

Zeigen Sie, dass die Ebene E die Kugel K schneidet, und bestimmen Sie den Mittelpunkt und den Radius des Schnittkreises.

- $K : (x_1 + 3)^2 + (x_2 - 4)^2 + (x_3 - 2)^2 = 15$
- $E : 3x_1 - 2x_2 - 6x_3 = -53,5$
 - $E_0 : \frac{1}{7} \cdot [3x_1 - 2x_2 - 6x_3 + 53,5] = 0$

Aus K erkennt man: $M(-3 \mid 4 \mid 2)$

Zu zeigen ist, dass der Abstand des Mittelpunktes zu E kleiner als der Radius ist.

$$\begin{aligned} d(M; E) &= \left| \frac{1}{7} \cdot [3 \cdot (-3) - 2 \cdot 4 - 6 \cdot 2 + 53,5] \right| \\ &= \left| \frac{1}{7} \cdot 24,5 \right| \\ &= 3,5 < \sqrt{15} \end{aligned}$$

Für den Mittelpunkt des Schnittkreises gilt:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OM'} &= \overrightarrow{OM} + \vec{n} \cdot \frac{d - \vec{n} \circ \overrightarrow{OM}}{|\vec{n}|^2} \\ &= \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -6 \end{pmatrix} \cdot \frac{-1}{2} \\ &= \begin{pmatrix} -4,5 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Der Radius des Kreises ist durch $r' = \sqrt{r^2 - d^2}$ beschrieben, wobei dadurch $r' = \sqrt{15 - 12,25} = \frac{\sqrt{11}}{2} \approx 1,658$ ist.
