

Configuration Space

Introduccion

○ Un robot esta configurado por una serie de **eslabones** o links unidos por **articulaciones** o joins, los eslabones que mencionamos tienen la peculiaridad que son **cuerpos rigidos**.

○ Usualmente tambien tenemos el **efector** el cual es el ultimo eslabon de una cadena cinematica este a su vez se utiliza para manipular objetos.

○ Los **actuadores** son los que generan fuerzas o torques para que los eslabones se muevan.

○ Para saber donde esta un robot necesitamos saber su **configuracion**. Debido a que sus eslabones son cuerpos rigidos y conocemos su forma, solo necesitamos pocos parametros para saber su configuracion.

☀ Para saber la configuracion de un punto en el plano necesitamos dos parametros (x, y)

☀ Para saber la configuracion de una puerta necesitamos un parametro θ

👉 **Configuracion:** Es conocer la posicion de todos los puntos del cuerpo rigido para nuestro caso es el robot.

👉 **Grados de libertad:** Es el numero real mas pequeno necesario para representar su configuracion.

👉 **Espacio de configuracion** Son todas las posibles configuraciones que puede tener un cuerpo rigido.

2.1 Grados de libertad de un cuerpo rigido

○ Los grados de libertad tambien puede ser la dimension del espacio de configuracion.

👉 **Cuerpo Rigido Espacial:** Es un cuerpo rigido que se mueve en un espacio de 3 dimensiones el mismo que tiene 6 grados de libertad.

👉 **Cuerpo Rígido Planar:** Es un cuerpo rígido que se mueve en un plano de 2 dimensiones el mismo que tiene 3 grados de libertad.

$$GDL = \sum \text{Libertad de un cuerpo} - \text{numero de restricciones ind}$$

2.2 Grados de libertad de un robot

- Podemos determinar los grados de libertad de un robot contando el numero de cuerpos rígidos y articulaciones, esta aproximacion nos lleva a la formula de Grubler.
- Las articulaciones pueden conectar 2 o mas eslabones pero solos nos centraremos en la mas simple de todas, articulaciones que conecta 2 eslabones.

2.2.1 Articulaciones de un Robot

- **Articulacion Revoluta:** Permite rotacion sobre su eje
- **Articulacion Prismatic:** Permite traslacion sobre su eje articulado.
- **Articulacion Helicoidal:** Permite rotacion y traslacion dependiente entre ellas, es decir al rotar tambien me traslado, este movimiento ocurre sobre el eje del tornillo.
- Las articulaciones antes mencionadas tienen un grado de libertad.
- **Articulacion Cilindrica:** Permite rotacion y traslacion independientes entre ellas, es decir, que puedo rotar sin estar forzado a trasladarme.
- **Articulacion Universal:** Son un par de articulaciones revolutas unidas por sus ejes de forma ortogonal.
- Ambas son articulaciones con dos grados de libertad.
- **Articulacion Esferica:** Tiene 3 grados de libertad, esta junta permite el movimiento relativo de un cuerpo respecto a otro.

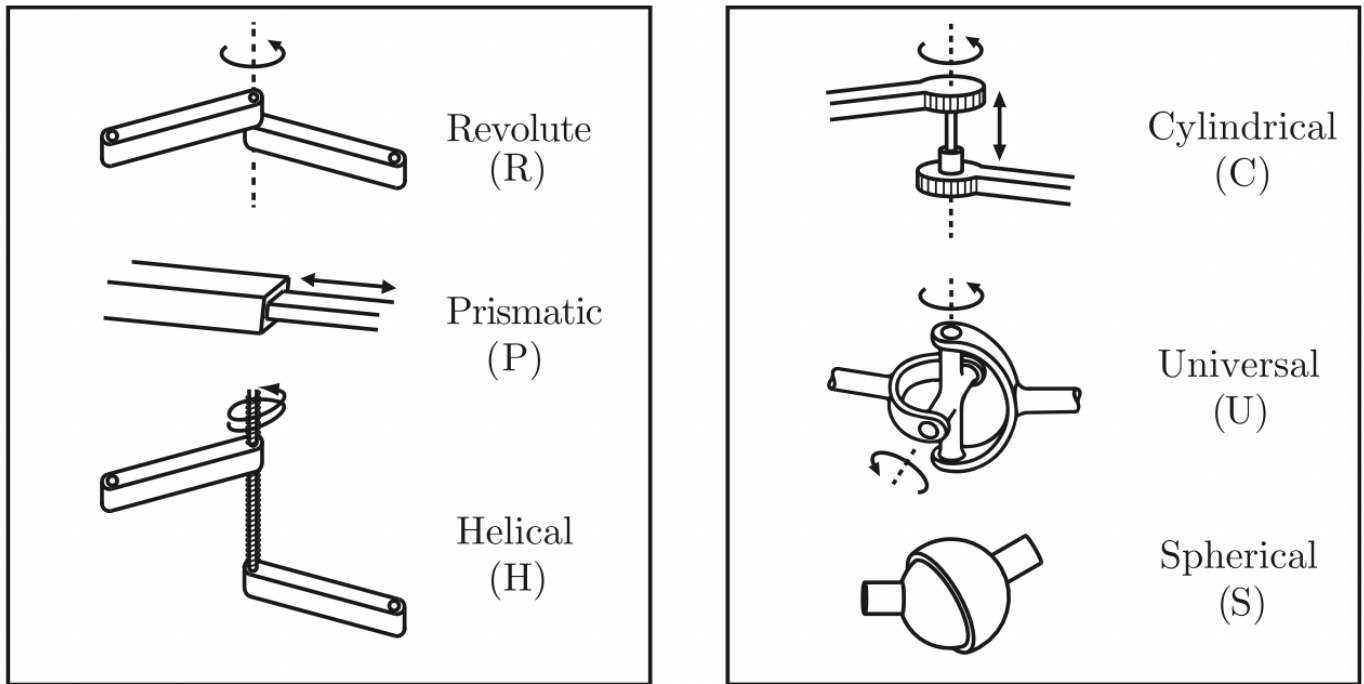


Figure 2.3: Typical robot joints.

○ Las juntas se las puede considerar como restricciones de movimiento que sufren los 2 cuerpos rígidos que une.

2.2.2 Formula de Grubler

$$\begin{aligned}
 \text{dof} &= \underbrace{m(N-1)}_{\text{rigid body freedoms}} - \underbrace{\sum_{i=1}^J c_i}_{\text{joint constraints}} \\
 &= m(N-1) - \sum_{i=1}^J (m - f_i) \\
 &= m(N-1-J) + \sum_{i=1}^J f_i.
 \end{aligned}$$

- 1 $m \rightarrow$ numero de grados de libertad de un cuerpo rigido (3 si es un cuerpo rigido plana)
- 2 $N \rightarrow$ numero de eslabones.
- 3 $J \rightarrow$ numero de articulaciones.
- 4 $f_i \rightarrow$ numero de grados de libertad de la articulacion.

☀ **Importante:** Esta formula funciona solo si todas las articulaciones presentan restricciones independientes.

👉 **Mecanismos de cadena cerrada:** Es cualquier mecanismo con un lazo cerrado en sus eslabones.

☀ Una persona para con sus dos piernas tocando el suelo

👉 **Mecanismos de cadena abierta:** Son mecanimos que no forman lazos cerrados con sus eslabones.

☀ Por ejemplo, un brazo humano cuando nuestra mano esta libre en el espacio.

○ Un mecanismo con 0 grados de libertad es una estructura rigida.

2.3 Configuración de Espacios: Topología y Representación

2.3.1 Topología del Espacio de Configuración

👉 **Topología:** De un espacio es la forma del mismo.

○ Dos espacios son topologicamente equivalente si uno puede deformarse suavemente en el otro.

☀ Una esfera se puede deformar en un balón de fútbol americano simplemente estirandolo

☀ Una esfera no se puede deformar en un plano, la única manera que una esfera se vuelva

○ El círculo, la línea, intervalos abiertos, intervalos cerrados son ejemplos de espacios de una dimensión.

○ El intervalo abierto es topologicamente equivalente a la línea mientras que el intervalo cerrado no, debido a que una línea no tiene puntos finales.

○ La topología es una propiedad fundamental propia del espacio y no depende de donde o como escogemos la coordenada para representar un punto en dicho espacio.

○ Muchas configuraciones de espacios pueden ser representadas por el producto cartesiano de 2 o más espacios con menor dimensión.

○ La superficie de una esfera, el toroide, la superficie de un cilindro, el plano son ejemplos de espacios de 2 dimensiones.

☀ **Importante:** Solo se puede deformar estirando el espacio, esta operación de estirar no modifica la dimensión.

2.3.2 Representacion del Espacio de Configuracion

○ Para poder utilizar el poder computacional necesitamos representaciones numericas de los espacios.

☀ Un vector es una representacion de un punto en un espacio Euclidiano.

○ A diferencia de la topologia la representacion no es una propiedad fundamental debido a que podemos representar un espacio de diversas formas.

☀ Un punto en un espacio 3 dimensional puede ser representado de diversas formas dependiendo de la topologia.

✍ **Parametrizacion explicita:** Es cuando escogemos la minima cantidad de parametros o coordenadas para representar un espacio con n dimensiones.

○ En muchos casos debido a que la topologia del espacio es diferente a la del espacio euclidiano la representacion tendra algunas zonas deficientes llamadas **singularidades**.

☀ Si nos movemos con una velocidad constante a una latitud constante cerca del ecuador

✱ ****Importante:**** Esto no tiene que ver con la topologia del espacio es solo un problema de parametrizacion.

○ Para evitar estas singularidades podemos utilizar dos formas, coordinate chart y implicit representation.

✍ **Coordinate Chart:** Consiste en dividir el espacio en diferentes sub espacios cada uno con su representacion explicita y sus coordenadas.

✓ Al ser un sub conjunto es mas facil de leer ya que tienes la informacion del espacio

✗ Necesitas estar buscando la tabla correcta para la posicion que deseas para evitar las singularidades.

✍ **Implicit representation:** Consiste en representar un espacio de n dimensiones en un espacio Euclidiano de mas de n dimensiones con sus respectivas restricciones.

- ☀ Una esfera de que es un espacio de dos dimensiones lo podemos representar de forma implícita.
- ✅ NO hay singularidades.
- ✅ NO necesitamos múltiples catálogos para ubicar un punto en el espacio.
- ✅ Es más fácil hacer una representación implícita en mecanismos de cadena cerrada, debido a la redundancia.
- ❌ Tiene parámetros que grados de libertad. en vez de variar longitud y latitud, ahora variamos los ángulos.

2.4 Restricciones de velocidad y configuración

2.5 Espacio de Tareas y Espacio de Trabajo

○ Estos dos espacios tienen que ver solo con la configuración del efector del mecanismo no con la configuración de todo el robot.

✍ **Espacio de Tarea:** Es el espacio en donde las tareas del robot se pueden expresar de forma natural.

✍ **Espacio de Trabajo:** Son todas las posibles configuraciones que puede alcanzar el efector del robot.

○ El espacio de trabajo está dado principalmente por la estructura del robot y es independiente de la tarea.

○ El espacio de trabajo y el espacio de tarea involucran una elección del usuario.

○ No necesariamente todos los puntos del espacio de tarea son alcanzados por el robot. Mientras que todas las posiciones en el espacio de trabajo son alcanzadas por el robot en al menos una configuración.

○ Dos mecanismos con diferentes espacios de configuraciones pueden tener el mismo espacio de trabajo.

○ Dos mecanismos con el mismo espacio de configuraciones puede tener distintos espacios de trabajo.

