

STRUKTURY BAZ DANYCH

PROJEKT

Sortowanie przez scalanie z wykorzystaniem
wielkich buforów.

Jędrzej Jasiniecki 197993

1. Opis Metody:

❖ Informacje ogólne:

W ramach tego projektu napisałem program sortujący plik przy pomocy algorytmu sortowania zewnętrznego metodą scalania z użyciem wielkich buforów. Metoda ta ma na celu minimalizację liczby operacji dyskowych przez maksymalne wykorzystanie dostępnej pamięci RAM. Metoda ta jest konieczna gdy sortowany plik jest za duży żeby go zmieścić w całości w pamięci RAM.

❖ Opis algorytmu:

Na wejściu dostajemy ilość dostępnych buforów (n), ilość rekordów (N), oraz współczynnik blokowania (b), czyli ilość rekordów na stronę.

Algorytm składa się z dwóch etapów:

- **Tworzenie serii**

Dzielimy plik na $N/(n*b)$ posortowanych serii.

1., Do pamięci RAM wczytujemy n stron z pliku które tworzą blok danych mieszczący $n*b$ rekordów.

2. Następnie blok ten sortujemy za pomocą *QuickSort*

3. Posortowaną serię zapisujemy na dysk.

Powtarzamy kroki 1-3 aż skończą się dane w pliku wejściowym

- **Scalanie serii**

Mając $N/n*b$ posortowanych serii teraz będziemy je scalać aż dostaniemy posortowany plik.

1. Wyznaczamy $n-1$ buforów do scalania oraz 1 bufor wyjściowy

2. Inicjalizujemy bufore do scalania, wczytując do nich pierwszą stronę z każdej serii

3. Następnie inicjalizujemy kopiec minimalny i wrzucamy tam pierwszy rekord z dostępnych plików, dzięki czemu zawsze mamy dostęp do najmniejszego elementu
4. Dopóki kopiec nie jest pusty to: wrzucamy rekord ze szczytu kopca do buforu wyjściowego. Jeżeli bufor wyjściowy jest pełen to zapisujemy go do pliku, następnie do kopca dokładamy następny rekord z serii z której rekord został przesłany do bufora wyjściowego i jeżeli przejrzeliśmy całą stronę w buforze scalania to pobieramy następną.
5. Gdy liczba serii jest większa od $n-1$ to powtarzamy scalanie wielofazowo. Pliki wyjściowe z jednej fazy stają się plikami wejściowymi dla kolejnej. Proces kończy się, gdy na dysku pozostało tylko jeden plik.

❖ Liczba zastosowanych taśm

Etap 1: Używane są 2 taśmy (taśma z danymi wejściowymi i taśma wyjściowa do zapisu kolejnych serii)

Etap 2: używane jest n taśm ($n-1$ taśm do czytania serii i 1 taśma wyjściowa)

❖ Pliki testowe

Rekordy składają się z 3 doubli: masa (M), ciepło właściwe (c), oraz różnica temperatur (T), a sortujemy po ciepło (Q) ze wzoru:

$$Q = T * c * M$$

Jeden rekord zajmuje 24 b.

2. Opis eksperymentu:

Eksperyment będzie przeprowadzany na następujących danych:

- $n(\text{liczba buforów}) = 10$
- $b(\text{współczynnik blokowania}) = 100$

❖ Obliczenia teoretyczne:

Wzory:

- $\text{Liczba stron} = [N/b]$
- $\text{Liczba serii} = [N/(n * b)]$
- UZASADNIENIE: bo każda seria składa się z $n * b$ rekordów*
- $\text{Liczba faz scalania} = [\log_n(N/(n * b))]$
- UZASADNIENIE: w każdej fazie mamy $N/(n * b)$ serii, z których dostajemy $n-1$ zmergowanych serii, a to robimy aż dostaniemy 1 plik, i takich operacji będzie właśnie $[\log_{n-1}(N/(n * b))]$, dla dużych buforów można przybliżyć do $[\log_n(N/(n * b))]$*

- Całkowita ilość zapisów i odczytywania z dysku:

$$(koszt) = koszt etapu 1 + koszt etapu 2 .$$

gdzie:

$koszt etapu 1 = 2 * (N/b)$, ponieważ każdą stronę musimy pobrać i zapisać

$koszt etapu 2 = \log_n(N/(n * b)) * (2 * N/b)$, ponieważ w każdej fazie każdą stronę musimy pobrać i zapisać

$$\begin{aligned} KOSZT CAŁKOWITY &= 2 * N/b + 2 * N/b * \log_n(N/(n * b)) = \\ &= 2 * N/b (1 + \log_n(N/n * b)) = 2 * N/b (\log_n n + \log_n(N/n * b)) = \\ &= 2 * N/b * (\log_n N/b) = 2 * N/(b * \log_2 n) * \log_2(N/b) \end{aligned}$$

- Dla porównania będę również podawał dokładny koszt i liczbę faz (bez przybliżenia) czyli :

$$Liczba faz scalania = \log_{n-1}(N/(n * b))$$

$$Koszt Całkowity = 2 * N/b * (1 + \log_{n-1}(N/n * b))$$

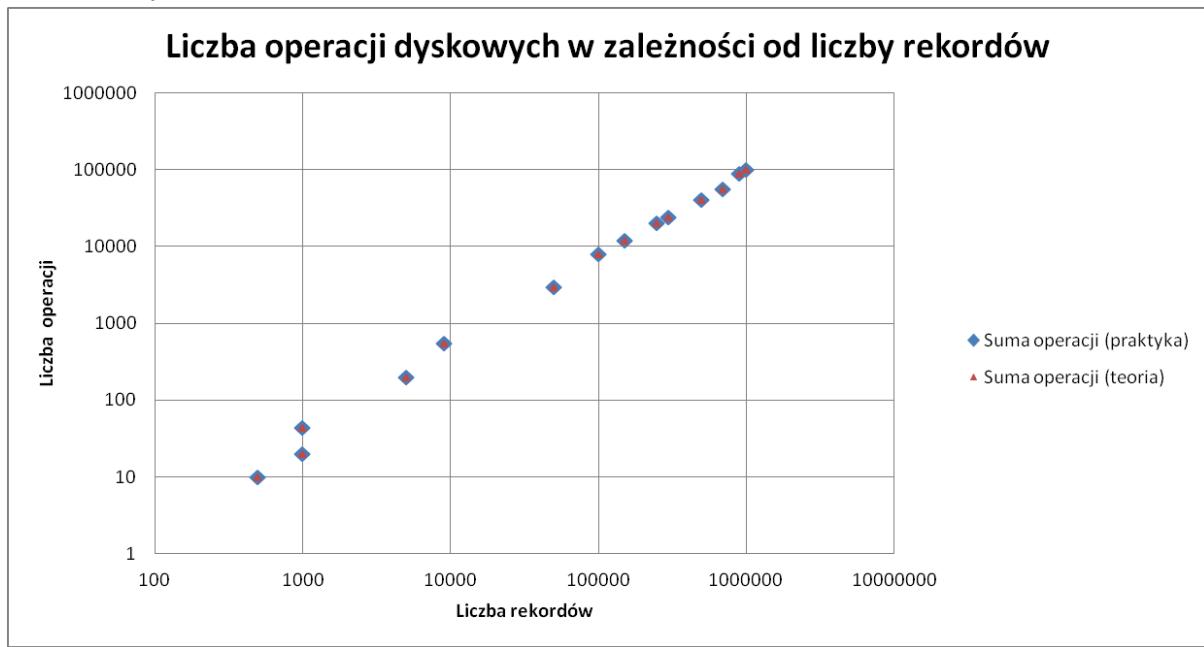
❖ TEST 1

dla $n= 10$ i $b=100$

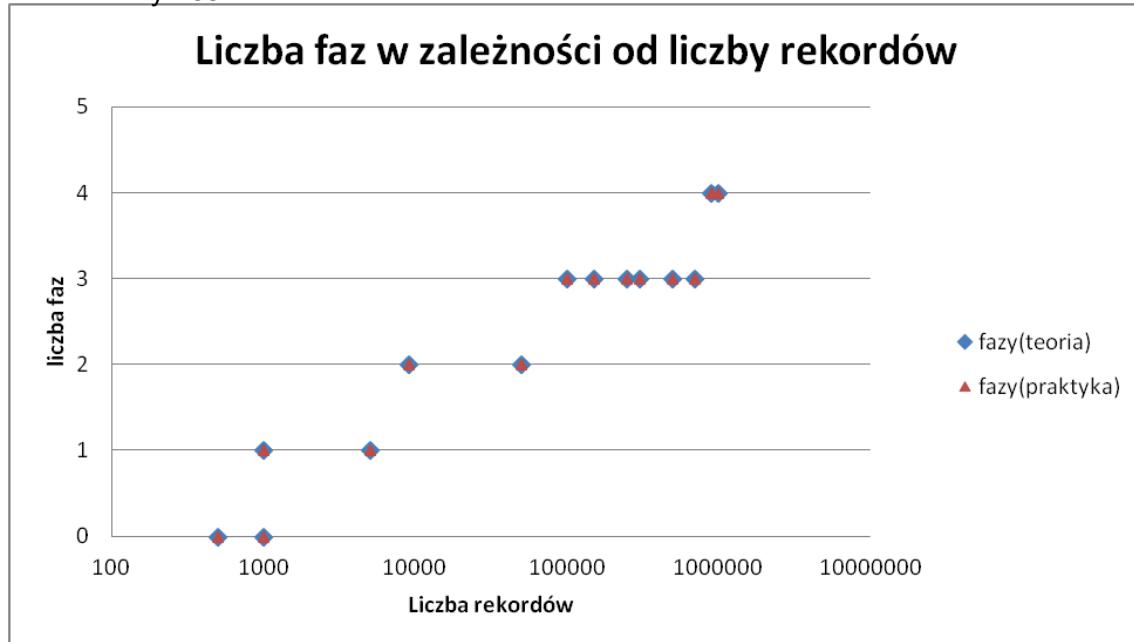
Dane 1:

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J |
|----|----------------|-------------|--------------|------|-------------------|------------------|-------------------|---------------------|-------------------|----------------|
| 1 | $n=$ | 10 | | | | | | | | |
| 2 | $b=$ | 100 | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | | |
| 4 | licz. Rekordów | licz. Stron | liczb. Serii | fazy | odczyty(praktyka) | zapisy(praktyka) | suma operacji I/O | koszt teoria przyb. | koszt teoria dok. | fazy(praktyka) |
| 5 | 500 | 5 | 1 | 0 | 5 | 5 | 10 | 7 | 10 | 0 |
| 6 | 1000 | 10 | 1 | 0 | 10 | 10 | 20 | 20 | 20 | 0 |
| 7 | 1001 | 11 | 2 | 1 | 22 | 22 | 44 | 21 | 44 | 1 |
| 8 | 5000 | 50 | 5 | 1 | 100 | 100 | 200 | 170 | 200 | 1 |
| 9 | 9001 | 91 | 10 | 2 | 273 | 273 | 546 | 352 | 546 | 2 |
| 10 | 50000 | 500 | 50 | 2 | 1500 | 1500 | 3000 | 2699 | 3000 | 2 |
| 11 | 100000 | 1000 | 100 | 3 | 4000 | 4000 | 8000 | 6000 | 8000 | 3 |
| 12 | 150000 | 1500 | 150 | 3 | 6000 | 6000 | 12000 | 9529 | 12000 | 3 |
| 13 | 250000 | 2500 | 250 | 3 | 10000 | 10000 | 20000 | 16990 | 20000 | 3 |
| 14 | 300000 | 3000 | 300 | 3 | 12000 | 12000 | 24000 | 20863 | 24000 | 3 |
| 15 | 500000 | 5000 | 500 | 3 | 20000 | 20000 | 40000 | 36990 | 40000 | 3 |
| 16 | 700000 | 7000 | 700 | 3 | 28000 | 28000 | 56000 | 53832 | 56000 | 3 |
| 17 | 900000 | 9000 | 900 | 4 | 45000 | 45000 | 90000 | 71177 | 90000 | 4 |
| 18 | 1000001 | 10001 | 1001 | 4 | 50005 | 50005 | 100010 | 80001 | 100010 | 4 |

Wykres 1:



Wykres 2:



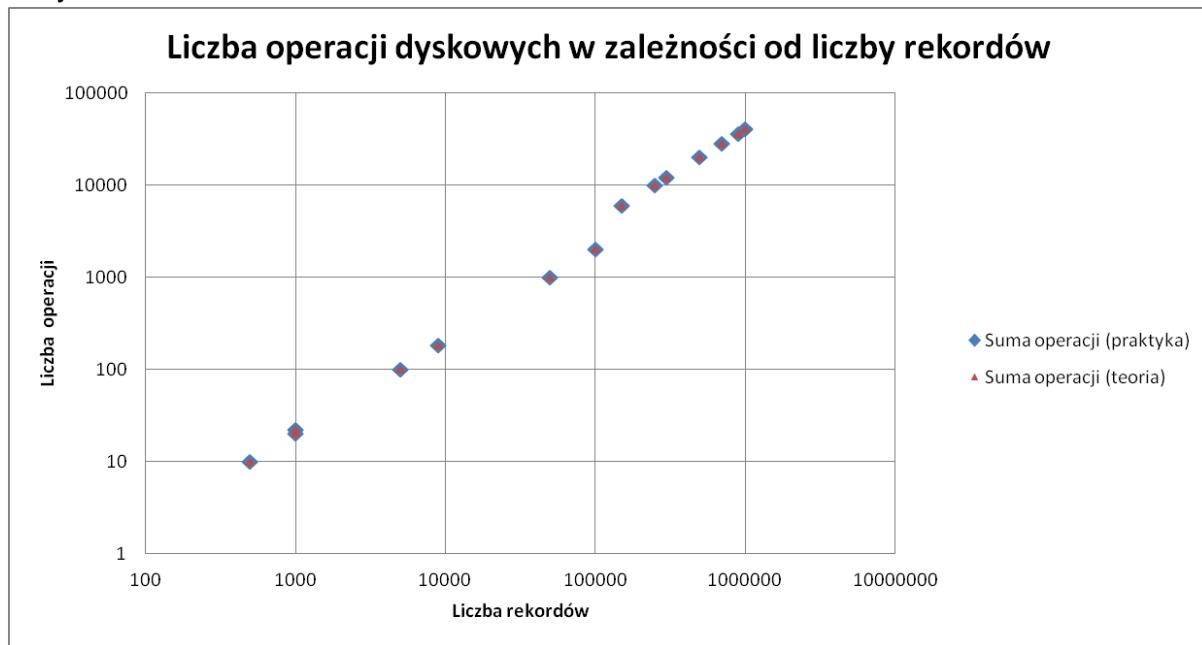
❖ TEST 2

dla $n = 1000$ i $b = 100$

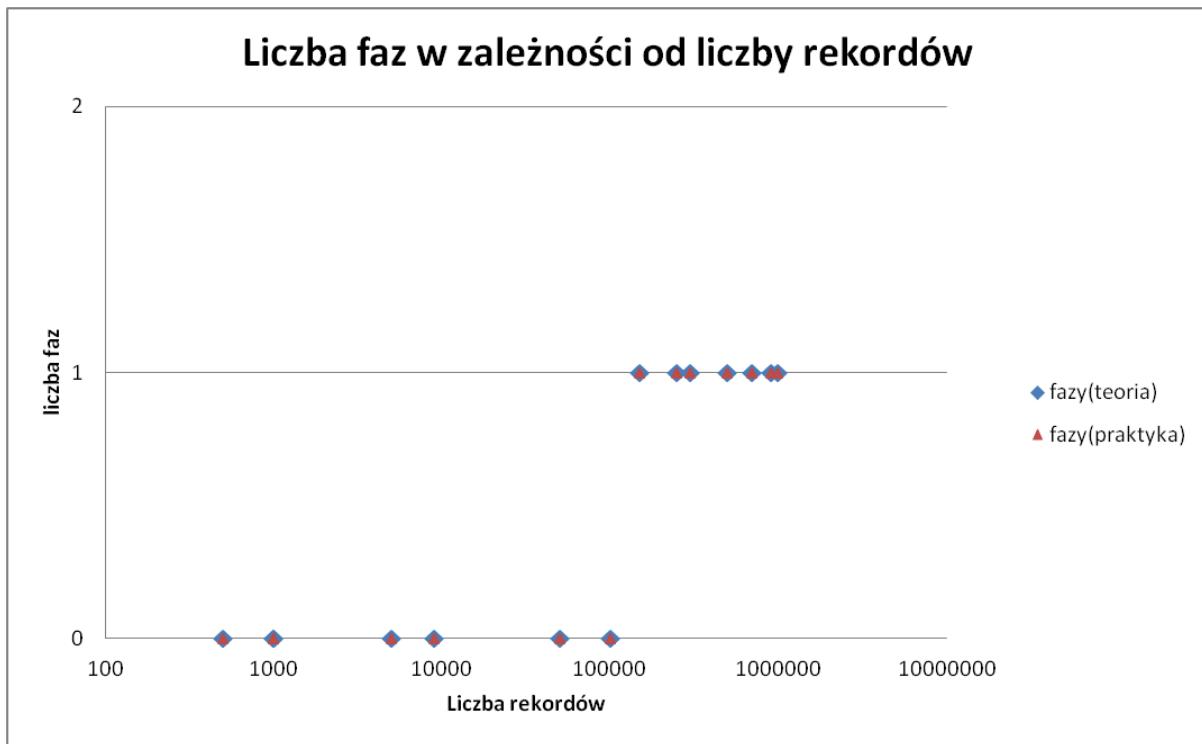
Dane 2:

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J |
|----|----------------|-------------|--------------|------|-------------------|------------------|-------------------|---------------------|-------------------|----------------|
| 1 | n= | 1000 | | | | | | | | |
| 2 | b= | 100 | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | | |
| 4 | licz. Rekordów | licz. Stron | liczb. Serii | fazy | odczyty(praktyka) | zapisy(praktyka) | suma operacji I/O | koszt teoria przyb. | koszt teoria dok. | fazy(praktyka) |
| 5 | 500 | 5 | 1 | 0 | 5 | 5 | 10 | 3 | 10 | 0 |
| 6 | 1000 | 10 | 1 | 0 | 10 | 10 | 20 | 7 | 20 | 0 |
| 7 | 1001 | 11 | 1 | 0 | 11 | 11 | 22 | 7 | 22 | 0 |
| 8 | 5000 | 50 | 1 | 0 | 50 | 50 | 100 | 57 | 100 | 0 |
| 9 | 9001 | 91 | 1 | 0 | 91 | 91 | 182 | 118 | 182 | 0 |
| 10 | 50000 | 500 | 1 | 0 | 500 | 500 | 1000 | 900 | 1000 | 0 |
| 11 | 100000 | 1000 | 1 | 0 | 1000 | 1000 | 2000 | 2000 | 2000 | 0 |
| 12 | 150000 | 1500 | 2 | 1 | 3000 | 3000 | 6000 | 3177 | 6000 | 1 |
| 13 | 250000 | 2500 | 3 | 1 | 5000 | 5000 | 10000 | 5664 | 10000 | 1 |
| 14 | 300000 | 3000 | 3 | 1 | 6000 | 6000 | 12000 | 6955 | 12000 | 1 |
| 15 | 500000 | 5000 | 5 | 1 | 10000 | 10000 | 20000 | 12330 | 20000 | 1 |
| 16 | 700000 | 7000 | 7 | 1 | 14000 | 14000 | 28000 | 17944 | 28000 | 1 |
| 17 | 900000 | 9000 | 9 | 1 | 18000 | 18000 | 36000 | 23726 | 36000 | 1 |
| 18 | 1000001 | 10001 | 11 | 1 | 20002 | 20002 | 40004 | 26667 | 40004 | 1 |

Wykres 3:



Wykres 4:



❖ Omówienie wykresów:

Na zebranych wynikach, przedstawionych na wykresach 2 i 4, zauważać można, że kluczowy wpływ na wydajność sortowania ma liczba dostępnych buforów n. Wykresy faz dla obu eksperymentów (n=10 i n=1001) rosną logarytmicznie, jednak w zupełnie innej skali.

Dla małej liczby buforów (n=10), liczba faz rośnie w wyraźny sposób "schodkowy". Każdy stopień na wykresie pojawia się w momencie, gdy liczba serii początkowych przekracza kolejną potęgę ilości wektorów mergujących w 2 fazie algorytmu = $n-1$. Przykładowo, dla $N=9000$ ($n-1=9$) wystarcza 1 faza scalania, ale już dla $N=9001$ ($n-1=10$) konieczne są 2 fazy. W przypadku dużej liczby buforów (n=1001), i $n-1=100$ - jest tak duża, że dla całego badanego zakresu N (do 1 miliona rekordów) liczba serii początkowych nigdy nie przekroczyła 1000. W efekcie, algorytm zawsze mieścił się w jednej fazie scalania.

Potwierdzają to dane o operacjach dyskowych. Wykres I/O dla n=10 pokazuje, że liczba operacji jest ściśle związana z liczbą faz, przy wzroście ilości faz liczba operacji dyskowych gwałtownie rośnie. Każdy skok w liczbie faz (np. z 1 na 2) wymusza dodatkowy, pełny cykl odczytu i zapisu wszystkich danych, co powoduje gwałtowny, skokowy wzrost całkowitej liczby operacji I/O. Natomiast dla n=1001 wykres I/O rośnie niemal idealnie liniowo, ponieważ liczba faz pozostaje stała w całym badanym zakresie.

Różnice pomiędzy zaobserwowaną ilością operacji a ilością teoretyczną przybliżoną wynika właśnie z tego przybliżenia

Porównując teoretyczną liczbę z zaobserwowaną w programie, można stwierdzić pełną zgodność. Zarówno liczba faz, jak i całkowita liczba operacji dyskowych uzyskana przez program, była identyczna z wartościami obliczonymi. Potwierdza to poprawność implementacji algorytmu.

3. Podsumowanie

Sortowanie przez scalanie z użyciem wielkich buforów jest wysoce efektywną metodą sortowania zewnętrznego, przeznaczoną do obsługi dużych zbiorów danych przy dostępie blokowym.

Kluczową zaletą algorytmu jest jego skalowalność: jak wykazano w przeprowadzonych eksperymentach, zwiększenie liczby dostępnych buforów (n) pozwala na tworzenie znacznie dłuższych serii początkowych w Etapie 1. To bezpośrednio przekłada się na drastyczne zmniejszenie liczby faz scalania w Etapie 2, które są najbardziej kosztowną operacją całego procesu.

Potwierdza to wysoką przydatność tej metody we współczesnych systemach komputerowych. Dzisiejszy sprzęt dysponuje dużą ilością pamięci operacyjnej, co algorytm ten potrafi efektywnie wykorzystać do zminimalizowania "wąskiego gardła" wydajności, jakim jest dostęp do pamięci masowej (dysku)