

Die Punkte $A(1 \mid 2 \mid 5)$, $B(3 \mid 4 \mid -1)$, $C(2 \mid 0 \mid 3)$ und $D(3 \mid 1 \mid 0)$ sind Eckpunkte eines Trapezes. berechnen Sie seinen Flächeninhalt

$$\begin{aligned} A_{ABCD} &= A_{ABC} + A_{ACD} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left[\left| \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} \right| \right] + \frac{1}{2} \cdot \left[\left| \overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{AD} \right| \right] \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left[\left| \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} \right| + \left| \overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{AD} \right| \right] \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left[\left| \begin{pmatrix} 3-1 \\ 4-2 \\ -1-5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2-1 \\ 0-2 \\ 3-5 \end{pmatrix} \right| + \left| \begin{pmatrix} 2-1 \\ 0-2 \\ 3-5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3-1 \\ 1-2 \\ 0-5 \end{pmatrix} \right| \right] \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left[\left| \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -6 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix} \right| + \left| \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -5 \end{pmatrix} \right| \right] \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left[\left| \begin{pmatrix} -16 \\ -2 \\ -6 \end{pmatrix} \right| + \left| \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \right| \right] \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left[\sqrt{(-16)^2 + (-2)^2 + (-6)^2} + \sqrt{8^2 + 1^2 + 3^2} \right] \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left[\sqrt{(-16)^2 + (-2)^2 + (-6)^2} + \sqrt{8^2 + 1^2 + 3^2} \right] = \frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{74} = 1,5\sqrt{74} \approx 12,9035 \text{ [FE]} \end{aligned}$$
