a una recta

Interpolación => Valor entre dos polos

taller semana 3

3.5 5) a)

$z_1^* = z_1$, $z_4^* = z_4$ $\in \mathbb{R}$

$$A \to \begin{pmatrix} z_1 & z_2 \\ z_3 & z_4 \end{pmatrix} = A^T \to \begin{pmatrix} z_1^* & z_3^* \\ z_2^* & z_4^* \end{pmatrix} \quad z_2^* = z_3 \text{ complejos}$$

Matrices de Pauli con la identidad como σ_0

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\alpha_1 \sigma_0 + \alpha_2 \sigma_1 + \alpha_3 \sigma_2 + \alpha_4 \sigma_3 = 0$$

$$\alpha_1 1 + \alpha_4 1 = 0$$

$$\alpha_2 1 + \alpha_3 (-i) = 0$$

$$\alpha_3 1 + \alpha_3 (i) = 0$$

$$\alpha_1 1 + \alpha_4 (-1) = 0$$

$\alpha_1 = \alpha_4 \vee \alpha_1 = -\alpha_4$ $\qquad$ $\alpha_2 = \alpha_3 i$; $\alpha_2 = -\alpha_3 i$

$\alpha_1 = \alpha_4 = 0$ $\qquad$ $\alpha_2 = \alpha_3 = 0$

Independencia Lineal

Si multiplicamos por escalares cualquiera

$$a\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}0&-i\\i&0\end{pmatrix}+d\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}a+d & b-ci\\ b+ci & a-d\end{pmatrix}$$ = Espacio de las matrices hermíticas

b) Compruebe que la base es ortogonal bajo la definición de producto interno

$$\langle a|b\rangle = tr(A^{\dagger}B)$$ siendo tr la traza de la matriz

$$\langle \sigma_0|\sigma_1\rangle = tra\left[\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\right] = tra\begin{bmatrix}0&1\\1&0\end{bmatrix}=0$$

$$\langle \sigma_0|\sigma_2\rangle = tra\left[\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&-i\\i&0\end{pmatrix}\right] = tra\begin{bmatrix}0&-i\\i&0\end{bmatrix}=0$$

$$\langle \sigma_0|\sigma_3\rangle = tra\left[\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}\right] = tra\begin{bmatrix}1&0\\0&-1\end{bmatrix}=0$$

$$\langle \sigma_1|\sigma_0\rangle = tra\begin{bmatrix}0&1\\1&0\end{bmatrix}=0$$

$$\langle \sigma_2|\sigma_0\rangle = tra\begin{bmatrix}0&i\\-i&0\end{bmatrix}=0$$

$$\langle \sigma_3|\sigma_0\rangle = tra\begin{bmatrix}1&0\\0&-1\end{bmatrix}=0$$

$$\langle \sigma_1|\sigma_2\rangle = tra\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&-i\\i&0\end{pmatrix}\right] = tra\begin{bmatrix}i&0\\0&-i\end{bmatrix}=0$$

$$\langle \sigma_1|\sigma_3\rangle = tra\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}\right] = tra\begin{bmatrix}-1&0\\0&1\end{bmatrix}=0$$

$$\langle \sigma_2|\sigma_1\rangle = tra\left[\begin{pmatrix}0&i\\-i&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\right] = tra\begin{bmatrix}i&0\\0&-i\end{bmatrix}=0$$

$$\langle \sigma_3|\sigma_1\rangle = tra\left[\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\right] = tra\begin{bmatrix}0&1\\-1&0\end{bmatrix}=0$$

$$\langle \sigma_2|\sigma_3\rangle = tra\left[\begin{pmatrix}0&i\\-i&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}\right] = tra\begin{bmatrix}0&-i\\-i&0\end{bmatrix}=0$$

$$\langle \sigma_3|\sigma_2\rangle = tra\left[\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&-i\\i&0\end{pmatrix}\right] = tra\begin{bmatrix}0&-i\\-i&0\end{bmatrix}=0$$

Por la anterior podemos concluir que la base es ortogonal

c) Se pueden generar ambos, pues además de cumplir los 3 axiomas, estos serían subespacios complemento ortogonal uno del otro, gracias al teorema de la dimensión y lo demostrado anteriormente

Sub $\mathbb{R}$

$$a\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix} + b\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix} + c\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}$$

sub I

$$a\begin{pmatrix}0 & i\\ -i & 0\end{pmatrix}$$

$$S_I = S_{\mathbb{R}}^{\perp}$$