

Dinamičko programiranje

Zadatak 1. Dat je niz celih brojeva, dužine $n \leq 100.000$. Odrediti podniz datog niza čiji je zbir elemenata maksimalan, a u kome nema susednih elemenata.

| Ulaz | Izlaz |
|--------------------|-------|
| 8 | 20 |
| 4 -1 3 8 7 -1 -5 6 | |

4 -1 3 8 7 -1 -5 6

Zatamnjena polja predstavljaju rešenje.

Zadatak 2. Data je tabla $2 \times n$ i na raspolaganju su vam dve figurice: L sastavljena od 3 polja i P pravougaonik 2×1 . Odrediti na koliko načina je moguće prekriti tablu pomoću ove dve figure. Ograničenje $n \le 10000$.

Ulaz Izlaz 4 11

Zadatak 3. Odrediti minimalan broj sastavljen samo od neparnih cifara, koji po modulu n daje ostatak m. Ograničenja su $n, m \leq 100.000$.

| \mathbf{Ulaz} | Izlaz |
|-----------------|-------|
| 17 | 57 |
| 6 | |

Zadatak 4. U jednom malom mestu sve kuće se nalaze u istoj ulici. Momci stanuju u neparnim brojevima (leva strana ulice), a devojke u parnim (desna strana). $N \leq 5000$ momaka se zaljubilo (svaki u različitu devojku), ali oni su vrlo stidljivi i ne žele da se sretnu sa nekim od svojih drugova kada krenu devojci. Svaki od njih vam je poverio problem i rekao svoju adresu i adresu svoje devojke. Nadjite najveći mogući broj parova, za koje se putevi momaka ne ukrštaju.

| \mathbf{Ulaz} | Izlaz |
|-----------------|-------|
| 4 | 3 |
| 1 3 | |
| 2 1 | |
| 3 2 | |
| 4 4 | |

Zadatak 5. Data je binarna matrica (elementi matrice su iz skupa $\{0,1\}$) dimenzije $n \times m$, gde je $n, m \leq 5000$. Naći najveću kvadratnu podmatricu koja u sebi sadrži samo nule. Matrica je zadata listom elemenata koja sadrže jedinicu.

| \mathbf{Ulaz} | | Izlaz |
|-----------------|--|-------|
| 5 5 | | 3 |
| 1 3 | | |
| $2\ 4$ | | |
| 3 5 | | |
| 4 1 | | |

| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Objašnjenje primera.

Zadatak 6. Data je matrica dimenzije $n \times m$, gde je $n, m \leq 500$, čiji su elementi iz skupa $\{0, 1, -1\}$. Na koliko različitih načina se od donjeg levog polja može stići u gornje desno polje? Sva polja na kojima se nalazi broj 1 moraju biti uključena u put, dok se ni u jednom trenutku ne sme proći preko polja sa vrednošću -1. Dozvoljeno je samo kretanje za jedno polje nagore ili jedno polje udesno. Donje levo polje ima vrednost 0.

| Ulaz | Izlaz |
|--------------------------|-------|
| 5 8 | 4 |
| $0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0$ | |
| $0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0$ | |
| $0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 2\ 0\ 0$ | |
| $0\ 2\ 0\ 0\ 1\ 0\ 2\ 0$ | |
| $0\ 1\ 0\ 0\ 2\ 0\ 0\ 0$ | |

| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 0 | 0 |
| 0 | 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 2 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 2 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 2 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 2 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 |

Četiri moguća puta

Zadatak 7. Na raspolaganju imate n ($1 \le n \le 1000$) vrsti novčanica sa vrednostima $1 = v_1 < v_2 < \ldots < v_n \le 1000$ dinara. Od svake vrste ima beskonačno primeraka. Na koliko različitih načina možete isplatiti sumu od $m \le 10000$ dinara?

| \mathbf{Ulaz} | Izlaz |
|-----------------|-------|
| 3 8 | 6 |
| 1 2 6 | |

Zadatak 8. Dat je niz A prirodnih brojeva dužine $n \leq 10000$. Treba niz A podeliti u dve grupe, tako da je razlika zbirova elemenata u grupama minimalna. Štampati jednu takvu grupu.

| \mathbf{Ulaz} | Izlaz |
|-----------------|-------|
| 4 | 7 |
| 9.4.9.7 | |

Zadatak 9. Na tabli je napisan pozitivan ceo broj $n \le 1.000.000$. Dva igrača igraju sledeću igru: naizmenično biraju strogo pozitivan broj m koji je pravi podstring broja koji je trenutno napisan na tabli i smanjuju ga za m. Pravi podstring stringa nije jednak celom stringu. Na primer, ako se na tabli nalazi 2309, tada igrač može da odabere m=2,3,9,23,30,230 ili 309 i posle poteza broj na tabli će biti 2000, 2079, 2279, 2286, 2300, 2306 ili 2307. Igrač koji ne može da odigra potez je izgubio. Odrediti najmanji broj m koji prvi igrač treba da odigra, tako da pobedi u ovoj igri. Ako prvi igrač nema pobedničku strategiju, štampati -1.

U navedenom primeru, prvi igrač oduzima 1 i na tabli ostaje 17. Onaj ko dobije 10 je pobednik, a to je očigledno prvi igrač.

| Ulaz | Izlaz |
|------|-------|
| 18 | 1 |