Nr 2ef-def

2) e

> Wie oft muss man diesen Würfel werfen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von wenigstens 95% mindestens eine Drei zu erzielen?

Gegeben ist von vorher:

- $Y:\text{"Anzahl 3-en"}$
- $P(3)=\frac{1}{3}$

  Gegeben aus der Aufgabe:
- $P(Y\geq 1)\geq 0,95$
- n-gesucht

Es gilt:

$$\begin{aligned} P(Y\geq 1) &\geq 0,95 \\ 1-P(Y<1) &\geq 0,95 \\ 1-P(Y=0) &\geq 0,95 && \mid -1 \\ -P(Y=0) &\geq -0,05 && \mid \cdot(-1) \\ P(Y=0) &\leq 0,05 \end{aligned}$$

Weil Y binomialverteilt ist, gilt für $P(Y=k)=\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$

$$\begin{aligned} P(Y=0) &\leq 0,05 \\ \underbrace{\binom{n}{0}}_{=1}\cdot\underbrace{\left(\frac{1}{3}\right)^0}_{=1}\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)^{n-0} &\leq 0,05 \\ 1\cdot 1\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^n &\leq 0,05 \\ \left(\frac{2}{3}\right)^n &\leq 0,05 \end{aligned}$$

Folgend wird der ln benutzt, um den Exponenten n aus der Potenz zu entfernen. Es gilt für allgemeine Logarithmen:

$$\ln(a^b)=b\cdot\ln(a)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{2}{3}\right)^n &\leq 0,05 && \mid \ln \\ n\cdot\ln\left(\frac{2}{3}\right) &\leq \ln(0,05) && \mid \div\ln\left(\frac{2}{3}\right) \end{aligned}$$

Für Werte zwischen 0 bis 1 ist der $\ln$ negativ. Bei Ungleichungen wird bei einer Division oder Multiplikation hier die Ungleichung umgedreht

$$\begin{aligned} n &\geq \frac{\ln(0,05)}{\ln\left(\frac{2}{3}\right)}\approx 7,288 \\ n &\geq 8 \end{aligned}$$

Weil n nur ganze Zahlen beinhalten kann, muss der Würfel mindestens 8 mal geworfen werden, damit die Bedingungen der Aufgabe erfüllt sind.

---

f)

$P(D)=\binom{3}{1}\cdot\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^2=0,347\overline{2}$

$P(E)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{36}$

$P(D)=3\cdot\frac{1}{6}\cdot(\frac{5}{6})^2\approx 0{,}35$ $\quad$ $P(E)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{36}\approx 0{,}028$

$P(F)=(\frac{1}{2})^3+(\frac{1}{2})^2\cdot\frac{1}{3}+(\frac{1}{2})^2\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{2}\cdot(\frac{1}{3})^2+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{2}\cdot(\frac{1}{6})^2+(\frac{1}{3})^3+(\frac{1}{3})^2\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{3}\cdot(\frac{1}{6})^2+(\frac{1}{6})^3$

$=\frac{45}{108}\approx 0{,}42.$