

SUMARI

1. Introducció

2. Literatura i història

2.1 Els laberints en les diferents civilitzacions

2.2 Llegendes

- El laberint de Creta (història i estudi)
- Altres laberints (estudi)

3. Explicació del programa utilitzat per a fer els algoritmes

4. Mètodes de resolució de laberints

3.1 Mètodes possibles de resolució

3.2 Mètodes utilitzats per resoldre laberints

5. Generació de laberints

5.1 Mètodes possibles

5.2 Explicació dels programes desenvolupats per generar laberints

6. Conceptes relacionats amb els laberints

6.1 Aspectes tècnics

6.2 Història i mitologia

7. Conclusió

8. Fonts d'informació

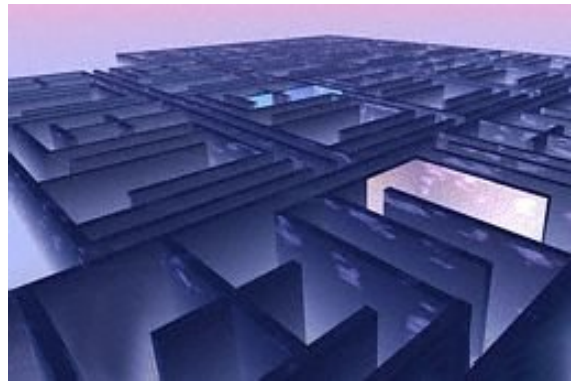
8.1 Llibres consultats

8.2 Planes web visitades



1. INTRODUCCIÓ

En aquest treball ens proposem arribar a descobrir tots els secrets que els laberints amaguen i, d'aquesta manera, poder crear un programa per ordinador generador de laberints i un altre que els solucioni. La part més interessant del treball és la que dedicarem a la recerca de sistemes per resoldre laberints i us proposarem diversos mètodes que haguem desenvolupat.



Laberint en 3D

Abans de començar, ens hem d'ambientar una mica en el tema i és per això que explicarem què són els laberints, què vol dir resoldre un laberint i quins són els tres tipus de laberints que existeixen. Un laberint és un circuit aïllat de l'exterior constituït per multitud de camins que es van encreuant o bé que no tenen sortida i amb un punt a partir del qual es desenvolupa el laberint i amb un altre punt que és on s'acaba. Anomenarem resoldre un laberint al mètode que ens permet arribar a un punt generalment anomenat **acabament** des d'un **punt inicial**.

Els diferents tipus de laberints són els següents:

- **El laberint Grec:** és un laberint que no té pèrdua ja que s'entra, s'arriba al centre i llavors, des d'aquí, es va a la sortida. Un clar exemple d'aquest tipus de laberint és el de Creta, al cor del qual hi ha el Minotaure (meitat home, meitat toro), el resultat de la unió de la dona de Minos i el sagrat toro blanc. Teseu el va matar i va sortir del laberint usant l'anomenat fil d'Ariadna, ja que va ser ella qui va tenir la idea. El títol del treball és la paraula *laberints* en grec

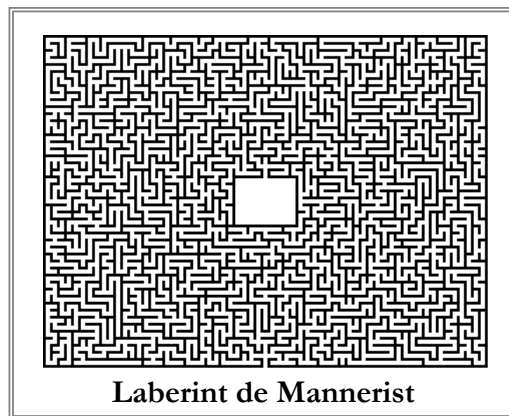


Laberint de Creta

(*labyrinthos*) ja que on trobem els primers laberints és en aquest país i hem cregut que és una paraula representativa del tema que tractarem.

- **El laberint de Rizoma:** està constituït per camins que estan tots connectats entre ells; no té centre, perifèria ni sortida ja que és infinit.

- **El laberint de Mannerist:** si el desenredem veiem que té una forma d'arbre; és una estructura amb arrels. Només té una sortida i et pots equivocar; és per això que per no perdre's es necessari el fil d'Ariadna. Per sortir-ne és necessari aplicar la tècnica de l'assaig i de l'error.



Després d'haver explicat això, és necessari remarcar també que els laberints poden ser classificats tenint en compte les següents característiques: la *dimensió*, la *tipologia*, els *trets destacats dels camins* i segons *com s'han generat*. A continuació analitzarem aquests temes i en donarem exemples representatius.

El primer que tractarem és la **dimensió**, és a dir, en quantes dimensions està el laberint que estudiem. En aquest apartat trobarem quatre classes diferents:

- **2D:** molts laberints estan en aquesta dimensió, ja sigui en un paper o bé en la vida quotidiana, i es poden desplegar fàcilment sobre un full de paper. Podem 'viatjar' per ells sense que els camins es sobreposin.

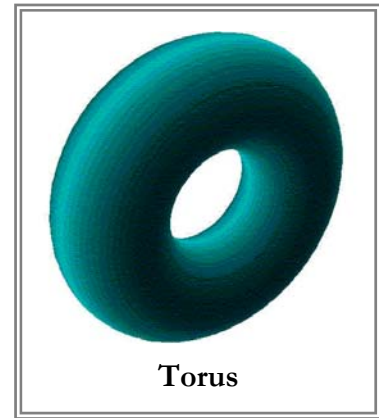
- Per acabar aquest apartat anomenarem uns laberints que els podríem incloure en els de dues dimensions però que van una mica més enllà ja que tenen un petit matís. Els camins es poden sobreposar, molts cops no tenen sortida i també apareixen ponts connectant una part de l'estructura amb l'altra.

- **3D:** un laberint en tres dimensions és aquell que té més d'un pis i on els camins han de anar cap amunt i cap avall. El podem representar com una sèrie de laberints en 2D posats un a sobre de l'altre i amb escales indicant si puja o baixa.

- **n dimensions:** un altre grup que hauríem de considerar és el de laberints que tenen quatre o més dimensions. Són com els de 3D però amb unes portes especials que permeten viatjar al passat o al futur.

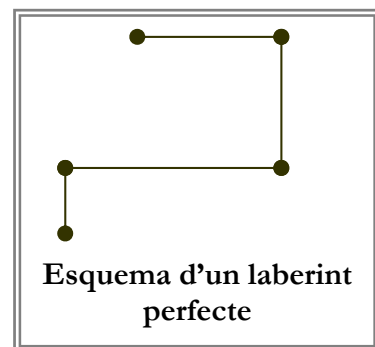
La **topologia** d'un laberint és el que descriu la geometria en el qual es troba el laberint. Tot seguit veurem els dos grans grups que podem formar:

- En primer lloc anomenar el normal, és a dir el que està en espai Euclidià.
- També existeixen laberints amb una topologia anormal, que són els que tenen els extrems connectats a través de cares. En són exemple els que estan en la superfície d'un cub o d'un torus. En aquest últim cas, els extrems de la dreta i de l'esquerra s'uneixen i els de dalt i els de baix també es troben. En el gràfic de la dreta veiem una figura anomenada torus; si en la seva superfície hi hagués un laberint que el recobris completament, llavors l'hauríem de classificar en el grup que estem explicant.



Passem ara a parlar d'una altra classificació de laberints que es refereix al **tipus de camins** respecte a la geometria definida en les categories precedents.

- El primer que tractarem és el que podem considerar perfecte, és a dir, que no té cap circuit tancat ni àrees inaccessibles; també se'ls anomena de connexió simple. De cada punt surt només un camí fins arribar a un altre punt, la qual cosa significa que només hi ha una solució.



- Un altre tipus que incloem en aquest grup són els laberints que tenen forma de trena i el més destacat és que no tenen cap camí sense sortida. Els camins s'entrecreuen i formen una mena de xarxa. Un laberint d'aquest tipus, si està ben fet, pot arribar a ser més difícil encara que un de perfecte.

- També hi ha laberints sense cap unió: hi ha un sol camí en forma de serp que recorre tota la superfície donant voltes. No és difícil que a la meitat de camí donis mitja volta accidentalment i tornis al principi.

En aquest últim grup tractarem els laberints segons com s'han **generat**. Hi ha dues maneres molt diferenciades per crear un laberint: es poden afegir parets en un

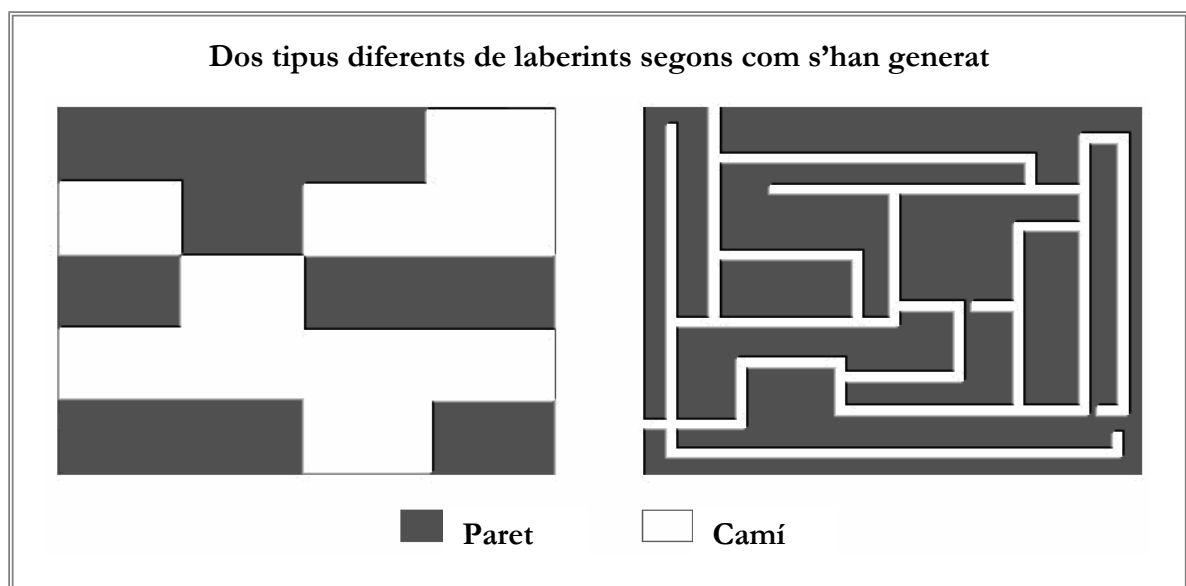
escenari buit o bé es poden perforar camins en un escenari format per paret. Més endavant, en l'apartat de generació de laberints, hi trobareu dos programes per crear laberints que utilitzen aquests dos mètodes.

- Afegir parets: es comença en un escenari buit o bé rodejat de paret i s'hi van afegint parets. En la vida real, un laberint format per bardisses l'hem de classificar en aquest apartat.

- Perforar camins: es comença en un escenari format per un bloc sòlid de paret i s'hi perforen camins. En la vida real, els túnels d'una mina en són un bon exemple.

- Existeix, evidentment, un altre apartat en el qual hi posaríem els laberints formats utilitzant els dos mètodes ja explicats: el de perforar camins i el d'afegir parets.

En el gràfic que es troba a continuació veiem els dos laberints; un d'ells està generat de manera que s'han anat afegint parets a un espai buit. El segon és un bloc de paret perforat per múltiples camins.



2. LITERATURA I HISTÒRIA

2.1 Els laberints en les diferents civilitzacions

Els laberints es remunten en la història com a mínim 4000 anys. Durant els primers 3000 consistien en un sol camí enroscat, sense unions. Aquests laberints no eren enigmes, però en canvi servien pels rituals i les processons.



Nucli d'un laberint

En la mitologia grega, el Minotaure va viure dins del laberint de Creta i va ser mort finalment per Teseu, trencant així de manera simbòlica la dominació del rei Minos de Cnossos. En els temps romans, els laberints van ser utilitzats en els mosaics que feien de paviment. Aquests mosaics eren normalment quadrats i normalment es trobava la imatge del Minotaure, o de Teseu matant-lo, al centre. Els camins que rodejaven la imatge van formar un model atractiu.

En una altra part d'Europa, les tradicions laberíntiques també van sorgir. A Escandinàvia s'han trobat més de 600 laberints de pedra a la mar Bàltica, la major part d'ells a Suècia. Es diu que molts van ser fets per pescadors, que caminaven a través d'ells desitjant una bona pesca i un retorn segur. Anglaterra conté molts laberints que són, possiblement, creats pels colons del nord. A França, a partir del segle XIII, es van posar com a paviment de les catedrals gòtiques els laberints catòlics medievals.

Els jardins formals es van establir a tota Europa i eren utilitzats com a protecció dels animals salvatges o bé per mantenir en bones condicions els camps de cultiu. Els laberints de bardisses van esdevenir un entreteniment per als reis i prínceps i es trobaven en els palaus més rics. Aquesta tendència va aparèixer probablement en el renaixement italià, amb la imitació dels

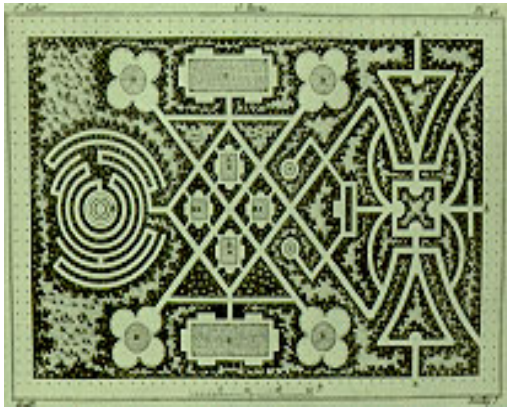


Laberint de bardisses a Anglaterra

laberints clàssics amb l'estil dels de la Roma Imperial. En el segle XIX, les riqueses de la revolució industrial van proporcionar les bases d'una indústria d'oci i es van

construir nous laberints de bardisses en els parcs i altres llocs per l'entreteniment del públic en general. No obstant, aquests laberints van quedar molt malmesos i descuidats fruit de la primera i la segona guerra mundial, encara que se'n van fer de nous a partir dels anys 80.

2.2 Llegendes



Laberint d'un manuscrit Àrab

Els laberints apareixen en les llegendes de les més antigues civilitzacions del món antic com un motiu de distinció i han tingut sempre un misteri i secrets amagats. Un clar exemple és el laberint de Creta, que explicarem i analitzarem a continuació, o d'altres trobats a Palestina. Abans de tot, comentarem els quatre grans laberints de l'antiguitat.

En primer lloc, trobem el laberint **Egipci**, el qual era un edifici envoltat per una sola paret, amb 1500 habitacions sobre el terra i unes altres 1500 sota el terra. Era un centre sepulcral pels reis i pels sagrats cocodrils en el 2300 aC. També hi ha el laberint de **Creta** que ja comentarem més endavant i el laberint de **Lemnian**, construït amb un disseny semblant al de l'Egipci. L'últim tipus és el laberint **Italià**, format per una sèrie de càmeres en la part més baixa de la tomba de Porsena a Clusium, particularment difícil de resoldre.

El laberint de Creta

A continuació explicarem breument la història del laberint de Creta i més endavant l'estudiarem, fixant-nos en la forma i en com el podem obtenir.

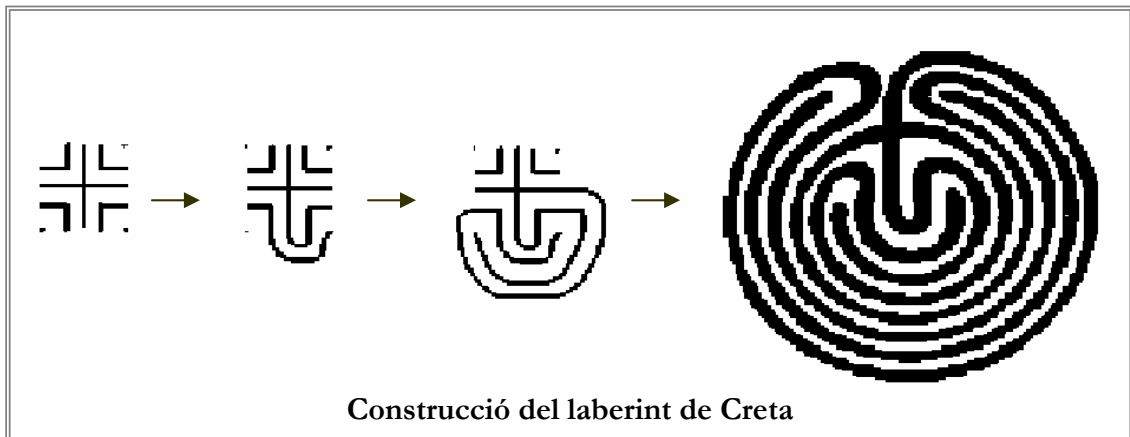
• Història

Dèdal, un heroi mític cretenc, es va refugiar a Creta, on va ser acollit per Minos, el qual li va encomanar la construcció del famós laberint. Allà va ser reclòs, juntament amb el seu fill Ícar, quan més tard es va enemistar amb Minos, però va aconseguir escapar-se'n per mitjà d'unes ales artificials fetes de plomes i cera. Dins del laberint hi havia també un monstre mític de cos humà i cap de toro: el

Minotaure; aquest va ser tancat per Minos, que estava horroritzat per l'existència d'un tal monstre. Cada nou anys li oferia set donzelles i set joves atenesos, fins que Teseu, ajudat per Ariadna, el va matar.

• Estudi

El laberint de Creta pot ser dibuixat com a un joc. Comença amb un encreuament, quatre els i quatre punts com es veu en el dibuix que hi ha a continuació. Després s'ajunta un extrem d'una ela mitjançant un arc amb un punt i un extrem de l'encreuament del centre amb una ela. Si anem fent aquest procés repetidament el que obtenim és un laberint que pot ser completament travessat per un simple camí començant des de fora i acabant al centre.



Aquest laberint ha de ser per força molt antic ja que el disseny de forma rectangular va aparèixer al darrere d'una làpida d'argila trobada a les ruïnes del palau del rei Néstor a Pylos (a Grècia). Si tenim en compte les teories de Hermann Kern, la làpida, que mesurava 7 per 5,7 centímetres, va ser endurida en l'incendi que va destruir el palau cap al 1200 aC. Les marques estan fetes de manera que suggereixen que va ser dibuixat des del nucli, com en la figura anterior.



Altres Laberints

Recentment (29/9/92) el New York Times, en un informe de les excavacions a la ciutat palestina de Ashkelon, a Israel, va aportar una informació molt valuosa en la investigació sobre el laberint de Creta. Lawrence Stager va fer aquesta fotografia d'un fragment de terrisseria trobat a les ruïnes; era una còpia del nucli del laberint de

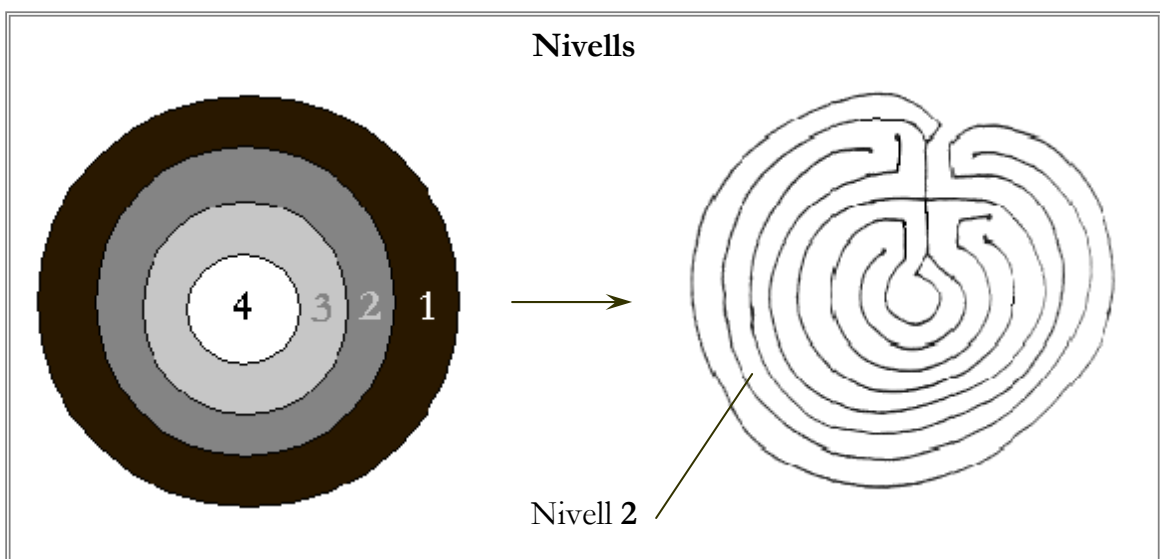
Creta. La capa que es va trobar és de més o menys el 604 aC; és aquest el cas més antic conegut del nucli de Creta. El text que l'acompanya ens ajuda a comprendre que aquest i altres dissenys demostrin les influències gregues a la cultura Palestina.



• Estudi

Aquí trobem un altre model de laberint simple, el laberint de Jericó. Aquest laberint apareix en molts manuscrits hebreus medievals. Encara que aquest laberint s'assembla superficialment al laberint de Creta, una comparació més profunda mostra que són bastant diferents. Abans de continuar, és necessari fer la següent consideració: entenem per nivell cada una de les 'capes' que té un laberint fins arribar al centre. El laberint de Jericó té set nivells, mentre que el de Creta en té vuit; en tots dos, el camí va directament al nivell tres (contant el de fora com 0), però en el de Creta torna endarrera a través dels nivells u i dos, mentre que el de Jericó continua en els nivells quatre i cinc abans de tornar al primer i al segon. Les seqüències de nivells són: Creta 0-3-2-1-4-7-6-5-8/ Jericó 0-3-4-5-2-1-6-7.

Les propietats que aquests dos laberints comparteixen, i que serveixen per definir un tipus de laberints amb una simple descripció matemàtica, poden ser resumides per anomenar-los **simples**, **alterns** i **directes**.



Els anomenarem laberints **directes** perquè el camí no té bifurcacions, no hi ha cap moment en el qual haguem d'escollir. Per exemple, aquests dos laberints no són

directes: en el primer, es pot sortir pel mateix camí pel qual has entrat; en l'altre, hi ha moments on el que està intentant trobar la solució ha de triar per quin camí desviar-se.



Laberint de Jericó

També els podem anomenar **alterns** ja que el laberint està distribuït en un cert nombre de nivells paral·lels o concèntrics, i el camí adequat canvia de direcció cada vegada que canvia de nivell. Per exemple, aquest laberint, el qual representa el plànol de Constantinoble en un llibre de geografia àrab medieval, té diferents nivells però no és altern: la seva seqüència de nivells és 0-3-4-5-6-7-8-9-10-1-2-11 i no pot ser considerada com una seqüència pròpia d'un laberint altern perquè quan passem del nivell 10 al nivell 1, la direcció no canvia.

Simples perquè el camí fa un cercle complet per passar d'un nivell a un altre; es passa per un nivell només una vegada. En canvi, el laberint que es mostra a la dreta, que era utilitzat com a paviment en les catedrals i esculpit en un pilar de la Catedral de Lucca, no és simple: hi ha quatre llocs diferents en cada 'capa' on el camí pot canviar de nivell. Aquest laberint sembla haver aparegut com a una elaboració cristiana i ampliació del disseny de Creta i els seus descendents romans. El nou disseny era remarcablement persistent, la qual cosa queda demostrada en manuscrits medievals que són del segle IX.



Laberint de Lucca

3. EXPLICACIÓ DEL PROGRAMA UTILITZAT PER A FER ELS ALGORITMES

Per fer els programes de generació i de resolució de laberints hem utilitzat el *Turbo Pascal 7.0* combinant-lo amb una unitat anomenada *nova7* que proporciona un entorn de programació més senzill per a una fase d'aprenentatge. Aquesta unitat està inspirada en *Karel el robot* i es basa en un subjecte anomenat *Nooky* que és una mena de cursor al qual donem ordres. El *Nooky* es troba en un escenari, que és un conjunt d'objectes que constitueixen l'ambient pel qual es mourà el subjecte; pot deixar o agafar objectes, girar, avançar o mirar què té davant d'ell. A més de les ordres normals del *Turbo Pascal*, n'hi ha de noves, específiques per treballar amb la unitat *nova7*, que són perfectament compatibles i que ens ofereixen més possibilitats.

Després d'haver fet els primers treballs en l'entorn d'aprenentatge *La ciutat invisible*, que ens ha ajudat a introduir-nos en el món de la programació, hem volgut aprofitar al màxim possible aquesta oportunitat i no només desenvolupar un projecte de fi de curs, sinó provar si som capaços de fer un veritable treball de recerca.

4. MÈTODES DE RESOLUCIÓ DE LABERINTS

4.1 Mètodes possibles de resolució

Existeixen dos mètodes per resoldre laberints depenent de si ens mirem un laberint com a una unitat o si ens el mirem com a un conjunt de unitats. En el primer d'ells, comencem en un punt determinat i es tracta d'arribar al següent per tal d'anar de l'inici a l'acabament; en l'altre el que es fa és mirar tot el laberint i anar invalidant passatges, amb la qual cosa, al final només quedarà la solució.

Els algoritmes de resolució de laberints poden ser classificats pels següents criteris: **la velocitat** que necessita l'algoritme per trobar la solució, així doncs, sempre és proporcional a la mida del laberint i/o a les condicions de l'ordinador; **la memòria** externa i/o de pila que el programa necessita per la seva execució; també hem d'incloure un altre factor que és la **capacitat de l'home** per aplicar aquell algoritme en la resolució d'un laberint, ja sigui mirant un plànol o en una versió en mida real. A continuació en presentem uns quants amb característiques diferenciades.

- **Omplir els camins sense sortida:** aquest és un algoritme simple, molt ràpid i que no utilitza memòria extra. Només és necessari examinar el laberint, omplir els camins sense sortida i els passatges abans d'arribar a l'encreuament. Al final només quedarà la solució, o les solucions si n'hi ha més d'una. Aquest algoritme sempre buscarà l'única solució en els laberints perfectes però no farà gran cosa en un laberint-trena i, evidentment, serà totalment ineficaç en un laberint que no tingui camins sense sortida.

- **Resseguir la paret:** és un altre algoritme de resolució de laberints simple: molt ràpid i no és necessària memòria suplementària. Comença seguint el camí i cada vegada que hi ha un encreuament, gira a la dreta (o a l'esquerra). És equivalent a un humà intentant solucionar un laberint amb el braç dret (o esquerre). Si es vol, es poden marcar els llocs que s'han visitat i els que s'han visitat dues vegades de manera que al final es pugui refer el camí, passant pels llocs visitats una sola vegada. Aquest mètode no trobarà el camí més curt ni funcionarà massa bé en els laberint que tenen l'acabament al centre i un circuit tancat al seu voltant.

- **Refer camins:** és un mètode ràpid per tots els tipus de laberints, utilitza memòria en funció de les dimensions del laberint i la solució que troba no és necessàriament la més curta. Es tracta d'intentar moure's en les quatre direccions; es traça una línia quan es prova una nova direcció, s'esborra si el que hi ha és un cul-de-sac i, finalment, obtenim una solució simple. Aquest algoritme trobarà sempre una solució però no serà necessàriament la més curta.

- **L'algoritme de Tremaux:** aquest mètode de resolució està dissenyat per poder ser utilitzat per un humà quan està dins d'un laberint. És similar al de refer camins i trobarà una solució per a tots els tipus de laberints: mentre caminem per un passatge hem de traçar una línia darrere nostre per marcar el camí. Si trobem un camí sense sortida ens hem de donar la volta i tornar pel camí per on hem vingut; si trobem un encreuament que no hem visitat abans, escollim un camí a l'atzar; si anem per un nou camí i si trobem un encreuament que ja hem visitat, l'hem de considerar un camí sense sortida i donar mitja volta (això evita d'anar donant voltes en cercles o camins perduts en un laberint-trena); si caminem per un camí ja visitat (és a dir, senyalat una vegada) i trobem un encreuament, hem d'agafar un nou camí si existeix i si tots ja han estat visitats, hem d'anar per un camí antic pel qual haguem passat una vegada. Tots els camins que encara estiguin buits seran aquells pels quals no haurem passat, els que tinguin una sola marca seran els recorreguts una vegada i els que tinguin un senyal doble faran referència a les ocasions en què hem hagut de refer el camí en la direcció oposada. Quan arribem finalment a la solució, els camins marcats un cop senyalaran la solució del laberint. Si no té solució, ens trobarem que els camins amb dos senyals ens portaran a l'inici.

- **Eliminar col·lisions:** aquest mètode buscarà les solucions més curtes. És ràpid per tots els tipus de laberints i requereix com a mínim una còpia d'aquest a la memòria. Bàsicament inunda el laberint amb 'aigua' de manera que totes les distàncies des de l'inici s'omplen al mateix temps i cada vegada que dues 'columnes' d'aigua uneixen dos passatges pels seus respectius acabaments (indicant una volta), s'afegeix una paret a l'original. Una vegada totes les parts del laberint estan omplertes, s'ha de repetir el procés fins que no hi hagi més col·lisions.

- **Cercador del camí més curt:** com el nom indica, aquest algoritme troba la solució més curta escollint una si n'hi ha unes quantes. També és ràpid i necessita una mica de memòria extra proporcional a les dimensions del laberint. Com en el cas anterior, inunda el laberint però cada píxel o gota 'recorda' quin altre píxel havia estat omplert per ell. Un cop un píxel arriba a l'acabament, fa un camí tornant enrera fins a l'inici i aquest és el camí més curt.

- **Atzar:** en contrast amb els altres algoritmes, aquí trobem un mètode de resolució de laberints que es basa en moure's a l'atzar. Això significa desplaçar-se en una direcció i seguir el passatge passant tots els encreuaments fins que s'arriba a la següent unió; no s'ha de fer cap gir de 180 graus fins que no sigui necessari. Podríem dir que aquest programa simula un humà sense memòria d'on ha estat recorrent el laberint, amb la qual cosa és lent i no es garanteix l'arribada a l'acabament. Una vegada solucionat el laberint, serà gairebé impossible refer els passos; no obstant és molt simple i no requereix cap complement de memòria.

4.2 Mètodes utilitzats per resoldre laberints

Els algoritmes que presentem a continuació i d'altres que explicarem en l'apartat de generació de laberints han estat creats prèviament de manera individual i més endavant els hem reunit per crear l'arxiu *algoritm.pas*.

- **Resoldre laberints creats afegint paret a un escenari buit**

Aquest algoritme és molt senzill; es tracta d'omplir tots els espais d'un determinat laberint d'aquest tipus. El que fa és fixar unes coordenades a l'atzar x i y i a partir d'aquestes, posar un senyal per allà on ha passat. Un cop posat el senyal, aplica el mateix procediment per la mateixa coordenada x i per la coordenada $y+1$, després per la $y-1$, $x-1$, $x+1$... Així successivament fins que ha passat per totes les caselles que hi ha i ha omplert (i recorregut) absolutament tot el laberint. És un mètode recursiu en el qual el procediment *omple* es va cridant a ell mateix.

- **Resoldre laberints creats perforant un bloc de paret**

Per resoldre laberints d'aquest tipus l'algoritme que utilitzem és el mateix ja que en tots dos casos, resol el laberint. L'única modificació que hem aplicat al programa

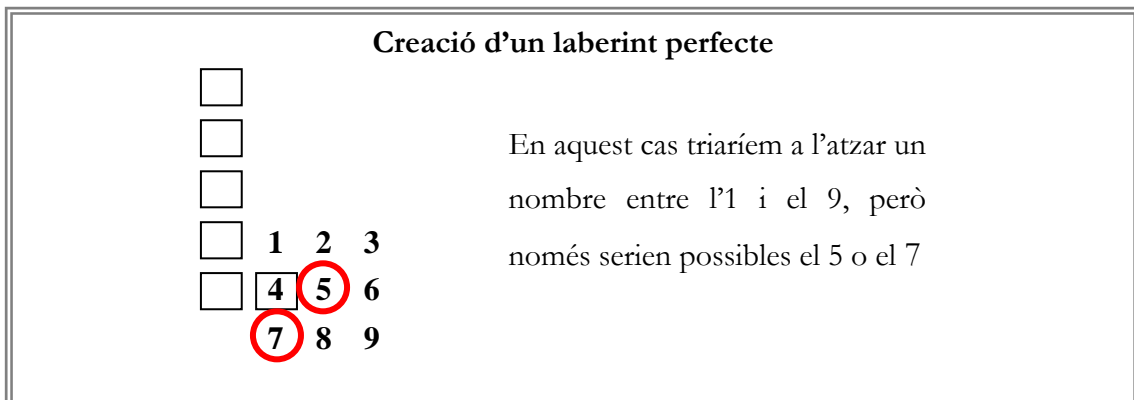
és que en el moment en el qual vegi l'objecte clau, doni com a acabada la resolució. Tot i això, al principi havíem posat la condició de que si veia clau s'aturés després d'haver preguntat si en la coordenada en la qual es trobava hi havia terra, amb la qual cosa el procediment *omple* no acabava mai i la pila s'anava carregant fins que no aguantava més. És per aquesta raó que ens vàrem adonar que aquesta condició havia d'estar abans de preguntar si hi havia terra i, efectivament, va funcionar.

5. GENERACIÓ DE LABERINTS

5.1 Mètodes possibles

Així com quan resollem laberints, el fet de generar-ne inclou moltes possibilitats diferents i que corresponen a un model determinat de laberint. Per crear laberints perfectes, laberints-trena, en tres dimensions o bé amb un sol encreuament es pot fer de les següents maneres:

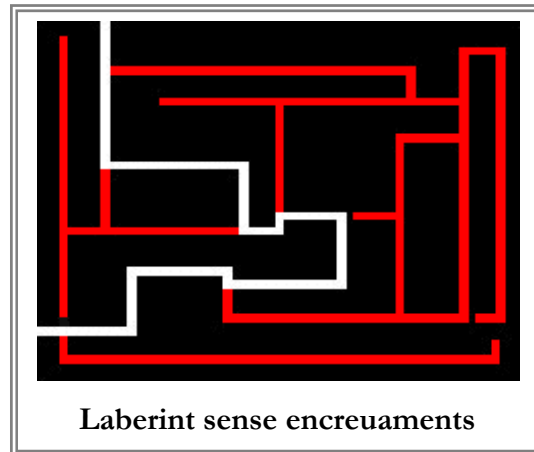
Si el que volem és generar un laberint **perfecte** hem de començar a l'exterior de la pantalla i anar afegint trossos de paret que es vagin tocant, de manera que sigui un procediment fet a l'atzar. Hem de seguir afegint parets a l'atzar, però assegurant-nos de que cada nou tros toqui únicament el segment anterior, evitant així que es tanqui el laberint; en resum, escull en quina direcció anirà el següent segment. Aquest càlcul fa que no es creïn àrees inaccessibles en el laberint, amb la qual cosa, aquest sistema produeix un laberint perfecte.



Crear un **laberint-trena** (és a dir, que no tingui camins sense sortida), és molt senzill: només hem d'afegir a l'atzar diferents segments de paret per tot el laberint, assegurant-nos de que cada segment no causarà un cul-de-sac. Hi ha un sistema molt pràctic que consta de tres parts:

1. Rodejar tot el laberint amb paret, inclosos els seus vèrtex.
2. Afegir parets aleatòriament sense crear camins sense sortida.
3. Després d'haver fet el laberint utilitzar una utilitat anomenada *remover* que consisteix en treure parets per tal de no crear un laberint que no es pugui solucionar.

Per generar un laberint **sense encreuaments**, agafem un laberint perfecte i bloquegem tots els camins que deriven del principal, tal i com s'ha fet en el gràfic que presentem a continuació. El resultat és que els encreuaments anteriors es convertiran en dos girs en forma de U.



Els laberints en **3 dimensions** es poden fer d'una manera tan simple com creant un en 2 dimensions i en cada punt o quadrat imaginari, dibuixar un cub.

5.2 Explicació dels programes desenvolupats per generar laberints

Com ja hem comentat anteriorment, els algorismes que presentem a continuació i d'altres que hem explicat en l'apartat de resolució de laberints han estat creats prèviament de manera individual i més endavant els hem reunit per crear l'arxiu *algoritm.pas*.

• Afegir parets

En aquest programa de generació de laberints el que fem és crear-ne un afegint parets en un escenari inicialment buit. És un programa senzill i el que fa és el següent: escull unes coordenades a l'atzar i comprova que el que hi hagi en aquest lloc determinat sigui terra. Si és així, hi deixarà una paret; en el cas contrari, tornarà a generar a l'atzar unes noves coordenades. Aquest procés es repeteix tants cops com parets vulguem que hi hagi.

A l'hora d'executar aquest programa el que ens trobarem és un escenari amb una multitud de petits laberints ja que és possible que determinats espais quedin tancats; això dependrà de les parets que haguem posat.

• Perforar camins

Contràriament al cas anterior, en aquest programa comencem amb un bloc de paret. El que farem és anar perforant-lo i crearem d'aquesta manera camins que formaran un laberint.

Aquest algoritme genera un determinat nombre de segments que estan excavats en un bloc de paret i que queden lligats entre ells de manera que formen una mena de xarxa. El nombre de segments depèn del nivell escollit: per exemple, quan més segments hi hagi més dificultat tindrà el laberint i quan més curts siguin, més encreuaments i, en conseqüència, més complex de resoldre serà. Per evitar que es formin camins dobles, hem fet que, abans d'agafar una unitat de paret i posar-hi terra, miri què hi ha en les caselles que l'envolten de manera que si hi ha terra no perfori la paret i torni endarrere.

• Generador manual

En aquest cas, és l'usuari el que farà el nou laberint. El programa consisteix en un escenari ple de paret en el qual un cursor pot anar perforant la paret i formant camins per on desitgi. A més, es pot afegir una clau un cop acabat el disseny del laberint, la qual serà utilitzada en el programa de resolució per indicar l'acabament. Com en tots els altres programes, el laberint es podrà guardar en forma d'arxiu d'extensió *.scn*.

6. CONCEPTES RELACIONATS AMB ELS LABERINTS

6.1 Aspectes tècnics

Aquests conceptes que presentem a continuació fan referència a tipus de laberints o coses que podem trobar o fer dins d'aquest entorn. És per això que si es presenta algun dubte de significat al llarg de la lectura d'aquest treball només cal consultar les següents pàgines.

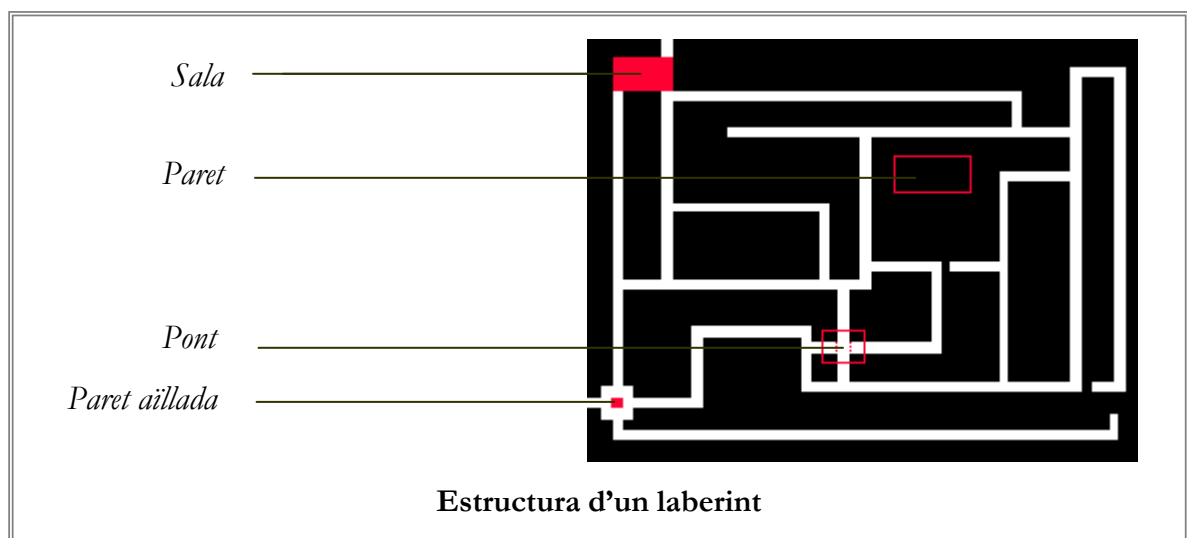
- **Acabament:** punt o àrea al qual intentem arribar quan solucionem un *laberint*.
- **Bloc:** paret al final d'un camí sense sortida que bloqueja el pas i t'obliga a *desfer el camí*.
- **Camí:** conjunt de passatges; l'objectiu d'un *laberint* és trobar un camí de l'inici a l'arribada.
- **Camí sense sortida (o cul-de-sac):** camí bloquejat de manera que s'ha de refer per poder-ne sortir.
- **Cantonada:** punt en un *laberint* en el qual un camí o una paret fa un gir. Normalment el gir és un angle recte però no sempre.
- **Cel·la:** punt en un *laberint*. Cada cel·la té zero o més camins que surten.
- **Circuit tancat:** camí que connecta amb ell mateix formant una corba tancada.
- **Cruïlla:** punt en un *laberint* en el qual quatre camins es troben, o dos camins es tallen, normalment en angle recte. També pot voler dir un punt on tres o més camins es troben.
- **Delta:** *laberint* que està format per triangles sobreposats. El nom ve de la forma de la lletra de l'alfabet grec.
- **Desfer un camí:** acte de donar-se la volta i refer el camí. Podem ésser obligats a fer-ho (per exemple quan ens trobem amb un *camí sense sortida*) o bé pot ser decisió nostra.
- **Entrada:** punt d'*inici* quan aquest punt està a la *paret límit*.
- **Illa:** *paret aïllada*.
- **Inici:** punt o àrea des d'on comencem a resoldre un *laberint*.

- **Laberint:** circuit constituït per multitud de camins que s'entrecreuen o bé que no tenen sortida; hi ha un punt a partir del qual es desenvolupa el laberint i un altre que indica el seu acabament.

- **Laberint amb normes:** *laberint* en el qual hi ha normes preestablertes que defineixen com et pots moure.

- **Laberint dirigit:** *laberint* que només es pot recórrer en una sola direcció.

- **Laberint perfecte:** *laberint* que no té cap circuit tancat ni àrees inaccessibles; també se'l pot anomenar de connexió simple. De cada punt surt només un camí fins arribar a un altre punt, la qual cosa significa que només hi ha una solució.



- **Laberint segmentat:** *laberint* que té diferents tipus de seccions amb estils diferents o bé passa d'un estil a un altre entre dues seccions.

- **Laberint-serp:** laberint que consta d'un sol camí en forma de serp que recorre tota la superfície donant voltes.

- **Laberint-trena:** laberint en forma de trena que no té cap camí sense sortida. Els camins s'entrecreuen i formen una mena de xarxa. Un *laberint* d'aquest tipus pot arribar a ser més difícil encara que un de *perfecte*.

- **Omega:** *laberint* que té camins en forma de reixa; es pot obtenir sobreposant triangles o hexàgons. El nom ve de l'última lletra de l'alfabet grec.

- **Paret:** mur en un *laberint* que no es pot travessar per resoldre'l. Poden estar físicament construïts, de manera que bloquegen el camí o simplement com a indicació de que no pots passar per un camí determinat.

- **Paret límit:** paret que forma part del perímetre d'un *labyrinth* i que delimita un camí només per un dels seus costats.

- **Paret aïllada:** secció de paret que està desconnectada de la resta del *labyrinth* de manera que forma un *circuit tancat* al seu voltant.

- **Pont:** punt en un *labyrinth* que es creua per sobre d'un altre; no hi ha cap manera d'anar d'un camí a aquest punt.

- **Sala:** espai obert molt més ample que un camí; les sales serveixen normalment per indicar les zones d'*inici* i d'*acabament*.

- **Sigma:** *labyrinth* que està format per hexàgons sobreposats. El nom ve de la lletra majúscula de l'alfabet grec, la qual té angles horitzontals i diagonals que s'assemblen als d'un hexàgon.

- **Solució:** camí en un *labyrinth* que va de l'*inici* a l'*acabament*.

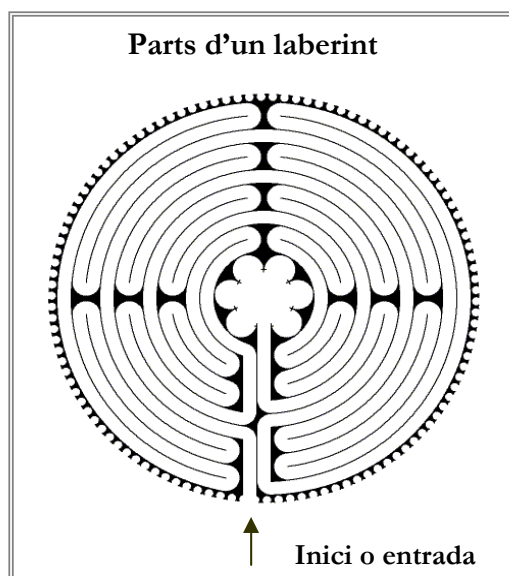
- **Solucionar:** trobar la solució d'un *labyrinth*.

- **Sortida:** punt d'*arribada* quan aquest punt està a la *paret límit*.

- **Textura:** estil dels camins que formen un *labyrinth*.

- **Theta:** *labyrinth* que està format per camins disposats en cercles concèntrics on, normalment, l'*inici* o l'*acabament* es troben al centre. El nom ve de la forma circular de la lletra majúscula grega.

- **Zeta:** *labyrinth* que forma una reixa de forma quadrada que permet camins en diagonal, a més a més de camins verticals i horitzontals. El nom ve de la forma de zeta de la lletra majúscula de l'alfabet grec.



6.2 Història i mitologia

Els conceptes que explicarem a continuació fan referència a diferents classes de laberints reals que s'utilitzaven per propòsits espirituals. Aquests inclouen, entre d'altres, el mite grec de Teseu i el Minotaure.

- **Andrògeos:** fill de *Minos*, rei de Creta; va ser mort als jocs d'Atenes. Per venjar-lo, *Minos* va imposar als atenesos el tribut anual de set joves i set donzelles destinats a ser devorats pel *Minotaure*.

- **Ariadna:** filla del rei Minos; va permetre a Teseu sortir del laberint de Creta ja que va lligar a l'entrada un cabdell de fil que va anar desenrotllant de manera que fos més fàcil sortir-ne. Es va enamorar de Teseu i va abandonar Creta amb ell.

- **Cnossos:** ciutat de Creta que conté el palau del rei *Minos* i, possiblement, el laberint.

- **Dèdal:** heroi mític cretenc que va construir el famós laberint de Creta a petició de *Minos*. Va ser tancat a dins, juntament amb el seu fill *Ícar*, quan més tard es va enemistar amb *Minos*; tanmateix, va aconseguir sortir-ne mitjançant unes ales artificials fetes de cera i plomes.



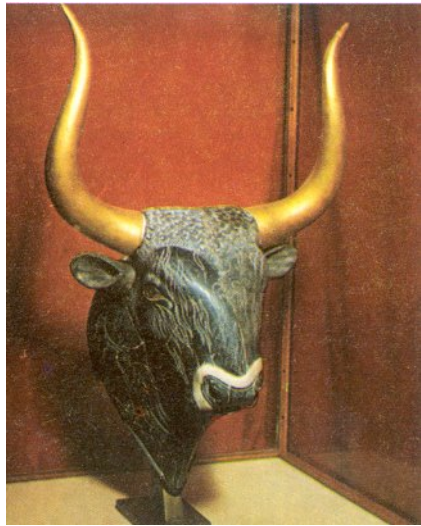
- **Egeu:** rei d'Atenes i pare de *Teseu*. Creient, erròniament, que el seu fill havia estat vençut en una expedició contra el *Minotaure*, es va tirar al mar que, des d'aleshores, porta el seu nom.

- **Ícar:** fill de *Dèdal* que va ser tancat juntament amb el seu pare en el laberint de Creta. Va aconseguir fugir-ne gràcies a unes ales que ell li va fabricar però havent-se acostat massa al Sol, es van fondre i va caure a la mar anomenada, en record seu, mar de Icària.

- **Laberint clàssic:** laberint format per set anelles i que ha estat representat per diferents cultures en tot el món al llarg de centenars d'anys.

- **Laberint de Creta:** laberint format per deu anelles i quatre quadrants.

- **Laberint de Chartres:** laberint format per onze anelles i quatre quadrants. és conegut ja que hi ha un altre laberint del mateix tipus en el terra de la catedral de Chartres a França, el qual és utilitzat per propòsits espirituals.



Cap de toro de Cnossos

- **Labrys:** destrat sagrada utilitzada per l'antiga civilització Minoica; és l'arrel de la paraula 'laberint'

Minos: rei de l'illa grega de Creta, fill de Zeus i d'Europa i espòs de **Pasífae**. Per assegurar-se el favor de Posidó li va demanar que li tornés el toro que li havia sacrificat; però, havent mancat a la promesa feta al déu, va ser castigat amb el naixement del **Minotaure**.

- **Minotaure:** monstre de cos humà i cap de toro, nascut de la unió de *Pasífae*, muller de *Minos*, amb el toro que el déu Posidó, a precs del rei, li havia enviat.

- **Pasífae:** muller del rei *Minos*; després de que el rei rebutgés sacrificar un toro a Posidó, els déus van fer que la reina *Pasífae* s'enamorés del toro. Van tenir com a fill el *Minotaure*.

- **Teseu:** fill del rei *Egeu* que es va oferir a entrar al laberint amb el risc de ser mort. Va lluitar, va matar-lo i se'n va anar amb *Ariadna*.

7. CONCLUSIÓ

Durant el temps que hem estat fent aquest treball han sorgit nombroses dificultats que no esperaven però les hem anat resolent mica en mica. Pensàvem que seria una feina entretinguda però no massa costosa però com és d'esperar en un treball d'aquest tipus, en el qual a més hi ha una part relacionada amb la informàtica, molts són els dubtes que se'ns han plantejat i que hem hagut de solucionar. A més, un vegada teníem enllestida una part del treball, veiem que era millorable i hi introduïem noves aplicacions. Això ens va passar sobretot a l'hora de fer els algoritmes, els quals han quedat força complets segons el nostre criteri.

Pel que fa a l'aspecte de l'aprenentatge, és necessari dir que, els programes desenvolupats a l'ordinador han fet que aprenguéssim conceptes importants de programació i d'utilització del *Turbo Pascal 7.0* amb la qual cosa ara estem molt més ben preparats que fa uns mesos. També hem descobert molts conceptes sobre els laberints que ens eren desconeguts i que ens han permès endinsar-nos en un món en el qual és molt fàcil perdre's degut a la gran quantitat de coses que hi podem trobar.

8. FONTS D'INFORMACIÓ

8.1 Llibres consultats

- *Gran Enciclopèdia Catalana*, volums 1,2,7,11,12,13,15 i 22, Barcelona 1990³.
- '*Juegos de lógica i matemáticas*', Franco Agostini, edicions Pirámide, Madrid 1987².

8.2 Planes web visitades

- <http://www.astrolog.org/labyrnth.htm>
- <http://www.math.sunysb.edu/~tony/mazes/index.html>
- <http://www.georgetown.edu/labyrinth/index.html>
- <http://www.adh.bton.ac.uk/schoolofdesign/MA.COURSE/Lmaze.html>
- http://www.belltheminotaur.com/maze_central.htm
- <http://www.threefates.net/labyrinth/about.html>

Agraïm la col·laboració en la coordinació d'aquest treball al Sr. **Miquel Gomila**.



Laberint fet de pedres

Suñol, Jacob

Vinyes, Raül

Treball de Recerca

3r ESO, curs 1999-2000

Escola AULA