Seite 163 Nr. 1) 2) 3ab) 4ab) 5ae) Seite 164 Nr. 7)

1

> Bestimmen Sie mit dem Taschenrechner die folgenden Werte.

$$\begin{aligned} a) &\quad \Phi(0,5) \approx 0,6915 \\ b) &\quad \Phi(1,63) \approx 0,9484 \\ c) &\quad \Phi(-1,04) \approx 0,1492 \\ d) &\quad \Phi\left(-\frac{2}{3}\right) \approx 0,2524 \end{aligned}$$

2

> Bestimmen Sie x mithilfe des Taschenrechners.

$$\begin{aligned} a) &\quad \Phi(x) = 0,9082 \\ &\quad x \approx 1,3298 \\ b) &\quad \Phi(x) = 0,2420 \\ &\quad x \approx -0,6999 \\ c) &\quad \Phi(x) \geq 0,0055 \\ &\quad x \gtrsim -2,543 \\ d) &\quad \Phi(x) < 0,0668 \\ &\quad x \lesssim -1,5001 \end{aligned}$$

3

> Eine Zufallsgröße ist $B_{225;0,5}$-Verteilt. Berechnen Sie näherungswese.

$$\begin{aligned} a) \quad P(X \leq 108) = P(0 \leq X \leq 108) &\approx \Phi\left(\frac{k_2 + 0,5 - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{k_1 - 0,5 - \mu}{\sigma}\right) \\ &= \Phi\left(\frac{108 + 0,5 - 112,5}{7,5}\right) - \Phi\left(\frac{0 - 0,5 - 112,5}{7,5}\right) \\ &= \Phi\left(-\frac{8}{15}\right) - \Phi\left(-\frac{226}{15}\right) \\ &\approx 0,2969 \\ b) \quad P(X > 110) = P(111 \leq X \leq 225) &\approx \Phi\left(\frac{k_2 + 0,5 - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{k_1 - 0,5 - \mu}{\sigma}\right) \\ &= \Phi\left(\frac{225 + 0,5 - 112,5}{7,5}\right) - \Phi\left(\frac{111 - 0,5 - 112,5}{7,5}\right) \\ &= \Phi\left(\frac{226}{15}\right) - \Phi\left(-\frac{4}{15}\right) \\ &\approx 0,6051 \end{aligned}$$

4

> Eine Zufallsgröße ist $B_{1200;0,6}$-Verteilt. Berechnen Sie näherungswese.

$$\begin{aligned} a) \quad P(X \leq 700) = P(0 \leq X \leq 700) &\approx \Phi\left(\frac{k_2 + 0,5 - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{k_1 - 0,5 - \mu}{\sigma}\right) \\ &= \Phi\left(\frac{700 + 0,5 - 720}{12\sqrt{2}}\right) - \Phi\left(\frac{0 - 0,5 - 720}{12\sqrt{2}}\right) \\ &= \Phi\left(-\frac{13\sqrt{2}}{16}\right) - \Phi\left(-\frac{1439\sqrt{2}}{48}\right) \\ &\approx 0,1253 \\ b) \quad P(X > 730) = P(731 \leq X \leq 1200) &\approx \Phi\left(\frac{k_2 + 0,5 - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{k_1 - 0,5 - \mu}{\sigma}\right) \\ &= \Phi\left(\frac{1200 + 0,5 - 720}{12\sqrt{2}}\right) - \Phi\left(\frac{731 - 0,5 - 720}{12\sqrt{2}}\right) \\ &= \Phi\left(\frac{961\sqrt{2}}{48}\right) - \Phi\left(\frac{7\sqrt{2}}{16}\right) \\ &\approx 0,2681 \end{aligned}$$

5

> Eine Zufallsgröße ist $B_{50;0,6}$-Verteilt. Berechnen Sie näherungswese.

$$\begin{aligned} a) \quad P(X = 15) &\approx \frac{1}{\sigma} \cdot \varphi_{\mu;\sigma}(k) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{15-30}{2\sqrt{3}}\right)^2} \\ &= \frac{\sqrt{6\pi}}{12\pi} \cdot e^{-\frac{75}{8}} \\ &\approx 0,000009768 \\ e) \quad P(X = 28) &\approx \frac{1}{\sigma} \cdot \varphi_{\mu;\sigma}(k) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{28-30}{2\sqrt{3}}\right)^2} \\ &= \frac{\sqrt{6\pi}}{12\pi} \cdot e^{-\frac{1}{6}} \\ &\approx 0,09748 \end{aligned}$$

7

a)

> Eine Zufallsgröße X ist $B_{50;0,7}$-Verteilt. Berechnen Sie $P(37 \leq X \leq 40)$

$$\begin{aligned}
\text{(1) Exakt} \qquad & P(37 \leq X \leq 40) = P(X \leq 40) - P(X \leq 36) \\
& = F_{50;0,7}(40) - F_{50;0,7}(36) \\
& \approx 0,28765 \\
\text{(2) Näherung mit Korrektur} \qquad & P(37 \leq X \leq 40) \approx \Phi\left(\frac{k_2 + 0,5 - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{k_1 - 0,5 - \mu}{\sigma}\right) \\
& = \Phi\left(\frac{40 + 0,5 - 35}{\frac{\sqrt{42}}{2}}\right) - \Phi\left(\frac{37 - 0,5 - 35}{\frac{\sqrt{42}}{2}}\right) \qquad \boxed{\sigma = \frac{\sqrt{42}}{2} > 3} \\
& = \Phi\left(\frac{11\sqrt{42}}{42}\right) - \Phi\left(\frac{\sqrt{42}}{14}\right) \\
& \approx 0,27690 \\
\text{(3) Näherung ohne Korrektur} \qquad & P(37 \leq X \leq 40) \approx \Phi\left(\frac{k_2 - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{k_1 - \mu}{\sigma}\right) \\
& = \Phi\left(\frac{40 - 35}{\frac{\sqrt{42}}{2}}\right) - \Phi\left(\frac{37 - 35}{\frac{\sqrt{42}}{2}}\right) \qquad \boxed{\sigma = \frac{\sqrt{42}}{2} > 3} \\
& = \Phi\left(\frac{5\sqrt{42}}{21}\right) - \Phi\left(\frac{2\sqrt{42}}{21}\right) \\
& \approx 0,207136
\end{aligned}$$

b)

> Um wie viel Prozent steigt der Fehler der Näherung an, wenn man auf die Korrektur der Integrationsgrenzen verzichtet?

$$\begin{aligned}
\xi &= \frac{\Phi\left(\frac{11\sqrt{42}}{42}\right) - \Phi\left(\frac{\sqrt{42}}{14}\right) - [F_{50;0,7}(40) - F_{50;0,7}(36)]}{F_{50;0,7}(40) - F_{50;0,7}(36)} - \frac{\Phi\left(\frac{5\sqrt{42}}{21}\right) - \Phi\left(\frac{2\sqrt{42}}{21}\right) - [F_{50;0,7}(40) - F_{50;0,7}(36)]}{F_{50;0,7}(40) - F_{50;0,7}(36)} \\
&\approx \frac{0,27690 - 0,28765}{0,28765} - \frac{0,207136 - 0,28765}{0,28765} \\
&\approx \frac{34882}{143825} \approx 0,242531
\end{aligned}$$

Beim weglassen der Integrationsgrenzen steigt der Fehler um ungefähr $24,25\%$.
