Seite 220 Nr. 1c) und 2ab)

1

> Bei einem Bernoulli-Versuch wird ein Signifikanztest mit Stichprobenumfang n durchgeführt. Bestimmen Sie den Verwerfungsbereich und die Irrtumswahrscheinlichkeit für $\alpha = 5\%$ und $\alpha = 1\%$.

---

c)

$$H_0 : p = \frac{2}{3}; \quad n = 50$$

Für $\alpha = 5\%$ gilt:
Linke Seite: $P(X \leq g_1) \leq 0,025$
Rechte Seite: $P(X \geq g_2) \leq 0,025$

> Aufstellung des linken kritischen Wertes:

$$\begin{aligned} P(X \leq g_1) &\leq 0,025 \qquad \mid \boxed{\text{Menü},\ 7\,,\downarrow,\ 1,\ 1,26,=,50,\frac{2}{3}} \\ P(X \leq 26) &\approx 0,0222 \leq 0,025 \end{aligned}$$

V_l ist also $[0;26]$.

> Aufstellung des rechten kritischen Wertes:

$$\begin{aligned} P(X \geq g_2) &\leq 0,025 \\ 1 - P(X \leq g_2 - 1) &\leq 0,025 \qquad \mid -1 \quad \mid \cdot(-1) \\ P(X \leq g_2 - 1) &\geq 0,975 \end{aligned}$$

Der Taschenrechner gibt für $k = 39$ den kleinsten Wert an, somit ist $V_r = [40;50]$.
Daraus ergibt sich für den Verwerfungsbereich $V = [0;26] \cup [40;50]$.

Für $\alpha = 1\%$ gilt:
Linke Seite: $P(X \leq g_1) \leq 0,005$
Rechte Seite: $P(X \geq g_2) \leq 0,005$

> Aufstellung des linken kritischen Wertes:

$$\begin{aligned} P(X \leq g_1) &\leq 0,005 \qquad \mid \boxed{\text{Menü},\ 7\,,\downarrow,\ 1,\ 1,24,=,50,\frac{2}{3}} \\ P(X \leq 24) &\approx 0,00492 \leq 0,005 \end{aligned}$$

V_l ist also $[0;24]$.

> Aufstellung des rechten kritischen Wertes:

$$\begin{aligned} P(X \geq g_2) &\leq 0,005 \\ 1 - P(X \leq g_2 - 1) &\leq 0,005 \qquad \mid -1 \quad \mid \cdot(-1) \\ P(X \leq g_2 - 1) &\geq 0,995 \end{aligned}$$

Der Taschenrechner gibt für $k = 42$ den kleinsten Wert an, somit ist $V_r = [43;50]$.
Daraus ergibt sich für den Verwerfungsbereich $V = [0;24] \cup [43;50]$.

2

> Laura behauptet, dass Lukas mit seinem gezinkten Würfel würfelt, der nicht die zu erwartende Anzahl Sechsen würfelt. Um die Behauptung zu testen, wirft sie Lukas' Würfel n-mal. Wie ist beim Signifikanzniveau 5% zu entscheiden, wenn dabei k Sechsen fallen?

a)

Gegeben ist $n = 25$ und $k = 6$.
$X : \textit{Anzahl } 6$.
Daraus folgen die Hypothesen:

$$\begin{aligned} H_0 &: p = \frac{1}{6} \\ H_1 &: p \neq \frac{1}{6} \end{aligned}$$

Für $\alpha = 5\%$ gilt:
Linke Seite: $P(X \leq g_1) \leq 0,025$
Rechte Seite: $P(X \geq g_2) \leq 0,025$

> Aufstellung des linken kritischen Wertes:

$$\begin{aligned} P(X \leq g_1) &\leq 0,025 \qquad \mid \boxed{\text{Taschenrechner}} \\ P(X \leq 0) &\approx 0,0105 \leq 0,025 \end{aligned}$$

$$g_1 = 0$$

Daraus folgt für den linken Verwerfungsbereich $V_l = [0]$.

> Aufstellung des rechten kritischen Wertes:

$$
\begin{aligned}
P(X \geq g_2) &\leq 0,025 \\
1 - P(X \leq g_2 - 1) &\leq 0,025 \qquad \mid -1 \quad \mid \cdot(-1) \\
P(X \leq g_2 - 1) &\geq 0,975 \qquad \mid \boxed{\text{Taschenrechner}} \\
P(X \leq 8) \approx 0,984 &\geq 0,975
\end{aligned}
$$

$$g_2 = 9$$

Daraus folgt für den rechten Verwerfungsbereich $V_r = [9; 25]$.
Ein Würfel heißt gezinkt, sobald dieser nach 25 würfen ein Element aus $V = [0] \cup [9; 25]$ als Anzahl an 6-en ergibt.
Mit $k = 6$ gilt $k \notin V$, wodurch dieser Würfel nach $\alpha = 5\%$ nicht gezinkt ist.

---

b)

Gegeben ist $n = 50$ und $k = 12$.
$X : Anzahl\ 6$.
Daraus folgen die Hypothesen:

$$
\begin{aligned}
H_0 : p &= \frac{1}{6} \\
H_1 : p &\neq \frac{1}{6}
\end{aligned}
$$

Für $\alpha = 5\%$ gilt:
Linke Seite: $P(X \leq g_1) \leq 0,025$
Rechte Seite: $P(X \geq g_2) \leq 0,025$

> Aufstellung des linken kritischen Wertes:

$$
\begin{aligned}
P(X \leq g_1) &\leq 0,025 \qquad \mid \boxed{\text{Taschenrechner}} \\
P(X \leq 3) \approx 0,0238 &\leq 0,025
\end{aligned}
$$

$$g_1 = 3$$

Daraus folgt für den linken Verwerfungsbereich $V_l = [0; 3]$.

> Aufstellung des rechten kritischen Wertes:

$$
\begin{aligned}
P(X \geq g_2) &\leq 0,025 \\
1 - P(X \leq g_2 - 1) &\leq 0,025 \qquad \mid -1 \quad \mid \cdot(-1) \\
P(X \leq g_2 - 1) &\geq 0,975 \qquad \mid \boxed{\text{Taschenrechner}} \\
P(X \leq 14) \approx 0,986 &\geq 0,975
\end{aligned}
$$

$$g_2 = 15$$

Daraus folgt für den rechten Verwerfungsbereich $V_r = [15; 50]$.
Ein Würfel heißt gezinkt, sobald dieser nach 50 würfen ein Element aus $V = [0; 3] \cup [15; 50]$ als Anzahl an 6-en ergibt.
Mit $k = 12$ gilt $k \notin V$, wodurch dieser Würfel nach $\alpha = 5\%$ nicht gezinkt ist.
