

1-11. 수열

수열을 사용한다면 여러가지 수를 쉽게 다룰 수 있을
대량의 데이터를 처리하는 인공지능 분야에서는 수열을 적극 사용함

수열이란?

· 여러 숫자가 줄지어 나열된 것

구독자가 나열되어있는 수는 책이나 실물에서 아무런 의미도
없어서, 일정한 규칙을 가진 수열만 다룸

수열을 구성하는 숫자 하나하나를 항이라고 부름

수열 $\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n\}$ 이 있을 때

a_1 은 1항, a_2 을 2항이라고 하며, a_n 은 n항이라고 함

1항은 초항, n항은 말항이라고 함
(시항) (종항)

등차수열이란?

앞뒤에 일정한 항과의 차이가 일정한 수열,

그 차이를 공차라고 부름

예시

2, 5, 8, 11, 14 ... \leftarrow 등차수열

$$\text{공차} = 3$$

공식: 등차수열의 일반항

첫항이 a , 공차가 d 일때, 등차수열의 n 항의 a_n 은 다음과 같다.

$$a_n = a + (n-1)d$$

등차수열의 합

첫항이 2, 공차가 3, 말항이 26, 전체항 갯수가 9인 수열이 있을때
수열의 모든 항을 합한 S 는?

$$S = 2 + 5 + 8 + 11 + 14 + 17 + 20 + 23 + 26$$

$$S_1 = 26 + 23 + 20 + 17 + 14 + 11 + 8 + 5 + 2$$

$$2S = 28 + 28 + 28 + 28 + 28 + 28 + 28 + 28 + 28$$

$$S = \frac{28 \times 9}{2}$$

공식: 등차수열의 합

첫항이 a_F , 말항이 a_L , 항의 갯수 n , 첫항에서 말항까지의 항의 수 S 라고 할때

$$S = \frac{1}{2} n (a_F + a_L)$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{항의 갯수} (\text{첫항} + \text{말항})$$

등비수열이란?

앞뒤로 인접한 항의 비율이 일정한 수열

이 비율을 공비라고 함, 공비는 식에서 r 으로 표현

예시

3, 6, 12, 24, 48, 96, 192 \leftarrow 등비수열

$$\text{공비} = 2$$

공식: 등비수열의 일반항

초항이 a , 공비가 r 일때, 등비수열 n 항은 다음과 같음

$$a_n = a r^{n-1}$$

등비수열의 합

초항이 3, 공비가 2, 항의 개수가 7, 마지막 항이 192 인 등비수열의 합 S 는?

$$S = 3 + 6 + 12 + 24 + 48 + 96 + 192$$

$$-2S = 3 \times 2 + 6 \times 2 + 12 \times 2 + 24 \times 2 + 48 \times 2 + 96 \times 2 + 192 \times 2$$

$$\hline S - 2S = 3 - 192 \times 2$$

$$\approx -S = 3 - 192 \times 2 \quad \approx S = \text{마지막 항} \times 2 - \text{초항}$$

공식: 등비수열의 합

초항이 a , 공비가 r , n 항까지의 합이 S_n 라고 할때,

$$\textcircled{1} r \neq 1 \text{ 일때, } S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} \quad \text{or} \quad \textcircled{2} S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$$

$$\textcircled{2} r = 1 \text{ 일때, } S_n = na$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{1} \Rightarrow r < 1 \text{ 일때}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \Rightarrow r > 1 \text{ 일때}$$

Σ Π

Sigma P_i

Σ (Sigma)란?

수열의 모든 항을 $\frac{1}{n}$ 씩 더해 주는 것

예시: 수열 $\{a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n\}$ 이 있다고 가정
이 수열의 합 $(a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1} + a_n) = \sum_{k=1}^n a_k$

$\sum_{k=p}^q a_k$ 는 수열 $\{a_n\}$ 의 제 p항에서 제 q항까지의 합을 의미

예시: $\sum_{k=1}^4 (3k+1)$ 이라고 되어있다면, 수열 $\{3k+1\}$ 의 1항에서 4항까지의 합을 구하는 것

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^4 (3k+1) &= \underbrace{(3 \times 1 + 1)}_{1\text{항}} + \underbrace{(3 \times 2 + 1)}_{2\text{항}} + \underbrace{(3 \times 3 + 1)}_{3\text{항}} + \underbrace{(3 \times 4 + 1)}_{4\text{항}} \\ &= 4 + 7 + 10 + 13 \\ &= 34 \end{aligned}$$

$\sum_{k=1}^n k$ 일때, 1항이 1, 공차가 1인 등차수열에서 첫항부터 n항까지의 합을 의미

$$\sum_{k=1}^n k = 1 + 2 + 3 + \dots + n-1 + n = \frac{1}{2}n(n+1)$$

공식: 수열의 합

$$\textcircled{1} \sum_{k=1}^n k = \frac{1}{2}n(n+1) \quad \textcircled{2} \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

$$\textcircled{3} \sum_{k=1}^n k^3 = \left\{ \frac{1}{2}n(n+1) \right\}^2 \quad \textcircled{4} \sum_{k=1}^n C = nC \quad (C, C \text{는 상수})$$

공식: Σ 의 성질

$$\textcircled{1} \sum_{k=1}^n (a_k + b_k) = \sum_{k=1}^n a_k + \sum_{k=1}^n b_k$$

$$\textcircled{2} \sum_{k=1}^n p a_k = p \sum_{k=1}^n a_k \quad (p, \text{ 상수})$$

① 수열의 항을 여러개의 수열의 항으로 나뉘어 계산 가능

② 상수는 시그마 기호 앞으로 빼낼 수 있음.

$\prod (P)$ 란?

\prod 는 수열의 모든 항을 곱해서 곱한 총합을 의미

\prod 에 관한 단축법은 Σ 와 유사함

수열 $\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n\}$ 이 있다고 가정.

수열의 곱은 $(a_1 \times a_2 \times a_3 \times \dots \times a_{n-1} \times a_n)$ 이고

$\prod_{k=1}^n a_k$ 로 표현함

예시: $a_k = 2k - 1$ 인 수열 $\{a_n\}$ 이 있을 때

$$\prod_{k=1}^4 a_k = a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4$$

$$= 1 \times 3 \times 5 \times 7$$

$$= 105$$

인공지능 이해?

- 머신러닝의 신경망 (Neural Net)은 인간의 뇌 속에 있는
신경 세포인 뉴런과 그들의 연결 관계를 인공적으로 흉내 낸 것

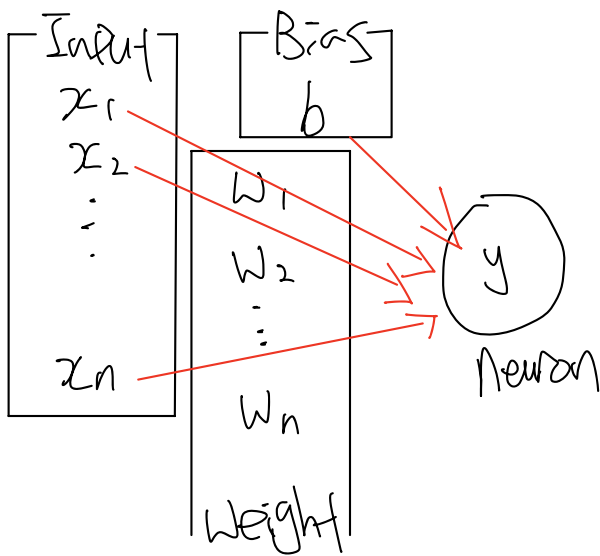
뉴런에 입력되는 값은 여러개의 입력값과 가중치의 곱을 모두 더한 후
여기에 상수를 추가해 준다.

보통 신경망에서는 이런 하나의 모델에서 덧셈이 수백만번 이루어지기도 함

이런 계산식을 하나하나 쓰는 것 불가능하여 \sum 를 사용해서 표현함

$$y = b + (x_1 \times w_1) + (x_2 \times w_2) + \dots + (x_n \times w_n)$$

$$= \sum_{k=1}^n x_k \times w_k + b$$



신경망의 개수