1-11. 수열

수열을 사용하면 여러 가지 수를 쉽게 다룰 수 있음

대량의 데이터를 처리하는 인공지능 분야에서는 수열을 자주 사용함

수열이란?

· 여러 숫자가 줄지어서 배열된 것

규칙없이 나열되어있는 수는 학문이나 실무에서 아무런 의미가 없음

따라서, 일정한 규칙을 가진 수열만 다룸

수열을 구성하는 숫자 하나하나를 항 이라고 부름

수열 $\{a_1, a_2, a_3, \cdots, a_{n-1}, a_n\}$ 이 있을 때

a_1을 1항, a_2를 2항이라고 하며, a_n은 n항이라고 함

1항은 초항, n항은 말항이라고 함
(첫항) (끝항)

등차수열이란?

앞뒤에 인접한 항과의 차이가 일정한 수열,

그 차이를 공차라고 부름

예시

2, 5, 8, 11, 14 . . . . ← 등차수열

공차 = 3

공식 : 등차수열의 일반항

초항이 a, 공차가 d 일때, 등차수열의 n항의 a_n은 다음과 같음.

$$a_n = a + (n-1)d$$

등차수열의 합

초항이 2, 공차가 3, 말항이 26, 전체항 갯수가 9인 수열이 있을때

수열의 모든 항을 합한 S는?

$$S = 2 + 5 + 8 + 11 + 14 + 17 + 20 + 23 + 26$$

$$S = 26 + 23 + 20 + 17 + 14 + 11 + 8 + 5 + 2$$

$$2S = 28 + 28 + 28 + 28 + 28 + 28 + 28 + 28 + 28$$

$$S = \frac{28 \times 9}{2}$$

공식 : 등차수열의 합

초항이 a_F, 말항이 a_L, 항의 갯수가 n, 초항에서 말항까지의 합을 S라고 할때

$$S = \frac{1}{2} n (a_F + a_L)$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{항의갯수} \, (\text{초항} + \text{말항})$$

등비수열이란?

앞뒤로 인접한 항의 비율이 일정한 수열

이 비율을 공비라고 함, 공비는 수식에서 r으로 표현

예시

3, 6, 12, 24, 48, 96, 192 ← 등비수열

공비 = 2

공식: 등비수열의 일반항

초항이 a, 공비가 r 일 때. 등비수열 n항은 다음과 같음

$$a_n = ar^{n-1}$$

등비수열의 합

초항이 3, 공비가 2, 항의 갯수가 7, 말항이 192 인 등비수열의 합 S는?

$$S = 3 + 6 + 12 + 24 + 48 + 96 + 192$$

$$-2S = 3\times2 + 6\times2 + 12\times2 + 24\times2 + 48\times2 + 96\times2 + 192\times2$$

$$S - 2S = 3 - 192\times2$$

~ $-S = 3 - 192\times2$ ~ $S =$ 말항$\times 2 -$ 초항

공식: 등비수열의 합

초항이 a, 공비가 r, n항까지의 합이 S_n 이라고 할 때,

① $r \neq 1$ 일 때, ① $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ or ② $S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$

② $r = 1$ 일 때, $S_n = na$

①-① ⇒ $r < 1$ 일 때

①-② ⇒ $r > 1$ 일 때

Σ Π

Sigma Pi

Σ (Sigma)란?

수열의 모든 항을 누적해서 더한 값

예시: 수열 $\{a_1, a_2, \cdots, a_{n-1}, a_n\}$ 이 있다고 가정

이 수열의 합 $(a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1} + a_n) = \sum_{k=1}^{n} a_k$

$\sum_{k=p}^{q} a_k$ 는 수열 $\{a_n\}$의 제 p항에서 제 q항까지의 합을 의미

예시: $\sum_{k=1}^{4}(3k+1)$ 이라고 되어 있다면, 수열 $\{3k+1\}$의 1항에서 4항까지의 값을 모두 더하는 것

$$\sum_{k=1}^{4}(3k+1) = \underbrace{(3\times1+1)}_{1항} + \underbrace{(3\times2+1)}_{2항} + \underbrace{(3\times3+1)}_{3항} + \underbrace{(3\times4+1)}_{4항}$$

$$= 4 + 7 + 10 + 13$$

$$= 34$$

$\sum_{k=1}^{n} k$ 일 때, 초항이 1, 공차가 1인 등차수열에서 초항부터 n항까지의 합을 의미

$$\sum_{k=1}^{n} k = 1 + 2 + 3 + \cdots + n-1 + n = \frac{1}{2}n(n+1)$$

공식: 수열의 합

① $\sum_{k=1}^{n} k = \frac{1}{2}n(n+1)$ ② $\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$

③ $\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left\{\frac{1}{2}n(n+1)\right\}^2$ ④ $\sum_{k=1}^{n} c = nc$ (단, c는 상수)

공식: $\sum$의 성질

① $\sum_{k=1}^{n}(a_k+b_k) = \sum_{k=1}^{n}a_k + \sum_{k=1}^{n}b_k$

② $\sum_{k=1}^{n}pa_k = p\sum_{k=1}^{n}a_k$ (단, p는 상수)

① 수열의 합을 여러개의 수열의 합으로 나눠서 계산 가능

② 상수는 시그마 기호 앞으로 뺄 수 있음.

$\prod$ (Pi)란?

$\prod$는 수열의 모든 항을 누적해서 곱한 총승을 의미

$\prod$에 관한 대부분은 $\sum$와 유사함

수열 $\{a_1, a_2, a_3, \cdots, a_{n-1}, a_n\}$이 있다고 가정.

수열의 곱은 $(a_1 \times a_2 \times a_3 \times \cdots \times a_{n-1} \times a_n)$ 이고

$\prod_{k=1}^{n} a_k$ 로 표현함

예시: $a_k = 2k-1$ 인 수열 $\{a_n\}$이 있을때

$$\prod_{k=1}^{4} a_k = a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4$$

$$= 1 \times 3 \times 5 \times 7$$

$$= 105$$

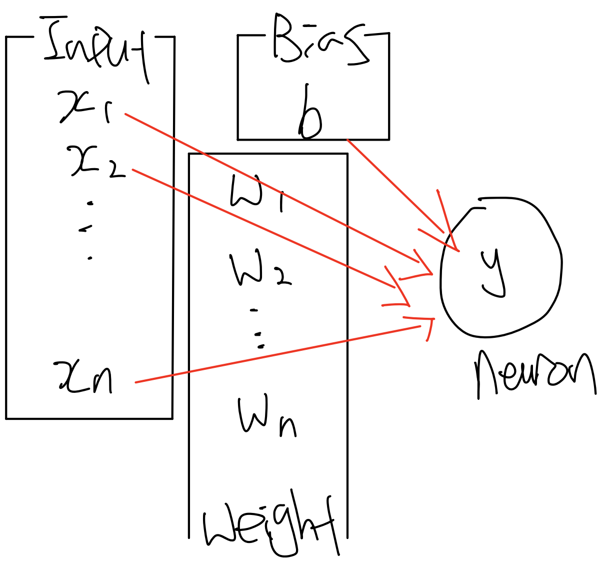
인공지능 예선 2.

- 머신러닝의 신경망 (Neural Net)은 인간의 뇌속에 있는 신경 세포인 뉴런과 그들의 연결 관계를 인공적으로 흉내낸 것

뉴런에 입력되는 값은 여러개의 입력값과 가중치의 곱을 모두 더한 후 여기에 상수를 추가해 준것.

보통 신경망에서는 이런 하나의 모델에서 덧셈이 수백만번 이루어지기도 함

이런 계산 식을 하나하나 쓰는건 불가능하여 Σ를 사용해서 표현함



$$y = b + (x_1 \times w_1) + (x_2 \times w_2) + \cdots + (x_n \times w_n)$$

$$= \sum_{k=1}^{n} x_k \times w_k + b$$

신경망의 개요