n = h_{n-2} M_{n-2} + 2(h_{n-2} + h_{n-1})M_{n-1} \quad (3.45)$$

因此，Eq.(3.43)可整理成 Eq.(3.46)。

$$\begin{pmatrix} 2(h_0 + h_1) & h_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ h_1 & 2(h_1 + h_2) & h_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_2 & 2(h_2 + h_3) & h_3 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & h_{n-3} & 2(h_{n-3} + h_{n-2}) & h_{n-2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & h_{n-2} & 2(h_{n-2} + h_{n-1}) \end{pmatrix}_{(n-1) \times (n-1)} \begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \\ \vdots \\ M_{n-2} \\ M_{n-1} \end{pmatrix}_{(n-1) \times 1}$$



$$= 6 \left( \begin{array}{c|c} \frac{y_2 - y_1}{h_1} & \frac{y_1 - y_0}{h_0} \\ \hline \frac{y_3 - y_2}{h_2} & \frac{y_2 - y_1}{h_1} \\ \hline \vdots & \vdots \\ \hline \frac{y_n - y_{n-1}}{h_{n-1}} & \frac{y_{n-1} - y_{n-2}}{h_{n-2}} \\ \hline \end{array} \right)_{(n-1) \times 1} \quad (3.46)$$

(b)  $M_0 = M_1$  ,  $M_n = M_{n-1}$

會使得立方弧線的兩端呈拋物線。

所以，在 Eq.(3.42)中，當  $i = 1$  時，方程式的等號左邊可化簡成 Eq.(3.47)。

$$h_0 M_0 + 2(h_0 + h_1)M_1 + h_1 M_2 = (3h_0 + 2h_1)M_1 + h_1 M_2 \quad (3.47)$$

當  $i = n-1$  時，方程式的等號左邊可化簡成 Eq.(3.48)。

$$h_{n-2} M_{n-2} + 2(h_{n-2} + h_{n-1})M_{n-1} + h_{n-1} M_n = h_{n-2} M_{n-2} + (3h_{n-1} + 2h_{n-2})M_{n-1} \quad (3.48)$$

因此，Eq.(3.43)可整理成 Eq.(3.49)。

$$\begin{pmatrix}
3h_0 + 2h_1 & h_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
h_1 & 2(h_1 + h_2) & h_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
0 & h_2 & 2(h_2 + h_3) & h_3 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & h_{n-3} & 2(h_{n-3} + h_{n-2}) & h_{n-2} \\
0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & h_{n-2} & 3h_{n-1} + 2h_{n-2}
\end{pmatrix}_{(n-1) \times (n-1)} \begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \\ \vdots \\ M_{n-2} \\ M_{n-1} \end{pmatrix}_{(n-1) \times 1}$$

$$= 6 \begin{pmatrix} \frac{y_2 - y_1}{h_1} & - & \frac{y_1 - y_0}{h_0} \\ \frac{y_3 - y_2}{h_2} & - & \frac{y_2 - y_1}{h_1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{y_n - y_{n-1}}{h_{n-1}} & - & \frac{y_{n-1} - y_{n-2}}{h_{n-2}} \end{pmatrix}_{(n-1) \times 1} \quad (3.49)$$

(c) 外差法

根據圖 3.3 相似三角形的原理來計算  $M_0$ ，

因為

$$\frac{M_1 - M_0}{h_0} = \frac{M_2 - M_1}{h_1}, \quad (3.50)$$

所以

$$M_0 = \frac{(h_0 + h_1)M_1 - h_0M_2}{h_1}。 \quad (3.51)$$

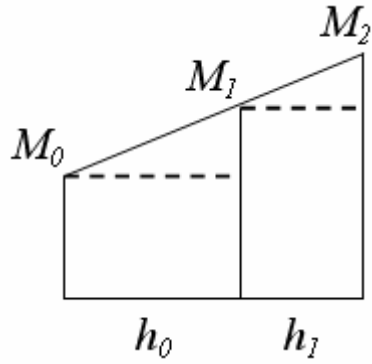


圖 3.3 相似三角形法示意圖。

同理亦可計算出  $M_n$  ，

因為

$$\frac{M_n - M_{n-1}}{h_{n-1}} = \frac{M_{n-1} - M_{n-2}}{h_{n-2}} , \quad (3.52)$$

所以

$$M_n = \frac{(h_{n-1} + h_{n-2})M_{n-1} - h_{n-1}M_{n-2}}{h_{n-2}} 。 \quad (3.53)$$

在計算出  $M_0$  與  $M_n$  後，根據 Eq.(3.42)，當  $i = 1$  時，方程式的等號左邊可化簡成 Eq.(3.54)。

$$\begin{aligned}
& h_0 M_0 + 2(h_0 + h_1)M_1 + h_1 M_2 \\
&= \frac{(h_0^2 + h_0 h_1)M_1 - h_0^2 M_2}{h_1} + 2(h_0 + h_1)M_1 + h_1 M_2 \\
&= \frac{1}{h_1} [ (h_0 + 2h_1)(h_0 + h_1)M_1 + (h_0 + h_1)(h_1 - h_0)M_2 ]
\end{aligned} \tag{3.54}$$

當  $i = n-1$  時，方程式的等號左邊可化簡成 Eq.(3.55)。

$$\begin{aligned}
& h_{n-2} M_{n-2} + 2(h_{n-2} + h_{n-1})M_{n-1} + h_{n-1} M_n \\
&= \frac{1}{h_{n-2}} [ h_{n-2}^2 M_{n-2} + (2h_{n-2}^2 + 2h_{n-1}h_{n-2})M_{n-1} + (h_{n-1}h_{n-2} + h_{n-1}^2)M_{n-1} - h_{n-1}^2 M_{n-2} ] \\
&= \frac{1}{h_{n-2}} [ (h_{n-2} + h_{n-1})(h_{n-2} - h_{n-1})M_{n-2} + (2h_{n-2} + h_{n-1})(h_{n-2} + h_{n-1})M_{n-1} ]
\end{aligned} \tag{3.55}$$

因此，Eq.(3.43)可整理成 Eq.(3.56)。

$$\begin{pmatrix}
A & B & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
h_1 & 2(h_1 + h_2) & h_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
0 & h_2 & 2(h_2 + h_3) & h_3 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & h_{n-3} & 2(h_{n-3} + h_{n-2}) & h_{n-2} \\
0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & C & D
\end{pmatrix}_{(n-1) \times (n-1)} \begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \\ \vdots \\ M_{n-2} \\ M_{n-1} \end{pmatrix}_{(n-1) \times 1}$$

$$= 6 \begin{pmatrix} \frac{y_2 - y_1}{h_1} - \frac{y_1 - y_0}{h_0} & \\ \frac{y_3 - y_2}{h_2} - \frac{y_2 - y_1}{h_1} & \\ \vdots & \\ \frac{y_n - y_{n-1}}{h_{n-1}} - \frac{y_{n-1} - y_{n-2}}{h_{n-2}} & \end{pmatrix}_{(n-1) \times 1} \quad (3.56)$$

其中，

$$A = \frac{(h_0 + h_1)(h_0 + 2h_1)}{h_1} \quad B = \frac{(h_0 + h_1)(h_1 - h_0)}{h_1}$$

$$C = \frac{(h_{n-2} + h_{n-1})(h_{n-2} - h_{n-1})}{h_{n-2}} \quad D = \frac{(2h_{n-2} + h_{n-1})(h_{n-2} + h_{n-1})}{h_{n-2}}$$

當求得  $M_0$ 、 $M_1 \dots M_n$  後，即可根據 Eqs.(3.36)、(3.37)、(3.38)與(3.39) 建構出每一個區段的三次多項式函數，進而整合成立方弧線 (Cubic Spline)。

### 3.3 改良

傳統的 1 維 EMD，對於從訊號中所搜尋到的局部極大值與局部極小值，分別都是採用立方弧線來產生上圍包絡線與下圍包絡線，而立方弧線的特性是弧線會通過所有的資料點(所有的局部極大值或所有的局部極

小值)，為了達到此種特性，必須耗費相當多的計算量，再加上多次的 IMF 抽取，其在時間的花費上相當耗時。

因此，為了降低計算量，本論文試著採用最小平方近似法 (Least Square Approximation) 來產生上圍包絡線與下圍包絡線，並且不抽取 IMF，直接把上圍包絡線與下圍包絡線的平均當作最後的餘數 (residue)，也就是光場的分布，來節省大量的計算時間。這個方法在與傳統 1 維 EMD 的比較上亦可達到不錯的效果。

最小平方近似法只需要一個三次多項式函數 (Eq.(3.57))，雖然其不會通過所有的資料點，但會盡可能地逼近所有的資料點，而且可節省大量的計算時間，曲線也會更平滑。

$$f(x) = c_0 + c_1x + c_2x^2 + c_3x^3 \quad (3.57)$$

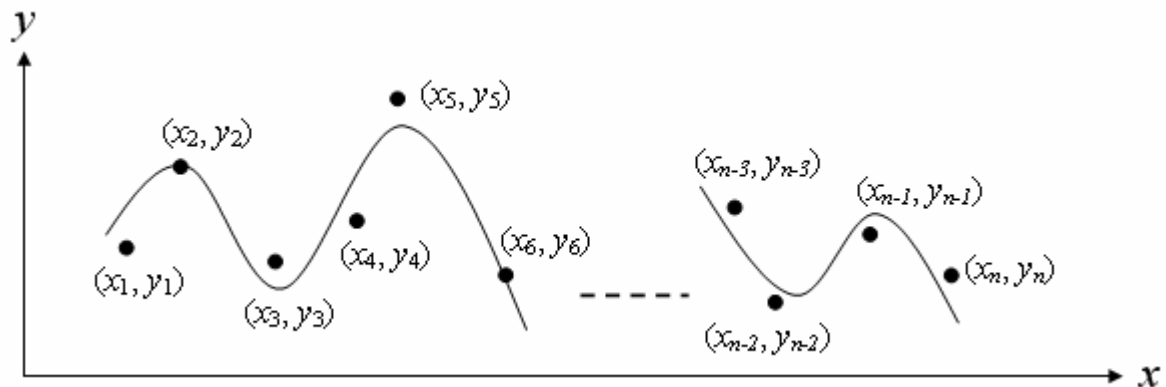


圖 3.4 最小平方近似法(Least Square Approximation)示意圖。

如圖 3.4 所示，如果有  $(x_1, y_1)$ 、 $(x_2, y_2)$ ... $(x_{n-1}, y_{n-1})$ 、 $(x_n, y_n)$  等  $n$  個資料點，我們可以去計算三次多項式函數 Eq.(3.57) 所得到的函數值  $f(x_i)$ ，與實

際的  $y_i$  值之間的差值平方和( Eq.(3.58) )，來量測逼近的程度。

$$[y_1 - f(x_1)]^2 + [y_2 - f(x_2)]^2 + \dots + [y_n - f(x_n)]^2 \quad (3.58)$$

然後，可以藉由最小化 Eq.(3.58)，來從所有可能的三次多項式函數中，找到一個最逼近所有資料點的三次多項式函數，亦即可以使得 Eq.(3.58)最小的三次多項式函數。其計算方法為：

(a) 用 Eq.(3.59)代表每一個資料點的實際值  $y_i$  與函數值  $f(x_i)$  的誤差值  $e_i$ 。

$$e_i = y_i - f(x_i) \quad (3.59)$$

(b) 如果有  $n$  個資料點，則可以將 Eq.(3.59)展開成 Eq.(3.60)。

$$\begin{aligned} e_1 &= y_1 - f(x_1) \\ e_2 &= y_2 - f(x_2) \\ &\vdots \\ e_n &= y_n - f(x_n) \end{aligned} \quad (3.60)$$

其中， $f(x_i)$ 可再用 Eq.(3.57)展開，所以 Eq.(3.60)可改寫成 Eq.(3.61)。

$$\begin{aligned} y_1 &= (c_0 + c_1 x_1 + c_2 x_1^2 + c_3 x_1^3) + e_1 \\ y_2 &= (c_0 + c_1 x_2 + c_2 x_2^2 + c_3 x_2^3) + e_2 \\ &\vdots \\ y_n &= (c_0 + c_1 x_n + c_2 x_n^2 + c_3 x_n^3) + e_n \end{aligned} \quad (3.61)$$

(c) 將 Eq.(3.61)表達成矩陣方程式 Eq.(3.62)。

$$\mathbf{Y} = \mathbf{XC} + \mathbf{E} \quad (3.62)$$

其中，

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 & x_n^3 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} \quad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix}$$

(d) 根據 Larson 與 Edwards[9]，使得 Eq.(3.58)最小的三次多項式函數之係數為 Eq.(3.63)。

$$\mathbf{C} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y} \quad (3.63)$$

而且，Eq.(3.58)的值為

$$\mathbf{E}^T \mathbf{E}$$



## 第四章

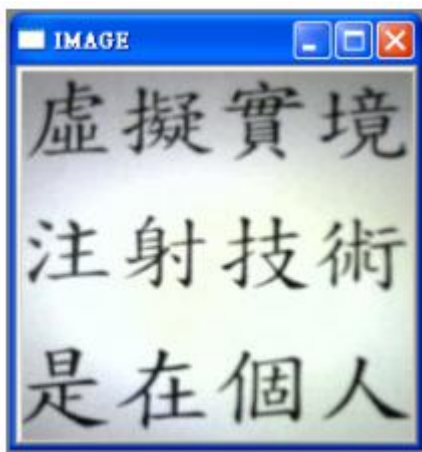
### 研究方法

本章節將詳細說明本研究所提出的方法—改良式經驗模態分解法 (Improvement of Empirical Mode Decomposition, IEMD) 應用在不良光源文件影像的流程。

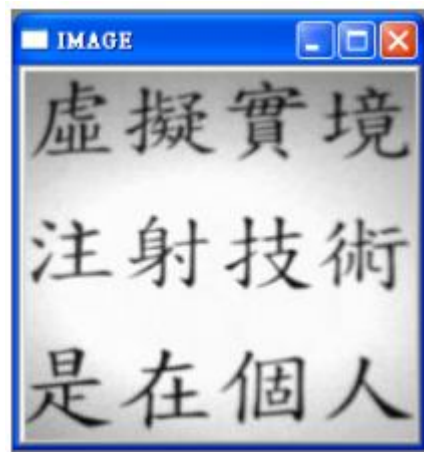
#### 4.1 前處理

由於一般從數位相機或網路攝影機所取得的數位影像，通常都是儲存成 RGB(Red, Green, Blue)三維的彩色格式，為了減少不必要的計算量，以加快相對的處理速度，在進行 IEMD 處理之前，本研究採用 Eq.(4.1) 將資料從三維的色彩空間轉換至一維的灰階影像，如圖 4.1 所示。

$$Gray = \frac{1}{3} (R + G + B) \quad (4.1)$$



(a)



(b)

圖 4.1 灰階影像示意圖。(a) 原始影像。(b) 灰階影像。

## 4.2 改良式經驗模態分解(IEMD)

擷取灰階影像的每一列與每一行，分別進行 IEMD 處理(如圖 4.2)後，產生列校正遮罩與行校正遮罩。

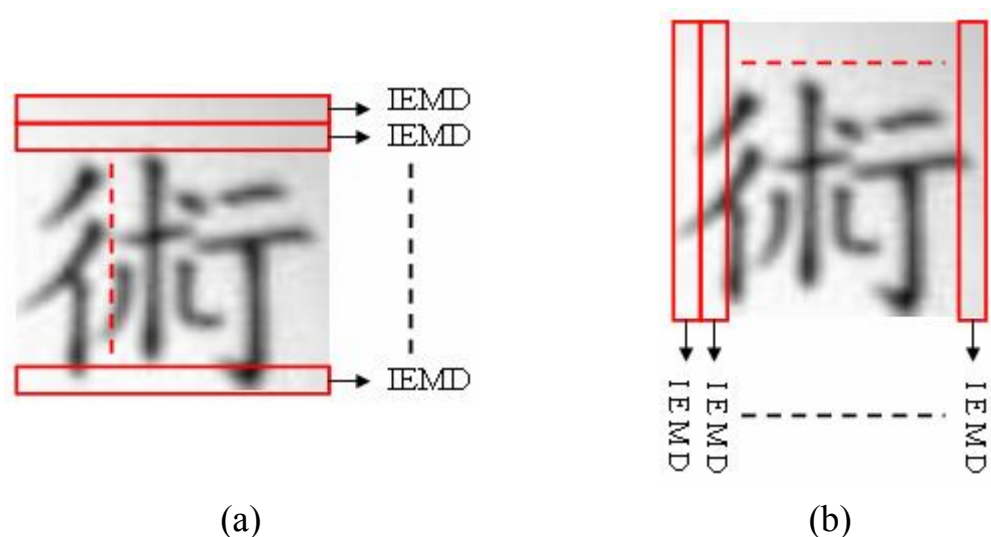


圖 4.2 IEMD 列處理與行處理示意圖。(a) IEMD 列處理。(b) IEMD 行處理。

### 4.2.1 列校正遮罩

灰階文件影像的每一列經過 IEMD 處理後，產生列校正遮罩( $M_{\text{row}}$ )。首先，對灰階文件影像的每一列尋找局部極大值與局部極小值，以表 4.1 的第一列資料為例，其尋找局部極值的演算法為：

```

if(  $L_{1j} > L_{1(j-1)}$  )
{
    if( 數值狀態是遞減 ){ 局部極小值 =  $L_{1(j-1)}$  }
    設定數值狀態為遞增
}

if(  $L_{1j} < L_{1(j-1)}$  )
{
    if( 數值狀態是遞增 ){ 局部極大值 =  $L_{1(j-1)}$  }
    設定數值狀態為遞減
}

```

其中， $L_{1j}$  表示第一列的各項數值； $j = 1, 2, \dots, 9$ 。

表 4.2 為表 4.1 第一列資料的局部極值。

表 4.1 灰階值範例表(10 x 10)。

236	125	202	96	240	110	185	192	83	210
120	236	146	238	250	115	210	108	230	180
242	146	245	100	212	122	222	141	190	241
221	245	121	224	145	250	125	232	116	225
82	247	140	210	107	240	122	245	130	172
193	141	237	245	111	134	232	92	221	128
95	248	128	234	98	241	113	227	93	221
211	143	244	172	222	120	244	113	232	160
109	178	249	189	201	161	250	180	232	137
224	120	221	152	246	145	219	110	208	189

表 4.2 表 4.1 第一列資料局部極值。

局部極大值			202		240			192		
局部極小值		125		96		110			83	

接著，對第一列的局部極大值與局部極小值分別採用最小平方近似法 (Least Square Approximation) 建構一個上圍包絡線與下圍包絡線，其結果如表 4.3 與圖 4.3 所示。

表 4.3 表 4.2 局部極值包絡線。

	$f(x) = a + bx + cx^2 + dx^3$
上圍包絡線	$a = 230.104355, b = -2.794792, c = -0.417902, d = 0.046891$
下圍包絡線	$a = 174.010071, b = -64.178902, c = 16.400232, d = -1.224989$

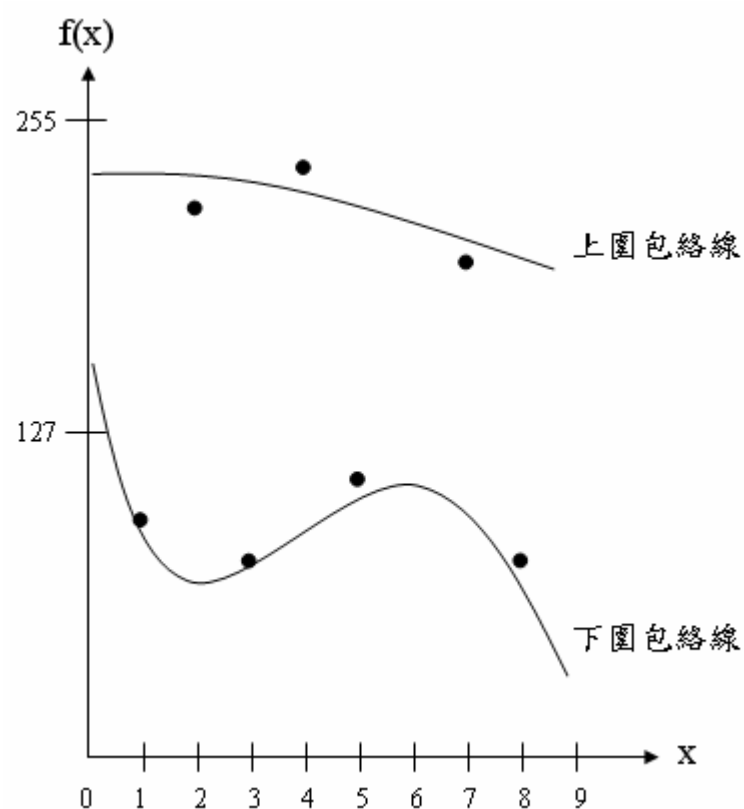


圖 4.3 表 4.2 局部極值包絡線示意圖。

然後，使用所建構的包絡線去內插原本未知的值，並且將上圍包絡線與下圍包絡線所內插出來的值相加取平均，如表 4.4 與圖 4.4 所示。

表 4.4 表 4.3 局部極值包絡線內插值與平均。

上圍包絡線內插值	230	226	223	219	215	211	208	206	205	205
下圍包絡線內插值	174	125	101	96	101	109	114	108	82	31
平均	202	175	162	157	158	160	161	157	144	118

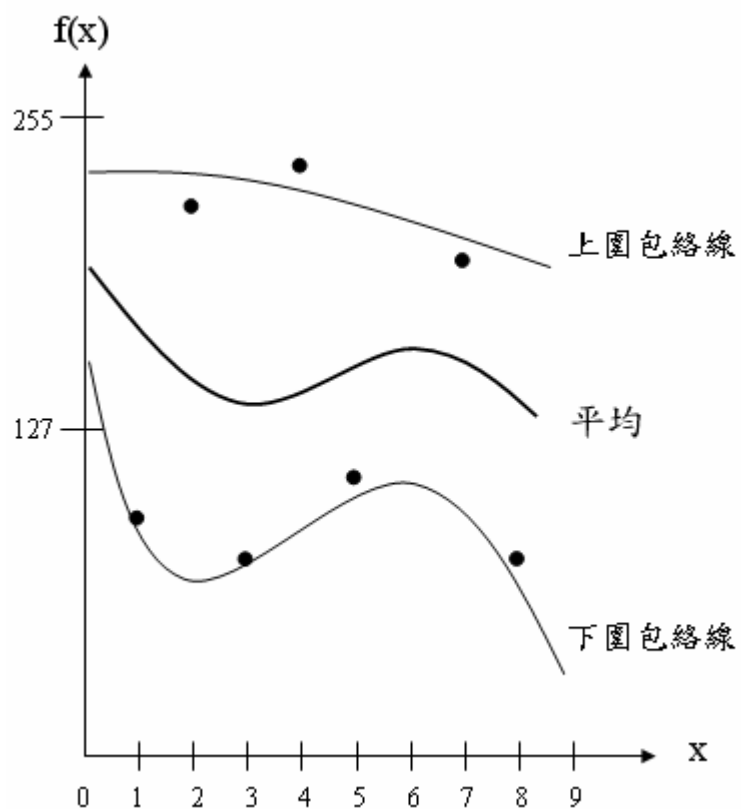


圖 4.4 表 4.4 示意圖。

依照本小節所說明的方式，對灰階文件影像的每一列計算平均，這個平均即為列校正遮罩，如圖 4.5 所示。

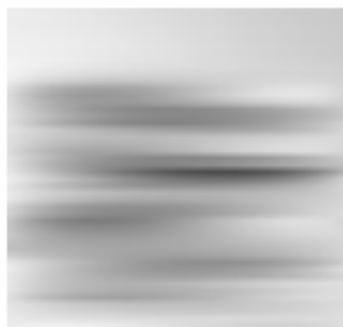


圖 4.5 圖 4.2 列校正遮罩。

## 4.2.2 行校正遮罩

灰階文件影像的每一行經過 IEMD 處理後，產生行校正遮罩( $M_{col}$ )。首先，對灰階文件影像的每一行尋找局部極大值與局部極小值，以表 4.1 的第一行資料為例，其尋找局部極值的演算法為：

```
if(  $C_{1j} > C_{1(j-1)}$  )
{
    if( 數值狀態是遞減 ){ 局部極小值 =  $C_{1(j-1)}$  }
    設定數值狀態為遞增
}

if(  $C_{1j} < C_{1(j-1)}$  )
{
    if( 數值狀態是遞增 ){ 局部極大值 =  $C_{1(j-1)}$  }
    設定數值狀態為遞減
}
```

其中， $C_{1j}$  表示第一行的各項數值； $j = 1, 2, \dots, 9$ 。

表 4.5 為表 4.1 第一行資料的局部極值。

表 4.5 表 4.1 第一行資料局部極值。

局部極大值			242			193		211		
局部極小值		120			82		95		109	

接著，對第一列的局部極大值與局部極小值分別採用最小平方近似法建構一個上圍包絡線與下圍包絡線，其結果如表 4.6 與圖 4.6 所示。

表 4.6 表 4.5 局部極值包絡線。

	$f(x) = a + bx + cx^2 + dx^3$
上圍包絡線	$a = 238.461502, b = 5.180937, c = -4.363802, d = 0.40529$
下圍包絡線	$a = 160.71283, b = -49.845615, c = 9.660912, d = -0.529778$

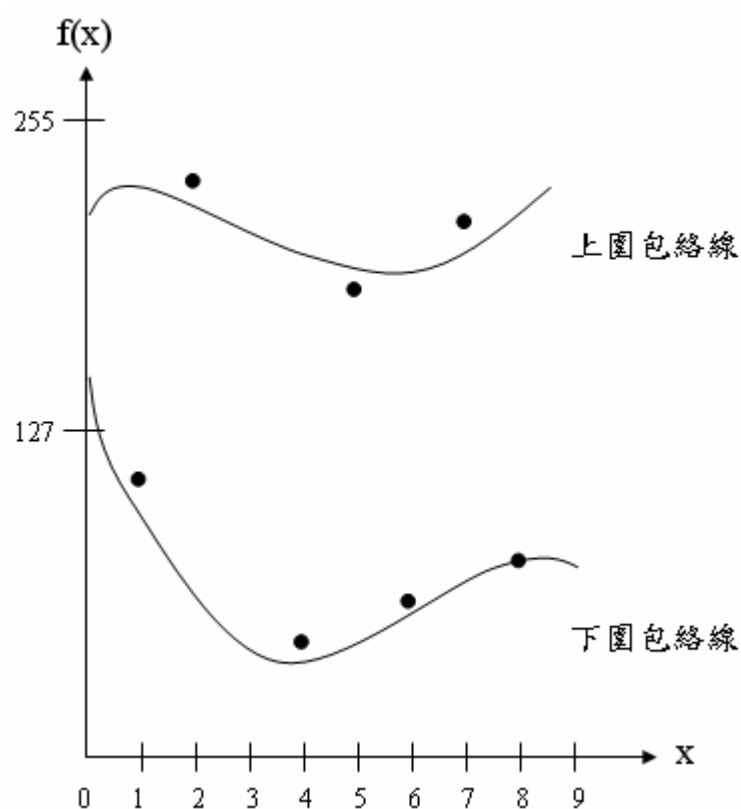


圖 4.6 表 4.5 局部極值包絡線示意圖。



然後，使用所建構的包絡線去內插原本未知的值，並且將上圍包絡線與下圍包絡線所內插出來的值相加取平均，如表 4.7 與圖 4.7 所示。

表 4.7 表 4.6 局部極值包絡線內插值與平均。

上圍包絡線內插值	238	239	234	225	215	205	199	199	208	227
下圍包絡線內插值	160	119	95	83	81	86	94	103	109	108
平均	199	179	165	154	148	146	147	151	158	167

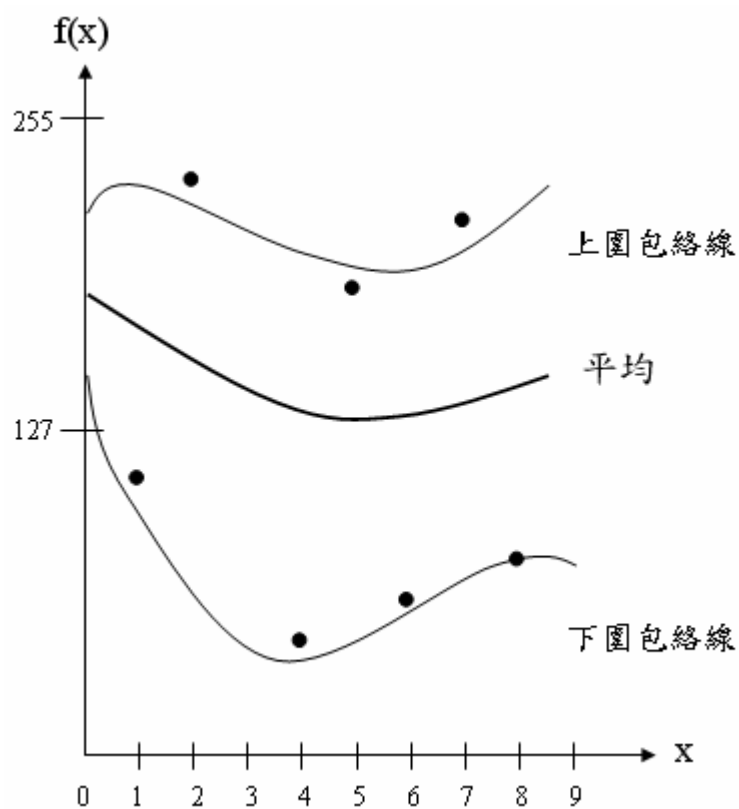


圖 4.7 表 4.7 示意圖。

依照本小節所說明的方式，對灰階文件影像的每一行計算平均，這個平均即為行校正遮罩，如圖 4.8 所示。



圖 4.8 圖 4.2 行校正遮罩。

### 4.3 反射遮罩

經由 IEMD 取得列校正遮罩與行校正遮罩後，將列校正遮罩與行校正遮罩相加取平均，如 Eq.(4.2)所示，以算得光影移除所需的反射遮罩，如圖 4.9 所示。

$$M(i, j) = \frac{\{ M_{\text{row}}(i, j) + M_{\text{col}}(i, j) \}}{2} \quad (4.2)$$

其中， $M$  代表反射遮罩。



圖 4.9 圖 4.2 反射遮罩。

## 4.4 光影移除

透過列校正遮罩與行校正遮罩計算得反射遮罩後，即可採用 Eq.(4.3) 將光影移除，如圖 4.10 所示。

$$R(i, j) = \{ I(i, j) / M(i, j) \} \times 255 \quad (4.3)$$

其中， $I$  是原始灰階影像； $M$  是反射遮罩； $R$  是移除光影後的灰階影像。

Eq.(4.3)在物理上的意義為，經由原始灰階影像與反射遮罩的相除計算，取得每一個像素(pixel)的反射率，然後，透過一個明亮光源(亮度值 255)的照射( $255 \times$  反射率)來重新取得移除光影的灰階影像。



圖 4.10 圖 4.2 光影移除影像。

## 4.5 二值化

為了配合一般文字辨識演算法所需，必須對灰階的文件影像進行二值化處理。對於移除光影後的文件影像，採用 Otsu 演算法即可達到自動二值化的目的；然而，對於背影透光的文件影像在移除光影後，若採用 Otsu 演算法，則不一定能很乾淨地把背景文字分離，因此，本研究採用群聚分析—K-Means 演算法，藉著將資料分成多個群集的方式來取得所需文字的二值化影像，但 K-Means 的效果取決於演算法開始前的群數(K 值)設定，所以在進行 K-Means 分群處理前，本研究先採用 Min-max Distance 演算法(Maxi-min Distance Algorithm)來取得最佳的群數(K 值)。

圖 4.11 為圖 4.10 的二值化影像。



圖 4.11 圖 4.10 二值化影像。

# 第五章

## 實驗結果與討論

這個章節將針對本論文對傳統 EMD 所提出的改良方法進行實驗，並在時間上和效能上與傳統的 EMD 進行比較；同時也與其它能夠移除光影的方法——直方圖均化 (Histogram Equalization)，進行比較。最後，討論所得到的實驗結果。

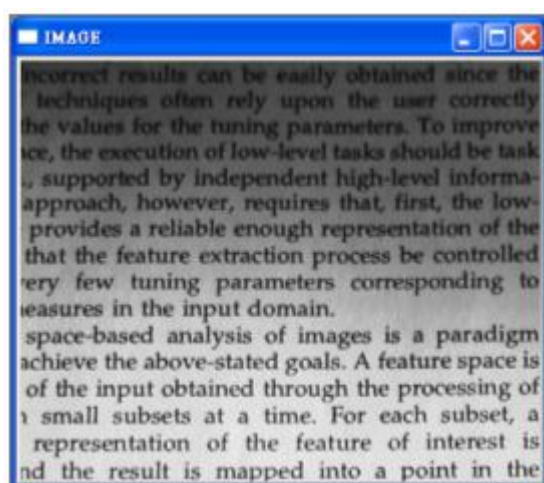
本實驗的程式所使用的開發工具為 Visual C++ 6.0，並且在 Windows XP 的作業系統下執行；硬體環境為 Intel(R) Celeron(R) 1.7GHz 的 CPU 與 256MB 的記憶體；實驗採用的文件影像是使用羅技的網路攝影機所拍攝。

### 5.1 實驗結果

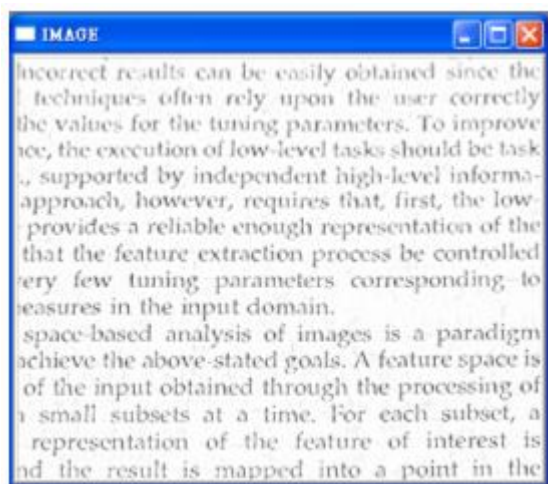
圖 5.1 是光影不均的英文文件影像(大小 388 x 313)，其分別經過傳統 EMD 與 IEMD 的處理後所得到的結果。經實驗測試，傳統的 EMD 在處理時間上需要 49.812 秒；IEMD 在處理時間上則只需要 2.094 秒。

在文字辨識率的比較上，本實驗採用蒙恬認識王的辨識軟體進行比較，由於英文字體太小的原因，造成英文字母之間的連字問題，因而會影響文字辨識正確率，本實驗在進行文字辨識之前先採用形態學運算 (morphological operation) 中的 Opening 運算來把英文連字斷開，但反而會使得字母破碎，若接著進行 Closing 運算，則反而使得字體變粗，加重英文連字的問題。因此本實驗直接對圖 5.1 的結果依序進行二值化與文字辨

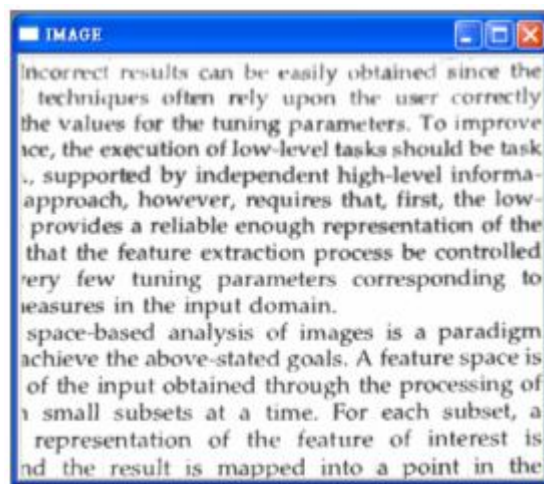
識，未經過光影強化的原始影像(圖 5.1(a))，在 604 個字母中，約有 241 個字母辨識正確，辨識正確率為 39.90%；在不使用 Eq.(3.17)來加深圖 5.1(b)文字的情況下，圖 5.1(b)在 604 個字母中，約有 449 個字母辨識正確，辨識正確率為 74.33%；圖 5.1(a)在只有經過 IEMD 的處理後(圖 5.1(c))，604 個字母中，約有 460 個字母辨識正確，辨識正確率為 76.15%。



(a)



(b)

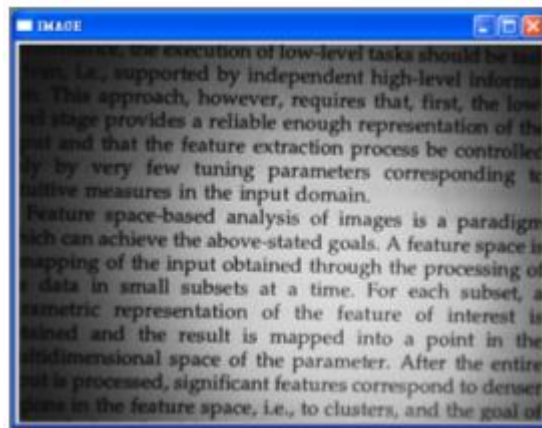


(c)

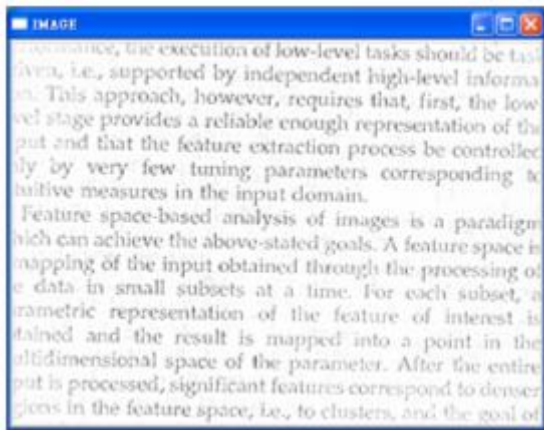
圖 5.1 光影不均的英文文件影像的實驗結果。(a) 原始影像。(b) 圖(a)經過傳統 EMD 的處理。(c) 圖(a)經過 IEMD 的處理。

圖 5.2 是反光的英文文件影像(大小 500 x 360)，其分別經過傳統 EMD 與 IEMD 的處理後所得到的結果。經實驗測試，傳統的 EMD 在處理時間上需要 84.562 秒；IEMD 在處理時間上則只需要 2.906 秒。

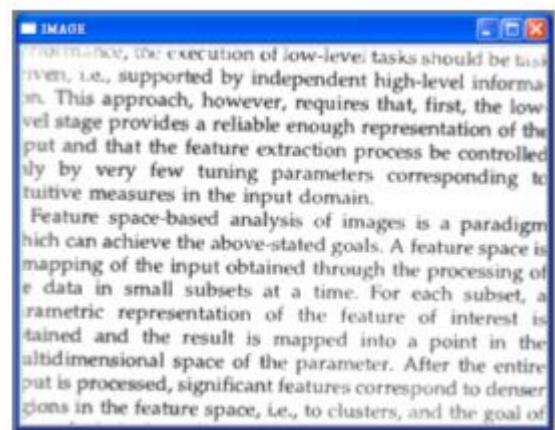
在文字辨識率的比較上，本實驗採用蒙恬認識王的辨識軟體進行比較，由於英文字體太小的原因，造成英文字母之間的連字問題，因而會影響文字辨識正確率，本實驗在進行文字辨識之前先採用形態學運算 (morphological operation) 中的 Opening 運算來把英文連字斷開，但反而會使得字母破碎，若接著進行 Closing 運算，則反而使得字體變粗，加重英文連字的問題。因此本實驗直接對圖 5.2 的結果依序進行二值化與文字辨識，未經過光影強化的原始影像(圖 5.2(a))，在 709 個字母中，約有 184 個字母辨識正確，辨識正確率為 25.95%；在不使用 Eq.(3.17)來加深圖 5.2(b) 文字的情況下，圖 5.2(b)在 709 個字母中，約有 514 個字母辨識正確，辨識正確率為 72.49%；圖 5.2(a)在只有經過 IEMD 的處理後(圖 5.2(c))，709 個字母中，約有 532 個字母辨識正確，辨識正確率為 75.03%。



(a)



(b)

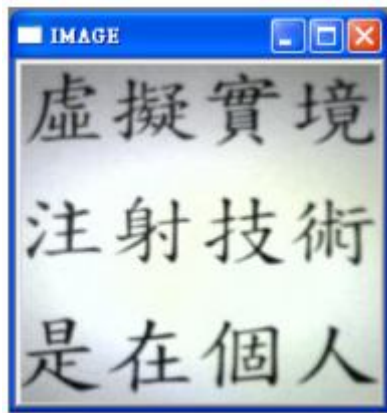


(c)

圖 5.2 反光的英文文件影像的實驗結果。(a) 原始影像。(b) 圖(a)經過傳統 EMD 的處理。(c) 圖(a)經過 IEMD 的處理。



圖 5.3 是光影不均的中文文件影像，其分別經過 Histogram Equalization、傳統 EMD 與 IEMD 的處理後所得到的結果。



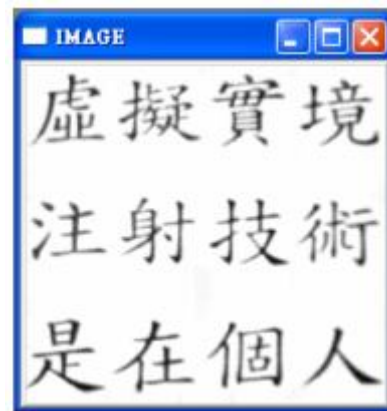
(a)



(b)



(c)



(d)

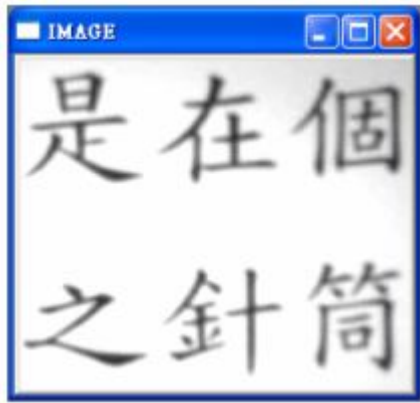
圖 5.3 光影不均的中文文件影像的實驗結果。(a) 原始影像。(b) 圖(a)經過 Histogram Equalization 的處理。(c) 圖(a)經過傳統 EMD 的處理。(d) 圖(a)經過 IEMD 的處理。

圖 5.4 是亮度整體偏暗的中文文件影像，其分別經過 Histogram Equalization、傳統 EMD 與 IEMD 的處理後所得到的結果。



圖 5.4 亮度整體偏暗的中文文件影像的實驗結果。(a) 原始影像。(b) 圖(a)經過 Histogram Equalization 的處理。(c) 圖(a)經過傳統 EMD 的處理。(d) 圖(a)經過 IEMD 的處理。

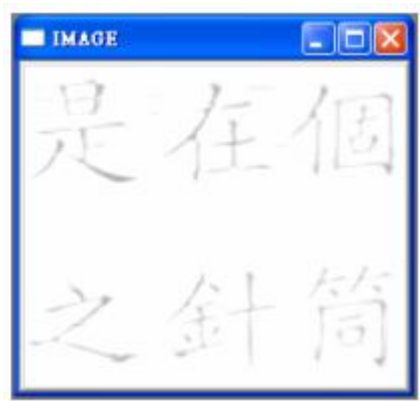
圖 5.5 是亮度整體偏亮的中文文件影像，其分別經過 Histogram Equalization、傳統 EMD 與 IEMD 的處理後所得到的結果。



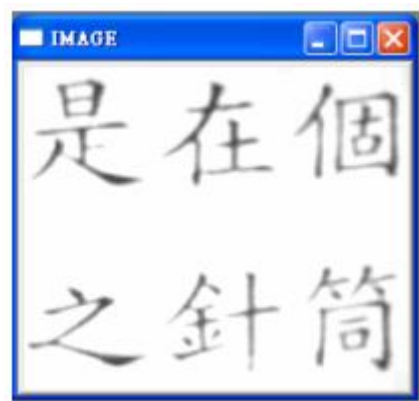
(a)



(b)



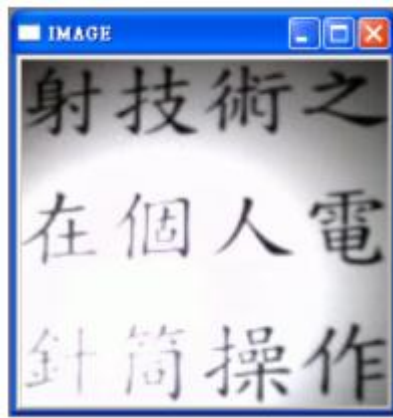
(c)



(d)

圖 5.5 亮度整體偏亮的中文文件影像的實驗結果。(a) 原始影像。(b) 圖(a)經過 Histogram Equalization 的處理。(c) 圖(a)經過傳統 EMD 的處理。(d) 圖(a)經過 IEMD 的處理。

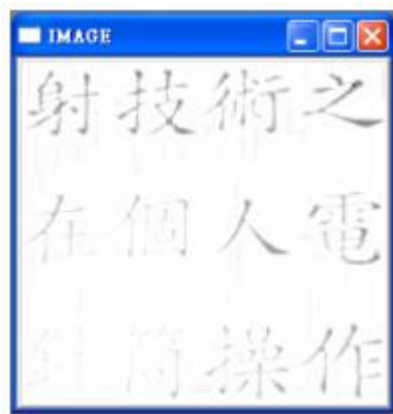
圖 5.6 是亮度過亮的中文文件影像，其分別經過 Histogram Equalization、傳統 EMD 與 IEMD 的處理後所得到的結果。



(a)



(b)



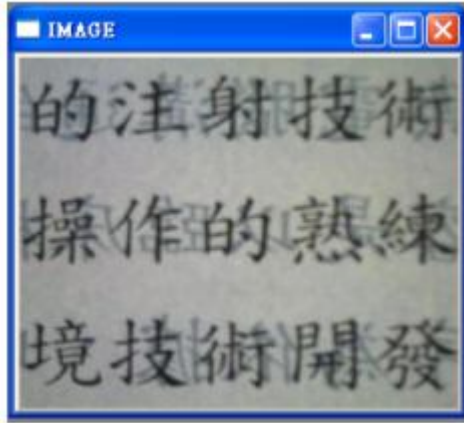
(c)



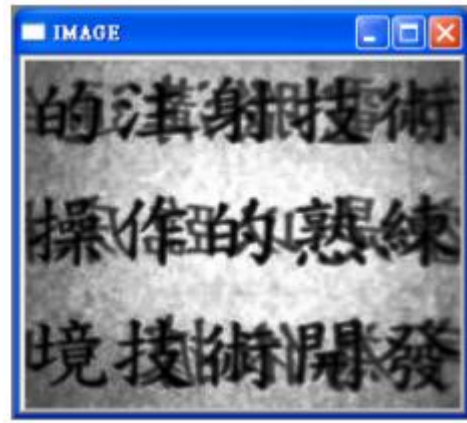
(d)

圖 5.6 亮度過亮的中文文件影像的實驗結果。(a) 原始影像。(b) 圖(a)經過 Histogram Equalization 的處理。(c) 圖(a)經過傳統 EMD 的處理。(d) 圖(a)經過 IEMD 的處理。

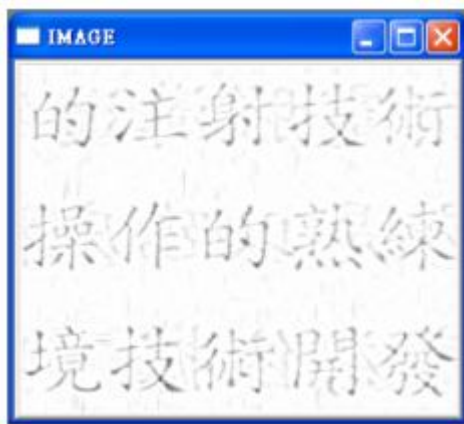
圖 5.7 是背影透光的中文文件影像，其分別經過 Histogram Equalization、傳統 EMD 與 IEMD 的處理後所得到的結果。



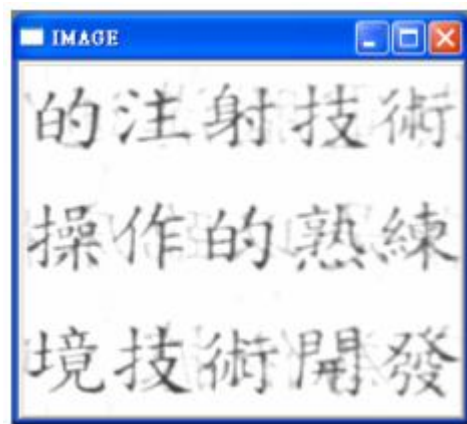
(a)



(b)



(c)



(d)

圖 5.7 背影透光的中文文件影像的實驗結果。(a) 原始影像。(b) 圖(a)經過 Histogram Equalization 的處理。(c) 圖(a)經過傳統 EMD 的處理。(d) 圖(a)經過 IEMD 的處理。



圖 5.8 是針對圖 5.7(a)在經過 IEMD 的處理後，其所留下來的背景文字(圖 5.7(d))分別採用 Otsu 與 Min-max distance + K-Means 演算法進行移除，並比較兩者的效果。從實驗結果圖 5.8 可發現，對於透光程度較嚴重的背景文字(圖 5.8(b))，Otsu 演算法無法很乾淨地將背景文字移除(圖 5.8(d))，其效果比 Min-max distance + K-Means 演算法(圖 5.8(f))差。



圖 5.8 Otsu 與 Min-max dist. + K-Means 演算法的比較。(a) 圖 5.7(a)經過 IEMD 的處理。(b) 圖 5.7(b)經過 IEMD 的處理。(c) 圖(a)經過 Otsu 演算法的處理。(d) 圖(b)經過 Otsu 演算法的處理。(e) 圖(a)經過 Min-max dist. + K-Means 演算法的處理。(f) 圖(b)經過 Min-max dist. + K-Means 演算法的處理。

表 5.1 是本實驗針對各種不同的不良光源文件影像，在分別進行 EMD、IEMD 與直接進行二值化處理後所得到的計算時間和文字辨識正確率的數據表，其中，灰色區塊代表本研究所提出的方法。

表 5.1 EMD 與 IEMD 計算時間和文字辨識正確率數據表。

不良 光源 影像 影像處理 程序	(1) + (2)		(1) + (3) + (5)		(1) + (4) + (5)		
	辨識率 (%)	時間 (sec.)	辨識率 (%)	時間 (sec.)	辨識率 (%)	時間 (sec.)	
(一) 388 x 313(604字元)	39.90	0.297	74.33	50.172	76.15	2.454	无影不均 (英文)
(二) 500 x 360(709字元)	25.95	0.484	72.49	85.078	75.03	3.422	反光 (英文)
(三) 145 x 189(9個字)	55.56	0.079	77.78	14.813	88.89	0.907	无影不均 (中文)
(四) 217 x 205(12個字)	58.33	0.141	75.0	36.671	91.67	1.172	无影不均 (中文)
(五) 244 x 206(6個字)	66.67	0.156	83.33	42.594	83.33	1.423	偏亮 (中文)
(六) 231 x 216(12個字)	41.67	0.173	66.67	31.547	75.0	1.374	過亮 (中文)
(七) 244 x 206(6個字)	66.67	0.187	83.33	42.703	100.0	1.562	偏暗 (中文)
(八) 231 x 216(12個字)	58.33	0.171	75.0	31.844	91.67	1.453	偏暗 (中文)
(九) 175 x 221(9個字)	44.44	0.109	77.78	30.375	88.89	1.296	背影透光 (中文)
(十) 274 x 219(15個字)	40.0	0.219	73.33	32.703	93.33	1.766	背影透光 (中文)
平均	49.75	0.202	75.90	39.850	86.39	1.683	

(1): 灰階化 (2): Otsu (3): EMD

(4): IEMD (5): Min-max dist. + K-Means

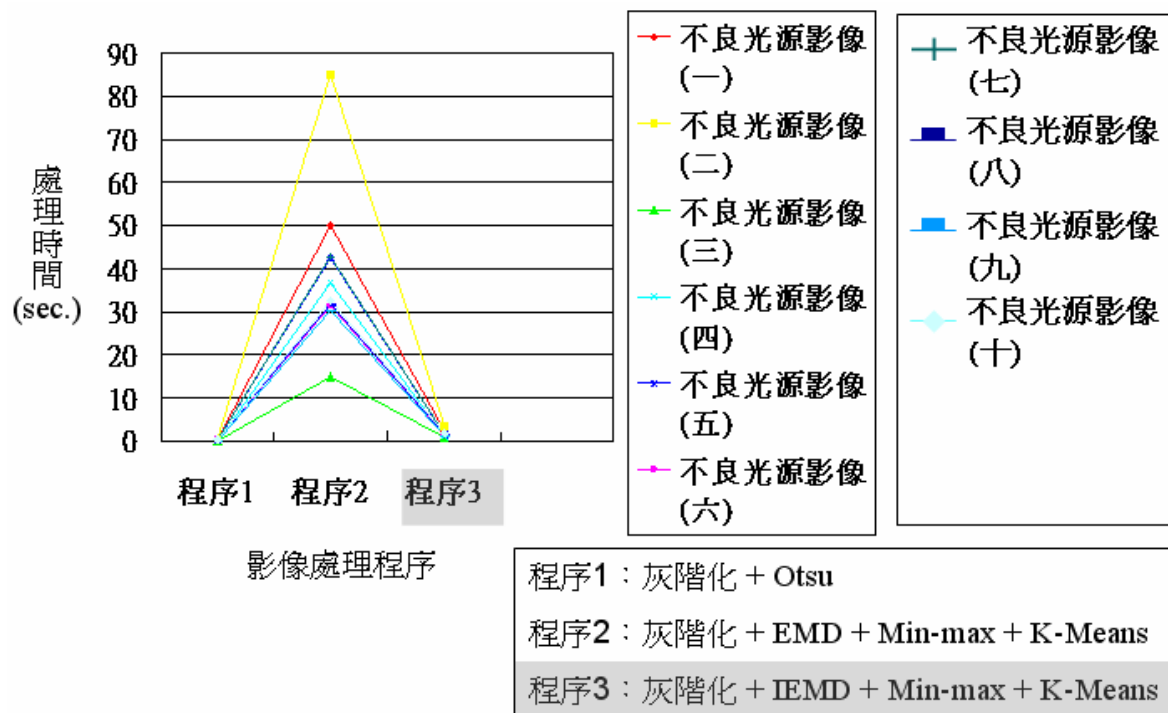


圖 5.9 表 5.1 處理時間數據圖。

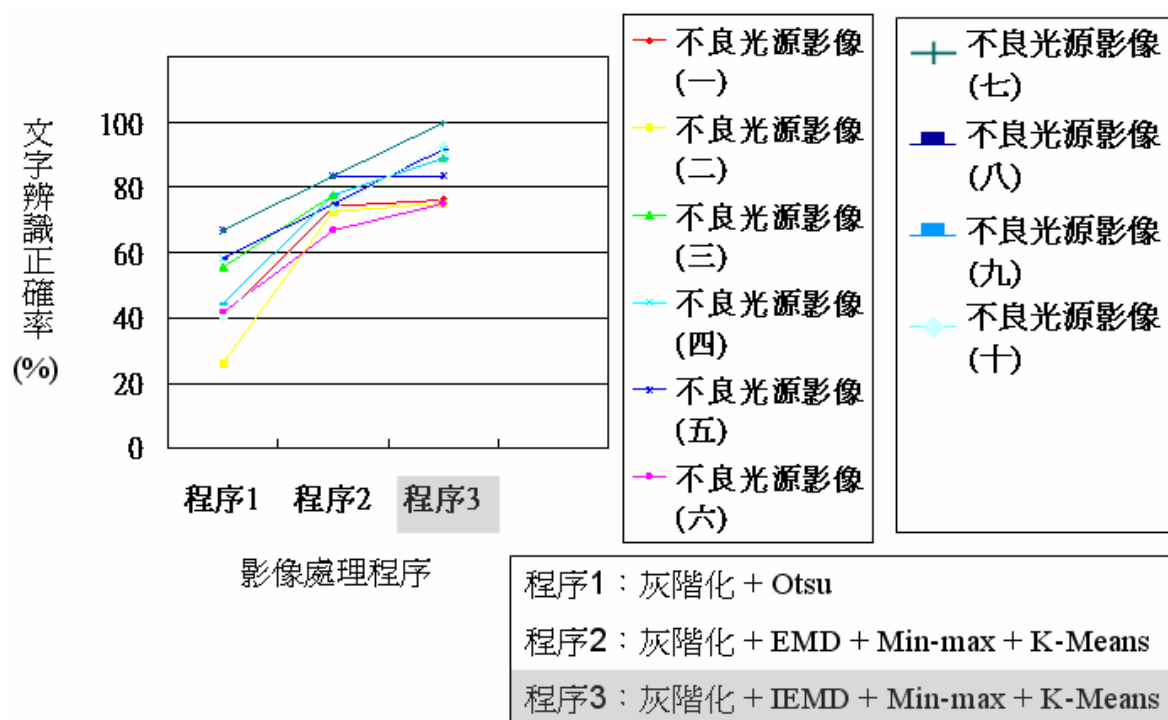


圖 5.10 表 5.1 文字辨識正確率數據圖。



圖 5.11 是各種不同的不良光源彩色影像，其分別經過 Histogram Equalization 與 IEMD 的處理後所得到的結果。



(a)



(d)



(g)



(b)



(e)



(h)



(c)



(f)



(i)

圖 5.11 不良光源彩色影像的實驗結果。(a)(b)(c) 原始影像( 取自[19] )。

(d)(e)(f) 原始影像經過 Histogram Equalization 的處理。(g)(h)(i) 原始影像經過 IEMD 的處理。

## 5.2 討論

從 5.1 節的實驗結果可發現，傳統 EMD 雖然可以有效地移除光影，但處理過後的文字影像會變得很淡，雖然有方法可以用來加深文字，但有時反而會將肉眼看不到的背景雜訊強化出來；若採用本研究所提出的方法—IEMD，則不需另外加深文字影像。

由於 IMF 的二個收斂條件在實際上很難完全滿足，而且亦不知道必須做多少次的「sifting process」才能達到最佳的效果，Pei 與 Tzeng[6]對文字影像做 3 次的「sifting process」，每一次「sifting process」的疊代次數為 5 次，但是根據本實驗的測試，不同的文字影像做 3 次「sifting process」不一定都能達到最佳的效果；若採用本研究所提出的方法—IEMD，就可以不用考慮必須做多少次的「sifting process」。

表 5.1 是本實驗針對各種不同的不良光源文件影像，在分別進行 EMD、IEMD 與直接進行二值化處理後，其在文字辨識正確率與計算時間的比較，如圖 5.9 所示，本研究所提出的方法—IEMD(灰色區塊)，在計算時間上確實比傳統 EMD(程序 2)快速，IEMD 的平均時間為 1.683 秒，傳統 EMD 的平均時間為 39.85 秒，雖然直接進行二值化處理(程序 1)的時間(平均為 0.202 秒)會比 IEMD 快速，但是如圖 5.10 所示，程序 1 的文字辨識正確率卻很低(平均為 49.75%)，而且經實驗發現，IEMD 的文字辨

識正確率(平均為 86.39%)比傳統 EMD(平均為 75.90%)高。

直方圖均化無法有效地移除光影，其原因在於文字影像屬於灰階資訊，而灰階在影像處理上又代表亮度，所以，直方圖均化不適合用來處理受光影響的文件影像，其比較適合用來解決不良光源的彩色影像(如圖 5.11 所示)。

對於亮度過亮的文件影像，傳統的 EMD(圖 5.6(c))與 IEMD(圖 5.6(d))均無法有效地解決，雖然，直方圖均化能將因過亮而肉眼看不到的文字透過亮度均化的方式顯示出來(圖 5.6(b))，但對於光影的影響仍無法解決。

# 第六章

## 結論與未來工作

這個章節將總結本論文對傳統 EMD 所提出的改良方法，並對未來可以加強的部分提出建議。

### 6.1 結論

為了節省計算量，本論文採用最小平方近似法來取代傳統一維 EMD 所採用的立方弧線逼近。立方弧線為了滿足通過所有局部極大值或通過所有局部極小值的特性，必須每二個資料點之間就建構一個三次多項式函數，其計算量相當大；而最小平方近似法只需使用二個三次多項式函數就可逼近所有的局部極大值與局部極小值，雖然不會精準通過所有的局部極值點，但曲線會更平滑，而且可節省相當多的計算量。

因此，本論文對文件影像的每一列尋找局部極大值與局部極小值，然後，採用最小平方近似法來逼近所有的局部極大值與逼近所有的局部極小值，接著，對所產生的上圍包絡線與下圍包絡線取平均，最後，將每一列所得到的平均儲存成一張影像：「列校正遮罩」；對文件影像的每一行尋找局部極大值與局部極小值，然後，採用最小平方近似法來逼近所有的局部極大值與逼近所有的局部極小值，接著，對所產生的上圍包絡線與下圍包絡線取平均，最後，將每一行所得到的平均儲存成一張影像：「行校正遮罩」。

另外，傳統的一維 EMD 需要對文件影像的每一列與每一行抽取 IMF，直到每一列資料與每一行資料沒有 IMF 可再抽取時，剩下來的餘數(residue)就是光影移除所需要的光場分布。

由於層層的 IMF 抽取相當耗時，本論文試著把採用最小平方近似法時，對文件影像的每一列所得平均(列校正遮罩)與每一行所得到的平均(行校正遮罩)相加再除以二，即把 $\{(\text{列校正遮罩} + \text{行校正遮罩}) / 2\}$ 當成最後的餘數(residue)、最後的光場分布，亦即「反射遮罩」，經實驗證明，本研究所提出的方法在時間上確實比傳統 EMD 快速，在效果上(文字辨識正確率)，也與傳統 EMD 所得結果相似，甚至更好。將此方法應用到其它光影的問題上，也可有效地解決不同光場對文字影像的不良影響，例如，亮度整體偏暗、亮度整體偏亮、光影不均、背影透光等問題。

因此，本論文所提出的方法可快速地解決大部分受光影響的文件影像，尤其是對於目前較少有相關研究探討的背影透光的問題，將本研究所提出的方法加上 Min-max distance + K-Means 演算法即可有效地解決。

此外，本論文所提出的方法除了可快速地解決大部分受光影響的文件影像，亦可用來解決不良光源的彩色影像。

## 6.2 未來工作

本研究是針對傳統一維的 EMD 在計算量上提出改良，雖然可以快速地解決文件影像的光影問題，而且在效能上(文字辨識正確率)亦可達到不錯的效果，但是對於彩色影像的光影問題，採用本研究的方法所得到的

影像品質稍差，未來希望能將本研究的方法延伸至二維的方式，並將此方法應用至受光影響的彩色影像上，以快速解決光影問題並進而獲得品質較佳的彩色影像。

另外，對於過亮的文字影像，未來亦希望能提出有效的解決方法。

## 參考文獻

- [1] N. E. Huang, "The Empirical Mode Decomposition and The Hilbert Spectrum for Nonlinear and Non-stationary Time Series Analysis," NASA.(manuscript), 1996.
- [2] N. E. Huang, Z. Shen, S. R. Long, M. C. Wu, H.-H. Shih, Q. Zheng, N.-C. Yen, C.-C. Tung, and H. H. Liu, "The Empirical Mode Decomposition and The Hilbert Spectrum for Nonlinear and Non-stationary Time Series Analysis," *Proc. R. Soc. London A*, The Royal Society, pp. 903-995, 1998.
- [3] 吳政憲,「希爾伯特阻尼頻譜於高樓損傷評估之應用」,國立中央大學土木工程研究所,碩士論文,民國90年。
- [4] S. Sinclair and G. G. S. Pegram, "Empirical Mode Decomposition in 2-D Space and Time: A Tool for Space-Time Rainfall Analysis and Nowcasting," *Hydrol. Earth Syst. Sci. Discuss.*, 2, 289-318, 2005.
- [5] Z. Liu, H. Wang and S. Peng, "Texture Segmentation Using Directional Empirical Mode Decomposition," in *Int. Conf. Image Processing(ICIP)*, vol. 1, Oct. 24-27, 2004, pp. 279-282.
- [6] S.-C. Pei and M. Tzeng "Uneven Illumination Removal and Image Enhancement Using Empirical Mode Decomposition," *20th Conf. in Computer Vision, Graphics and Image Processing(CVGIP)*, 2007.
- [7] J. T. Tou and R. C. Gonzalez, *Pattern Recognition Principles*, Addison-Wesley, 1974.
- [8] N. Otsu, "A Threshold Selection Method from Gray-Scale Histogram," *IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics*, Vol. 8, 1978, pp. 62-66.
- [9] R. Larson and B. H. Edwards, *Elementary Linear Algebra 4th ed.*, Houghton Mifflin Company, 2000.

- [10] A. Dawoud and M. Kamel, "Binarization of Document Images Using Image Dependent Model," in *Proc. 6th Int. Conf. Document Anal. Recognition*, Sep. 10-13, 2001, pp. 49-53.
- [11] H. Farid and E. H. Adelson, "Separating Reflections and Lighting Using Independent Components Analysis," in *IEEE Computer Society Conf. Computer Vision and Pattern Recognition*, vol. 1, June 23-25, 1999, pp. 262-267.
- [12] M. Yamazaki, Y.-W. Chen and G. Xu, "Separating Reflections from Images Using Kernel Independent Component Analysis," in *18th Int. Conf. Pattern Recognition(ICPR)*, vol. 3, 2006, pp. 194-197.
- [13] F. R. Bach and M. I. Jordan, "Kernel Independent Component Analysis," *Journal of Machine Learning*, Research 3 (2002):1-48.
- [14] A. Levin, A. Zomet and Y. Weiss, "Separating Reflections from A Single Image Using Local Features," in *IEEE Computer Society Conf. Computer Vision and Pattern Recognition*, vol. 1, June 27-July 2, 2004, pp. 306-313.
- [15] J. J. Yoon, C. Koch and T. J. Ellis, "ShadowFlash: An Approach for Shadow Removal in An Active Illumination Environment," in *Proc. of British Machine Vision Conference (BMVC)*, 2002, pp. 636-645.
- [16] M. B. H. Ali, "Background Noise Detection and Cleaning in Document Images," in *Proc. 13th Int. Conf. Pattern Recognition*, vol. 3, Aug. 25-29, 1996, pp. 758-762.
- [17] R. Cao and C. L. Tan, "Separation of Overlapping Text from Graphics," in *Proc. 6th Int. Conf. Document Anal. Recognition*, Sep. 10-13, 2001, pp. 44-48.
- [18] S. Liang, M. Ahmadi and M. Shridhar, "A Morphological Approach to Text String Extraction from Regular Periodic Overlapping



Text/Background Images," in *Proc. IEEE Int. Conf. Image Processing*, vol. 1, Nov. 13-16, 1994, pp. 144-148.

[19] <http://dragon.larc.nasa.gov/retinex/pao/news/>

[20] <http://perso.ens-lyon.fr/patrick.flandrin/emd.html>