3-11 역행렬

행렬에는 나눗셈이 없는 대신 역행렬이 있다.

수의 나눗셈을 할때, 편의상 역수를한다.

$\frac{1}{2} \div \frac{3}{5} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{3} = \frac{5}{6}$ $\quad a \times a^{-1} = a^{-1} \times a = 1 \quad (a \neq 0)$

역수의 개념을 이용한 것이 역행렬이다.

행렬 A 와 역행렬 A^{-1} 을 곱하면 단위행렬 E 가 나오도록 정의

정의

$AA^{-1} = A^{-1}A = E$ (단, A = 정방행렬 Squared Matrix)
$1\times1,\ 2\times2,\ 3\times3 \ldots$

(단, A의 행렬식 $\neq 0$)

행렬식 (determinant)

$\det A$ 혹은 $|A|$로 표기

$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 일때,

공식

$$|A| = \det A = ad - bc$$

예제 $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 8 & 6 \end{pmatrix}$ 의 행렬식을 각각 계산하시오.

$|A| = (16 - 16) = 0 \quad |B| = (-24) - (-24) = 0$

따라서 행렬 A와 행렬 B는 역행렬이 없음!

2x2 행렬의 역행렬을 구하는 공식

$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 에 대해, $A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \times \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$

예시

$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$ $\quad |A| = \frac{1}{15-14} \times \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -7 & 3 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -7 & 3 \end{pmatrix}$

2x2보다 큰 행렬의 역행렬은

가우스 소거법 혹은 **여인자 전개**로 구할 수 있음

Gaussian Elimination Co factor expansion

→ 손으로 구하기는 어려워 컴퓨터로 구해야 함