

卡尔曼滤波 (kalman filter)

2018 年 10 月 27 日

1 简介

卡尔曼滤波是一种滤波算法或数据融合算法. 通常是将多组数据融合以求获得最接近真实值的结果.

卡尔曼有五个公式, 可以划分为预测和修正两部分.

其中预测部分, 是靠物体内部数据 (或着说第一组数据) 对其下一步运动状态进行估计, 但是这个估计往往是不准确的, 并且假设其误差服从正态分布.

而修正部分, 是靠物体外部数据 (或第二组数据) 对预测部分进行修正. 但是, 外部数据往往也是不准确的, 并且也需要假设其误差服从正态分布. 重要的是, 第一组数据和第二组数据的误差¹是相互独立的, 如此一来, 结合两组数据便可以缩小误差.

2 原理和推导

假设物体某一刻的状态的估计值为 \hat{x} , 通常为是多维向量. 比如 \hat{x} 可以是某时刻 t 物体的运动速度 v 和加速度 a 组成.

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} v \\ a \end{bmatrix}$$

根据物体的运动状态, 可以对物体下一时刻 $t+1$ 的状态进行预测

$$\begin{bmatrix} v_{t+1} \\ a_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_t \\ a_t \end{bmatrix}$$

即

$$\hat{x}_{t+1} = A\hat{x}_t$$

需要的话, 上式需要加上控制量 u_t , 表示外界变量²对物体运动状态的影响.

$$\hat{x}_{t+1} = A\hat{x}_t + Bu_t \quad (1)$$

现实情况下, 估计值 \hat{x}_{t+1} 和真实值 x_{t+1} 之间存在一个误差, 误差用 w_t 表示, 且该误差服从高斯分布. 这里还需要对估计值 \hat{x}_{t+1} 的协方差矩阵进行分析.

¹和客观真实值之间的误差

²如人为控制物体加速减速等

如图1所示, 物体从 x_t 运动到 x_{t+1} , 由于误差的存在, x_{t+1} 并非是确定的, 而往往是一定范围中的某点, 该范围用图中虚线椭圆表示.

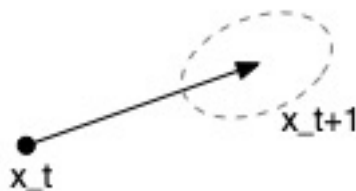


图 1: 物体运动

此时还需要关注一下 w_t , w_t 是多维向量的误差, 所以 $w_t \sim N(0, Q_t)$, 它有一个协方差矩阵³ Q_t , 在本例中

$$Q_t = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{bmatrix}$$

其中 σ_{11} 和 σ_{22} 分别是 v 和 a 的方差, 而 $\sigma_{12} = \sigma_{21}$ 是 v 和 a 协方差, 数值相等.

设 x_t 的协方差矩阵为 P_t

参考文献

³参阅概率论. 一维变量有期望和方差, 多维随机变量有期望向量和协方差矩阵