HW #2 (due: Oct. 14th)

* **개인 과제**

Question 1: Exercise 19, (p. 109), ( 1 pt.)

Prove that if is divisible by 5, then n is divisible by 5. (Hint : Consider the contrapositive)

풀이)

: 이 5로 나누어 떨어진다. : 이 5로 나누어 떨어지지 않는다.(나머지 발생)

: n이 5로 나누어 떨어진다. : n이 5로 나누어 떨어지지 않는다.(나머지 발생)

“만약 n이 5로 나누어 떨어지지 않는다면, 은 5로 나누어 떨어지지 않는다.”가 True라면 이의 Contrapositive도 True로 성립됨을 이용하여 증명합니다.

n을 표현하는 식을 나타내게 되면

위의 식에서 r = 0이 되는 경우를 제외하고 n을 5로 나누었을 때 나머지가 가 나타나게 됨을 증명하면 됩니다.

1. n = 9인 경우,

(나머지 : 4)

(나머지 : 1)

1. n = -23인 경우,

(나머지 : 4)

이 외에도 5로 나누어 떨어지지 않는 모든 수를 테스트 할 경우, 그 수의 제곱 또한 5로 나누어 떨어지지 않음을 확인할 수 있습니다.

그러므로 Contrapositive인 “if is divisible by 5, then n is divisible by 5”가 True임을 증명할 수 있습니다.

Question 2: Exercise 5, (p. 122), ( 1 pt.)

Guess a closed formula, in terms of n, for the sequence given recursively by , and for . Use induction to prove your guess is correct. Hint : Write the first eight terms of the sequence. How do the terms relate to the sequence 1, 4, 9, 16, 25, 36, …?

풀이)

Recursive formula : ()

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Formula for | Value Calculated for |  | Is |
|  |  |  | Yes |
|  |  |  | Yes |
|  |  |  | Yes |
|  |  |  | Yes |
|  |  |  | Yes |
|  |  |  | Yes |
|  |  |  | Yes |
|  |  |  | Yes |
| … | … | … | … |
|  |  |  | Yes |

1부터 까지 반복해서 식이 True임을 확인하였고 Mathematical Induction에 의해 closed formula : ()입니다.

Question 3: Exercise 39 (p. 149), ( 1 pt.)

Prove that in any gathering of six people, there are either three people who are mutual friends (i.e., each pair are friends) or there are three people who are mutual strangers (i.e. each pair do not know each other). This is the easiest result in a field of mathematics called Ramsey theory.

풀이)

6명의 사람을 하나의 점(노란색 원)으로 생각하고 서로 친구 사이면 빨강색 실선으로, 서로 모르는 사이면 검정색 점선으로 연결하도록 설정한 후 랜덤적으로 그렸을 때, 같은 색상의 변들(빨강 or 검정)로 삼각형이 생기면 위의 말이 증명됨을 확인할 수 있습니다.

임의의 점 하나(A)를 잡게 되면 나머지 5개의 점들은 비둘기집 이론으로 인해 A와 같은 색상(빨강 or 검정)으로 이어지게 되는 점들은 3개가 있음을 확인할 수 있습니다.

위의 육각형 내에서 3명이서 서로 아는 사이인 경우의 수인 삼각형이 2개 생성됨을 확인할 수 있습니다.

위의 육각형 내에서 3명이서 서로 모르는 사이의 경우의 수인 삼각형이 3개 생성됨을 확인할 수 있습니다.

그러므로 6명이 모였을 때 3명끼리 서로 아는 사이의 사람들이 있거나 3명끼리 서로 모르는 사이의 사람들이 무조건 생성됨을 확인할 수 있습니다.