Seite 194 Nr. 9a)

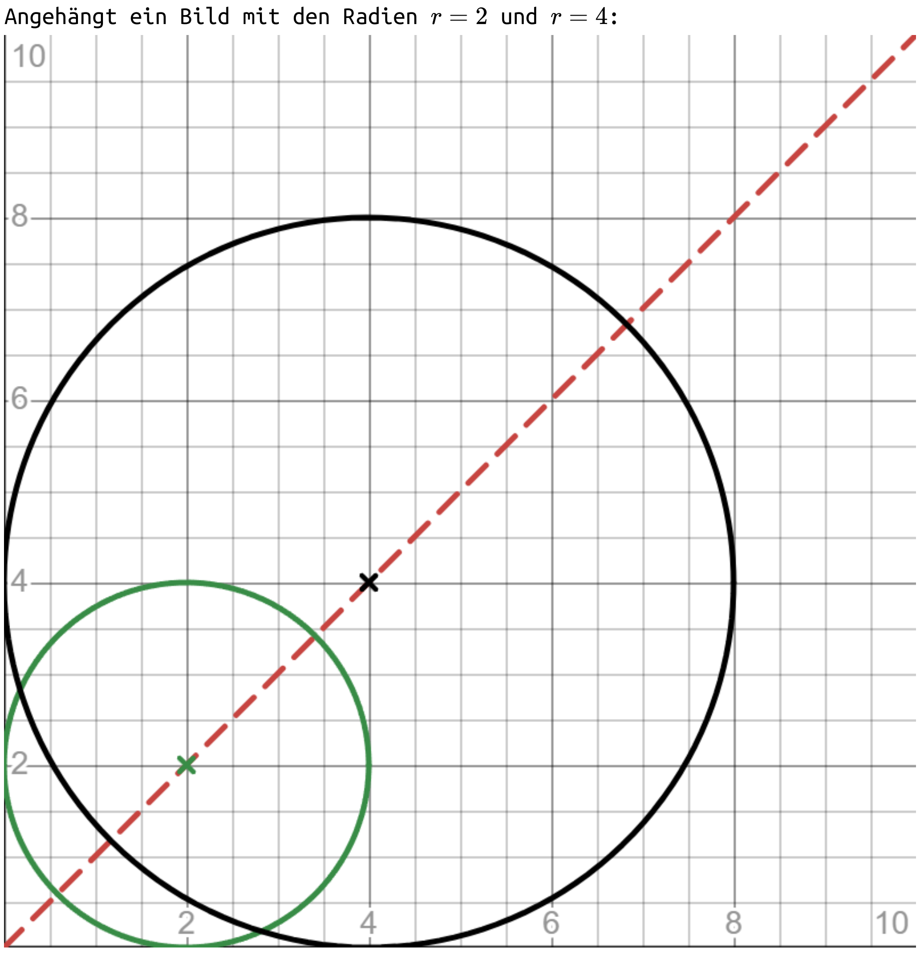
> Bestimmen Sie einen Kreis, der

---

a)

> beide Koordinatenachsen berührt und durch den $P(1 \mid 2)$ geht.

Alle geeigneten Mittelpunkte, die Kreise dieser Berührungsbedingung erfüllen, haben die Form $M(m \mid m)$, da der Berührungspunkt den kleinsten Abstand zu M haben muss. Folglich ist dadurch der Radius $r = m$, durch die jeweiligen Achsenkomponenten von M.
Angehängt ein Bild mit den Radien $r = 2$ und $r = 4$:



Man erkennt, wie die beiden Kreise die beiden Koordinatenachsen nur berühren. Nun müssen aus den unendlich vielen r die gesucht werden, bei denen der Punkt $P(1 \mid 2)$ auf dem Kreis ist.

> Ein Kreis mit Radius m und Mittelpunkt $M(m \mid m)$ besitzt einen Punkt $P(1 \mid 2)$ genau dann, sobald die Gleichung $(1-m)^2 + (2-m)^2 = m^2$ erfüllt ist. Folglich muss diese Gleichung nur gelöst werden.

Ein genereller Kreis mit diesen Eigenschaften (Radius und Mittelpunkt) wird durch $(x_1 - m)^2 + (x_2 - m)^2 = m^2$ ausgedrückt. Setzen wir nun den Punkt P in x_1 und x_2 ein, so erhalten wir eben das folgende:

$$\begin{aligned} (1-m)^2 + (2-m)^2 &= m^2 \\ 1 - 2m + m^2 + 4 - 4m + m^2 &= m^2 \\ m^2 - 6m + 5 &= 0 \\ m_{1;2} &= 3 \mp 2 \end{aligned}$$

Also $m_1 = 1$ und $m_2 = 5$
Es folgen daher zwei Kreise mit den gesuchten Eigenschaften:

- $K_1 : (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 = 1$
- $K_2 : (x_1 - 5)^2 + (x_2 - 5)^2 = 25$
