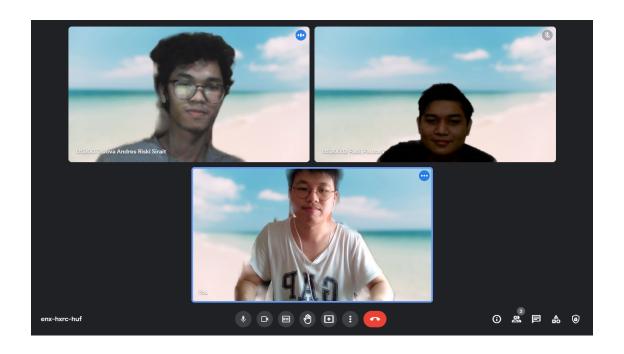
LAPORAN TUGAS BESAR 1

IF2123 ALJABAR LINEAR DAN GEOMETRI



Disusun oleh:

Fadil Fauzani 13520032 Jova Andres Riski Sirait 13520072 Jason Kanggara 13520080

TEKNIK INFORMATIKA SEKOLAH TEKNIK ELEKTRO DAN INFORMATIKA INSTITUT TEKNOLOGI BANDUNG SEMESTER 1 TAHUN 2021/2022

Daftar Isi

LAPORAN TUGAS BESAR 1	0
IF2123 ALJABAR LINEAR DAN GEOMETRI	0
BAB I	4
1.1 Membuat program Java	4
1.2 Spesifikasi Program	4
BAB II	7
2.1 Metode Eliminasi Gauss	7
2.2 Metode Eliminasi Gauss-Jordan	7
2.3 Determinan	8
2.4 Matriks Balikan	8
2.5 Matriks Kofaktor	8
2.6 Matriks Adjoin	9
2.7 Kaidah Cramer	9
2.8 Interpolasi Polinom	10
2.9 Regresi Linear Berganda	11
BAB III	12
3.1 Matriks.java	12
3.2 Inversion.java	14
3.3 Determinant.java	14
3.4 Interpolation.java	14
3.5 Regression.java	15
3.6 Solver.java	15
3.7 Utils.java	16
3.8 Main.java	17
BAB IV	18
4.1 Studi Kasus 1	18
4.2 Studi Kasus 2	22
4.3 Studi Kasus 3	24
4.4 Studi Kasus 4	27
4.5 Studi Kasus 5	27
4.6 Studi Kasus 6	29
4.7 Studi Kasus 7	31
RARV	35

DAFTAR REFERENSI	30
5.3 Refleksi	33
5.2 Saran	3:
5.1 Kesimpulan	35

BABI

DESKRIPSI MASALAH

1.1 Membuat program Java

Buatlah Program dalam Bahasa Java untuk:

- 1. Menghitung solusi SPL dengan metode eliminasi Gauss, eliminasi Gauss-Jordan, menentukan balikan matriks, menghitung determinan, kaidah Cramer (kaidah Cramer khusus untuk SPL dengan n peubah dan n persamaan).
- 2. Menyelesaikan berbagai persoalan yang dimodelkan dalam bentuk SPL.
- 3. Menyelesaikan persoalan interpolasi dan persoalan regresi.

1.2 Spesifikasi Program

Spesifikasi Program adalah sebagai berikut:

1. Program dapat menerima masukan (input) baik dari *keyboard* maupun membaca masukan file dari file text. Untuk SPL, masukan dari *keyboard* adalah *m, n,* koefisien *aij*, dan *bij*. Masukan dari *file* berbentuk matriks *augmented* tanpa tanda kurung, setiap elemen matriks dipisah oleh spasi. Misalnya,

2. Untuk persoalan menghitung determinan dan matriks balikan, masukan dari keyboard adalah n dan koefisien aij. Masukan dari file berbentuk matriks, setiap elemen matriks dipisah oleh spasi. Misalnya,

- 3. Untuk persoalan interpolasi, masukannya jika dari keyboard adalah n, (x0, y0), (x1, y1), ..., (xn, yn), dan nilai x yang akan ditaksir nilai fungsinya. Jika masukannya dari file, maka titik-titik dinyatakan pada setiap baris tanpa koma dan tanda kurung. Misalnya jika titik-titik datanya adalah (8.0, 2.0794), (9.0, 2.1972), dan (9.5, 2.2513), maka di dalam file text ditulis sebagai berikut:
 - 8.0 2.0794
 - 9.0 2.1972
 - 9.5 2.2513
- 4. Untuk persoalan regresi, masukannya jika dari keyboard adalah n (jumlah peubah x), semua nilai-nilai x1i, x2i, ..., xni, nilai yi, dan nilai-nilai xk yang akan ditaksir nilai fungsinya. Jika masukannya dari file, maka titik-titik dinyatakan pada setiap baris tanpa koma dan tanda kurung.
- 5. Untuk persoalan SPL, luaran (output) program adalah solusi SPL. Jika solusinya tunggal, tuliskan nilainya. Jika solusinya tidak ada, tuliskan solusi tidak ada, jika solusinya banyak, maka tuliskan solusinya dalam bentuk parametrik (misalnya x4 = -2, x3 = 2s t, x2 = s, dan x1 = t.)
- 6. Untuk persoalan determinan dan matriks balikan, maka luarannya sesuai dengan persoalan masing-masing
- 7. Untuk persoalan polinom interpolasi dan regresi, luarannya adalah persamaan polinom/regresi dan taksiran nilai fungsi pada x yang diberikan.
- 8. Luaran program harus dapat ditampilkan pada layar komputer dan dapat disimpan ke dalam file.
- 9. Bahasa program yang digunakan adalah Java.
- 10. Program tidak harus berbasis GUI, cukup text-based saja, namun boleh menggunakan GUI (memakai kakas Eclipse misalnya).
- 11. Program dapat dibuat dengan pilihan menu. Urutan menu dan isinya dipersilakan dirancang masing-masing. Misalnya, menu:

MENU

- 1. Sistem Persamaaan Linier
- 2. Determinan
- 3. Matriks balikan
- 4. Interpolasi Polinom
- 5. Regresi linier berganda
- 6. Keluar

Untuk pilihan menu nomor 1 ada sub-menu lagi yaitu pilihan metode:

- 1. Metode eliminasi Gauss
- 2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
- 3. Metode matriks balikan
- 4. Kaidah Cramer

BAB II

TEORI SINGKAT

2.1 Metode Eliminasi Gauss

Metode Eliminasi Gauss merupakan metode yang dikembangankan dari metode eliminasi dengan proses mengurangi bahkan menghilangkan beberapa variabel sehingga bisa didapatkan nilai dari suatu variabel bebas. Metode ini akan membentuk suatu matriks segitiga melalui proses OBE (Operasi Baris Elementer).

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} & b_3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} & b_n \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & \dots & c_{1n} & d_1 \\ 0 & c_{22} & c_{23} & \dots & c_{2n} & d_2 \\ 0 & 0 & c_{33} & \dots & c_{3n} & d_3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & c_{nn} & d_n \end{bmatrix}$$

2.2 Metode Eliminasi Gauss-Jordan

Metode ini adalah pengembangan dari metode eliminasi gauss dengan tujuan membuat matriks identitas ataupun matriks diagonal. Dengan matriks diagonal, kita bisa menghitung nilai variabel secara terpisah dari variabel lain sehingga tidak perlu melakukan proses substitusi variabel.

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & ? & ? \\ 0 & 1 & ? \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2.3 Determinan

Secara umum, determinan adalah nilai skalar dari suatu matriks persegi. Pada suatu matriks A, determinan A direpresentasikan dengan |A| atau det(A). Untuk matriks 1x1, determinan matriks adalah nilai dari satu-satunya anggota matriks tersebut, untuk matriks 2x2, misalkan saja matriks di bawah ini:

$$A = \left[\begin{array}{cc} a & b \\ c & d \end{array} \right]$$

Maka determinant matriks adalah ad-bc. Untuk matriks 3x3 atau ukuran yang lebih besar. Akan dibahas lebih lanjut pada matriks kofaktor.

2.4 Matriks Balikan

Matriks balikan dari suatu matriks adalah matriks yang memberikan hasil matriks identitas jika dilakukan operasi perkalian dengan matriks asalnya. Untuk sebuah matriks A, matriks balikannya ditulis sebagai A^{-1} dimana $A.A^{-1} = I$ (matriks identitas). Suatu matriks akan memiliki balikan jika determinan dari matriks tersebut tidak sama dengan 0.

2.5 Matriks Kofaktor

Matriks kofaktor adalah matriks yang elemen-elemennya terdiri dari nilai kofaktor matriks itu sendiri. Susunan elemen matriks ini juga mengikuti letak kofaktor-kofaktornya. Kofaktor sendiri adalah hasil perkalian minor(M) dengan -1^(i+j) dimana i dan j masing-masing adalah jumlah baris dan kolom. Lebih lanjut, minor adalah determinan dari submatriks yang didapatkan dari matriks utama dengan menghilangkan elemen pada baris i dan kolom j. Misalkan terdapat matriks:

$$B = egin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \ 6 & 4 & 5 \ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$$

Maka $C_{11} = -1^{(1+1)}$ 4x3-(-2x5) = 22, karena baris 1 dan kolom 1 dibuang, begitu seterusnya sampai membentuk suatu matriks kofaktor. Kofaktor dapat dimanfaatkan untuk menghitung nilai determinan dari suatu matriks, yaitu dengan mengalikan semua elemen pada salah satu baris atau kolom tertentu dengan masing-masing kofaktornya.

2.6 Matriks Adjoin

Matriks adjoin bisa diartikan sebagai transpose dari matriks kofaktor. Misalnya kita mempunyai matriks A. Untuk mencari adjoin dari matriks tersebut, pertama kali kita harus mencari matriks kofaktornya, setelah itu dilakukan transpose terhadap matriks kofaktor untuk mendapatkan matriks adjoin. Matriks tranpose sendiri bisa didapatkan dengan menukar elemen kolom menjadi baris dan baris menjadi kolom yang bersesuaian pada matriks.

2.7 Kaidah Cramer

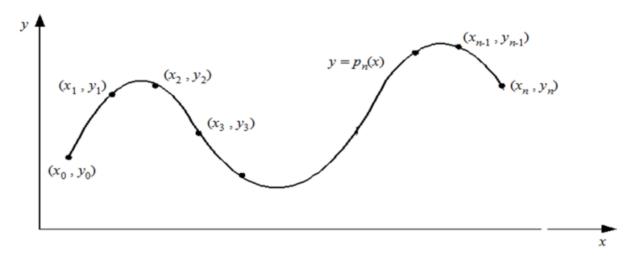
Pada sebuah SPL yang dinyatakan dalam matriks Ax=b, setiap variabel bisa dicari nilainya secara terpisah dari variabel lain.

system of equations	coefficient matrix's determinant	answer column	D_x : coefficient determinant with answer-column values in x -column
2x + 1y + 1z = 3 $1x - 1y - 1z = 0$ $1x + 2y + 1z = 0$	$D = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$	[3] 0 0	$D_x = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$

Misalkan SPL seperti pada gambar di atas, untuk mencari nilai dari variabel x, kita bisa membentuk matriks baru D_x dengan menukar kolom pertama dengan kolom jawaban. Setelah itu,

nilai x bisa dicari mencari hasil pembagian dari matriks D_x dengan matriks D. Begitu pula seterusnya untuk mencari nilai dari variabel y dan z. Pertama, menukar kolom dengan variabel yang ingin dicari dengan kolom jawaban, lalu menghitung hasil bagi antara determinan matriks yang baru dengan determinan matriks awal.

2.8 Interpolasi Polinom



Diberikan titik-titik seperti pada gambar di atas. Polinom interpolasi derajat n yang menginterpolasi titik titik tersebut berbentuk $p_n(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_nx^n$. Dengan menyulihkan (x_i, y_i) ke dalam persamaan polinom $p_n(x)$ untuk x = 0, 1, 2, ..., n, akan diperoleh n buah sistem persaman dengan bentuk seperti di bawah ini.

$$a_0 + a_1x_0 + a_2x_0^2 + \dots + a_n x_0^n = y_0$$

$$a_0 + a_1x_1 + a_2x_1^2 + \dots + a_n x_1^n = y_1$$

$$\dots$$

$$a_0 + a_1x_n + a_2x_n^2 + \dots + a_n x_n^n = y_n$$

Dengan menggunakan teknik eliminasi gauss, gauss-jordan, dan teknik lainnya, maka akan didapatkan nilai dari $a_0 + a_1$, a_2 , sampai a_n . Kemudian kita bisa mengonstruksi ulang persamaan polinom $p_n(x)$ yang didapat untuk mencari nilai x lain yang dibutuhkan.

2.9 Regresi Linear Berganda

Regresi Linear merupakan salah satu metode yang digunakan untuk memprediksi nilai selain menggunakan Interpolasi Polinom. Rumus umum regresi linear yang digunakan untuk menghitung regresi linear berganda yaitu:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \cdots + \beta_k x_{ki} + \epsilon_i$$

Untuk mendapatkan nilai dari setiap βi, dapat digunakan Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression sebagai berikut:

$$nb_0 + b_1 \sum_{i=1}^n x_{1i} + b_2 \sum_{i=1}^n x_{2i} + \dots + b_k \sum_{i=1}^n x_{ki} = \sum_{i=1}^n y_i$$

$$b_0 \sum_{i=1}^n x_{1i} + b_1 \sum_{i=1}^n x_{1i}^2 + b_2 \sum_{i=1}^n x_{1i} x_{2i} + \dots + b_k \sum_{i=1}^n x_{1i} x_{ki} = \sum_{i=1}^n x_{1i} y_i$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$b_0 \sum_{i=1}^n x_{ki} + b_1 \sum_{i=1}^n x_{ki} x_{1i} + b_2 \sum_{i=1}^n x_{ki} x_{2i} + \dots + b_k \sum_{i=1}^n x_{ki}^2 = \sum_{i=1}^n x_{ki} y_i$$

Sistem persamaan linear tersebut dapat diselesaikan dengan metode eliminasi Gauss.

BAB III

IMPLEMENTASI

Pada program ini, kami mendeklarasikan 7 class, yaitu:

3.1 Matriks.java

Method	Deskripsi
void readMatriks(int N, int M)	Prosedur membaca matriks dari input keyboard.
int firstNonZero(int N)	Fungsi mencari baris yang pada kolom pertamanya tidak bernilai 0, mengembalikan indeks kolom.
void readMatriks(int N, int M)	Prosedur membaca matriks dari input keyboard.
void readMatriks(String filename)	Prosedur membaca matriks dari file eksternal.
void displayMatriks()	Prosedur menampilkan matriks ke layar.
matriks swapKolomFunc(int K1, int K2)	Fungsi menukar posisi dari dua buah kolom dan mengembalikan matriksnya.
void swapBaris(int B1, int B2)	Prosedur menukar posisi dari dua buah baris.
void tambahBaris(int B1, int B2)	Prosedur menambahkan suatu baris dengan baris lain.
void tambahBarisNKali(int B1, int B2, float N)	Prosedur menambahkan suatu baris dengan N kali baris lain.
void kurangBaris(int B1, int B2)	Prosedur mengurangi suatu baris dengan baris lain.
void kurangBarisNKali(int B1, int B2, float N)	Prosedur mengurangi suatu baris dengan N kali baris lain.
void kaliBaris(int B, float K)	Prosedur mengalikan suatu baris dengan konstanta K.
float[] BarisdiKali(int B, float K)	Prosedur mengalikan baris dengan konstanta

	K dan mengembalikan baris tersebut.
boolean isZero(int B, int K)	Fungsi mengecek suatu elemen dari matriks apakah bernilai 0 atau tidak.
void sortObe()	
void copyMatriksToThis(matriks newMat)	Prosedur mengganti matriks saat ini dengan suatu matriks baru hasil dari operasi tertentu.
void transpose()	Prosedur untuk menghasilkan transpose dari suatu matriks tertentu.
void eliminasiGauss()	Prosedur yang menerapkan metode eliminasi Gauss pada sebuah matriks.
void eliminasiGaussJordan()	Prosedur yang menerapkan metode eliminasi Gauss-Jordan pada sebuah matriks, merupakan ekstensi dari prosedur eliminasi Gauss.
void gaussJordanInversOf(matriks Min)	Prosedur yang menghitung invers matriks dengan metode Gauss-Jordan.
void getCofactor(matriks temp, int p, int q, int n)	Prosedur untuk mendapatkan kofaktor dari sebuah elemen matriks.
float determinantRecc(matriks mat, int currentRow)	Fungsi mencari determinant suatu matriks menggunakan rekursi dan memanfaatkan prosedur getCofactor.
void matrixCofactor()	Prosedur untuk mendapatkan matriks kofaktor dari sebuah matriks terdefinisi.
void adjoinCofactor()	Prosedur yang mencari matriks kofaktor dan melakukan operasi transpose pada suatu matriks terdefinisi.
void cofactorMinorInvers()	Prosedur untuk menghasilkan invers dari sebuah matriks dengan metode adjoin kofaktor.
matriks cofactor(int B, int K)	Fungsi yang mencari kofaktor dari sebuah matriks terdefinisi dan mengembalikan matriks hasil.
float determinan()	Fungsi untuk mencari determinan dari sebuah matriks yang terdefinisi dan mengembalikan

	nilai determinan.
matriks multiplyByMatrix(matriks Min)	Fungsi yang melakukan perkalian antara dua buah matriks dan mengembalikan matriks hasil perkalian.

3.2 Inversion.java

Method	Deskripsi
void gaussianInversion()	Prosedur menerima input matriks dari user dan menerapkan metode eliminasi Gauss Jordan untuk mendapatkan invers dari suatu matriks.
void cofactorMinorInversion()	Prosedur menerima input matriks dari user dan menerapkan metode kofaktor minor dan adjoin untuk mendapatkan invers dari suatu matriks.
void saveInverseToFile(matriks req, matriks res, String namaFile)	Prosedur menyimpan hasil invers matriks ke dalam file .txt.

3.3 Determinant.java

Method	Deskripsi
void gaussianDet()	Prosedur menerima input matriks dari user dan menerapkan metode eliminasi Gauss untuk mencari determinan secara tidak langsung.
void cofactorMinorDet()	Prosedur menerima input matriks dari user dan menerapkan metode ekspansi kofaktor untuk mencari determinan.
void saveDeterminantToFile(matriks data, float determinant, String namaFile)	Prosedur menyimpan hasil determinan ke dalam file .txt.

3.4 Interpolation.java

Method	Deskripsi
matriks readTitikInterpolation()	Fungsi menerima input titik sebanyak N titik dan mereturn dalam bentuk matriks dengan N baris dan 2 kolom.
matriks readFileTitikInterpolation()	Fungsi membaca input dari file *.txt lalu mereturn dalam bentuk matriks dengan ukuran matriks sesuai dari apa yang tertulis dalam file
float readXTaksiran()	Fungsi membaca input bilangan x bertipe float dari user.
void convertToMatAug(matriks titik)	Prosedur untuk mengubah masukkan titik menjadi matriks augmented.
<pre>void displayInterpolasi(int count, double[] bilX, double[] y)</pre>	Prosedur untuk menampilkan hasil interpolasi suatu persamaan polinom
void displayPolinomInterpolasi(double[] data)	Prosedur untuk menampilkan persamaan polinom interpolasi bervariabel.
double[] getGaussSolve(matriks titik)	Fungsi untuk mengambil hasil eliminasi gauss pada matriks augmented lalu disimpan dalam array
void displayInterpolasiToFile(matriks titik, double[] solve, int count, double[] bilX, double[] y, String namaFile)	Prosedur untuk menyimpan SPL dari Interpolasi dan hasil Interpolasi Polinom kedalam suatu file dengan ekstensi *.txt.
void interpolasiPolinom(matriks titik, double x)	Prosedur menerima matriks augmented dan nilai x, lalu menulis hasil dari interpolasi polinom berdasarkan masukan nilai x.

3.5 Regression.java

Prosedur input matriks dan melakukan proses Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression dan mencari nilai taksiran
berdasarkan input yang diterima.

matriks hasil, float y, float[] peubah, String namaFile)	, , , , , ,
--	-------------

3.6 Solver.java

Method	Deskripsi
void gaussSolver()	Prosedur yang menyelesaikan sistem persamaan linear dengan menggunakan metode Gauss.
void gaussJordanSolver()	Prosedur yang menyelesaikan sistem persamaan linear dengan menggunakan metode Gauss-Jordan.
void inversSolver()	Prosedur yang menyelesaikan sistem persamaan linear dengan menggunakan metode matriks balikan.
void determSolver()	Prosedur yang menyelesaikan sistem persamaan linear dengan menggunakan metode cramer.
void interpolasiSolver()	Prosedur untuk menyelesaikan suatu sistem interpolasi.
void saveSPLToFile(matriks matriksSpl, String hasil, String namaFile)	Prosedur menyimpan hasil penyelesaian SPL ke dalam file .txt.

3.7 Utils.java

Method	Deskripsi			
boolean invalidChoice(String choice, int max)	Fungsi mengecek apakah input pilihan dari user pada menu adalah pilihan yang salah berdasarkan range maksimal.			
int buildMenu(String[] menu, String title, int maxMenu)	Fungsi yang membangun menu dan mengembalikan pilihan yang dipilih user.			
int inputData()	Fungsi untuk menentukan metode untuk input			

	matriks (dari user atau file text) dan mengembalikan pilihan user.					
int inputBarisNKolom()	Fungsi untuk menentukan jumlah baris dan kolom suatu matriks persegi.					
int inputDataSPL()	Fungsi untuk input jumlah peubah dan matriks augmentasi dari sistem persamaan linear					
int[] inputDataRegression()	Fungsi untuk input jumlah peubah dan jumlah data untuk regresi linear berganda dan mengebalikan jumlah baris dan kolom dalam array.					
String inputDariFile()	Fungsi untuk menentukan nama file yang berisi data matriks yang ingin diolah dan mengembalikan nama file.					
float fixFloatingPoint(float number)	Fungsi untuk memperbaiki ketidakakuratan dari <i>floating point number</i> .					
boolean isNumber(String str)	Fungsi mengecek apakah suatu input dari user bertipe <i>number</i> atau tidak.					

3.8 Main.java

Method	Deskripsi				
void main(String[] args)	Prosedur utama file, untuk menjalankan menu utama.				
void MainMenu()	Prosedur menampilkan menu utama dan melanjutkan ke prosedur yang dipilih.				
void SPLMenu()	Prosedur menampilkan menu Sistem Persamaan Linear dan lanjut ke metode berikutnya.				
void DeterminantMenu()	Prosedur menampilkan menu Determinan dan lanjut ke metode berikutnya.				
void InverseMatrixMenu()	Prosedur menampilkan menu Invers dan lanjut ke metode berikutnya.				
void InterpolationMenu()	Prosedur menampilkan menu Interpolasi dan lanjut ke metode berikutnya.				

void LinearRegressionMenu()	Prosedur menampilkan menu Regresi Linear Berganda dan lanjut ke metode berikutnya.
void ReturnMenu()	Prosedur untuk kembali ke menu awal atau keluar dari program setelah menggunakan metode tertentu.
void ExitMenu()	Prosedur keluar dari program utama, program selesai.

BAB IV

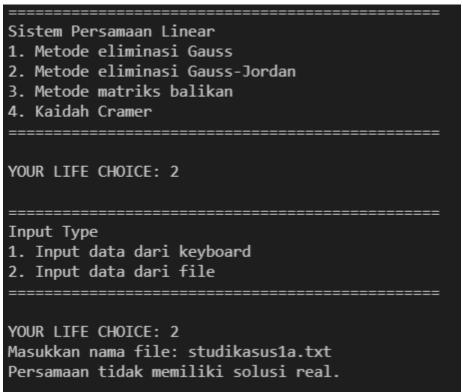
EKSPERIMEN

4.1 Studi Kasus 1

a) Dengan mengubah persoalan kedalam bentuk matriks augmentasi, didapatkan matriks berikut di file studikasus1a.txt

```
1 1 -1 -1 1
2 5 -7 -5 -2
2 -1 1 3 4
5 2 -4 2 6
```

Setelah diolah program dengan menggunakan metode eliminasi Gauss-Jordan, didapatkan bahwa SPL tidak memiliki solusi real.



b) Dengan mengubah persoalan kedalam bentuk matriks augmentasi, didapatkan matriks berikut di file studikasus1b.txt

```
1 -1 0 0 1 3
1 1 0 -3 0 6
2 -1 0 1 -1 5
-1 2 0 -2 -1 -1
```

Setelah diolah program dengan menggunakan metode eliminasi Gauss-Jordan, didapatkan bahwa solusi SPL adalah sebagai berikut, dengan r dan t adalah variabel bebas.

```
Sistem Persamaan Linear
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
Kaidah Cramer
YOUR LIFE CHOICE: 2
Input Type

    Input data dari keyboard

Input data dari file
YOUR LIFE CHOICE: 2
Masukkan nama file: studikasus1b.txt
x1 = 3.0 + t
x2 = +2.0*t
x3 = r
x4 = -1.0 + t
x5 = t
```

c) Dengan mengubah persoalan kedalam bentuk matriks augmentasi, didapatkan matriks berikut di file studikasus1c.txt

```
0 1 0 0 1 0 2
0 0 0 1 1 0 -1
0 1 0 0 0 1 1
```

Setelah diolah program dengan menggunakan metode eliminasi Gauss-Jordan, didapatkan bahwa solusi SPL adalah sebagai berikut, dengan p, r, dan u adalah variabel bebas.

```
Sistem Persamaan Linear
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Cramer
YOUR LIFE CHOICE: 2
Input Type
1. Input data dari keyboard
2. Input data dari file
_____
YOUR LIFE CHOICE: 2
Masukkan nama file: studikasus1c.txt
x1 = p
x2 = 1.0 - u
x3 = r
x4 = -2.0 - u
x5 = 1.0 + u
x6 = u
```

d) Dengan mengubah persoalan kedalam bentuk matriks augmentasi, untuk n = 6 dan dengan melakukan pembulatan didapatkan matriks berikut di file studikasus1d6.txt:

```
1. 0.5 0.3333333 0.2500000 0.2000000 0.16666667 1
0.5 0.3333333 0.2500000 0.2000000 0.1666667 0.14285714 0
0.3333333 0.2500000 0.2000000 0.1666667 0.1428571 0.12500000 0
0.2500000 0.2000000 0.1666667 0.1428571 0.1250000 0.1111111 0
0.2000000 0.1666667 0.1428571 0.1250000 0.1111111 0.10000000 0
0.1666667 0.1428571 0.1250000 0.1111111 0.10000000 0
```

Setelah diolah program dengan menggunakan metode eliminasi Gauss-Jordan, didapatkan bahwa solusi SPL adalah sebagai berikut, perlu diingat galat dari solusi ini sangat besar dari solusi sebenarnya, hal ini disebabkan karena pembulatan yang dilakukan ketika ketika membuat matriks augmentasi. (solusi sebenarnya x1 = 36, x2 = -630, x3 = 3360, x4 = -7560, x5 = 7560, x6 = -2772)

```
Sistem Persamaan Linear
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
Metode matriks balikan
4. Kaidah Cramer
YOUR LIFE CHOICE: 2
Input Type

    Input data dari keyboard

2. Input data dari file
YOUR LIFE CHOICE: 2
Masukkan nama file: studikasus1d6.txt
x1 = 50.75274
x2 = -1041.7018
x3 = 6105.495
x4 = -14629.296
x5 = 15304.374
x6 = -5805.7065
```

untuk n = 10 dan dengan melakukan pembulatan didapatkan matriks berikut di file studikasus1d10.txt:

```
1.0000000 0.50000000 0.33333333 0.25000000 0.20000000 0.16666667 0.14285714 0.12500000 0.11111111 0.10000000 1 0.5000000 0.33333333 0.25000000 0.20000000 0.16666667 0.14285714 0.12500000 0.11111111 0.10000000 0.09090909 0 0.3333333 0.25000000 0.20000000 0.16666667 0.14285714 0.12500000 0.11111111 0.10000000 0.09090909 0.08333333 0 0.25000000 0.20000000 0.16666667 0.14285714 0.12500000 0.11111111 0.10000000 0.09090909 0.08333333 0.07692308 0 0.20000000 0.16666667 0.14285714 0.12500000 0.11111111 0.10000000 0.09090909 0.08333333 0.07692308 0.07142857 0 0.1666667 0.14285714 0.12500000 0.11111111 0.10000000 0.09090090 0.08333333 0.07692308 0.07142857 0.06666667 0.14285714 0.12500000 0.11111111 0.10000000 0.09090090 0.08333333 0.07692308 0.07142857 0.06666667 0.06250000 0.11250000 0.11111111 0.10000000 0.09090909 0.08333333 0.07692308 0.07142857 0.06666667 0.06250000 0.05882353 0.011111111 0.10000000 0.09090909 0.08333333 0.07692308 0.07142857 0.06666667 0.06250000 0.05882353 0.05555556 0.1000000 0.09090909 0.08333333 0.07692308 0.07142857 0.06666667 0.06250000 0.05882353 0.05555556 0.05263158 0
```

Setelah diolah program dengan menggunakan metode eliminasi Gauss-Jordan, didapatkan bahwa solusi SPL adalah sebagai berikut, perlu diingat galat dari solusi ini sangat besar dari solusi sebenarnya, hal ini disebabkan karena pembulatan yang dilakukan ketika membuat matriks augmentasi.

```
Sistem Persamaan Linear
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Cramer
YOUR LIFE CHOICE: 2
Input Type
1. Input data dari keyboard
2. Input data dari file
YOUR LIFE CHOICE: 2
Masukkan nama file: studikasus1d10.txt
x1 = 54.480446
x2 = -1460.9446
x3 = 11407.74
x4 = -32764.684
x5 = 17175.578
x6 = 75338.0
x7 = -100170.39
x8 = -46134.945
x9 = 134800.4
x10 = -58267.84
```

4.2 Studi Kasus 2

a) Tulis matriks augmentasi pada file studikasus2a.txt.

```
1 -1 2 -1 -1
2 1 -2 -2 -2
-1 2 -4 1 1
3 0 0 -3 -3
```

Setelah diolah program dengan menggunakan metode eliminasi Gauss-Jordan, didapatkan bahwa solusi SPL adalah sebagai berikut, dengan p, r, dan u adalah variabel bebas.

b) Tulis matriks augmentasi pada file studikasus2b.txt.

```
2 0 8 0 8
0 1 0 4 6
-4 0 6 0 6
0 -2 0 3 -1
2 0 -4 0 -4
0 1 0 -2 0
```

x4 = s

Setelah diolah program dengan menggunakan metode eliminasi Gauss-Jordan, didapatkan bahwa solusi SPL adalah sebagai berikut.

4.3 Studi Kasus 3

a) Pada file studikasus3a.txt, data yang akan diinputkan ke dalam program adalah sebagai berikut:

```
1 8 1 3 2 0
2 2 9 -1 -2 1
3 1 3 2 -1 2
4 1 0 6 4 3
```

Setelah diolah oleh program, didapatkan solusi SPL sebagai berikut:

Sistem Persamaan Linear 1. Metode eliminasi Gauss 2. Metode eliminasi Gauss-Jordan 3. Metode matriks balikan 4. Kaidah Cramer YOUR LIFE CHOICE: 1 Input Type 1. Input data dari keyboard Input data dari file YOUR LIFE CHOICE: 2 Masukkan nama file: studikasus3a.txt x1 = -0.22432435x2 = 0.18243244x3 = 0.7094594x4 = -0.25810805Sistem Persamaan Linear 1. Metode eliminasi Gauss 2. Metode eliminasi Gauss-Jordan 3. Metode matriks balikan 4. Kaidah Cramer YOUR LIFE CHOICE: 2 Input Type Input data dari keyboard 2. Input data dari file YOUR LIFE CHOICE: 2 Masukkan nama file: studikasus3a.txt x1 = -0.22432435x2 = 0.18243246

x3 = 0.7094594x4 = -0.25810805 Pada studi kasus 3 bagian a, diolah dengan 2 metode berbeda, yaitu metode eliminasi Gauss dan eliminasi Gauss Jordan. Dengan menggunakan 2 metode yang berbeda, didapatkan hasil yang sama seperti yang tertampil pada kedua gambar di atas.

b) Pada file studikasus3b.txt, data yang akan diinputkan ke dalam program adalah sebagai berikut:

```
1 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 13.00

2 0 0 0 1 1 1 0 0 0 15.00

3 1 1 1 0 0 0 0 0 8.00

4 0 0 0.04289 0 0.04289 0.75 0.04289 0.75 0.61396 14.79

5 0 0.25 0.91421 0.25 0.91421 0.25 0.91421 0.25 0 14.31

6 0.61396 0.75 0.04289 0.75 0.04289 0 0.04289 0 0 3.81

7 0 0 1 0 0 1 0 0 1 18.00

8 0 1 0 0 1 0 0 1 0 12.00

9 1 0 0 1 0 0 1 0 0 6.00

10 0.04289 0.75 0.61396 0 0.04289 0.75 0 0 0.04289 10.51

11 0.91421 0.25 0 0.25 0.91421 0.25 0 0.25 0.91421 16.13

12 0.04289 0 0 0.75 0.04289 0 0.61396 0.75 0.04289 7.04
```

Setelah diolah oleh program, didapatkan solusi SPL sebagai berikut:

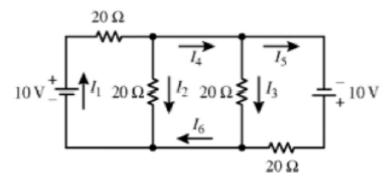
```
Sistem Persamaan Linear
1. Metode eliminasi Gauss
Metode eliminasi Gauss-Jordan
Metode matriks balikan
4. Kaidah Cramer
YOUR LIFE CHOICE: 1
Input Type
1. Input data dari keyboard
2. Input data dari file
YOUR LIFE CHOICE: 2
Masukkan nama file: studikasus3b.txt
x1 = 2.9964528
x2 = 1.0000376
x3 = 4.0035095
x4 = 0.9976505
x5 = 4.996223
x6 = 8.992749
x7 = 2.005895
x8 = 6.00374
x9 = 5.0037413
Simpan Hasil SPL?(y/n) □
```

Pada studi kasus 3 bagian b, diolah menggunakan dua metode yang berbeda, yaitu, metode eliminasi Gauss dan metode matriks balikan. Menggunakan metode eliminasi Gauss diperoleh solusi SPL seperti yang tertampil pada gambar. Sedangkan, untuk

metode matriks balikan, solusi SPL tidak dapat ditentukan karena matriks pada kasus 3b tidak berbentuk persegi.

4.4 Studi Kasus 4

• Pada studi kasus nomor 4, terdapat rangkaian listrik sebagai berikut:



Dari rangkaian tersebut, diminta untuk mencari masing masing arus pada rangkaian, dari 11...16. Untuk mencari masing masing arus, kita tentukan SPL dari rangkaian tersebut. Setelah dapat SPL-nya, kita ubah ke bentuk matriks augmented agar dapat diolah oleh program.

SPL yang terbentuk dari analisis rangkaian listrik diatas adalah sebagai berikut:

Data berbentuk matriks augmented yang akan diinput ke dalam program adalah sebagai berikut:

```
1 0 0 0 20 0 0 2 0 -1 0 10

2 0 0 0 -20 20 0 0 -1 0 1 0

3 20 0 0 0 0 -20 -1 0 1 0 0

4 0 0 0 0 0 20 0 -1 0 2 10

5 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0

6 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0

7 20 0 0 0 0 0 1 0 0 10

8 0 20 0 0 0 0 -1 0 1 0 0

9 0 0 20 0 0 0 0 -1 0 1 0
```

Setelah diolah oleh program, didapatkan hasil sebagai berikut:

```
Sistem Persamaan Linear
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Metode matriks balikan
4. Kaidah Cramer
YOUR LIFE CHOICE: 1
Input Type

    Input data dari keyboard

Input data dari file
YOUR LIFE CHOICE: 2
Masukkan nama file: studikasus4.txt
x1 = 0.5
x2 = 0.0
x3 = 0.0
x4 = 0.5
x5 = 0.5
x6 = 0.5
x7 = 0.0
x8 = 0.0
x9 = 0.0
x10 = 0.0
```

```
Sistem Persamaan Linear
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
Metode matriks balikan
4. Kaidah Cramer
YOUR LIFE CHOICE: 2
Input Type
1. Input data dari keyboard
2. Input data dari file
YOUR LIFE CHOICE: 2
Masukkan nama file: studikasus4.txt
x1 = 0.5
x2 = 0.0
x3 = 0.0
x4 = 0.5
x5 = 0.5
x6 = 0.5
x7 = 0.0
x8 = 0.0
x9 = 0.0
x10 = 0.0
```

Dengan menggunakan metode eliminasi gauss dan eliminasi gauss jordan, diperoleh hasil yang sama. Setelah pengolahan oleh program, diperoleh nilai dari masing masing arus, yaitu, I1 = x1 = 0.5A, I2 = x2 = 0A, I3 = x3 = 0A, I4 = x4 = 0.5A, I5 = x5 = 0.5A, I6 = x6 = 0.5A, sedangkan x7,x8,x9, dan x10 adalah tegangan dari 4 node pada rangkaian.

4.5 Studi Kasus 5

• Pada file studikasus5.txt, data yang akan diinput ke dalam program adalah sebagai berikut:

```
1 -120 60 0 -1300
2 40 -80 0 0
3 80 20 150 -200
```

Setelah diolah oleh program, didapatkan solusi SPL sebagai berikut:

Pada studi kasus 5, diolah dengan dua metode, yaitu, metode eliminasi gauss dan menggunakan kaidah cramer. Dengan menggunakan 2 metode yang berbeda, diperoleh solusi SPL yang sama, sehingga membuktikan bahwa kedua metode tersebut dapat

diterapkan untuk mencari solusi SPL pada kasus nomor 5. Kasus 5 dapat diselesaikan karena matriks yang terbentuk dari SPL pada kasus berbentuk persegi, sehingga solusinya dapat ditentukan.

4.6 Studi Kasus 6

a) Diketahui tabel pasangan dari suatu domain ke range sebagai berikut:

x	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9	1.1	1.3
f(x)	0.003	0.067	0. 148	0.248	0.370	0.518	0.697

Lakukan pengujian pada nilai-nilai default berikut:

$$x = 0.2$$
 $f(x) = ?$
 $x = 0.55$ $f(x) = ?$
 $x = 0.85$ $f(x) = ?$
 $x = 1.28$ $f(x) = ?$

Akan ditaksir nilai dari titik-titik yang belum pada tabel tabel tersebut dengan cara membuat suatu fungsi yang merepresentasikan nilai dalam tabel, menggunakan program yang sudah dibuat, didapatkan hasil sebagai berikut:

$$x = 0.2$$
 $f(x) = 0.03296$
 $x = 0.55$ $f(x) = 0.17112$

$$x = 0.85$$
 $f(x) = 0.33724$
 $x = 1.28$ $f(x) = 0.67754$

b) Diketahui data jumlah kasus covid baru di Indonesia pada tabel berikut ini:

Tanggal	Tanggal (desimal)	Jumlah Kasus Baru
17/06/2021	6,567	12.624
30/06/2021	7	21.807
08/07/2021	7,258	38.391
14/07/2021	7,451	54.517
17/07/2021	7,548	51.952
26/07/2021	7,839	28.228
05/08/2021	8,161	35.764
15/08/2021	8,484	20.813
22/08/2021	8,709	12.408
31/08/2021	9	10.534

Dengan menggunakan interpolasi polinom pada program yang sudah dibuat, maka akan dicari prediksi kasus pada tanggal berikut ini:

- a. 16/07/2021
- b. 10/08/2021
- c. 05/09/2021
- d. 30/09/2021

Maka didapatkan prediksi jumlah kasus baru sebagai berikut:

```
Persamaan Interpolasi yang terbentuk:

f(x) = -1.135416541770689E10 + (7.969069364934044E9)x^1 + (-2.218429383529793E9)x^2 + (3.3317111525111103E8)x^3 + (-4.3509470277008295E7)x^4 + (8214568.329271898)x^5 + (-1348186.6609329386)x^6 + (130583.52430274362)x^7 + (-6589.476908884593)x^8 + (135.27235412597656)x^9

Masukkan banyaknya nilai x yang ingin ditaksir: 4

Masukkan nilai x yang akan ditaksir: 7.516
8.323
9.167
10

Hasil interpolasi:
f(7.516) = 51377.26427650452
f(8.323) = 4678.269630432129
f(9.167) = 16433.396659851074
f(10.0) = 80618.88720703125
```

- a. Pada tanggal 16/07/2021 terdapat 51.377 kasus baru.
- b. Pada tanggal 10/08/2021 terdapat 4.678 kasus baru.

- c. Pada tanggal 05/09/2021 terdapat 16.433 kasus baru.
- d. Pada tanggal 30/09/2021 terdapat 80.618 kasus baru.
- c. Menyederhanakan fungsi

$$f(x) = \frac{x^2 + \sqrt{x}}{e^x + x}$$

Untuk n = 5 maka titik-titiknya adalah sebagai berikut

```
0 0

0.4 0.4188842301

0.8 0.5071579685

1.2 0.5609246748

1.6 0.5836856613

2.0 0.5766515298
```

Dengan program yang sudah dibuat, didapatkan hasil penyederhanaan fungsi sebagai berikut:

```
Persamaan Interpolasi yang terbentuk:
    f(x) = 0.0 + (2.0352574587597335)x^1 + (-3.5526779049382915)x^2 + (3.237105518851241)x^3 + (-1.4212600552937147)x^4 + (0.23625516891479492)x^5

Masukkan banyaknya nilai x yang ingin ditaksir: 5

Masukkan nilai x yang akan ditaksir: 0.4
    0.8
    1.2
    1.6
    2.0

Hasil interpolasi:
    f(0.4) = 0.4188842674308145
    f(0.8) = 0.5071581085936101
    f(1.2) = 0.5609247152217
    f(1.6) = 0.5836858042009432
    f(2.0) = 0.5766519691322323
```

$$f(x) = 0.23626x^5 - 1.42126x^4 + 3.23711x^3 - 3.55268x^2 + 2.03526x + 0$$

Bisa dilihat juga bahwa nilai yang ditaksir sesuai dengan data yang dimasukkan.

4.7 Studi Kasus 7

Pada studi kasus Regresi Linear Berganda, diketahui data sebagai berikut:

Table 12.1: Data for Example 12.1

Nitrous	Humidity,	Temp.,	Pressure,	Nitrous	Humidity,	Temp.,	Pressure,
Oxide, y	x_1	x_2	x_3	Oxide, y	x_1	x_2	x_3
0.90	72.4	76.3	29.18	1.07	23.2	76.8	29.38
0.91	41.6	70.3	29.35	0.94	47.4	86.6	29.35
0.96	34.3	77.1	29.24	1.10	31.5	76.9	29.63
0.89	35.1	68.0	29.27	1.10	10.6	86.3	29.56
1.00	10.7	79.0	29.78	1.10	11.2	86.0	29.48
1.10	12.9	67.4	29.39	0.91	73.3	76.3	29.40
1.15	8.3	66.8	29.69	0.87	75.4	77.9	29.28
1.03	20.1	76.9	29.48	0.78	96.6	78.7	29.29
0.77	72.2	77.7	29.09	0.82	107.4	86.8	29.03
1.07	24.0	67.7	29.60	0.95	54.9	70.9	29.37

Source: Charles T. Hare, "Light-Duty Diesel Emission Correction Factors for Ambient Conditions," EPA-600/2-77-116. U.S. Environmental Protection Agency.

Data tersebut dimasukkan ke dalam file sebagai bentuk matriks augmented (bisa juga sebagai input dari keyboard) seperti pada gambar di bawah ini: Urutan dalam file (x1, x2, x3, y)

> 72.4 76.3 29.18 0.90 41.6 70.3 29.35 0.91 34.3 77.1 29.24 0.96 35.1 68.0 29.27 0.89 10.7 79.0 29.78 1.00 12.9 67.4 29.39 1.10 8.3 66.8 29.69 1.15 20.1 76.9 29.48 1.03 72.2 77.7 29.09 0.77 24.0 67.7 29.60 1.07 23.2 76.8 29.38 1.07 47.4 86.6 29.35 0.94 31.5 76.9 29.63 1.10 10.6 86.3 29.56 1.10 11.2 86.0 29.48 1.10 73.3 76.3 29.40 0.91 75.4 77.9 29.28 0.87 96.6 78.7 29.29 0.78 107.4 86.8 29.03 0.82 54.9 70.9 29.37 0.95

Dengan program yang dibuat, maka didapatkan hasil persamaan dan juga hasil dari nilai taksiran seperti pada gambar di bawah:

```
Pilihan: 2
Masukkan nama file: regresi.txt

Nilai yang ingin ditaksir
Masukkan nilai peubah x1: 50
Masukkan nilai peubah x2: 76
Masukkan nilai peubah x3: 29.30

Persamaan hasil regresi:
y = (-3.5119524) + (-0.0026243355)x1 + (7.99263E-4)x2 + (0.15429525)x3
Hasil taksiran menggunakan regresi linear berganda adalah 0.93842554

Simpan Hasil Interpolasi?(y/n)
```

Maka untuk humidity bernilai 50%, temperature 76°F dan tekanan udara sebesar 29.30, didapatkan nilai dari Nitrous Oxide sebesar 0.93842552.

BAB V

KESIMPULAN, SARAN, DAN REFLEKSI

5.1 Kesimpulan

- 1. Pada tugas ini, telah dibuat library yang secara khusus ditujukan untuk mengolah matriks dengan operasi-operasi yang biasanya digunakan secara manual.
- 2. Program telah dibuat dengan menggunakan bahasa Java dengan fungsionalitas mencari penyelesaian sistem persamaan linear dengan menggunakan metode eliminasi Gauss, eliminasi Gauss Jordan, metode invers matriks, dan juga metode Cramer. Program bisa menghitung determinan dari suatu matriks dengan menggunakan Operasi Baris Elementer (OBE) dan juga metode ekspansi kofator-minor. Program bisa mencari balikan dari sebuah matriks dengan menggunakan metode Gauss-Jordan dan metode Ajdoin. Program dapat melakukan operasi Interpolasi Polinom dan juga Regresi Linear Berganda untuk mencari persamaan yang merepresentasikan satu atau lebih variabel peubah.

5.2 Saran

Untuk pengalaman yang lebih baik, program bisa ditransformasikan agar menggunakan GUI seperti aplikasi pada umumnya. Program juga dapat dibangun secara lebih bersih dengan menghapus fungsi-fungsi yang tidak terpakai ataupun beberapa fungsi yang bisa disederhanakan menjadi lebih sedikit. Tipe data yang digunakan juga bisa diseragamkan untuk menghindari kesalahan yang tidak diinginkan.

5.3 Refleksi

Melalui tugas besar pertama ini, kami merasa menjadi lebih dekat dekat dunia keinformatikaan pada umumnya, dimana banyak hal yang telah dapat pelajari bukan hanya bagaimana membuat suatu program yang bisa mengatasi suatu masalah tertentu, tetapi juga belajar tentang bekerja sama dalam tim, melakukan pembagian tugas, koordinasi tentang progress kemajuan, debugging dan masih banyak hal lainnya.

Akan tetapi, dengan situasi online sedikit mempersulit koordinasi karena tidak bisa bertemu secara langsung. Waktu yang cukup singkat juga menjadi sedikit halangan karena program yang kami hasilkan tidak bisa dijamin sempurna tanpa kesalahan.

DAFTAR REFERENSI

Zainudin, A. *Penyelesaian Persamaan Linear Simultan Metode Eliminasi Gauss*. Metode Eliminasi Gauss. Retrieved 09 24, 2021, from

 $\frac{http://zai.lecturer.pens.ac.id/Kuliah/Workshop\%20Metode\%20Numerik/Teori/Metode\%20Eliminasi\%20}{Gauss.pdf}$

Elizabeth. *Cramer's Rule*. PurpleMath. Retrieved 09 24, 2021, from https://www.purplemath.com/modules/cramers.htm