Lista IX

Tarefa de leitura:

1. Sakurai seções 5.5 a 5.8.

Problemas para entregar dia 2 de julho

1. Considere um sistema de dois níveis com uma hamiltoniana $H = H_0 + H_1$ onde
$$H_0 = -\alpha B_0 \sigma_3$$
e
$$H_1 = -\alpha B_1 \left[\sigma_1 \ \cos(\omega t) + \sigma_2 \ \sin(\omega t)\right] \ .$$
Inicialmente ($t = 0$) o sistema encontra-se no estado
$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \ .$$
   (a) Obtenha a solução exata deste problema.
   (b) Utilizando teoria de perturbação dependente do tempo até primeira ordem obtenha uma solução aproximada do problema.
   (c) Comparando o resultados de (a) e (b) discuta a validade da aproximação utilizada.

2. Obtenha a regra áurea de Fermi utilizando teoria de perturbação dependente do tempo até segunda ordem para uma perturbação constante, i.e., mostre que
$$\Gamma_{i \to n} = \frac{2\pi}{\hbar} \rho(E_i) \left| \langle n|V|i\rangle + \sum_m \frac{\langle n|V|m\rangle\langle m|V|i\rangle}{E_i - E_m} \right|^2$$
Dica: tome na representação de Schrödinger $V(t) = V_0 e^{\eta t}$, o tempo inicial $t_0 = -\infty$ e o limite $\eta \to 0$.

Problemas para as discussões

1. Um átomo de hidrogênio no estado fundamental é colocado entre as placas de um capacitor. O campo elétrico uniforme no espaço possui a seguinte dependência temporal:

$$\vec{E} = \begin{cases} 0 & \text{para } t < 0 \\ E_0 \; \vec{k} \; e^{-t/\tau} & \text{para } t > 0 \end{cases}$$

   onde $E_0 > 0$. Usando teoria de perturbação dependente do tempo calcule a probabilidade do átomo ser encontrado em cada um dos estados $2p$ para $t >> \tau$. Repita o cálculo para o estado $2s$.

2. Considere uma partícula movendo em uma dimensão sob a ação de um potencial independente do tempo. Assuma que os níveis de energia e os respectivos autoestados são conhecidos para este potencial. Esta partícula também está sujeito ao potencial dependente do tempo

$$V(t) = A\delta(x - ct) \ .$$

   Admitindo que a partícula estava no estado fundamental para $t = -\infty$, obtenha a probabilidade da partícula ser encontrada em um estado excitado.

3. Considere um oscilador harmônico unidimensional de massa m e freqüência ω_0. Para $t < 0$ a partícula encontra-se no estado fundamental. Para $t > 0$ existe um potencial dependente do tempo

$$V(t) = F_0 x \cos(\omega t)$$

   onde F_o é uma constante real. Obtenha o valor esperado da posição para $t > 0$ usando teoria de perturbação dependente do tempo. O seu resultado é válido para $\omega \simeq \omega_0$?