

## Lista VII

### Tarefa de leitura:

1. GY seções 10.1 a 10.4.

### Problemas para o dia 1º de novembro

1. Partindo da expressão para o potencial vetor

$$\vec{A}(\vec{x}, t) = \sum_{\vec{k}} \sum_{\alpha} \sqrt{\frac{\hbar c}{2kV}} [e^{ikx} a_{\vec{k}\alpha} \vec{e}_{\alpha} + \text{hermitiano conjugado}]$$

onde  $kx = \vec{k} \cdot \vec{x} - \omega_k t$ . Obtenha em termos dos operadores de criação e destruição

- (a)  $\vec{E}$ ;
- (b)  $\vec{B}$ ;
- (c) o momento linear

$$\vec{P} = \frac{1}{2c} \int d^3x [\vec{E} \wedge \vec{B} - \vec{B} \wedge \vec{E}] .$$

2. Mostre que

$$\left[ \vec{x} \wedge (\vec{E} \wedge \vec{B}) \right]_i = \vec{E}_{\ell} (\vec{x} \wedge \nabla)_i \vec{A}_{\ell} - \nabla_{\ell} (\vec{E}_{\ell} \epsilon_{ijk} \vec{x}_j \vec{A}_k) + \epsilon_{i\ell k} \vec{E}_{\ell} \vec{A}_k$$

O último termo desta expressão independe da origem do sistema de coordenadas e representa o spin do fóton. Escreva o operador associado a este termo como função dos operadores de criação e destruição.

3. Utilizando a base de helicidade para as polarizações, obtenha que

$$\vec{J} \cdot \frac{\vec{k}}{k} = |\vec{k}\lambda\rangle = \hbar\lambda |\vec{k}\lambda\rangle .$$

4. Mostre que o operador operador linear é o gerador de translações, i.e.,

$$T(\vec{s}) = e^{-i\vec{s} \cdot \vec{P}/\hbar}$$

é tal que

$$T^{\dagger}(\vec{s}) \vec{E}(\vec{r}, t) T(\vec{s}) = \vec{E}(\vec{r} - \vec{s}, t)$$

5. Calcule os seguintes comutadores:

(a)  $[B_j(\vec{r}_1, t_1), B_\ell(\vec{r}_2, t_2)]$

(b)  $[E_j(\vec{r}_1, t_1), B_\ell(\vec{r}_2, t_2)]$