

Bestimmen Sie eine Koordinatengleichung der Tangentialebene im Punkt B an die Kugel K .

a)

- $K: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix} \right]^2 = 25$
- $B(1 \mid 9 \mid -5)$

Hier gilt für Tangentialebenen an den Punkt B und Mittelpunkt M :

$$\begin{aligned} \left(\underbrace{\overrightarrow{OB}}_{=\begin{pmatrix} 1 \\ 9 \\ -5 \end{pmatrix}} - \underbrace{\overrightarrow{OM}}_{=\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}} \right) \circ \vec{x} &= \left(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OM} \right) \circ \overrightarrow{OB} \\ \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix} \circ \vec{x} &= \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 \\ 9 \\ -5 \end{pmatrix} \\ 4x_2 - 3x_3 &= 51 \end{aligned}$$

b)

- $K: (x_1 - 7)^2 + (x_2 - 3)^2 + (x_3 - 1)^2 = 81$
- $B_1(1 \mid -3 \mid 4)$
- $B_2(10 \mid 9 \mid 7)$

Hier gilt für Tangentialebenen an den Punkt B_1 und Mittelpunkt M :

$$\begin{aligned} \left(\underbrace{\overrightarrow{OB_1}}_{=\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}} - \underbrace{\overrightarrow{OM}}_{=\begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}} \right) \circ \vec{x} &= \left(\overrightarrow{OB_1} - \overrightarrow{OM} \right) \circ \overrightarrow{OB_1} \\ \begin{pmatrix} -6 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix} \circ \vec{x} &= \begin{pmatrix} -6 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix} \\ -6x_1 - 6x_2 + 3x_3 &= 24 \end{aligned}$$

Hier gilt für Tangentialebenen an den Punkt B_2 und Mittelpunkt M :

$$\begin{aligned} \left(\underbrace{\overrightarrow{OB_2}}_{=\begin{pmatrix} 10 \\ 9 \\ 7 \end{pmatrix}} - \underbrace{\overrightarrow{OM}}_{=\begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}} \right) \circ \vec{x} &= \left(\overrightarrow{OB_2} - \overrightarrow{OM} \right) \circ \overrightarrow{OB_2} \\ \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix} \circ \vec{x} &= \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 10 \\ 9 \\ 7 \end{pmatrix} \\ 3x_1 + 6x_2 + 6x_3 &= 126 \end{aligned}$$